

干摩擦状态下人字齿行星齿轮传动系统动力学特性研究

高玲菲

兰州交通大学机电工程学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2025年2月25日; 录用日期: 2025年3月4日; 发布日期: 2025年6月12日

摘 要

本文以人字齿行星齿轮传动系统为研究对象, 采用集中质量法建立了含齿面摩擦、时变啮合刚度、齿侧间隙、综合啮合误差以及负载激励的干摩擦状态下人字齿行星齿轮传动系统纯扭转动力学模型, 研究了系统的周期运动和分岔。通过数值仿真, 得到了系统全局分岔图、相图和Poincaré图, 识别了系统的啮合状态。结果表明, 系统在低频域, 内外啮合表现为完全啮合状态和稳定周期1运动; 随着啮合频率增加, 内外啮合的啮合周期的分岔图中表现出了丰富的动力学行为, 周期运动、概周期运动、混沌运动相继涌现。

关键词

人字齿行星齿轮, 摩擦, 非线性动力学, 分岔

Study on the Dynamic Characteristics of Herringbone Planetary Gear Train under Dry Friction State

Lingfei Gao

School of Mechanical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu

Received: Feb. 25th, 2025; accepted: Mar. 4th, 2025; published: Jun. 12th, 2025

Abstract

This article takes the herringbone planetary gear train (HPGT) as the research object, and uses the concentrated mass method to establish a pure torsional dynamic model of the HPGT under dry friction conditions including tooth surface friction, time-varying meshing stiffness, tooth side clearance,

文章引用: 高玲菲. 干摩擦状态下人字齿行星齿轮传动系统动力学特性研究[J]. 力学研究, 2025, 14(2): 121-132.

DOI: 10.12677/ijm.2025.142012

comprehensive meshing error, and load excitation. The periodic motion and bifurcation of the system are studied. Through numerical simulation, the global bifurcation diagram, phase diagram, and Poincaré diagram of the system were obtained, and the meshing state of the system was identified. The results indicate that in the low-frequency domain, the internal and external meshing of the system exhibits a fully engaged state and stable periodic motion; As the meshing frequency increases, the bifurcation diagram of the meshing period of internal and external meshing exhibits rich dynamic behavior, with periodic motion, quasi periodic motion, and chaotic motion emerging successively.

Keywords

Herringbone Planetary Gear Train, Friction, Nonlinear Dynamics, Bifurcation

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

人字齿行星齿轮系统中的摩擦和接触现象是一种常见的机制性故障,会导致系统动力学特性的变化和性能下降,例如振动、噪声和寿命等。行星轮系结构复杂,齿面摩擦对封闭行星轮系有重要的影响。周金阳等[1]建立了考虑齿面摩擦的人字齿纯扭转动力学模型。分析考虑齿面摩擦(EHL)和不考虑齿面摩擦情况下封闭行星轮系振动位移响应及输入转速、输入功率和摩擦系数变化对均载特性的影响。Luo 等[2]建立了包含时变啮合刚度(TVMS)、滑动摩擦力和力矩的动力学模型,研究滑动摩擦对行星齿轮组动态特性的影响。Wang 等[3]基于考虑摩擦与弹流润滑耦合作用的行星齿轮传动系统,建立了考虑摩擦、油膜、时变啮合刚度、啮合阻尼、齿轮侧隙的扭转动力学模型。Luo 等[4]提出了一个动力学模型来研究具有剥落缺陷和滑动摩擦的行星齿轮组的动力学。Jian 等[5]考虑了变位系数和时变啮合刚度的影响,考察了行星轮系内啮合齿轮在振动作用下的热弹流润滑特性,基于齿轮系统动力学理论,建立了行星轮系的动力学模型。分析了修形齿轮系统在振动和静载荷作用下的润滑性能。Xiao 等[6]以两级行星齿轮箱为研究对象,建立了考虑时变啮合刚度、摩擦力和级间耦合因素的系统耦合扭转动力学模型。同时对摩擦状态和润滑状态进行分类,综合分析不同工况下摩擦系数的计算。Wang 等[7]基于集中质量法建立了考虑摩擦、时变啮合刚度、齿侧间隙、综合误差等非线性因素的行星齿轮系统扭转振动模型。采用 Runge-Kutta 数值方法分析了系统在各种参数下的运动特性以及齿摩擦对系统分岔和混沌特性的影响。董皓等[8]研究了齿面摩擦对两级五分支行星齿轮传动系统分岔特性的影响。花志锋和赵荣珍[9]针对风电增速箱故障率偏高的问题,在对风电机组传动系统的振动响应机理进行分析的基础上,提出一种同时考虑齿根裂纹与齿面摩擦 2 种因素耦合情况下计算风电增速箱行星轮系动态响应的方法。Liu 等[10]对带弹性环齿轮和滑动摩擦的两级行星齿轮(TSPG)系统进行了非线性动力学研究,以扩展前人的研究。Xu 等[11]通过摩擦动力学条件下的迭代数值方法,提出了一种新的含摩擦效应的人字齿行星齿轮耦合动力学模型,并讨论了考虑齿面摩擦时的动力学特性。Yang 等[12]基于啮合理论,推导了行星齿轮系统内外啮合齿轮副的综合曲率半径、相对滑动速度和齿面接触应力的计算公式。结合均载理论和热弹流润滑分析方法,求解了油膜厚度、油膜承载比和摩擦系数,研究了粗糙度和输入功率对摩擦系数的影响。徐凡等[13]建立了含摩擦的风电齿轮传动系统的纯扭转非线性动力学模型。Li 等[14]建立了考虑局部故障的平扭耦合非线性摩擦动力学模型。

干摩擦状态下的齿轮系统是一种复杂的非线性动力学系统。王靖岳等[15]研究了干摩擦对行星齿轮传动系统分岔特性的影响分析。刘森等[16]考虑干摩擦、时变啮合刚度、传递误差、齿侧间隙和阻尼，建立了含一级定轴齿轮断齿故障的风电齿轮传动系统动力学模型，并对计及干摩擦的风电齿轮进行断齿故障动力学分析。

通过深入研究干摩擦状态下人字齿行星齿轮系统的摩擦机制和非线性动力学特性，可以更好地理解和预测潜在故障的发生机理和现象。

2. 齿轮传动系统非线性动力学建模与计算

2.1. 齿轮传动系统的动态激励

齿轮传动系统的动态激励包括齿侧间隙、时变啮合刚度、综合啮合误差与齿面摩擦力等非线性因素，在这些非线性因素的作用下，使得齿轮传动系统区别于其他的机械系统。

2.1.1. 齿面啮合冲击状态

由于齿轮系统在运行过程中需要润滑油去润滑系统，这样在设计齿轮系统时就需要留有一定的间隙让润滑油在齿轮系统中流动，如果系统中没有留有间隙，那么齿轮在传动过程中会发生卡死的现象，这个间隙称为齿侧间隙。齿侧间隙的存在导致轮齿产生振动冲击，影响齿轮传动的平稳性。齿侧间隙作为系统重要的非线性因素，对系统的非线性动态特性有着巨大影响。

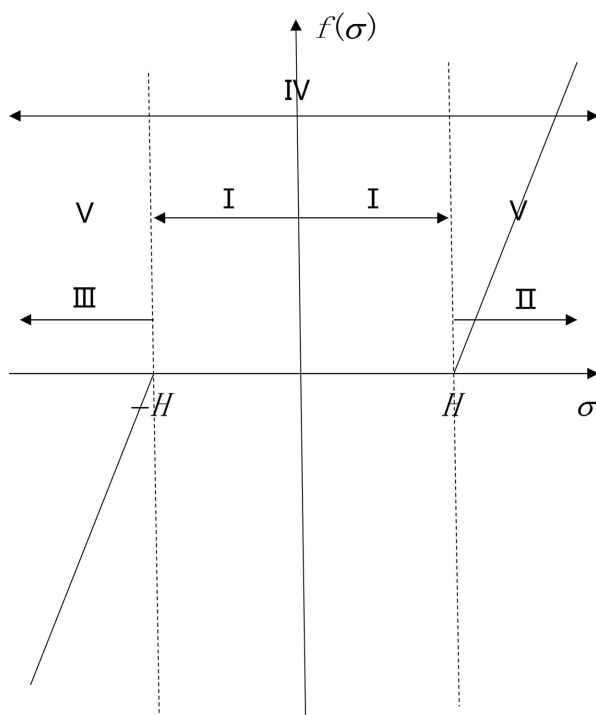


Figure 1. Schematic of the lateral gap function and impact state of the system

图 1. 系统齿侧间隙函数和冲击状态原理图

系统齿侧间隙函数和冲击状态原理见图 1，在研究行星齿轮系统时，内啮合与外啮合的齿侧间隙的表达式相同，齿侧间隙采用非线性的分段函数来表示：

$$f(\sigma) = \begin{cases} \sigma - H & \sigma > H \\ 0 & -H \leq \sigma \leq H \\ \sigma + H & \sigma < -H \end{cases} \quad (1)$$

式中 H 表示为齿侧间隙的一半。

齿轮传动系统运行过程中，齿轮副的齿面会出现反复交替接触和分离的情况，致使齿轮系统呈现出不同的啮合冲击状态。根据图 1 所示齿轮传动系统表示了五种啮合状态，具体为：

1) “I” 区域内表示齿轮传动：系统处于脱啮状态，即一个啮合周期时间内被动轮不受驱动力而处于一种惯性运动状态，用 $I = -2$ 表示；

2) “II” 区域内表示齿轮传动：系统处于齿面冲击状态，即系统一直处于“齿面分离——齿面接触——齿面分离”状态，用 $I = 1$ 表示；

3) “III” 区域内表示齿轮传动：系统处于齿背冲击状态，即系统一直处于“齿背分离——齿背接触——齿背分离”状态，用 $I = -1$ 表示；

4) “IV” 区域内表示齿轮传动：系统处于双边冲击状态，即啮合运动过程中，齿面冲击与齿背冲击同时存在，系统一直周期处于“齿面接触——齿面分离——齿背分离——齿背接触”状态，用 $I = 2$ 表示；

5) “V” 区域内表示齿轮传动：系统处于完全啮合状态，即在啮合运动过程中，齿轮传动系统的齿轮副的驱动面与被驱动面始终接触不发生分离的状态，用 $I = 0$ 表示。

2.1.2. 时变啮合刚度

齿轮啮合的重合度通常大于 1，啮合过程中同时参与啮合的齿轮的齿对数会随时间发生周期性变化，因此一对齿轮啮合副的啮合刚度也会随时间周期性变化，所以产生了齿轮啮合副的时变啮合刚度，作为系统最重要的内部激励之一。

在实际计算过程中为了便于计算，通常将时变啮合刚度看成由平均啮合刚度和变刚度两部分组成。其中最常用的是将时变啮合刚度写成余弦函数的形式

$$K(t) = \bar{K} + K_a \cos(\Omega \tau + \varphi) \quad (2)$$

式中， $\bar{K}$ 为齿轮副平均啮合刚度， K_a 为时变刚度幅值， φ 为时变啮合刚度初相位， Ω 为系统的啮合频率。

2.1.3. 综合传动误差

一般假定综合啮合误差按正弦函数变化：

$$e(t) = E \sin(\Omega \tau + \varphi) \quad (3)$$

式中， E 为综合啮合误差幅值； φ 为综合啮合误差初相位； Ω 为齿轮传动系统啮合频率。

2.1.4. 齿面摩擦

齿轮副中存在的摩擦力起到了阻碍齿轮系统相互作用的力，齿面摩擦力与齿面的粗糙度也是息息相关的，齿面粗糙度越大，齿面摩擦力越大，摩擦力表达式如下：

$$f = \lambda \mu F \quad (4)$$

$$F = K(t) X(t) + C \dot{X}(t) \quad (5)$$

式中， f 为齿轮的齿面摩擦力； F 为齿轮啮合的啮合力； $X(t)$ 啮合齿轮的相对位移； C 为齿轮的啮合阻尼； $K(t)$ 时变啮合刚度； μ 为齿轮齿面摩擦的摩擦系数； λ 为摩擦力的方向系数。

$$\lambda = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中, $x = L_p - \rho_k$; L_p 为齿轮的摩擦力臂; ρ_k 为齿轮的曲率半径, 其计算公式可以表示为: $\rho_k = r_b \tan(\alpha)$; r_b 为齿轮的基圆半径; α 为齿轮的压力角。干摩擦状态下 μ 一般取 0.3~1.5。

2.2. 齿轮副参数

2.2.1. 齿轮副啮合阻尼

由于啮合阻尼的计算比较复杂, 无法得到其精确值, 通常在计算时把阻尼取为常数, 齿轮副的啮合阻尼采用以下经验公式来计算:

$$C = 2\zeta \sqrt{K_{12} / ((m_1 + m_2) / m_1 m_2)} \quad (7)$$

式中, K_{12} 为一对啮合齿轮平均啮合刚度; m_1 与 m_2 分别表示两齿轮的等效质量; ζ 为齿轮啮合副的啮合阻尼比, 通常取值范围为取 0.03~0.17。

2.2.2. 扭转刚度

考虑轴的扭转刚度, 利用材料的扭矩公式可以得到轴的扭转刚度的计算公式为:

$$K_\psi = \frac{T}{\psi} = \frac{T}{\sum \psi_i}, \psi_i = \frac{T l_i}{G I_p}, I_p = \frac{\pi d_i^4}{32} \quad (8)$$

式中, K_ψ 是扭转刚度; T 是施加在轴上的扭转力矩; ψ 、 ψ_i 分别是各个轴的总扭转角和各个分段的扭转角; G 为材料的剪切模量; l_i 是第 i 段轴的长度; I_p 为截面极惯性矩; d_i 是第 i 段轴的直径。

即可计算得到各个轴的扭转刚度得:

$$K_\psi = \frac{T}{\sum \psi_i} = \frac{T}{\sum \frac{32 T l_i}{\pi G d_i^4}} = \frac{T}{\frac{32}{\pi G} \sum \frac{l_i}{d_i^4}} \quad (9)$$

2.2.3. 齿轮刚度

齿轮的轮齿刚度计算公式为:

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1.2 h_f}{G b s} + \frac{12 h_f^3}{3 E b s^3} \quad (10)$$

式中, h_f 为齿轮的齿根高; s 为齿轮的分度圆齿厚; b 是齿轮的齿宽; G 为材料的剪切模量; E 为材料的弹性模量。

2.3. 纯扭转模型

利用集中质量法建立的人字齿行星齿轮传动系统纯扭转动力学模型见图 2。

在图 2 中, $K_{spi}^l(t), K_{spi}^r(t), K_{rpi}^l(t), K_{rpi}^r(t)$ 分别表示左侧第 i 个行星轮 - 太阳轮啮合副、右侧第 i 个行星轮 - 太阳轮啮合副、左侧第 i 个行星轮 - 内齿圈啮合副和右侧第 i 个行星轮 - 内齿圈啮合副的时变啮合刚度, $C_{spi}^l, C_{spi}^r, C_{rpi}^l, C_{rpi}^r$ 分别表示左侧第 i 个行星轮 - 太阳轮啮合副、右侧第 i 个行星轮 - 太阳轮啮合副、左侧第 i 个行星轮 - 内齿圈啮合副和右侧第 i 个行星轮 - 内齿圈啮合副的啮合阻尼; $K_{jt}(j = s, r, p)$ 分别表示构件 j 耦合扭转刚度, $C_{jt}(j = s, r, p)$ 分别表示构件 j 耦合阻尼; $\theta_j(j = s, r, p, c)$ 为中心构件的角位移。

根据所建立的人字齿行星齿轮传动系统纯扭转动力学模型, 最终无量纲化的动力学微分方程为:

$$\begin{cases}
 \ddot{x}_1 + (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spis}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spis}^l \dot{x}_{4i}) - (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spis}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spis}^r \dot{x}_{5i}) + k_{sts} x_1 + 2\xi_{sts} \dot{x}_1 = 0 \\
 \ddot{x}_{2i} - (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spip}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spip}^l \dot{x}_{4i}) + (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spip}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spip}^r \dot{x}_{5i}) \\
 + (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpi}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpi}^l \dot{x}_{6i}) - (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpi}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpi}^r \dot{x}_{7i}) + k_{ptp} x_{2i} + 2\xi_{ptp} \dot{x}_{2i} = 0 \\
 \ddot{x}_3 - (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpir}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpir}^l \dot{x}_{6i}) + (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpir}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpir}^r \dot{x}_{7i}) + k_{rtr} x_3 + 2\xi_{rtr} \dot{x}_3 = 0 \\
 \ddot{x}_{4i} + (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{spiss}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spiss}^l \dot{x}_{4i}) + \sum_{i=1}^N (k_{spipp}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spipp}^l \dot{x}_{4i}) \right. \\
 \left. + \sum_{i=1}^N (k_{spic}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spic}^l \dot{x}_{4i}) \right] + (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spic}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spic}^r \dot{x}_{5i}) \\
 + (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{rpic}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpic}^l \dot{x}_{6i}) - \sum_{i=1}^N (k_{rpipp}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpipp}^l \dot{x}_{6i}) \right] \\
 + (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpic}^r \dot{x}_{7i}) + k_{stss} x_1 + 2\xi_{stss} \dot{x}_1 - k_{ptpp} x_{2i} - 2\xi_{ptpp} \dot{x}_{2i} = f_1 - f_2 - f_{e1}^l \\
 \ddot{x}_{5i} + (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spic}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spic}^l \dot{x}_{4i}) + (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{spiss}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spiss}^r \dot{x}_{5i}) \right. \\
 \left. + \sum_{i=1}^N (k_{spipp}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spipp}^r \dot{x}_{5i}) + \sum_{i=1}^N (k_{spic}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spic}^r \dot{x}_{5i}) \right] + (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpic}^l \dot{x}_{6i}) \\
 + (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{rpic}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpic}^r \dot{x}_{7i}) - \sum_{i=1}^N (k_{rpipp}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpipp}^r \dot{x}_{7i}) \right] \\
 - k_{stss} x_1 - 2\xi_{stss} \dot{x}_1 + k_{ptpp} x_{2i} + 2\xi_{ptpp} \dot{x}_{2i} = f_1 - f_2 - f_{e1}^r \\
 \ddot{x}_{6i} + (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{spic}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spic}^l \dot{x}_{4i}) - \sum_{i=1}^N (k_{spipp}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spipp}^l \dot{x}_{4i}) \right] \\
 + (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spic}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spic}^r \dot{x}_{5i}) + (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{rpir}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpir}^l \dot{x}_{6i}) \right. \\
 \left. + \sum_{i=1}^N (k_{rpipp}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpipp}^l \dot{x}_{6i}) + \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpic}^l \dot{x}_{6i}) \right] + (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpic}^r \dot{x}_{7i}) \\
 + k_{ptpp} x_{2i} + 2\xi_{ptpp} \dot{x}_{2i} - k_{rtrr} x_3 - 2\xi_{rtrr} \dot{x}_3 = -f_2 - f_{e2}^l \\
 \ddot{x}_{7i} + (1 - \lambda_{spi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{spic}^l f(x_{4i}) + 2\xi_{spic}^l \dot{x}_{4i}) + (1 - \lambda_{spi}^r \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{spic}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spic}^r \dot{x}_{5i}) \right. \\
 \left. - \sum_{i=1}^N (k_{spipp}^r f(x_{5i}) + 2\xi_{spipp}^r \dot{x}_{5i}) \right] + (1 - \lambda_{rpi}^l \mu) \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^l f(x_{6i}) + 2\xi_{rpic}^l \dot{x}_{6i}) \\
 + (1 - \lambda_{rpi}^r \mu) \left[\sum_{i=1}^N (k_{rpipp}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpipp}^r \dot{x}_{7i}) + \sum_{i=1}^N (k_{rpirr}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpirr}^r \dot{x}_{7i}) \right. \\
 \left. + \sum_{i=1}^N (k_{rpic}^r f(x_{7i}) + 2\xi_{rpic}^r \dot{x}_{7i}) \right] - k_{ptpp} x_{2i} - 2\xi_{ptpp} \dot{x}_{2i} + k_{rtrr} x_3 + 2\xi_{rtrr} \dot{x}_3 = -f_2 - f_{e2}^r
 \end{cases} \quad (11)$$

其中 $x_1, x_{2i}, x_3, x_{4i}, x_{5i}, x_{6i}, x_{7i}$ 分别为无量纲化的扭转相对位移和轮齿沿啮合线方向的相对线位移; ξ 代表相应的无量纲阻尼系数; k 代表相应的无量纲刚度系数, f_1, f_2 则是相应的载荷; $f(x)$ 是相对应齿轮沿啮合

线方向的分段线性函数。

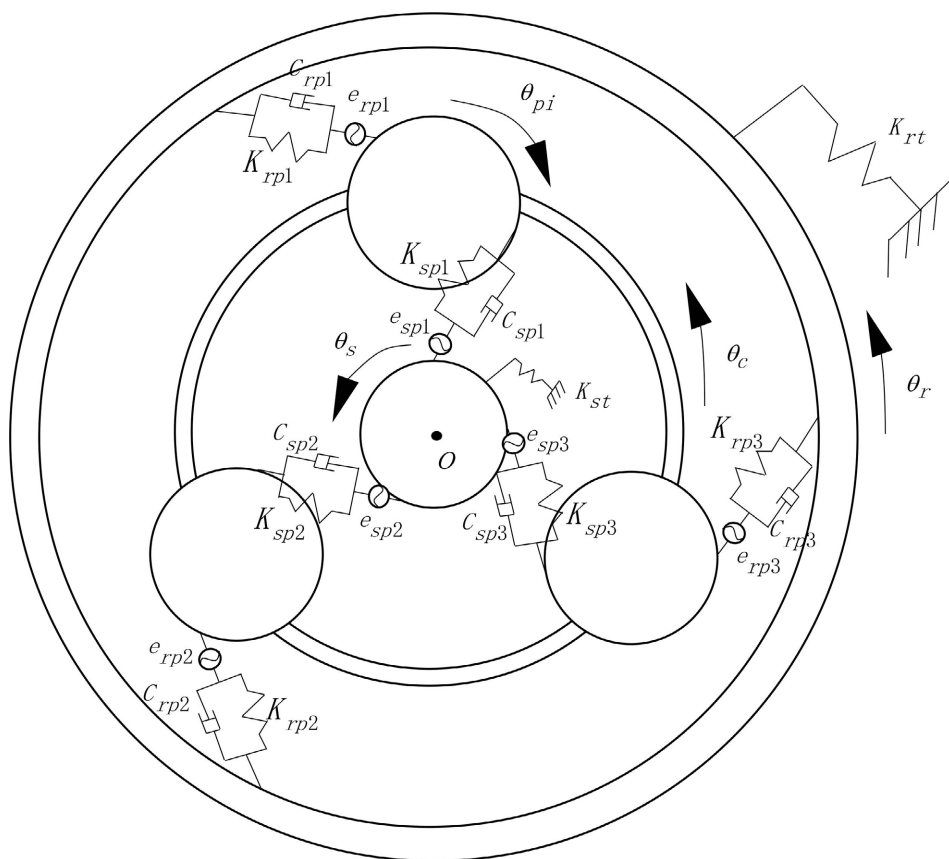


Figure 2. Pure torsional kinetics model
图 2. 纯扭转动力学模型

2.4. 干摩擦状态下人字齿行星齿轮非线性动力学特性分析

运用数值积分法 - 变步长四阶龙格库法求解运动微分方程，并结合分岔图、相图以及 Poincare 映射图研究了系统内部蕴含的非线性动力学行为。采用的参数见表 1、表 2。

Table 1. Basic characteristic parameters

表 1. 基本特征参数

系统参数	太阳轮	行星轮	内齿圈	行星架
齿数 z /个	27	39	105	
质量 m /Kg	2.97	6.37	5.84	5.77
螺旋角 β (°)			30	
法面压力角 α (°)			20	
法面模数 m /mm			3	
齿宽/mm			30	

Table 2. Pure torsion system parameters
表 2. 纯扭转系统参数

参数	数值	参数	数值
特征尺寸 b_c/m	$10e^{-5}$	无量纲齿侧间隙 b	1
无量纲综合传动误差幅值 e_m	0.50	刚度变化幅值 k_a	0.3
啮合阻尼比 ζ	0.05	平均啮合刚度 $k_m (N \cdot m^{-1})$	$4.0e^8$
扭转刚度 $(N \cdot m^{-1})$	$2.0e^{10}$	输入转矩 $T_{in} (N \cdot m)$	1500
摩擦系数 μ	0.5		

在人字齿行星齿轮传动系统纯扭转模型中，仅考虑构件扭转相对振动，未考虑耦合作用，所以本章中主要研究了左侧啮合副 sp_1^l 与 rp_1^l 动力学行为，系统内外啮合的分岔图见图 3。

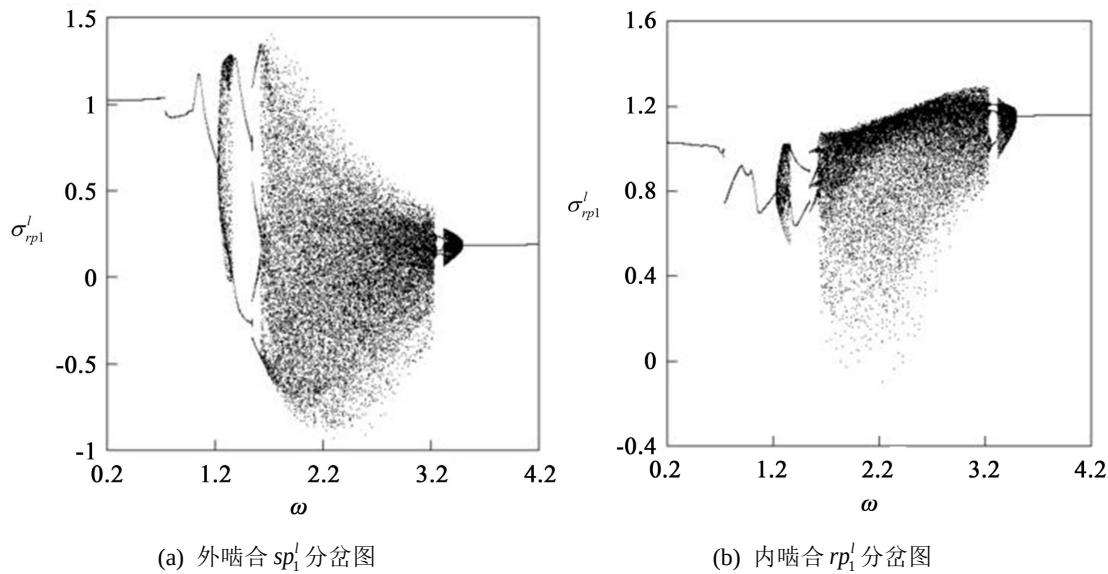
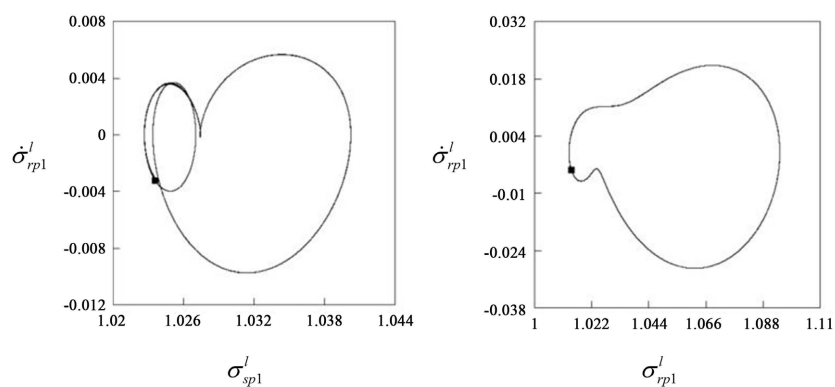
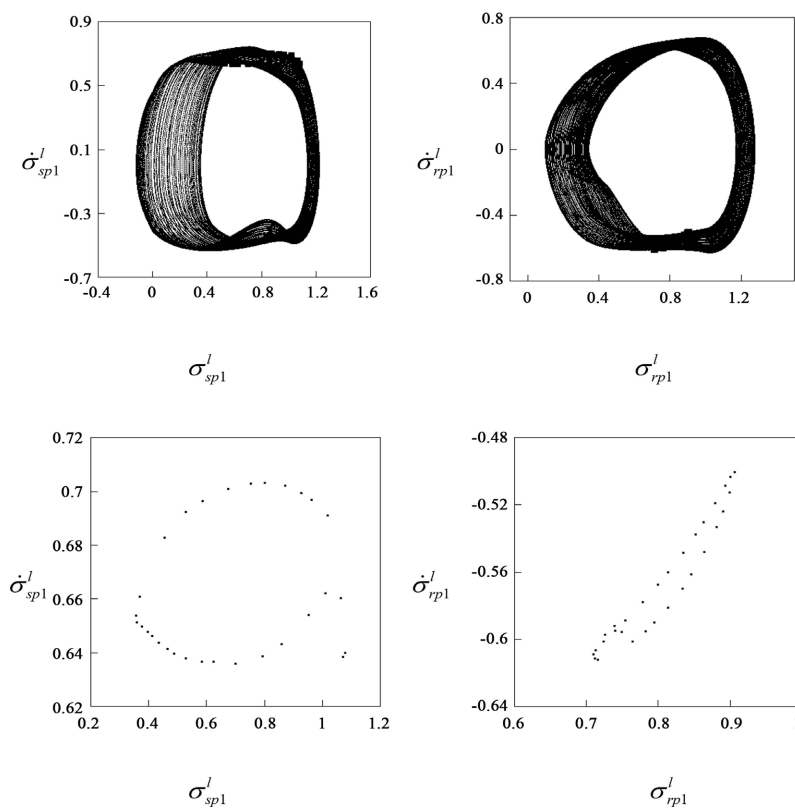
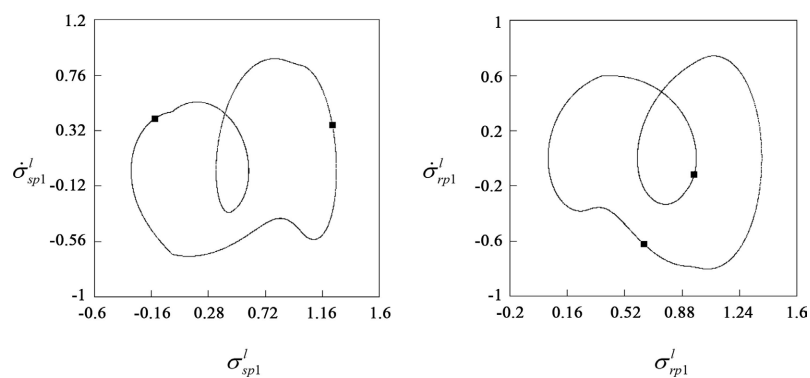
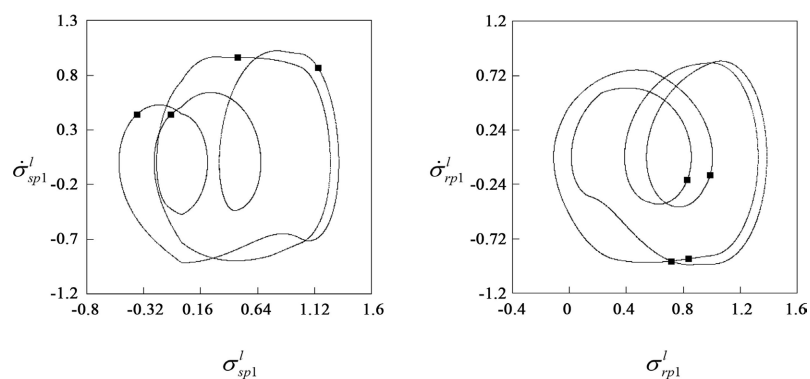
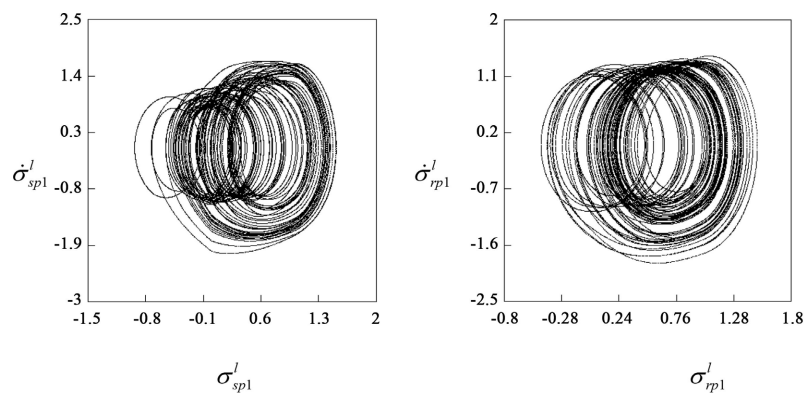
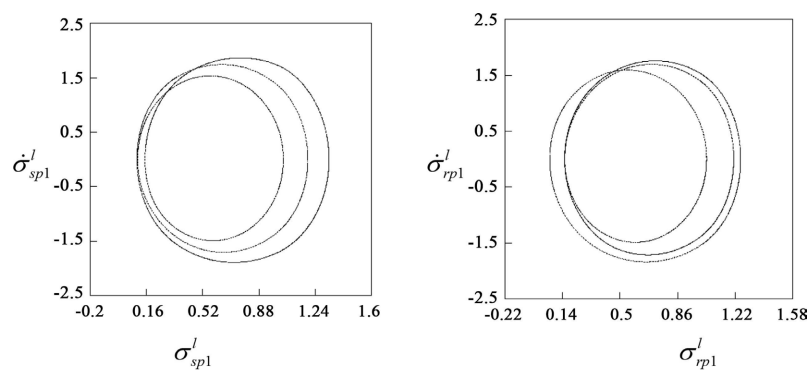


Figure 3. System global bifurcation diagram
图 3. 系统全局分岔图

系统啮合频率较小时，其余基准参数保持不变，系统执行单周期完全啮合运动，啮合冲击状态为 0，图 4(a)描述了其周期运动的相图和 Poincaré 映射图叠加图；随着 ω 的增加，内外啮合由 1T 运动进入到概周期 1 运动，在 Poincaré 周期截面上形成一个吸引的不变环，图 4(b)描述了其周期运动的相图、Poincaré 映射图，啮合冲击状态为 1；增加 ω ，内外啮合进入 2T 运动，啮合冲击状态为 1，图 4(c)描述了其周期运动的相图和 Poincaré 映射图叠加图；继续增加 ω ，内外啮合经倍周期分叉由 2T 进入到 4T，啮合冲击状态为 1，见图 4(d)；进一步增大 ω ，内外啮合进入混沌，啮合冲击状态为 1，图 4(e)描述了其运动的相图、Poincaré 映射图；再增大 ω ，内外啮合穿越混沌区域后进入 3T 运动，啮合冲击状态为 1，图 4(f)描述了其周期运动的相图和 Poincaré 映射图叠加图；增大 ω ，内外啮合由 3T 运动进入到概周期 1 运动，啮合冲击状态为 1，图 4(g)描述了其周期运动的相图、Poincaré 映射图；继续增大 ω ，内外啮合进入到 1T 运动，啮合冲击状态为 1，见图 4(h)。

(a) $\omega = 0.5$ (b) $\omega = 1.25$ (c) $\omega = 1.4$

(d) $\omega = 1.56$ (e) $\omega = 2.4$ (f) $\omega = 3.28$

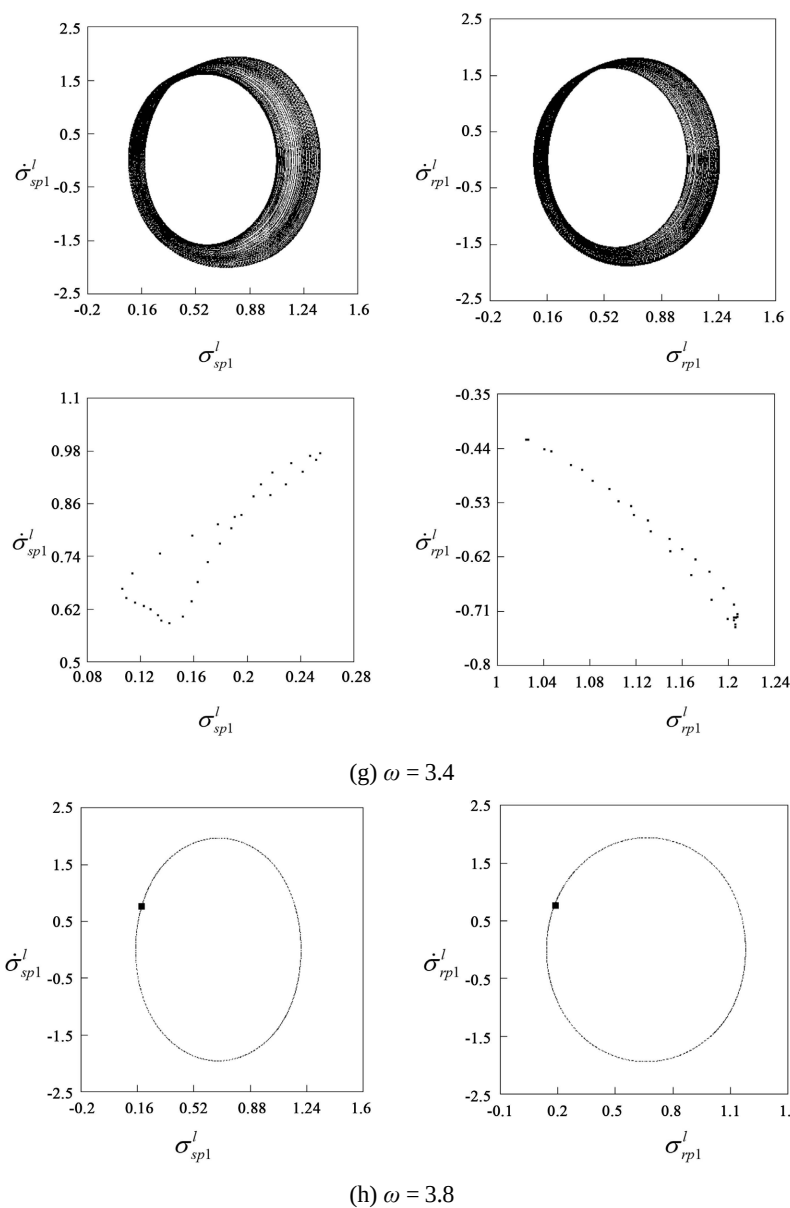


Figure 4. System phase diagram, Poincaré map
图 4. 系统相图、Poincaré 映射图

3. 结论

本文针对人字齿行星齿轮传动系统纯扭转非线性动力学模型对其干摩擦状态下的动力学行为进行了分析,借助数值积分方法求解,并利用分岔图、相图和 Poincaré 图揭示啮合冲击行为产生机理。啮合频率对干摩擦状态下人字齿行星齿轮系统的非线性动力学以及啮合状态行为有很大影响。当啮合频率较小时,系统的内外啮合表现为完全啮合状态和稳定的周期 1 行为;随着啮合频率的增加,内外啮合的啮合冲击状态、分岔和混沌行为逐渐发生。

参考文献

- [1] 周金阳, 朱振荣, 徐巍等. 计入齿面摩擦的封闭行星轮系均载特性研究[J]. 热能动力工程, 2019, 34(7): 122-127.

- [2] Luo, W., Qiao, B., Shen, Z., Yang, Z., Cao, H. and Chen, X. (2020) Influence of Sliding Friction on the Dynamic Characteristics of a Planetary Gear Set with the Improved Time-Varying Mesh Stiffness. *Journal of Mechanical Design*, **142**, Article ID: 073302. <https://doi.org/10.1115/1.4046073>
- [3] Wang, J., Liu, N., Wang, H. and Guo, L. (2020) Nonlinear Dynamic Characteristics of Planetary Gear Transmission System Considering Squeeze Oil Film. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, **40**, 823-851. <https://doi.org/10.1177/1461348420935665>
- [4] Luo, W., Qiao, B., Shen, Z., Yang, Z., Cao, H. and Chen, X. (2021) Investigation on the Influence of Spalling Defects on the Dynamic Performance of Planetary Gear Sets with Sliding Friction. *Tribology International*, **154**, Article ID: 106639. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106639>
- [5] Jian, G., Wang, Y., Zhang, P., Li, Y. and Luo, H. (2021) Analysis of Lubrication Performance for Internal Meshing Gear Pair Considering Vibration. *Journal of Central South University*, **28**, 126-139. <https://doi.org/10.1007/s11771-021-4591-3>
- [6] Xiao, Z., Chen, F. and Zhang, K. (2021) Analysis of Dynamic Characteristics of the Multistage Planetary Gear Transmission System with Friction Force. *Shock and Vibration*, **2021**, Article ID: 8812640. <https://doi.org/10.1155/2021/8812640>
- [7] Wang, J., Liu, N., Wang, H. and E, J. (2021) Analysis of Nonlinear Dynamic Characteristic of a Planetary Gear System Considering Tooth Surface Friction. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, **235**, 2376-2395. <https://doi.org/10.1177/1350650121991741>
- [8] 董皓, 张颢秦, 张建文. 齿面摩擦对两级五分支行星齿轮系统分岔特性的影响[J]. 燕山大学学报, 2022, 46(1): 29-37.
- [9] 花志锋, 赵荣珍. 风电齿轮箱行星轮系的齿面摩擦与齿根裂纹耦合效应计算方法[J]. 太阳能学报, 2022, 43(9): 287-293.
- [10] Liu, W., Shi, K., Tupolev, V., Yu, G. and Dai, B. (2022) Nonlinear Dynamics of a Two-Stage Planetary Gear System with Sliding Friction and Elastic Continuum Ring Gear. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **36**, 77-85. <https://doi.org/10.1007/s12206-021-1206-8>
- [11] Xu, X., Jiang, G., Wang, H. and Liang, X. (2022) Investigation on Dynamic Characteristics of Herringbone Planetarygear System Considering Tooth Surface Friction. *Meccanica*, **57**, 1677-1699. <https://doi.org/10.1007/s11012-022-01526-4>
- [12] Yang, J., Lin, T. and Liu, W. (2022) Calculation and Influence Analysis of Tooth Surface Friction Coefficient of Planetary Gear System in Mixed Lubrication Condition. *Journal of Physics: Conference Series*, **2383**, Article ID: 012079. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2383/1/012079>
- [13] 徐凡, 刘文斌, 张海波, 等. 含摩擦的风电齿轮传动系统非线性动力学分析[J]. 机械传动, 2023, 47(10): 31-42.
- [14] Li, J., Tong, S., Tong, Z., Li, H., Cong, F., Cheng, W., *et al.* (2022) Investigating the Vibration Response and Modulation Mechanism for Health Monitoring of Wind Turbine Planetary Gearboxes Using a Tribodynamics-Based Analytical Model. *Measurement Science and Technology*, **34**, Article ID: 035119. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aca927>
- [15] 王靖岳, 刘宁, 王浩天. 干摩擦对行星齿轮传动系统分岔特性的影响分析[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(22): 8964-8969.
- [16] 刘森, 苏召明, 张旭. 计及干摩擦的风电齿轮断齿故障动力学分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2023(6): 136-140, 144.