

冻土 - 加固砂土工布界面负幂乘函数模型研究

刘博洋¹, 杨静宁¹, 何鹏飞², 庄 策¹

¹兰州理工大学理学院, 甘肃 兰州

²兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2025年3月23日; 录用日期: 2025年4月3日; 发布日期: 2025年6月5日

摘 要

冻土对温度的敏感影响着与其他材料界面的接触关系。土工合成材料由于其优异的物理力学性能, 在土木工程、环境工程和水利工程等方面得到了大量应用, 冻土与结构界面的模型旨在探究这种复杂界面的相互作用机理, 该模型综合考虑温度效应、界面粗糙度、力学性质等影响因素, 来描述界面的应力 - 应变关系、剪切强度等特性。根据接触面关节粗糙度系数, 结合Mohr-Coulomb准则, 应用了一种估算裂缝的峰值抗剪强度的方法, 得到关于表面粗糙度与峰值剪切强度的参数方程。在现有本构模型的基础上, 考虑温度、加固砂土工布表面粗糙度等参数, 建立土 - 加固砂土工布界面剪切力学特性的模型。通过试验数据与理论模型对比, 验证模型的有效性, 对冻土区基础工程建设具有指导和参考意义。

关键词

冻土, 界面, 界面粗糙度, 本构模型

Negative Power Multiplication Function Model of the Frozen Soil-Reinforced Sand Geotextile Interface

Boyang Liu¹, Jingning Yang¹, Pengfei He², Ce Zhuang¹

¹School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu

²School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu

Received: Mar. 23rd, 2025; accepted: Apr. 3rd, 2025; published: Jun. 5th, 2025

Abstract

The sensitivity of frozen soil to temperature affects its contact relationship with the interfaces of other materials. Due to their excellent physical and mechanical properties, geosynthetics have been

widely applied in civil engineering, environmental engineering, hydraulic engineering, etc. The model of the interface between frozen soil and structures aims to explore the interaction mechanism of such complex interfaces. This model comprehensively considers influencing factors such as the temperature effect, interface roughness, and mechanical properties to describe the characteristics of the interface, such as the stress-strain relationship and shear strength. According to the joint roughness coefficient of the contact surface and combined with the Mohr-Coulomb criterion, a method for estimating the peak shear strength of cracks is applied, and a parametric equation regarding the surface roughness and peak shear strength is obtained. Based on the existing constitutive models, a model of the shear mechanical properties of the interface between soil and reinforced sand geotextile is established, taking into account parameters such as temperature and the surface roughness of the reinforced sand geotextile. By comparing the test data with the theoretical model, the effectiveness of the model is verified, which has guiding and reference significance for the construction of foundation engineering in frozen soil areas.

Keywords

Frozen Soil, Interface, Interface Roughness, Constitutive Model

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

土工合成材料由于其优异的物理力学性能[1] [2], 在土木工程、环境工程和水利工程等方面得到了大量应用, 无纺土工布属于土工合成材料的一部分, 具有各向同性特性而得到更多的利用, 如路面维修改造、边坡防护、渠道衬垫、垃圾填埋场等领域[3] [4]。在土 - 土工织物的相互作用中仅有界面摩擦力这一种机制, 使得土 - 土工织物界面的抗剪强度常常小于土壤自身的抗剪强度, 所以土 - 结构界面变形过程容易发生错位导致结构失效甚至破坏。

寒区的工程建设项目日益增多, 土工合成材料的运用愈发普遍。土工合成材料作为柔性加筋材料, 对抑制融沉、渠道冻胀、挡土墙倾覆位移等方面具有很强的优势。在低温环境下, 土体冻结成整体, 其与土工合成材料相接触的界面成为整个结构中的薄弱环节, 也就是危险面。冻土受环境温度变化, 使得土体内水分变化, 导致土体状态和力学性质发生明显变化。冻土对温度的敏感影响着与其他材料界面的接触关系[5] [6]。冻土与结构界面的模型旨在探究这种复杂界面的相互作用机理, 该模型综合考虑温度效应、结构物粗糙度、力学性质等影响因素, 来描述界面的应力 - 应变关系、剪切强度等特性。基于试验现象的经验模型, 统计损伤模型和弹塑性模型。其中经验模型在实验室或原位试验结果的基础上建立, 具有易用性和灵活性的优势。由于冻土特殊的水热力属性, 其界面剪切力学特性也表现出复杂的硬化、弱硬化、弱软化及软化特性, 通过弹塑性理论或统计损伤理论将使得模型中参数过多, 给其工程应用带来诸多不便。而经验本构模型通常参数较少, 数据易于获得, 能够很好地描述不同变化规律的界面剪切力学行为[7] [8]。

许多学者会通过直剪试验、数值模拟、理论分析等多种方式对土结构界面力学特性进行研究[9] [10]。因为界面剪切本构模型可以定量模拟界面的力学行为特征, 目前常见的土 - 结构接触界面应力 - 位移模型有双曲线模型、弹塑性模型、刚塑性模型等[11]-[16]。Clough 和 Duncan 等[17]通过开展砂与混凝土接触面的剪应力 - 位移特性研究, 于 1971 年提出了剪应力 - 剪切位移的关系曲线。Brandt 等[18]根据室内试验及一座挡土墙的实测资料, 提出接触面剪应力 - 位移关系可简化为两条直线, 得到了弹塑性模型。

殷宗泽等[19]研制了一种带有“潜望镜”装置的特殊大尺寸直剪仪,发现接触面的破坏是一个由边缘向内部逐步发展的过程。由此提出了剪切错动变形的刚塑性模型。文章中根据接触面关节粗糙度系数,结合Mohr-Coulomb准则,应用了一种估算裂缝的峰值抗剪强度的方法,得到关于表面粗糙度与峰值剪切强度的参数方程。在现有本构模型的基础上,考虑温度,加固砂土工布表面粗糙度等参数,建立土-加固砂土工布界面剪切力学特性的模型。通过试验数据与理论模型对比,验证模型的有效性。

2. 理论模型建立

2.1. 加固砂土工布 - 土接触面剪切特性

土体直剪试验及土-结构接触面直剪试验所得到的剪切应力-剪切位移曲线关系可能会呈现不同形式。由于实际工况不同,曲线形式可能包括峰后硬化型,峰后软化型,以及峰后跌落型,如图1所示。在接触面模型推导之前进行的一系列黄土-加固砂土工布界面直剪试验,得到了不同条件下应力-位移曲线,正温环境下结构界面的曲线大都呈现峰后硬化型,而冻土的应力-应变曲线呈现峰后软化型。

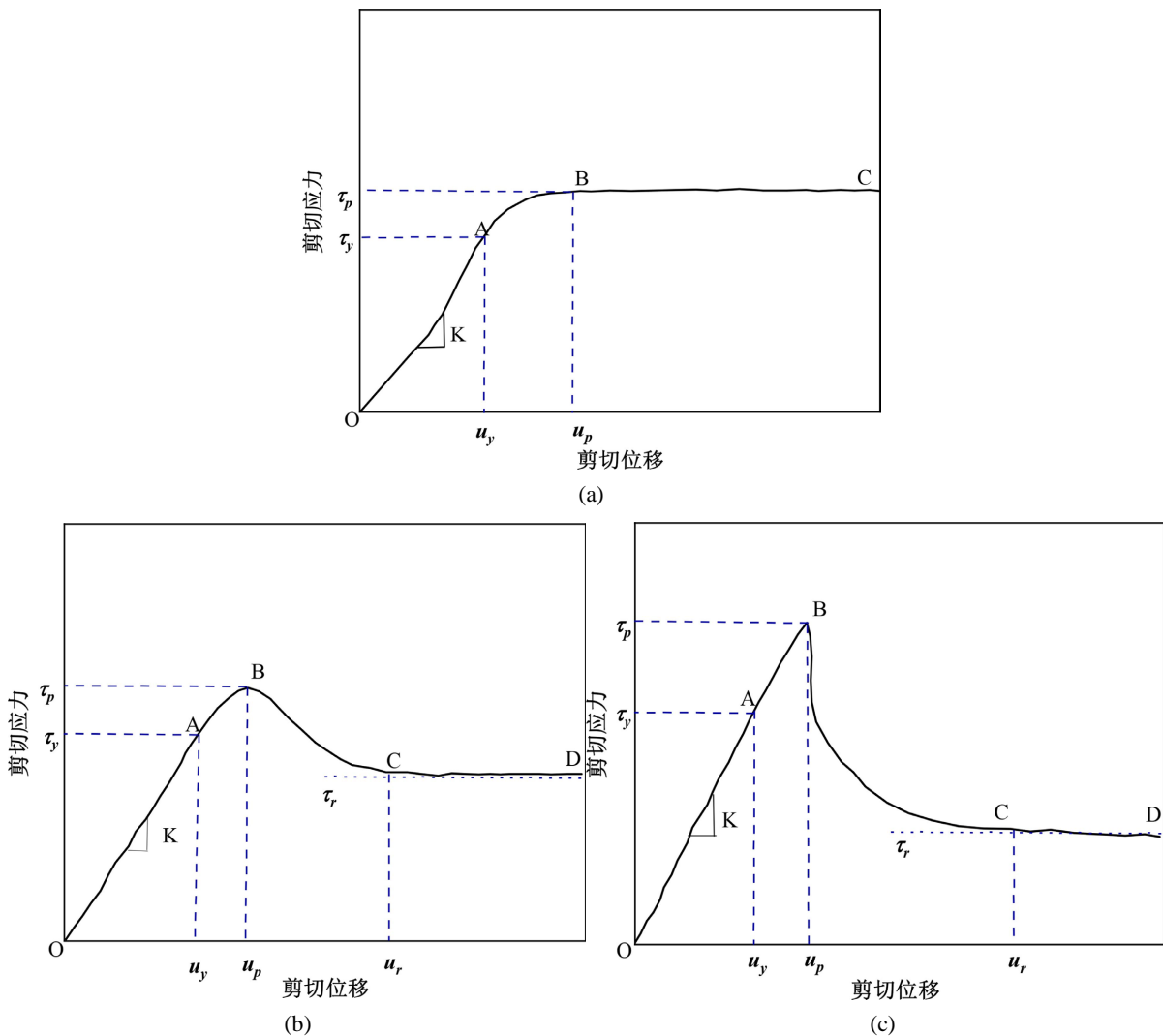


Figure 1. Three different forms of shear stress-shear displacement variation curves

图1. 三种不同形式的剪切应力-剪切位移变化曲线

对于加固砂土工布 - 土试样, 其直剪试验所表现出的剪切应力 - 剪切位移变化曲线类似图 1 的形式, 可以分为四个阶段[19]: 1) 图 1(a)~(c)中的 OA 段为剪切初期线弹性阶段, 剪切应力 τ 随剪切位移 u 的增长呈线性增长, 在达到弹性极限相对位移 u_s 时, 剪切应力相应地达到弹性极限剪切应力 τ_s , 在接触面非破坏状态, 剪切应力不断增大, 宏观上表现为剪切应力随剪切位移增加而线性增加。2) 图 1(a)~(c)中的应变硬化阶段(AB 段), 剪应力 τ 随剪切位移 u 的增长继续增大, 但已不再是线性增长, 在剪切位移达到 u_f 时, 剪切应力达到峰值 τ_f 。部分接触的加固砂凸起开始发生磨损或剪断, 导致剪切位移增大时, 破坏的凸起无法继续提供剪切阻力, 而新增接触凸起提供的新增剪切阻力仍大于此时因原接触凸起破坏而失去的剪切阻力, 宏观上表现为土 - 加固砂土工布接触界面剪切应力随剪切位移增加而减速增加, 直到新增接触凸起提供的新增剪切阻力等于此时因原接触凸起破坏而失去的剪切阻力, 剪切承载能力达到峰值。3) 图 1(a)~(c)中的应变软化阶段(BC 段), 峰后阶段剪切应力 - 位移曲线可分为峰后硬化型、峰后缓降型和峰后跌落型。4) 图 1(a)~(c)中的 CD 段为剪切残余阶段, 此阶段剪切位移继续增大, 但剪切应力大小不再发生变化, 基本维持残余剪切强度 τ_r 不变。

2.2. 负幂乘函数模型建立

为了更加充分地了解不同粗糙度下界面的剪切强度和强度参数变化行为, 应用了一种估算裂缝的抗剪强度的方法[20][21], 该方法基于对粗糙人工裂缝的实验观察定义了峰值剪胀角与位移之间的关系, 如图 2 所示。根据图 2 中的关系, 峰值剪胀角可通过式(1)计算得到, 同时也可得到峰值剪胀角与法向压力 σ_n 和 σ_c 的关系, 如式(2)所示。

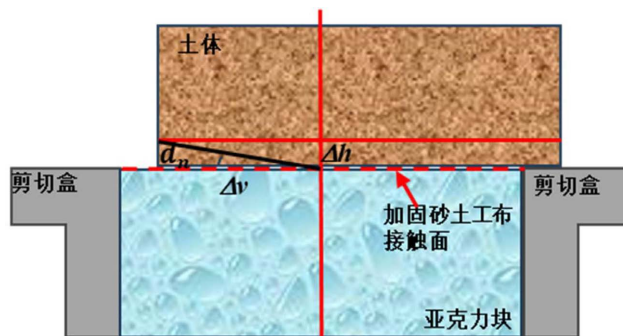


Figure 2. Schematic diagram of the possible cracks at the interface during the shear process

图 2. 剪切过程中, 界面可能出现的裂缝示意图

$$d_n = \tan \frac{\Delta h}{\Delta v} \tag{1}$$

$$d_n = 10 \log(\sigma_c / \sigma_n) \tag{2}$$

其中 d_n 为峰值剪胀角, 等于剪切路径在峰值强度下相对于平均平面的瞬时倾斜度, 示意图如图 2。 Δh 为垂直位移分量; Δv 为水平位移分量; σ_c 为抗压强度。

根据 d_n 与 $\tan^{-1}(\tau/\sigma_n)$ 的关系和 d_n 与 τ/σ_n 的关系, 得到了如下关于表面粗糙度参数 JRC 与峰值剪切强度的经验方程[21]:

$$\tau_p / \sigma_n = \tan(\phi_b + \text{JRC} \log \sigma_c / \sigma_n) + c \tag{3}$$

其中 τ_p 为峰值剪应力, σ_n 为法向应力, φ_b 为界面摩擦角, c 界面黏聚力。

根据摩尔 - 库伦准则分析得到的界面摩擦角和黏聚力, 结合公式(3)计算得到 τ_p 。

Clough 和 Duncan 等提出了双曲线本构模型, 其基本形式为:

$$\tau = \frac{u}{a + bu} \quad (4)$$

最终能够拟合得到 u/τ 与 u 的直线关系, 但转换为 $\tau-u$ 曲线时有极大的误差, 主要表现为曲线拐点及末段偏离实际值。所以, 需要结合实际数据值对双曲模型再次进行改进, 殷德顺等在双曲线本构模型的基础上, 结合土的三轴试验提出了负乘幂模型, 其基本形式为:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = A \frac{(1-d)^\omega}{(\varepsilon + d)^\omega} \quad (5)$$

式中, A 为剪切应力的渐进值; ω 、 d 用来拟合初始切线模量, 当 $\omega = 1$ 时, 即为双曲线模型的基本形式。

在公式(4)的基础上, 改进为以下的形式:

$$\tau = A \frac{\varepsilon(1-d)^\omega}{(\varepsilon + d)^\omega} \quad (6)$$

根据公式(3)对土与结构接触面剪切试验峰值强度与结构接触面粗糙度的分析, 得到土与结构接触面剪切峰值应力满足:

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\varphi_b + \text{JRC} \log \sigma_c / \sigma_n) + c \quad (7)$$

所以可以得到公式(6)中的 $A = \tau_p$ 。同时剪切应力 - 剪切位移曲线的初始切线模量满足:

$$K = \frac{A\omega}{d} \quad (8)$$

根据实验得到的剪切应力 - 剪切位移数据曲线拟合得到初始切线剪切模量 K 。在已知剪切应力渐进值 A 和初始切线剪切模量 K 的情况下, 参数 ω 、 d 会存在一定的固定关系, 并且取值范围在 $(0, +\infty)$ 内。所以假定一个参数便可得到另外一个参数的值。

对于公式(6), 当剪切应变 ε 趋近于极限值时,

$$\tau|_{\varepsilon \rightarrow 1} = A \frac{\varepsilon(1-d)^\omega}{(\varepsilon + d)^\omega} \Big|_{\varepsilon \rightarrow 1} = A \frac{(1-d)^\omega}{(1+d)^\omega} \quad (9)$$

因此实际上拟合曲线并不是严格以直线 $\tau = A$ 为渐近线, 而是在 $\tau = A$ 的基础上乘上一个系数, 该系数是以 $(1-d)/(1+d)$ 为底, ω 为指数的幂函数, 在 $d \in (0, +\infty)$ 的范围内递减, 因此剪切应力的渐进值比 A 略小, 这是由于参数 ω 与 d 的取值而带来的固有拟合误差, 并可通过图 3 的曲线末尾部分发现。

在参数 A 和 d 的值不变的情况下, 通过改变参数 ω 的值得到图 3 的系列变化趋势曲线, 可以发现在 $\omega < 1$ 的范围内, 曲线一直呈现上升趋势并向渐近线趋近; 在 $\omega > 1$ 的范围内, 曲线呈现先增大后减小的变化趋势, 且在递减段向渐近线趋近。各曲线末尾部分所表现出来的极限值略低于直线 $\tau = A$, 其误差便是由参数 ω 与 d 带来的。

因此具体到剪切应力 - 剪切应变曲线, 其剪切硬化与剪切软化过程实际上体现在参数 ω 的取值上, 在 $\omega < 1$ 的范围内, 曲线体现为剪切硬化, 且随着 ω 的增大, 剪切硬化趋势增强; 在 $\omega > 1$ 的范围内, 曲线体现为剪切软化, 且随着 ω 的增大, 剪切软化趋势增强。同时在 $\omega \in (0, +\infty)$ 的范围内, 曲线的起始斜

率随着 ω 的增大而增大，刚好契合前文中分析得到的剪切应力 - 剪切应变曲线的初始切线模量具有随法向应力 σ_n 增大而增大的趋势，即压硬性。所以通过改变参数 ω 的值，能够在剪切硬化/软化及压硬性等方面体现出剪切应力 - 剪切应变曲线的多样性。

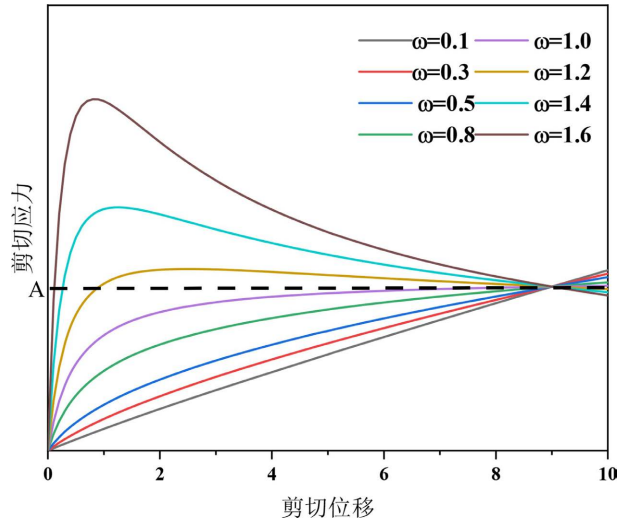


Figure 3. The variation trend of the shear stress-shear displacement curve with the value of ω

图 3. 剪切应力 - 剪切位移曲线随 ω 值的变化趋势

2.3. 试验方案

参考试验规范设计本次试验方案，通过直剪试验对不同粗糙度下的界面开展不同水热力条件下土与加固砂土工布的剪切特性的研究，试验条件为：含水率(基于最优含水率 13%，前后设置为 10%、13%、16%、19%)，温度(20℃、-2℃、-5℃、-8℃)，法向应力(25 kPa、50 kPa、75 kPa、100 kPa)，粗糙度(MS、VS、R、VR、HR)。直剪试验剪切速率设置为 0.8 mm/min。

3. 函数模型的试验拟合

3.1. 最终模型

经前文分析推导得到的最终的本构模型形式为：

$$\tau = A \frac{\varepsilon(1-d)^\omega}{(\varepsilon+d)^\omega} \quad (10)$$

其中， A 为剪切应力的渐近值，近似取值 $A = \tau_p$ 。并且通过前文分析到加固砂土工布 - 土界面的峰值剪切应力与界面粗糙度 JRC 有关，即：

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\varphi_b + \text{JRC} \log \sigma_c / \sigma_n) + c \quad (11)$$

同时，参数 ω ， d ， A 与剪切应力 - 剪切位移的初始切线模量 K 之间有一定的关系：

$$K = \frac{A\omega}{d} \quad (12)$$

$$\omega = -0.1014v^2 + 0.2976v + 0.629 \quad (13)$$

因此，通过试验得到的土与加固砂土工布接触面剪切试验的剪切应力 - 剪切应变曲线，可以拟合得

到曲线的初始切线模量 K ，通过式(7)可以得到不同粗糙度 JRC 下的峰值剪切应力 τ_p ，即参数 A ，随后根据曲线形状，确定参数 ω 的取值范围。根据公式(13)的剪切速率 v 的大小对参数 ω 进行调整，便能较好地拟合土与不同加固砂土工布接触面的剪切应力 - 剪切应变曲线。

3.2. 试验结果与模型验证

图 4 为不同法向应力下的最终拟合结果，可以发现，在不同工况下拟合剪切应力可能会有所偏差。由图 4(a)观察到，常温下不同法向应力的拟合结果，试验结果与计算结果的匹配度非常高。模型计算得到的参数如表 1 所示，看出拟合得到的 τ_p 值和实验结果几乎是一样的，反映了界面粗糙度系数 JRC 与峰值剪切强度有密切的联系。割线剪切刚度 K 值随着法向应力的增大而显著增大，参数 ω 值随着法向应力值的变化而增大，这是因为法向应力越大，对界面的作用损伤越大，从而更早地达到峰值，所以曲线硬化程度要更强。在 -5°C 下，拟合的剪切应力曲线会出现一定的差异，差异较小，表明试验结果和拟合结果可以很好的匹配。冻土中有大量的胶结冰，界面冻结作用增强，剪切应力随剪切位移线性增加，所以割线剪切刚度 K 值显著增大。界面胶结冰破坏，发生脆性破坏，曲线呈现软化特性。

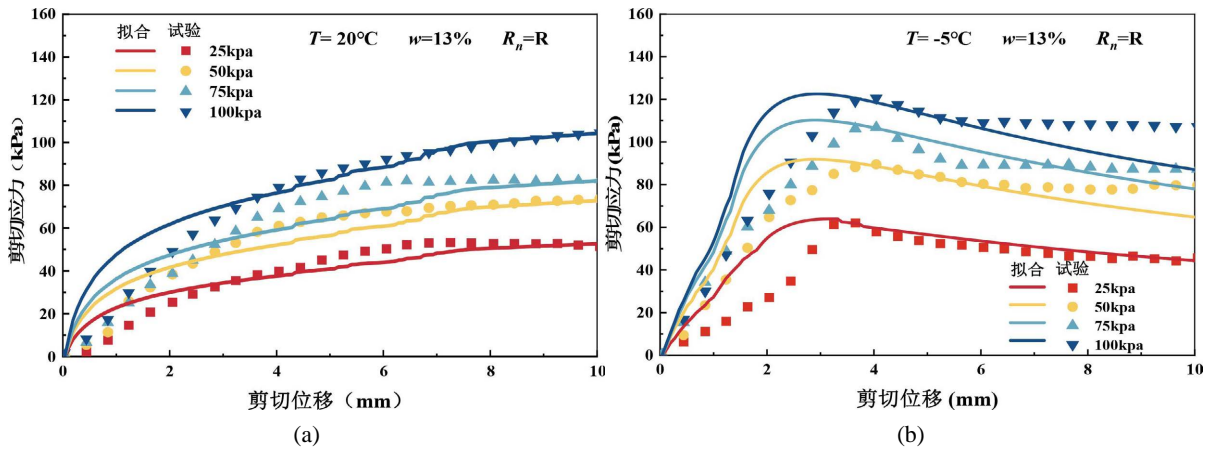


Figure 4. Model fitting curves of the interface shear characteristics under different normal stress conditions with $R_n = R$
图 4. $R_n = R$ ，不同法向应力条件下界面剪切特性模型拟合曲线

Table 1. Model fitting parameter values of the curves under different normal stress conditions with $R_n = R$
表 1. $R_n = R$ ，不同法向应力条件下曲线的模型拟合参数值

T ($^\circ\text{C}$)	R	σ_n (kPa)	拟合 τ_p (kPa)	K (kPa/mm)	ω
20	R	25	51.9	12.85	0.761
		50	70.7	18.71	0.764
		75	81.5	18.86	0.768
		100	100.3	23.47	0.783
-5	R	25	64.1	13.78	1.578
		50	88.4	32.25	1.581
		75	106.3	33.7	1.579
		100	122.7	37.89	1.581

图 5 为不同粗糙度下的最终拟合结果，由图可知，试验值和拟合值误差较小，该模型可以较好地反

映冻土与不同粗糙度下加固砂土工布界面剪切强度的预测，模型参数如表 2 所示，粗糙度对剪切强度的影响较大，结合界面粗糙度系数 JRC 计算得到的剪切强度 τ_p 值和实验结果相近。在土 - 加固砂土工布界面，随着粗糙度的增大，割线剪切刚度 K 值逐渐增大，因为粗糙度的增大，使得接触面砂土颗粒之间的相互作用更加剧烈，从而 K 逐渐增大。 ω 值随着粗糙度增加而缓慢增大，在剪切过程中，因为界面加固砂颗粒形状各异，粘接过程角度各异，使得剪切过程中应力 - 位移曲线会出现波动，使得 ω 值出现变化，但是模型预测较好地反映了试验数据规律，模拟结果良好。负温环境下，土体与粗糙的加固砂土工布界面接触更加紧密，所以粗糙度越大，软化特性越明显。 ω 值的变化更明显。

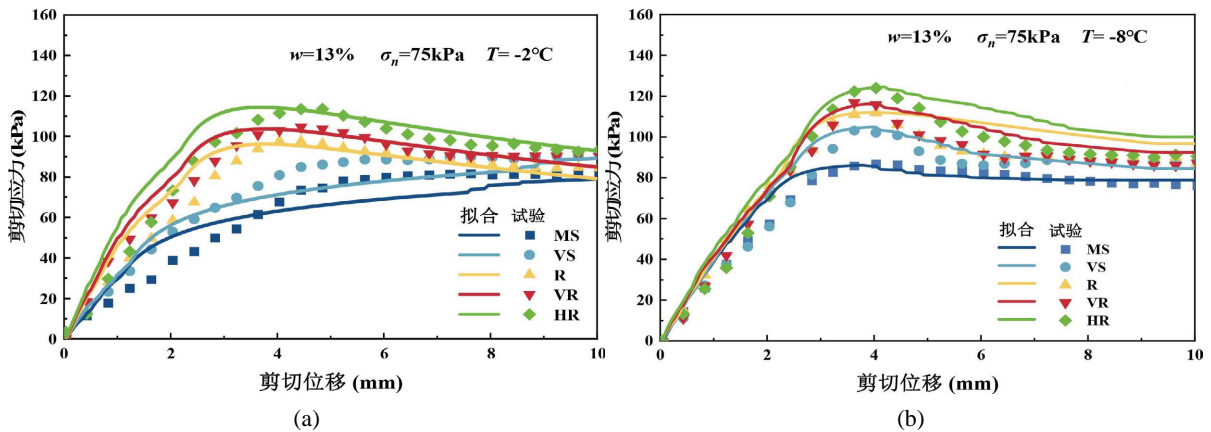


Figure 5. Model fitting curves of the interface shear characteristics under different roughness conditions with $\sigma_n = 75$ kPa

图 5. $\sigma_n = 75$ kPa, 不同粗糙度条件下界面剪切特性模型拟合曲线

Table 2. Model fitting parameter values of the curves under different roughness conditions with $\sigma_n = 75$ kPa

表 2. $\sigma_n = 75$ kPa, 不同粗糙度条件下曲线的模型拟合参数值

T (°C)	σ_n (kPa)	R	拟合 τ_p (kPa)	K (kPa/mm)	ω
-2	75	MS	0.49	19.27	0.867
		VS	89.8	27.31	0.871
		R	97.41	29.16	1.399
		VR	103.1	33.45	1.401
		HR	115.32	34.95	1.402
-8	75	MS	86.5	27.32	1.131
		VS	103.83	27.91	1.328
		R	112.34	34.43	1.343
		VR	117.01	35.07	1.349
		HR	125.42	37.08	1.353

图 6 为不同温度和含水率下的应力位移曲线的实验结果与拟合结果对比，图中，随着温度降低，曲线由硬化转变为软化特性的应力位移曲线。含水率越大，软化特性越明显。从拟合结果可以看出来，该模型能够较好地对不同形态的应力位移曲线进行拟合。表 3 为拟合结果参数，温度降低，界面冰胶结作用增强，界面发生脆性破坏，曲线转变为软化型，所以割线剪切刚度 K 值缓慢增长， ω 值明显增大。随

随着含水率的增大， ω 值也在增大，说明 ω 值的大小与界面胶结冰含量有关，随着温度的降低，大量自由水转变为胶结冰，发生脆性破坏，从而应力位移曲线表现为软化特性。

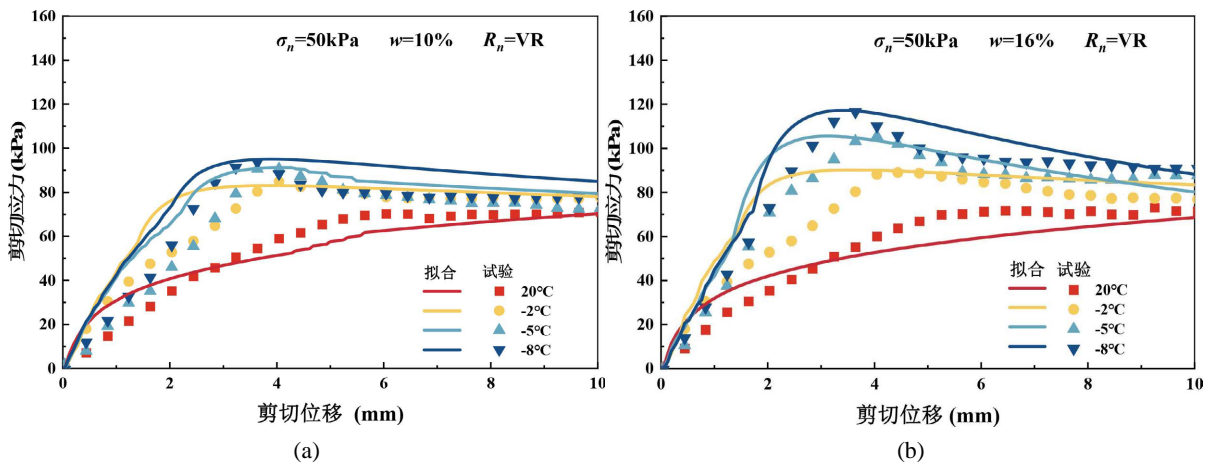


Figure 6. Model fitting curves of the interface shear characteristics under different temperature conditions with $R_n = VR$
图 6. $R_n = VR$ ，不同温度条件下界面剪切特性模型拟合曲线

Table 3. Model fitting parameter values of the curves under different temperature conditions with $R_n = VR$
表 3. $R_n = VR$ ，不同温度条件下曲线的模型拟合参数值

W (%)	R	T (°C)	拟合 τ_p (kPa)	K (kPa/mm)	ω
10	VR	20	69.2	16.97	0.743
		-2	83.3	26.35	1.143
		-5	92.4	26.7	1.206
		-8	96.7	28.14	1.226
16	VR	20	69.6	17.28	0.748
		-2	88.41	26.52	1.152
		-5	105.2	35.46	1.489
		-8	116.34	36.61	1.519

4. 结论

本章根据接触面关节粗糙度系数，结合 Mohr-Coulomb 准则，应用了一种估算裂缝的峰值抗剪强度的方法，得到关于表面粗糙度与峰值剪切强度的参数方程。在现有本构模型的基础上，考虑温度、加固砂土工布表面粗糙度等参数，建立土 - 加固砂土工布界面剪切力学特性的模型，结论如下：

1) 试验值和拟合值误差较小，可以较好地反映冻土与不同粗糙度下加固砂土工布界面剪切强度的预测，结合界面粗糙度系数 JRC 计算得到的剪切强度 τ_p 值和实验结果相近。

2) 在土 - 加固砂土工布界面，随着粗糙度的增大，使得接触面砂土颗粒之间的相互作用更加剧烈，从而 K 逐渐增大。 ω 值随着粗糙度增加而缓慢增大，加固砂颗粒形状各异，粘接过程角度各异，使得剪切过程中应力 - 位移曲线会出现波动，使得 ω 值出现变化。

3) 温度降低，界面冰胶结作用增强，界面发生脆性破坏，曲线转变为软化型，所以割线剪切刚度 K

值缓慢增长, ω 值明显增大。

参考文献

- [1] Touze-Foltz, N., Bannour, H., Barral, C. and Stoltz, G. (2016) A Review of the Performance of Geosynthetics for Environmental Protection. *Geotextiles and Geomembranes*, **44**, 656-672. <https://doi.org/10.1016/j.geotextmem.2016.05.008>
- [2] Shukla, S.K. (2017) An Introduction to Geosynthetic Engineering. CRC Press.
- [3] Müller, W.W. and Saathoff, F. (2015) Geosynthetics in Geoenvironmental Engineering. *Science and Technology of Advanced Materials*, **16**, Article 034605. <https://doi.org/10.1088/1468-6996/16/3/034605>
- [4] Giroud, J.P., Han, J., Tutumluer, E. and Dobie, M.J.D. (2023) The Use of Geosynthetics in Roads. *Geosynthetics International*, **30**, 47-80. <https://doi.org/10.1680/jgein.21.00046>
- [5] Liu, J., Lv, P., Cui, Y. and Liu, J. (2014) Experimental Study on Direct Shear Behavior of Frozen Soil-Concrete Interface. *Cold Regions Science and Technology*, **104**, 1-6. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2014.04.007>
- [6] Liu, J., Cui, Y., Wang, P. and Lv, P. (2014) Design and Validation of a New Dynamic Direct Shear Apparatus for Frozen Soil. *Cold Regions Science and Technology*, **106**, 207-215. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2014.07.010>
- [7] 董龙龙, 吴文兵, 梁荣柱, 等. 基于指数模型的能源桩长期响应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(3): 629-639.
- [8] Gitau, A.N., Gumbe, L.O. and Biamah, E.K. (2006) Influence of Soil Water on Stress-Strain Behaviour of a Compacting Soil in Semi-Arid Kenya. *Soil and Tillage Research*, **89**, 144-154. <https://doi.org/10.1016/j.still.2005.07.008>
- [9] Seidel, J. and Haberfield, C. (2002) Laboratory Testing of Concrete-Rock Joints in Constant Normal Stiffness Direct Shear. *Geotechnical Testing Journal*, **25**, 391-404. <https://doi.org/10.1520/gtj11292j>
- [10] Zhang, H., Su, Y., Li, A. and Guo, P. (2023) Experimental Investigation of Novel Pre-Compressed Viscoelastic Dampers with Different Matrix Materials. *Structures*, **53**, 625-641. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.056>
- [11] Xie, S., Lin, H., Duan, H. and Chen, Y. (2023) Modeling Description of Interface Shear Deformation: A Theoretical Study on Damage Statistical Distributions. *Construction and Building Materials*, **394**, Article 132052. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.132052>
- [12] Aubry, D., Modaressi, A. and Modaressi, H. (1990) A Constitutive Model for Cyclic Behaviour of Interfaces with Variable Dilatancy. *Computers and Geotechnics*, **9**, 47-58. [https://doi.org/10.1016/0266-352x\(90\)90028-t](https://doi.org/10.1016/0266-352x(90)90028-t)
- [13] Long, Y., Chen, J. and Zhang, J. (2017) Introduction and Analysis of a Strain-Softening Damage Model for Soil-Structure Interfaces Considering Shear Thickness. *KSCE Journal of Civil Engineering*, **21**, 2634-2640. <https://doi.org/10.1007/s12205-017-0476-2>
- [14] 季明, 孙中光, 刘文朋, 等. 基于幂函数分布的砂岩损伤本构模型研究[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2023, 55(3): 324-331.
- [15] 张冬霖, 卢廷浩. 一种土与结构接触面模型的建立及其应用[J]. 岩土工程学报, 1998(6): 65-69.
- [16] 周爱兆, 卢廷浩. 基于广义位势理论的接触面弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(10): 1532-1536.
- [17] Clough, G.W. and Duncan, J.M. (1971) Finite Element Analyses of Retaining Wall Behavior. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **97**, 1657-1673. <https://doi.org/10.1061/jsfeaq.0001713>
- [18] Brandt, J.R.T. (1985) Behaviour of Soil-Concrete Interfaces. University of Alberta.
- [19] 殷宗泽, 许国华. 土与结构材料接触面的变形及其数学模拟[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 14-22.
- [20] Barton, N. (1973) Review of a New Shear-Strength Criterion for Rock Joints. *Engineering Geology*, **7**, 287-332. [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(73\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0013-7952(73)90013-6)
- [21] Barton, N. and Choubey, V. (1977) The Shear Strength of Rock Joints in Theory and Practice. *Rock Mechanics*, **10**, 1-54.