

磁场和初始应力对两个压磁半空间界面处 QSV 波反射和透射的影响

苏小影, 雷东侠, 欧志英*

兰州理工大学理学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2026年3月9日; 录用日期: 2026年3月24日; 发布日期: 2026年6月5日

摘要

本文研究了磁场和压应力对两个压磁半空间界面处准剪切垂直(QSV)波反射和透射的影响, 压磁材料的本构关系依据Zheng-Liu模型推导得出。有效弹性常数、压磁常数和磁导率常数取决于所施加的磁场和压应力, 考虑了QSV波从Terfenol-D入射到Ni6的情况。通过满足界面连续性条件, 获得了各种波在磁场和压应力作用下的反射/透射系数(RTCs)。考虑能量守恒, 验证了计算结果。结果表明, 与入射波具有相同模式的体波的反射角不受磁场和压应力的影响; 磁场和压应力对RTCs的影响呈现出相反的趋势, 其中磁场的影响相对强于压应力。

关键词

压磁材料, 磁场, 压应力, 反射/透射

Effects of the Magnetic Field and Initial Stress on the Reflection and Transmission of QSV Waves at the Interface between Two Piezomagnetic Half-Spaces

Xiaoying Su, Dongxia Lei, Zhiying Ou*

School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu

Received: March 9, 2026; accepted: March 24, 2026; published: June 5, 2026

*通讯作者。

文章引用: 苏小影, 雷东侠, 欧志英. 磁场和初始应力对两个压磁半空间界面处 QSV 波反射和透射的影响[J]. 力学研究, 2026, 15(2): 136-147. DOI: 10.12677/ijm.2026.152014

Abstract

Effects of the magnetic field and compressive stress on the reflection and transmission of quasi-shear vertical (QSV) waves at the interface between two piezomagnetic half-spaces have been investigated in this article. The constitutive relations for piezomagnetic materials are derived from the Zheng-Liu model. The effective elastic, piezomagnetic, and magnetic permeability constants depend on the applied magnetic field and compressive stress. The case of QSV waves incident from the Terfenol-D onto the Ni6 is considered. By satisfying the interface continuity conditions, the reflection/transmission coefficients (RTCs) of various waves under the influence of the magnetic field and compressive stress are obtained. Considering energy conservation, the calculated results are verified. Results show that the reflection angle of body waves with the same mode as the incident wave is not affected by the magnetic field and compressive stress; the influence of the magnetic field and compressive stress on RTCs shows an opposite trend, with the influence of the magnetic field being relatively stronger than that of the compressive stress.

Keywords

Piezomagnetic Materials, Magnetic Field, Compressive Stress, Reflection/Transmission

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

由于压电和压磁材料在传感器、执行器和表面波器件中的广泛应用，波在这类材料中的传播问题近年来受到人们的广泛关注。Pang 等人[1] [2]研究了压电与压磁材料界面处弹性波的反射和透射情况，发现在半无限介质中存在四个独立的基波。Yuan 和 Zhu [3]基于非均匀波理论分析了两个压电介质界面处平面波的反射和透射情况。Zhou 等人[4]研究了平面波在压电界面处的反射和透射情况。他们在均匀介质中确定了四种体波模式：准纵波、两个准横波和温度波。当弹性波到达不同压电半空间之间的界面时，会激发界面波[5] [6]。Sharma 等人[7]研究了横观各向同性压电 - 热释电半空间中的热弹性波的反射。此外，压电 - 热弹性半空间界面处平面波的反射也被讨论，并分析了阻抗参数对反射波的振幅和能量比的影响[8]。

基于智能材料对外部刺激具有敏感反应的独特优势，对受偏置场影响的智能材料结构中弹性波的反射和透射进行的研究对于实现声波装置性能的主动控制具有重要意义。Othman 和 Kumar [9]建立了受温度相关性影响的各向同性完美导电弹性介质的广义磁热弹性方程模型。Othman 和 Song [10]分析了旋转弹性半空间中磁热弹性波的反射情况。Singh [11]研究了在初始应力作用下、无牵引力且无电短路或电荷的压电介质中平面波的反射情况。初始应力对两个压电半空间界面处反射和透射波的影响也被详细探讨[12] [13]。Selim 和 Gepreel [14]利用 Biot 的增量变形理论研究了初始应力对耗散半空间中横波反射的影响，发现初始应力和介质耗散都显著影响反射系数。Chatterjee 等人[15]发现各向异性初始应力对三斜晶质介质中三维平面波的反射有着显著影响。Abo-Dahab [16]研究了磁场和空洞对磁热弹性半空间应力自由表面的纵波反射的影响。此外，外部电场作用下弹性波的反射和透射特性已得到了研究[17]。尽管大量研究都聚焦于偏置场影响下的智能材料结构中弹性波的传播情况，但在这方面关于磁性材料的研究却相对有限。在本文中，我们研究了磁场和初始应力对两个压磁半空间中反射波和透射波的影响。与现有研究磁性材料中弹性波的控制方程通过麦克斯韦电磁感应定律受磁场影响不同[16] [17]，本文中压

磁材料的有效材料常数既受磁场影响，也受初始应力影响。同时，弹性波的控制方程也受初始应力影响。数值结果讨论了受磁场和初始压应力影响的反射波和透射波的传播特性。

2. 基本理论和方程

在本文中，磁致伸缩材料的本构关系由 Zheng-Liu 模型[18]给出

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{E} \left[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij} \right] + \frac{\lambda_s}{M_s^2} \left[\frac{3}{2}M_iM_j - M_kM_k \left(\frac{1}{2}\delta_{ij} + \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{\sigma_s} \right) \right], \\ H_k &= \left\{ \frac{1}{kM} f^{-1} \left(\frac{M}{M_s} \right) \delta_{kl} - \frac{\lambda_s}{\mu_0 M_s^2} \left[2\bar{\sigma}_{kl} - (\mathbf{I}_\sigma^2 - 3\Pi_\sigma) \delta_{kl} / \sigma_s \right] \right\} M_l. \end{aligned} \tag{1}$$

其中 ε_{ij} 、 σ_{ij} 和 H_k 分别是应变张量，应力张量和磁场强度。 E 和 ν 是杨氏模量和泊松比。 λ_s 、 M_s 以及 σ_s 分别是饱和磁致伸缩系数、饱和磁化强度和饱和应力。 $k = 3\chi_m/M_s$ 是松弛因子，其中 χ_m 是初始线性区域中的磁化率。 δ_{ij} 是克罗内克符号， $M = \sqrt{M_iM_i}$ 表示磁化矢量 \mathbf{M} 的大小。 $f(x) = \coth(x) - 1/x$ 是 Langevin 函数， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 是真空渗透率。 $\mathbf{I}_\sigma^2 - 3\Pi_\sigma = 2\bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{ij}/3$ ，其中 $\bar{\sigma}_{ij} = 3\sigma_{ij}/2 - \sigma_{kk}\delta_{ij}/2$ 是偏应力 σ_{ij} 的 1.5 倍。

磁致伸缩材料(即压磁材料)的线性本构方程的一般形式可表示为[19]

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= c_{ijgl}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma}) \varepsilon_{gl} - q_{mij}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma}) H_m, \\ B_n &= q_{ngl}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma}) \varepsilon_{gl} + \mu_{nm}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma}) H_m, \end{aligned} \tag{2}$$

其中 B_n 是磁感应强度的分量， $c_{ijgl}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma})$ 、 $q_{mij}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma})$ 和 $\mu_{nm}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma})$ 分别为有效弹性常数、压磁常数和磁导率常数。在横观各向同性情况下，压磁介质的本构关系可以简化

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31} \\ 0 & 0 & q_{31} \\ 0 & 0 & q_{33} \\ 0 & q_{15} & 0 \\ q_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{15} & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{31} & q_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}. \tag{4}$$

应变 - 位移关系和根据准静态近似理论的磁场和磁势的关系为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad H_i = -\varphi_{,i} \tag{5}$$

在平面应变情况下，位移和磁势只是 x 和 z 的函数。

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \{u(x, z, t), 0, w(x, z, t)\}, \\ \varphi = \varphi(x, z, t). \end{cases} \tag{6}$$

在没有体力和自由磁荷的情况下，考虑初始应力的控制方程为

$$\begin{cases} \sigma_{ij,i} + (u_{j,k} \sigma_{ki}^0)_{,i} = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \\ B_{m,m} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

其中 σ_{ki}^0 是初始应力， ρ 是质量密度。根据式(3)~(6)，控制方程式(7)变为

$$\begin{aligned} c_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (c_{44} + \sigma_{zz}^0) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} + (q_{15} + q_{31}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + c_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (c_{33} + \sigma_{zz}^0) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + q_{15} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + q_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ (q_{15} + q_{31}) \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + q_{15} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + q_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \mu_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \mu_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)的形式解可以被假设为

$$\{u, w, \varphi\} = \{U_1, U_2, U_3\} \exp[i\xi(x + \alpha z - ct)], \quad (9)$$

这种形式能自动满足 Snell 定律的要求，即入射波与所有散射波分量在界面处具有相同相位。 ξ 和 c 为视波数和视速度， α 为波数在 x 轴和 z 轴上的投影比。如果波的传播方向偏离正 z 轴的角度为 θ ，则 $\text{Real}(\alpha) = \cot(\theta)$ ，这将用于计算反射角和折射角。

将式(9)代入式(8)，得到压磁介质的特征值方程

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

矩阵 \mathbf{K} 中元素显式表达式为

$$\begin{aligned} K_{11} &= c_{11} + (c_{44} + \sigma_{zz}^0) \alpha^2 - \rho c^2, \\ K_{12} &= K_{21} = (c_{13} + c_{44}) \alpha, \quad K_{13} = K_{31} = (q_{15} + q_{31}) \alpha, \\ K_{22} &= c_{44} + (c_{33} + \sigma_{zz}^0) \alpha^2 - \rho c^2, \\ K_{23} &= K_{32} = q_{15} + q_{33} \alpha^2, \quad K_{33} = -\mu_{11} - \mu_{33} \alpha^2. \end{aligned}$$

对于给定入射角 θ ($\text{Real}(\alpha) = \cot(\theta)$) 的入射波，视波速 c 可由式(10)得到。对于给定的视波速 c ，(10)式是关于 α 的六阶多项式，该多项式的根代表所有可能的波模式。其中实根代表在 xOz 平面中传播的体波；虚根代表衰减波，衰减垂直于传播方向，衰减为沿界面传播的表面波；复数根代表伴随衰减的体波。对于所考虑的横观各向同性固体， α 的值表示有六种可能的偏波。其中四种是体波，两种是表面波。我们用 $\alpha = 1, 3, 5$ 分别代表反射准压力(QP)波、反射准剪切垂直(QSV)波和反射磁声(MA)波，而用 $\alpha = 2, 4, 6$ 代表透射 QP 波、透射 QSV 波和透射 MA 波。

对于每个 α_q ，我们可以使用(10)式来关联波幅比

$$\begin{aligned} G_q &= \frac{U_{2q}}{U_{1q}} = \frac{K_{21}(\alpha_q) \cdot K_{13}(\alpha_q) - K_{11}(\alpha_q) \cdot K_{23}(\alpha_q)}{K_{12}(\alpha_q) \cdot K_{23}(\alpha_q) - K_{13}(\alpha_q) \cdot K_{22}(\alpha_q)}, \\ H_q &= \frac{U_{3q}}{U_{1q}} = \frac{K_{11}(\alpha_q) \cdot K_{22}(\alpha_q) - K_{12}(\alpha_q) \cdot K_{21}(\alpha_q)}{K_{12}(\alpha_q) \cdot K_{23}(\alpha_q) - K_{13}(\alpha_q) \cdot K_{22}(\alpha_q)}. \end{aligned} \quad (11)$$

则相应的入射波、反射波和透射波的位移、磁势、牵引力和磁感应强度可表示为

$$\begin{aligned} \{u, w, \varphi\} &= \sum_{q=1}^6 \{1, G_q, H_q\} U_{1q} \exp\left[i\xi(x + \alpha_q z - ct)\right], \\ \{\sigma_{zx}, \sigma_{zz}, B_z, \sigma_{xx}, B_x\} &= \sum_{q=1}^6 i\xi \{F_{1q}, F_{2q}, F_{3q}, F_{4q}, F_{5q}\} U_{1q} \exp\left[i\xi(x + \alpha_q z - ct)\right]. \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} F_{1q} &= c_{44}(\alpha_q + G_q) + q_{15}H_q, \\ F_{2q} &= c_{13} + c_{33}\alpha_q G_q + q_{33}\alpha_q H_q, \\ F_{3q} &= q_{31} + q_{33}\alpha_q G_q - \mu_{33}\alpha_q H_q, \\ F_{4q} &= c_{11} + c_{13}\alpha_q G_q + q_{31}\alpha_q H_q, \\ F_{5q} &= q_{15}(\alpha_q + G_q) - \mu_{11}H_q. \end{aligned}$$

3. 界面处的反射与透射

3.1. 问题描述

考虑图 1 所示的问题，半空间介质 a 和半空间介质 b 分别占据 $z \geq 0$ 和 $z \leq 0$ 。对于来自 Terfenol-D 介质的 QSV 波在界面 $z = 0$ 处斜入射。由于位移分量和磁势之间的相互耦合效应，入射的 QSV 波可以激发 QP 波、QSV 波和 MA 波作为反射波和透射波。我们假设压磁材料的极化方向是沿着 z 轴的，磁场 H_z 和压应力 σ_{zz}^0 沿 z 轴方向施加。

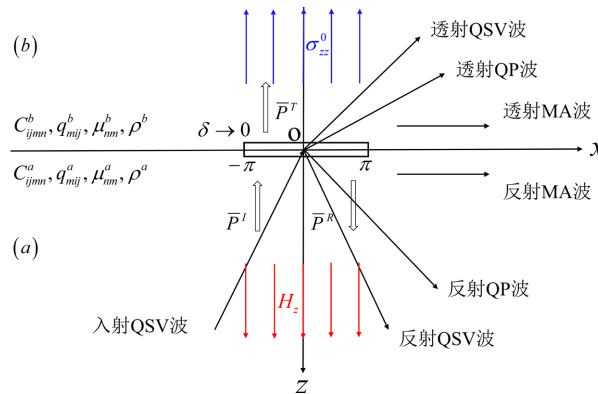


Figure 1. Reflection and transmission of waves at an interface and energy flow into and out of the interface
图 1. 波在界面处的反射和透射，以及能量在界面处的流入和流出

3.2. 边界条件

当 QSV 波在如图 1 所示的结构中传播时，应满足界面 $z = 0$ 处的连续性条件，即

$$\begin{aligned} u^a &= u^b, \\ w^a &= w^b, \\ \varphi^a &= \varphi^b, \\ \sigma_{zx}^a + \sigma_{zz}^0 \frac{\partial u^a}{\partial z} &= \sigma_{zx}^b + \sigma_{zz}^0 \frac{\partial u^b}{\partial z}, \\ \sigma_{zz}^a + \sigma_{zz}^0 \frac{\partial w^a}{\partial z} &= \sigma_{zz}^b + \sigma_{zz}^0 \frac{\partial w^b}{\partial z}, \\ B_z^a &= B_z^b. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(12)代入式(13)，我们得到六个关于反射波和透射波振幅的线性联立方程，这些方程的矩阵形式可以表示为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ G_1^a & G_3^a & G_5^a & -G_2^b & -G_4^b & -G_6^b \\ H_1^a & H_3^a & H_5^a & -H_2^b & -H_4^b & -H_6^b \\ L_1^a & L_3^a & L_5^a & -L_2^b & -L_4^b & -L_6^b \\ M_1^a & M_3^a & M_5^a & -M_2^b & -M_4^b & -M_6^b \\ F_{31}^a & F_{33}^a & F_{35}^a & -F_{32}^b & -F_{34}^b & -F_{36}^b \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_{11}^a \\ U_{13}^a \\ U_{15}^a \\ U_{12}^b \\ U_{14}^b \\ U_{16}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -G_q^a \\ -H_q^a \\ -L_q^a \\ -M_q^a \\ -F_{3q}^a \end{Bmatrix} \cdot U_{1q}^a. \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} L_q = F_{1q} + \sigma_{zz}^0 \alpha_q, \\ M_q = F_{2q} + \sigma_{zz}^0 \alpha_q G_q. \end{cases}$$

振幅反射和透射系数(RTCs)，即反射波和透射波的振幅与入射波的振幅比，可以通过求解式(14)来获得。

3.3. 能量传递

考虑到问题沿界面(x轴)的周期性，我们研究了进入和离开具有无穷小厚度 δ ($\delta \rightarrow 0$)和包含界面的 2π 长度的材料薄片的能量通量以验证能量守恒。压磁介质中耦合波的能量通量密度为[20]

$$P_i(t) = -\frac{\partial u_j}{\partial t} \sigma_{ji} - \sigma_{ik}^0 u_{j,k} \frac{\partial u_j}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} B_i. \quad (15)$$

耦合波携带的能量通量定义为

$$\bar{P}_i = \frac{\omega}{2\pi} \int_{-\pi/\omega}^{\pi/\omega} P_i(t) dt = \frac{1}{2} \text{Re} \left(-\frac{\partial u_j^*}{\partial t} \sigma_{ji} - \sigma_{ik}^0 u_{j,k} \frac{\partial u_j^*}{\partial t} - \frac{\partial \varphi^*}{\partial t} B_i \right), \quad (16)$$

其中上标“*”表示共轭复数， ω 为圆频率。

将式(12)代入式(16)，则垂直于入射波、反射波和透射波传播方向的单位面积上的平均能量通量，可通过以下公式计算

$$\begin{cases} \bar{P}_{xq} = \frac{1}{2} \xi^2 c [F_{4q} + G_q^* F_{1q} + H_q^* F_{5q}] (U_{1q} \cdot U_{1q}^*), \\ \bar{P}_{zq} = \frac{1}{2} \xi^2 c [F_{1q} + G_q^* F_{2q} + \sigma_{zz}^0 \alpha_q (1 + G_q G_q^*) + H_q^* F_{3q}] (U_{1q} \cdot U_{1q}^*). \end{cases} \quad (17)$$

沿传播方向 n_q 的能量通量为

$$\bar{P}_q = \bar{P}_{nq} = \bar{P}_{xq} \cos(n_q, x) + \bar{P}_{zq} \cos(n_q, z). \quad (18)$$

能量系数定义为反射波或透射波的时间平均能量通量与入射波的时间平均能量通量之比。界面处薄层的法向能流平衡要求

$$E = \frac{(\bar{P}_{zQP}^R + \bar{P}_{zQSV}^R + \bar{P}_{zQP}^T + \bar{P}_{zQSV}^T)}{\bar{P}_{zQP(QSV)}^I} = 1. \quad (19)$$

式(19)将用于验证后文的数值结果。

4. 数值结果与讨论

为了说明磁场和初始应力对两个压磁半空间界面处波的反射和透射所产生的影响，选择了正磁致伸缩材料 Terfenol-D 和负磁致伸缩材料 Ni6 分别作为压磁半空间 a 和 b 的材料。Terfenol-D 的材料常数[21]如下所示： $\rho^{(a)} = 9200 \text{ kg/m}^3$ ， $\lambda_s = 1950 \text{ ppm}$ ， $\mu_0 M_s = 0.96 \text{ T}$ ， $E = 60 \text{ GPa}$ ， $\chi_m = 20.4$ ， $\nu = 0.3$ ， $\sigma_s = 200 \text{ MPa}$ 。Ni6 的材料常数[22]为： $\rho^{(b)} = 8900 \text{ kg/m}^3$ ， $\lambda_s = -36 \text{ ppm}$ ， $\mu_0 M_s = 0.608 \text{ T}$ ， $E = 222 \text{ GPa}$ ， $\chi_m = 29$ ， $\nu = 0.3$ ， $\sigma_s = -225 \text{ MPa}$ 。在分析中，无量纲压应力 σ_z^* 由 $\sigma_z^* = \sigma_{zz}^0 / \sigma_s$ 给出。压应力使磁畴难以旋转至 z 轴方向，从而在一定程度上削弱了磁场作用。在第 2 节中，当初始压应力足够小时，非线性本构关系式(1)可退化为线性本构关系式(2)。根据参考文献[18]，本文中初始压应力的范围是合理的。

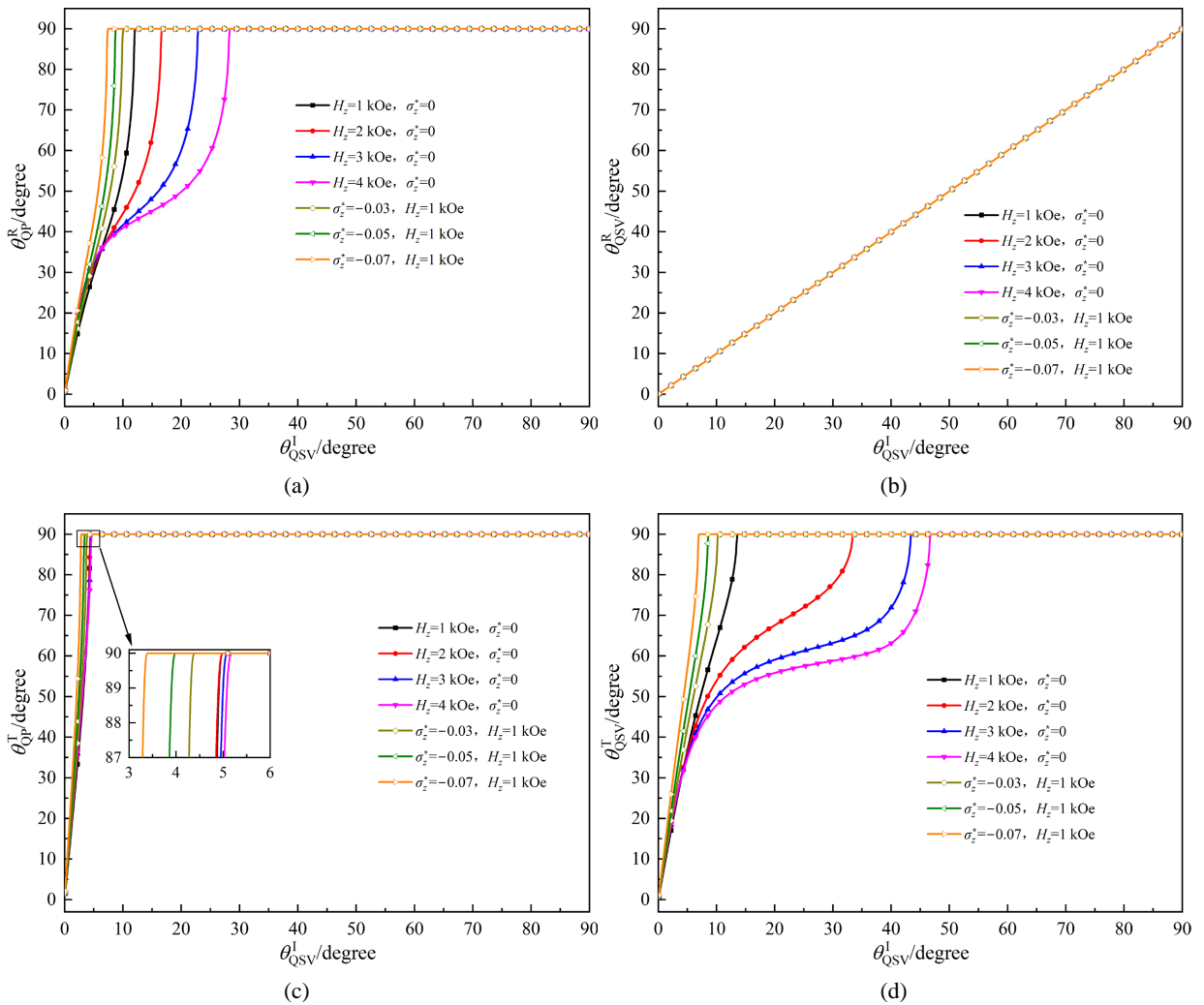


Figure 2. Effects of magnetic field and compressive stress on reflection and transmission angles
图 2. 磁场和压应力对反射角和透射角的影响

图 2 显示了在磁场和压应力作用下，QP 波和 QSV 波的反射角和透射角随入射角的变化。从图中可以看到，反射的 QP 波、透射的 QP 波和透射的 QSV 波的临界角随磁场强度的增加而增大，而随压应力的增加而减小。这是因为反射的 QP 波、透射的 QP 波和透射的 QSV 波相对于入射的 QSV 波的波速比

会随着磁场强度的增加而增大，而随着压应力的增加而减小。可以发现，磁场和压应力对 QP 波的反射角和 QSV 波的透射角的影响比对 QP 波的透射角的影响更为明显。QSV 波的反射角等于入射角，且随着入射角的增加而增加。磁场和压应力不会影响 QSV 波的反射角，即与入射波具有相同模式的反射波的传播方向几乎不受外部刺激的影响。这是因为在 Terfenol-D 中，与入射波具有相同模式的弹性波的传播惯性太大，无法改变。

磁场和压应力对 RTCs 的影响如图 3 和图 4 所示。如图所示，外加磁场和压应力对各波模的 RTCs 曲线产生了方向相反的偏移与形态调控。随着外加磁场的增强，材料内部的磁畴趋向于沿磁场方向排列，磁化逐渐饱和导致磁畴转动及畴壁位移受限。这种效应增加了材料的有效弹性刚度，进而表现为波速的提升和声阻抗的增大。相反，施加平行于磁场的压应力则会产生抵消效应。为形象理解这一微观力-磁耦合机制，通常将磁畴视为旋转椭球体：压应力会促使正磁致伸缩材料的磁畴向垂直于轴向的平面内偏转(负磁致伸缩材料则相反)。这种由应力主导的偏转趋势迫使磁畴偏离受力轴向，重新激活了磁畴的转动与移动，从而削弱了磁场的作用。这导致材料的有效弹性刚度下降，波速与声阻抗随之减小。波速与声阻抗在磁场和应力作用下的这种“一增一减”规律，直接改变了界面处声波的相位匹配条件(如临界角)，最终导致了 RTCs 曲线表现出相反的偏移与峰值变化。

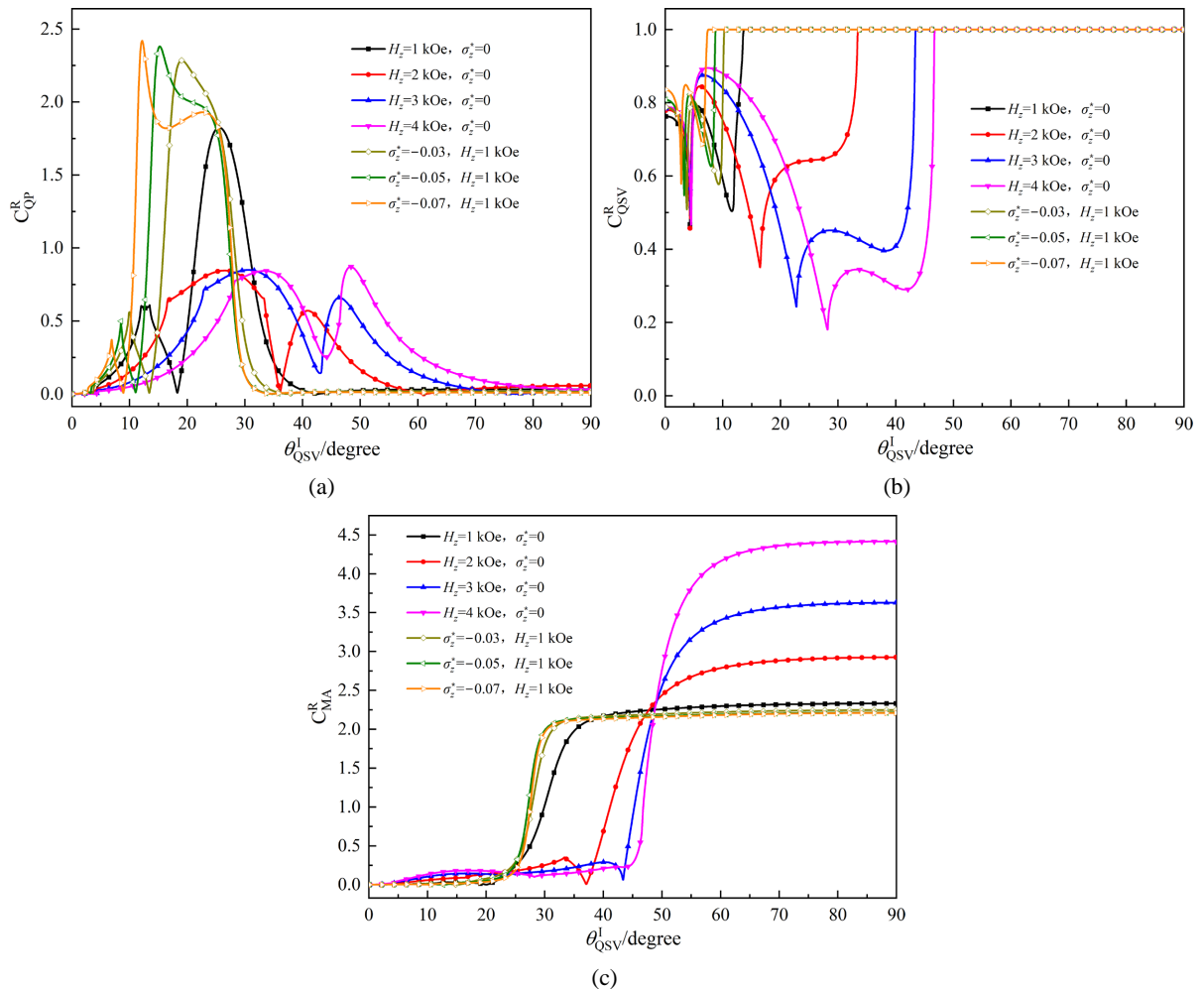


Figure 3. Effects of magnetic field and compressive stress on reflection coefficients of various waves
图 3. 磁场和压应力对各种波的反射系数的影响

如图 3(a)所示, 随着入射角的增加, QP 波的反射系数(C_{QP}^R)曲线出现两个峰值。由于波速决定了发生特定模式转换的临界入射角, 而磁场增加导致波速变大, 使得满足干涉或共振条件的入射角增大, 因此 C_{QP}^R 曲线整体向右偏移。反之, 压应力的增加导致波速降低, C_{QP}^R 曲线向左偏移。如图 3(b)所示, 随着入射角的增加, QSV 波的反射系数(C_{QSV}^R)曲线出现峰值。这是因为全反射的临界角高度依赖于介质间的波速比。磁场增强引起介质波速提升, 导致发生全反射的临界角增大, 因此 C_{QSV}^R 曲线显著向右偏移, 并在特定角度激发出新的反射峰值。当压应力介入并增大时, 材料有效刚度降低, 导致全反射临界角提前到来, 使得 C_{QSV}^R 曲线整体向左反向偏移, 峰值也发生相应调节。如图 3(c)所示, 随着入射角的增大, MA 波的反射系数(C_{MA}^R)增大。 C_{MA}^R 曲线随着磁场的增强, 其向右偏移。在 $48^\circ \sim 90^\circ$ 的入射角范围内, 磁场增强明显提高了 C_{MA}^R 值。然而, C_{MA}^R 会随着压应力的增大而减小。可以发现, 相比于压应力, C_{MA}^R 对磁场的变化更敏感。

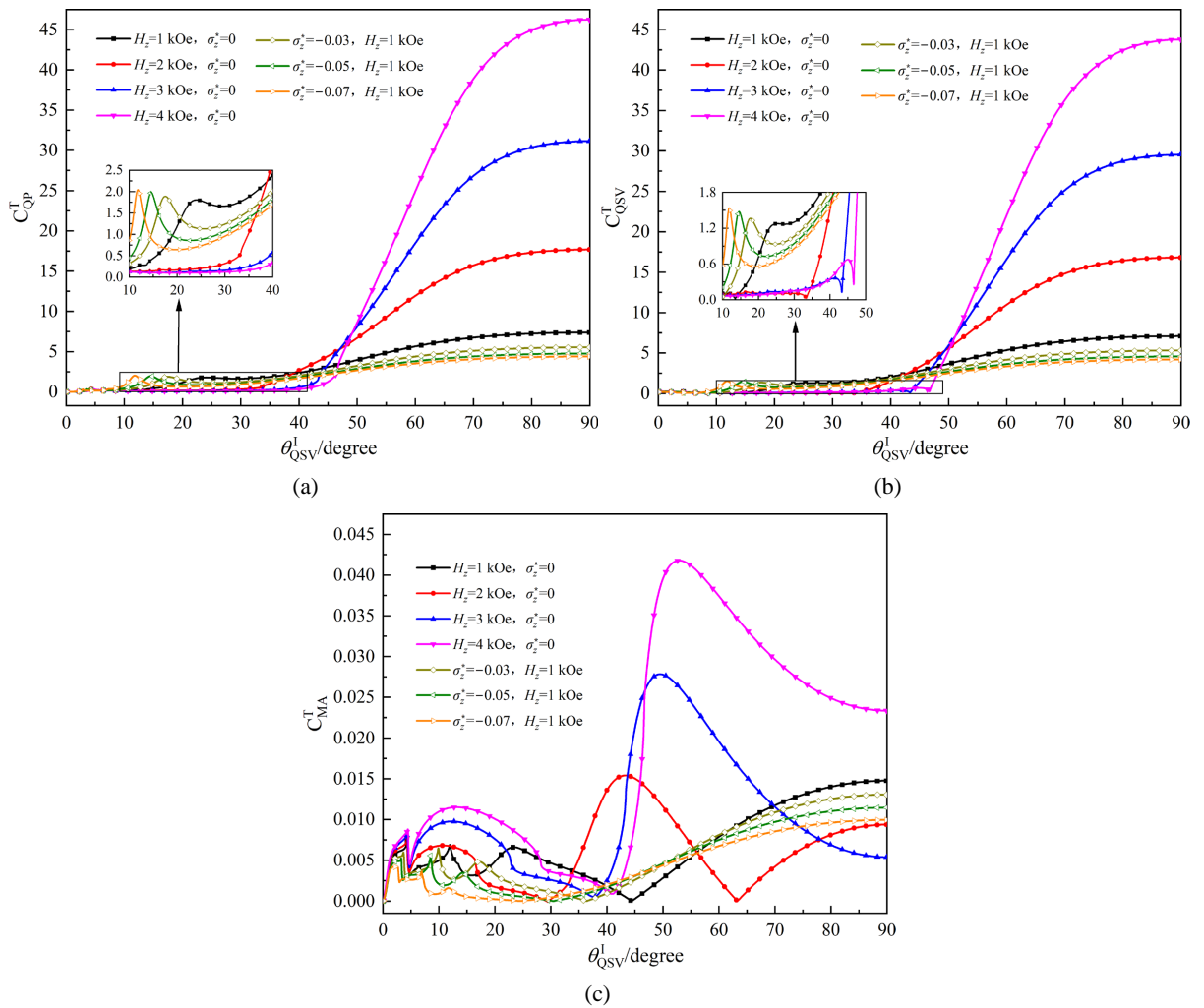


Figure 4. Effects of magnetic field and compressive stress on transmission coefficients of various waves
图 4. 磁场和压应力对各种波的透射系数的影响

图 4 展示了磁场和压应力对 QP 波、QSV 波和 MA 波透射系数的影响。如图 4(a)和图 4(b)所示, 当入射角从 $0^\circ \sim 39^\circ$ 的范围内变化时, 对于 $H_z = 1$ kOe 和 $\sigma_z^* = 0$ 的情况, QP 的透射系数(C_{QP}^T)和 QSV 波的透射系数(C_{QSV}^T)随入射角的增大而增加。在 C_{QP}^T 和 C_{QSV}^T 曲线中出现了峰值。当磁场增强时, C_{QP}^T 曲线会

降低, 并且峰值会消失。然而, 当入射角大于 50° 时, C_{QP}^T 会随着磁场的增强而增加。随着压应力的增加, 峰值会向左移动, 当入射角大于 23° 时, C_{QP}^T 曲线会降低。可以发现, 磁场和压应力对 C_{QP}^T 和 C_{QSV}^T 有着一致的影响。图 4(c) 展示了 MA 波的透射系数 (C_{MA}^T) 曲线随入射角的变化呈现出复杂的趋势。对于 $H_z=1$ kOe 和 $\sigma_z^*=0$ 的情况, C_{MA}^T 曲线有三个峰值。随着磁场的增强, C_{MA}^T 曲线向右移动。三个峰值以及第二和第三个峰值的带宽会随着磁场的增强而增大。随着压应力的增大, C_{MA}^T 曲线向左移动, 且三个峰值随着压应力的增加而降低。通过外加磁场与压应力的作用, 可以有效改变材料内部的磁畴状态以及本构参数, 进而实现对弹性波传播速度和界面阻抗的精准双向调控, 这为设计可调谐声学器件提供了理论依据。

图 5 显示了不同磁场和压应力下的法向能量通量随入射角的变化关系。可以看出, 当入射角在 $0^\circ\sim 90^\circ$ 范围内变化时, 能量通量平衡在各种条件下均得到完全满足。这验证了本文数值结果的准确性与可靠性。

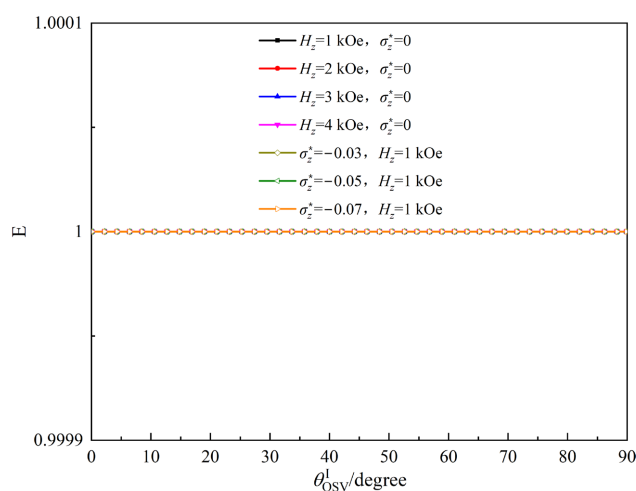


Figure 5. Balance of normal energy flow under the influence of magnetic field and compressive stress
图 5. 磁场和压应力作用下的法向能流平衡

5. 结论

本文研究了 QSV 波入射至两个压磁半空间界面时的反射与透射现象。详细分析了磁场和压应力对不同模式弹性波传播特性的影响, 研究结果为设计主动控制的新型智能器件提供了理论指导。一些重要结论如下所示:

1) QSV 波的反射角不受磁场和压应力的影响。反射 QP 波、透射 QP 波及透射 QSV 波的临界角都随磁场增大而增大, 但随压应力增大而减小。

2) 反射系数由于存在多个临界角而呈现出复杂的极值。当磁场强度增强至 3 kOe 时, C_{QSV}^R 曲线出现第二个峰值。随着压应力的增加, C_{QSV}^R 曲线向左偏移, 同时其峰值增大。当入射角为 $45^\circ\sim 90^\circ$ 时, 磁场增强会提高 C_{MA}^R 的值, 而压应力增强则会降低该系数。

3) 当入射角为 $40^\circ\sim 90^\circ$ 时, 所有波的透射系数均表现出随磁场增强而递增、随压应力增强而递减的规律, 且磁场的影响较压应力更为突出。

本文模型在数值求解中严格保持能量守恒, 其结果与理论预期高度一致。然而, 实际材料的制备工艺及界面结合质量, 可能导致实测值与理论预测存在一定偏差。同时, 模型推导采用线性化假设, 在高能量输入或明显非线性响应情形下, 非线性效应可能不容忽视。此外, 模型假定界面为完美粘结, 未考

虑界面层的有限厚度与刚度、表面粗糙度及其引发的波散射和耗散等因素。因此在未来条件允许的情况下,开展相应的实验研究是必要的。

基金项目

甘肃省自然科学基金重点项目(25JRRA802)。

参考文献

- [1] Pang, Y., Wang, Y.S., Liu, J.X. and Fang, D. (2008) Reflection and Refraction of Plane Waves at the Interface between Piezoelectric and Piezomagnetic Media. *International Journal of Engineering Science*, **46**, 1098-1110. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2008.04.006>
- [2] Pang, Y. and Liu, J.X. (2011) Reflection and Transmission of Plane Waves at an Imperfectly Bonded Interface between Piezoelectric and Piezomagnetic Media. *European Journal of Mechanics—A/Solids*, **30**, 731-740. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2011.03.008>
- [3] Yuan, X. and Zhu, Z.H. (2012) Reflection and Refraction of Plane Waves at Interface between Two Piezoelectric Media. *Acta Mechanica*, **223**, 2509-2521. <https://doi.org/10.1007/s00707-012-0728-7>
- [4] Zhou, Z.D., Yang, F.P. and Kuang, Z.B. (2012) Reflection and Transmission of Plane Waves at the Interface of Pyroelectric Bi-Materials. *Journal of Sound and Vibration*, **331**, 3558-3566. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.03.025>
- [5] Kuang, Z.B. and Yuan, X.G. (2011) Reflection and Transmission of Waves in Pyroelectric and Piezoelectric Materials. *Journal of Sound and Vibration*, **330**, 1111-1120. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.09.026>
- [6] Nirwal, S., Sahu, S.A. and Mondal, S. (2022) Reflection and Transmission of Waves at the Common Interface of Piezoelectric Half-Spaces with Microstructure. *Applied Mathematical Modelling*, **101**, 533-552. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.08.034>
- [7] Sharma, J.N., Walia, V. and Gupta, S.K. (2008) Reflection of Piezothermoelastic Waves from the Charge and Stress Free Boundary of a Transversely Isotropic Half Space. *International Journal of Engineering Science*, **46**, 131-146. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.10.003>
- [8] Kirti, and Sahu, S.A. (2024) On Plane Wave Scattering at the Piezothermoelastic Half-Space with Impedance Boundary Condition. *Acta Mechanica*, **235**, 6569-6584. <https://doi.org/10.1007/s00707-024-04061-3>
- [9] Othman, M.I.A. and Kumar, R. (2009) Reflection of Magneto-Thermoelasticity Waves with Temperature Dependent Properties in Generalized Thermoelasticity. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **36**, 513-520. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.02.002>
- [10] Othman, M.I.A. and Song, Y. (2008) Reflection of Magneto-Thermo-Elastic Waves from a Rotating Elastic Half-Space. *International Journal of Engineering Science*, **46**, 459-474. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.12.004>
- [11] Singh, B. (2010) Wave Propagation in a Prestressed Piezoelectric Half-Space. *Acta Mechanica*, **211**, 337-344. <https://doi.org/10.1007/s00707-009-0234-8>
- [12] Abd-alla, A.N., Al-Sheikh, F.A. and Al-Hossain, A.Y. (2012) The Reflection Phenomena of Quasi-Vertical Transverse Waves in Piezoelectric Medium under Initial Stresses. *Meccanica*, **47**, 731-744. <https://doi.org/10.1007/s11012-011-9485-2>
- [13] Guo, X. and Wei, P. (2014) Effects of Initial Stress on the Reflection and Transmission Waves at the Interface between Two Piezoelectric Half Spaces. *International Journal of Solids and Structures*, **51**, 3735-3751. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.07.008>
- [14] Selim, M.M. and Gepreel, K.A. (2021) Transverse Waves Incident at the Free Surface of an Initially Stressed Dissipative Half-space. *Physica Scripta*, **96**, Article ID: 085204. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/abfb21>
- [15] Chatterjee, M., Dhua, S., Sahu, S.A. and Chattopadhyay, A. (2014) Reflection in a Highly Anisotropic Medium for Three-Dimensional Plane Waves under Initial Stresses. *International Journal of Engineering Science*, **85**, 136-149. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.08.010>
- [16] Abo-Dahab, S.M. (2010) Propagation of P Waves from Stress-Free Surface Elastic Half-Space with Voids under Thermal Relaxation and Magnetic Field. *Applied Mathematical Modelling*, **34**, 1798-1806. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2009.09.024>
- [17] Burkov, S.I., Sorokin, B.P., Glushkov, D.A. and Aleksandrov, K.S. (2005) Theory and Computer Simulation of the Reflection and Refraction of Bulk Acoustic Waves in Piezoelectrics under the Action of an External Electric Field. *Crystallography Reports*, **50**, 986-993. <https://doi.org/10.1134/1.2132408>
- [18] Liu, X.E. and Zheng, X.J. (2005) A Nonlinear Constitutive Model for Magnetostrictive Materials. *Acta Mechanica Sinica*,

-
- 21**, 278-285. <https://doi.org/10.1007/s10409-005-0028-8>
- [19] Gu, C. and Jin, F. (2016) Research on the Tunability of Point Defect Modes in a Two-Dimensional Magneto-Elastic Phononic Crystal. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **49**, Article ID: 175103. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/49/17/175103>
- [20] Camley, R.E. and Maradudin, A.A. (1981) Power Flow in Magnetoelastic Media. *Physical Review B*, **24**, 1255-1260. <https://doi.org/10.1103/physrevb.24.1255>
- [21] Gao, Y.W. and Zhang, J.J. (2012) Nonlinear Magnetolectric Transient Responses of a Circular-Shaped Magnetolectric Layered Structure. *Smart Materials and Structures*, **22**, Article ID: 015015. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/22/1/015015>
- [22] Ding, R., Su, X.L., Zhang, J.J., *et al.* (2014) Tunability of Longitudinal Wave Band Gaps in One Dimensional Phononic Crystal with Magnetostrictive Material. *Journal of Applied Physics*, **115**, Article ID: 074104. <https://doi.org/10.1063/1.4866364>