

Detection Method of Relative Angular Velocity by Measuring Phase-Shift on Airborne Platform

Tao Yu

Shanghai Research Institute of Microwave Equipment, Shanghai
Email: tyt0803@163.com

Received: Oct. 12th, 2012; revised: Oct. 19th, 2012; accepted: Nov. 5th, 2012

Abstract: After making the differential transformation for direction finding based on phase interferometry, the formula of angular velocity can be obtained by measuring frequency difference. Further, the measurement for frequency difference can be transformed into phase difference measurement as soon as the function relationship between frequency shift and phase shift is introduced. The analog calculation validates that derived formula only based on phase difference measurement is correctness. The error analysis shows that the new method which has the performance of real-time measurement can achieve the measurement accuracy less than 1 mrad/s after synchronously calculating the measurement error of phase difference and airborne platform flight speed.

Keywords: Angular Velocity; Angular Rate; Phase Difference Measurement; Airborne Passive Location

机载平台相对角速度的相移检测法

郁涛

上海微波设备研究所, 上海
Email: tyt0803@163.com

收稿日期: 2012年10月12日; 修回日期: 2012年10月19日; 录用日期: 2012年11月5日

摘要: 如对基本测向公式进行微分变形, 则即可得到基于频差检测的角速度计算公式。进一步引用相差与频差之间的函数关系, 即可将频差检测等效转化为相差检测。模拟计算验证了本文所导出的仅基于相差检测的角速度计算公式的正确性。误差分析则表明, 在综合考虑了相差和速度的测量误差之后, 具有实时测量性能的新方法可实现小于 1 mrad/s 的测量精度。

关键词: 角速度; 角度变化率; 相差测量; 机载无源定位

1. 引言

在机载单站无源定位系统中, 通过引入对角速度的观测信息可以增大定位系统的可观测度, 改善定位性能^[1]。但角速度是一个关于时间导数的物理量, 除采用陀螺传感器外, 一般需要通过采用间接的方法获得。

通过采用测角设备获取角度序列来估计角度变化率的差分法, 或最小二乘拟合法和卡尔曼滤波法等都要求在采样周期内, 角度观测值本身必须是线性变化的, 否则, 角度变化率的测量精度将难以得到保证^[2]。

文献[1]描述了通过利用相位差变化率或时差变化率间接获得角速度的测量方法, 但事实上, 相位差变化率和时差变化率本身亦都是关于时间导数的物理量, 且在机载单站短基线应用的情况下, 无论是相位差变化率还是时差变化率, 由于量级很小, 所以在对实时性有要求的情况下检测相对比较困难, 亦难以获得较好的测量精度。

本文基于相移与频移之间的函数关系^[3], 利用微分和等效变换, 导出了在机载平台上仅基于相差检测

的相对角速度计算方法。

2. 角速度的相差检测

2.1. 角速度的频差检测

单基线相位干涉阵列如图 1 所示, 按正弦三角函数关系, 由近似的几何关系得基本的测向公式:

$$\sin \theta \approx \frac{\Delta r}{d} \quad (1)$$

式中: θ 是目标的到达角; Δr 是程差; d 是两天线单元间的距离。

在等式的左边进行微分变形后, 有:

$$\sin \theta = -\frac{1}{\omega} \frac{\partial \cos \theta}{\partial t} \quad (2)$$

根据图 1 所示几何关系, 有:

$$\cos \theta \approx \frac{\sqrt{d^2 - \Delta r^2}}{d} \quad (3)$$

因有:

$$\frac{\partial \Delta r}{\partial t} = \Delta v_r = \lambda \Delta f_d$$

式中: v_r 为径向速度。

故对余弦函数的微分是:

$$\frac{\partial \cos \theta}{\partial t} = -\frac{\Delta r}{d\sqrt{d^2 - \Delta r^2}} \frac{\partial \Delta r}{\partial t} = -\frac{\lambda \cdot \Delta r \cdot \Delta f_d}{d^2 \cos \theta} \quad (4)$$

式中: $\Delta f_d = f_{d1} - f_{d2}$ 。

代入式(2), 且利用式(1), 得:

$$-\frac{1}{\omega} \frac{\partial \cos \theta}{\partial t} \approx \frac{\Delta r}{d} \quad (5)$$

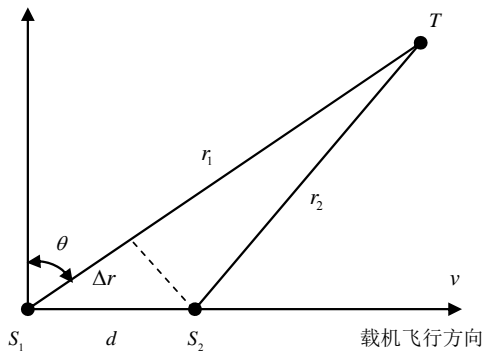


Figure 1. Single baseline phase interference array
图 1. 单基线相位干涉阵列

解出基于频差检测的相对角速度表示式:

$$\omega \approx \frac{\lambda \Delta f_d}{d \cos \theta} \quad (6)$$

2.2. 频差的相移检测

式(6)表明, 角速度可以通过对两阵元间的多普勒频差的测量而获得, 但其在工程实践上所存在的致命问题是, 由于单个运动平台上的天线阵列的基线太短, 多普勒频差值将有可能小于 Hz 量级, 这就导致了对频差测量精度的要求很苛刻^[4]。因此, 在短基线应用的情况下, 频差测量事实上是很困难的。

作者最近的研究已经证明, 在相移与多普勒频移之间存在着函数关系, 并且, 基于这种函数关系, 机载站对固定或近似静止目标的多普勒频移可以间接的通过对相差的测量而确定^[3]。如图 1 所示, 设在机载平台上安置有一个单基线两单元天线阵列, 阵列的间距为 d , 且基线的方向和载机的轴线平行。对于固定或低速运动目标 T , 由机载双通道接收机在天线单元 1 上所检测到的多普勒频移是:

$$\lambda f_{d1} = v \cos \beta$$

式中: f_{d1} 是多普勒频移; v 是载机的飞行速度; $\beta = 90^\circ - \theta$ 为前置角。

根据现有的相移干涉测向公式:

$$\sin \theta = \sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \approx \frac{\Delta r}{d}$$

因:

$$r_i = \lambda \left(n_i + \frac{\phi_i}{2\pi} \right) \quad (i=1,2)$$

$$\Delta r = r_1 - r_2 = \lambda \left(n_1 - n_2 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2\pi} \right) = \lambda \left(\Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right)$$

所以有:

$$\cos \beta \approx \frac{v}{d} \left(\Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right)$$

式中: Δn 为程差所包含的整周数; $\Delta \phi$ 为两阵元间的相差。

将前置角的余弦代入多普勒频移式, 即能得到基于相差测量的多普勒频移计算公式:

$$f_{d1} = \frac{v}{d} \left(\Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (7)$$

事实上,就现有的无源定位技术而言,在目标中心频率未知的情况下,多普勒频移通常是无法被检测的。显然,基于相差的多普勒频移检测方法解决了如何检测机载站多普勒频移问题。

分析表明,对应于某一个径向距离的多普勒频移值实际上需要由两个相移值的差分才能得到,于是为获得多普勒频差就需要同时检测三个相移值,即从测量的实现方法上就需要采用如图2所示的一维双基线三单元阵列。如果假设基线的长度都相等,则有:

$$\Delta f_d = \frac{v}{2\pi d} [2\pi(\Delta n_1 - \Delta n_2) + (\Delta \phi_1 - \Delta \phi_2)] \quad (8)$$

2.3. 角速度的相差检测

将基于相差检测的频差关系式代入式(6)即得到:

$$\omega \approx \frac{\lambda v}{2\pi d^2 \cos \theta} [2\pi(\Delta n_1 - \Delta n_2) + (\Delta \phi_1 - \Delta \phi_2)] \quad (9)$$

另根据相移干涉测向的结果,且以图2最左面的阵元为基准,有:

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{d} \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \right]^2} \quad (10)$$

最后得到仅基于相差测量的角速度计算式:

$$\omega = \frac{\lambda v [(\Delta n_1 - \Delta n_2) + (\Delta \phi_1 - \Delta \phi_2)/2\pi]}{d^2 \sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{d} \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \right]^2}} \quad (11)$$

3. 模拟计算

基于图2所示的几何关系,先预设中间阵元的径向距离 r_2 ,阵元间距 d ,并以图2所示一维阵列最左

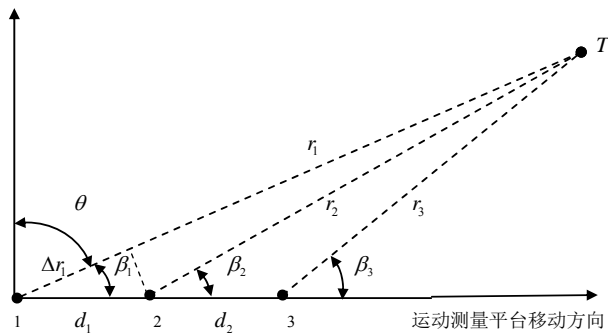


Figure 2. Airborne Doppler-phase interference array with one dimensional double-baseline

图2. 机载一维双基线多普勒-相位干涉阵列

面的阵元为到达角的测量起始基准,使到达角 θ 在规定的区间内线性变化。随后,利用三角函数依次解出其余的径向距离和前置角。

在此基础上,按下式计算出角速度的理论值:

$$\omega = \frac{v \sin(90^\circ - \theta)}{r_1} \quad (12)$$

用向零方向取整函数求得各个径向距离的波长整数周数:

$$n_1 = \text{FIX}(r_1/\lambda)$$

$$n_2 = \text{FIX}(r_2/\lambda)$$

$$n_3 = \text{FIX}(r_3/\lambda)$$

解出数值小于 π 的相移理论值:

$$\phi_1 = 2\pi(r_1/\lambda - n_1)$$

$$\phi_2 = 2\pi(r_2/\lambda - n_2)$$

$$\phi_3 = 2\pi(r_3/\lambda - n_3)$$

将 n_i 和 ϕ_i 的理论计算值代入式(11)解出角速度的测算值,并将测算值和理论值进行比较可给出基于相位检测的角速度的准确性:

$$\varepsilon = \frac{|\omega - \omega_a|}{\omega} \times 100\% \quad (13)$$

其中:下标 a 表示按式(11)得到的测算值。

图3给出了当到达角在 $[0^\circ, 90^\circ]$ 范围内线性变化时,对于不同的基线长度,机载运动平台的角速度的

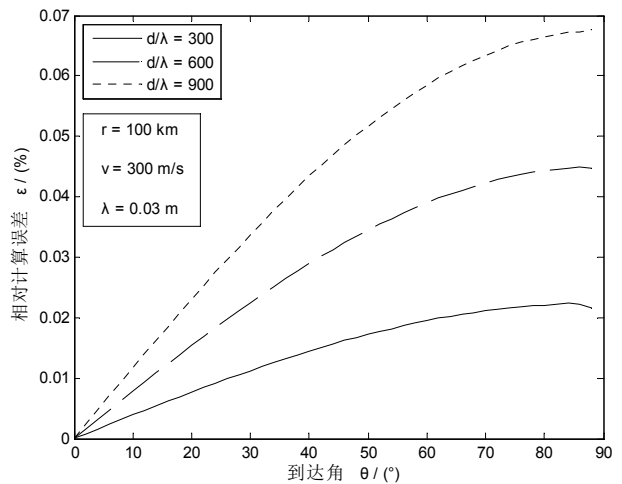


Figure 3. Relative calculation error for different baseline length

图3. 不同基线长度时的相对计算误差

计算误差曲线。从图中可见，计算误差是和基线成正比的，这也意味着在理论值和测算值之间的相对误差是和径向距离成反比的。模拟计算表明，相对计算误差与速度与波长的改变基本无关。计算所用的相关参数已在图中标注。

4. 误差分析

根据误差估计理论，由相位差和速度所产生的径向距离测量误差是：

$$\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega}{\partial v} \sigma_v\right)^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial \Delta \phi_i} \sigma_\phi\right)^2} \quad (14)$$

式中： σ_v 为速度测量误差的均方根值，分析计算时取 $\sigma_v = 0.1 \text{ m/s}$ ； σ_ϕ 为相位差测量误差的均方根值，单位为弧度，且一般工程测量可达到的精度为： $\sigma_\phi = (2 \sim 10)\pi/180$ 。

对各个相差的偏微分为：

$$\frac{\partial \omega}{\partial \Delta \phi_1} = \frac{\lambda v}{d^2} \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{a}{2\pi} - [(\Delta n_1 - \Delta n_2) + (\Delta \phi_1 - \Delta \phi_2)/2\pi] \frac{\partial a}{\partial \Delta \phi_1} \right\} \quad (15a)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \Delta \phi_2} = -\frac{\lambda v}{2\pi a d^2} \quad (15b)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial v} = \frac{\lambda}{a d^2} [(\Delta n_1 - \Delta n_2) + (\Delta \phi_1 - \Delta \phi_2)/2\pi] \quad (15c)$$

式中：

$$a = \sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{d} \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \right]^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial \Delta \phi_1} &= \frac{\partial}{\partial \Delta \phi_1} \left[\sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{d} \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \right]^2} \right] \\ &= -\frac{1}{\pi} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2 \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \Big/ \sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{d} \left(\Delta n_1 + \frac{\Delta \phi_1}{2\pi} \right) \right]^2} \end{aligned}$$

图 4 给出了在不同基线长度时的角速度测量误差。从中可看到，如果基线与波长的比值足够大，则能在较大的到达角范围内，实现小于 1 mrad/s 的测量精度。

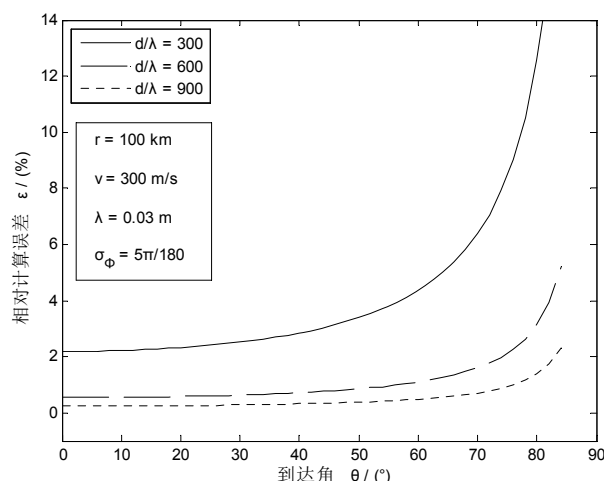


Figure 4. Measurement error of angular velocity for different baseline

图 4. 不同基线时的角速度测量误差

仿真计算时所采用的参数已在图中标示。

5. 结语

就分析过程而言，基于短基线相差测量的角速度计算方法不仅测量精度高，而且是实时获取的。由于仅需直接测量相差，故对角度测量并无必须保持线性变化的要求。如本文的推证无误，则仅基于相差的角速度测量方法无疑将有助于推进机载单站无源定位技术的发展。

此外，如按现有的无源定位技术，则在目标中心频率未知的情况下，多普勒频移通常是无法被直接检测到的。而基于相差的多普勒频移检测方法，亦解决了如何检测机载站多普勒频移的问题。

参考文献 (References)

- [1] 孙仲康. 单站无源定位跟踪技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [2] 郭辉. 单站无源定位中角度变化率的测量方法研究[J]. 航天电子对抗, 2011, 27(3): 30-32, 57.
- [3] T. Yu, Airborne passive localization method based on Doppler-phase interference measurement. In: I. Padron, Ed., Recent Interferometry Applications in Topography and Astronomy, InTech Publisher, Rijeka 2012: 133-168.
- [4] 卢鑫, 朱伟强, 郑同良. 多普勒频差无源定位方法研究[J]. 航天电子对抗, 2008, 24(3): 40-43.