

# Phase Jump of Virtual Baseline as Well as Correction

Tao Yu

Shanghai Research Institute of Microwave Equipment, Shanghai  
Email: tyt0803@163.com

Received: Jan. 7<sup>th</sup>, 2013; revised: Jan. 15<sup>th</sup>, 2013; accepted: Jan. 31<sup>st</sup>, 2013

**Abstract:** While the virtual short baseline is constructed by using the ratio subtraction in contrary terminal for adjacent two baselines, the differential of wavelength integer is not to zero in some arrival angle direction and but there is a jump. At the same time, there is also jump problem while using the DF result of virtual short baseline without phase ambiguity solves the phase ambiguity valuation of long baseline. The analysis in this paper shows that the emendation can be realized by distinguishing for the sinusoidal valuation of arrival angle. Also, the modifying factor is namely the proportional factor of differential between two baselines. Finally, applying the accurate DF formula explains in theory that higher accuracy of DF can be obtained by using two baselines arrays after revising without considering the phase error.

**Keywords:** Virtual Baseline; Phase Jump; Phase Interferometer; Phase Ambiguity

## 虚拟基线的相位跳变及校正

郁 涛

上海微波设备研究所, 上海  
Email: tyt0803@163.com

收稿日期: 2013年1月7日; 修回日期: 2013年1月15日; 录用日期: 2013年1月31日

**摘 要:** 分析发现, 在对相邻两基线采用异侧比值相减方式构造虚拟短基线时, 在部分的到达角方向上, 波长整周数的差值将不为零, 而是存有跳变。并且, 在利用虚拟短基线的无模糊测向结果求解长基线的相位模糊值的过程中同样存有相位跳变问题。本文的分析表明, 通过对到达角的正弦值进行判别即可实现校正, 且修正因子即为两基线差值的比例因子。最后通过应用精确测向公式从理论上说明, 若不考虑相差测量误差, 则通过校正之后, 采用一维双基线阵列即能获得较高的测向准确性。

**关键词:** 虚拟基线; 相位跳变; 相位干涉仪; 相位模糊

### 1. 引言

干涉测向在主值区间边界处存有相位跳变的现象<sup>[1-3]</sup>, 并被认为主要是由噪声、干扰等因素引起的。对此, 文献[1]提出一种首先利用观测相位差的三角函数构造复数向量, 再与天线的阵列流形进行拟合处理方法, 且认为由于三角函数在主值区间内及边界处都是连续的, 因此该方法能解决相位差在主值区间边界处的跳变问题, 从而完全消除了相位差跳变引起的数据拟合错误。

然而, 本文通过对虚拟短基线的研究证实, 尽管两基线长度的差值小于半个波长, 但在两径向距离间差值较大的情况下, 对应于两距离差的差值, 其相位模糊数并不一定趋于零。因此, 在虚拟基线的构造过程中, 以及在利用虚拟短基线的无模糊测向结果求解长基线的相位模糊值的过程中都存有相位跳变的问题。由此说明, 相位跳变应不是一种仅仅由噪声、干扰等因素引起的现象。

本文基于相差定位方程, 详细分析研究了虚拟短基线中所存在的相位模糊值不为零的问题, 给出了形

式简单的修正方法。同时，亦以同样的方法分析给出了消除在利用虚拟短基线求解长基线相位模糊值过程中所存有的波长整周数差值跳变的修正公式。

最后基于精确测向公式的计算结果说明。如不考虑相位测量误差所产生的影响，在通过利用虚拟短基线的测向结果相似递推得到长基线的相位模糊值之后，由一维双基线阵列即可获得极好的测向准确度以及精确度<sup>[4]</sup>。

## 2. 虚拟短基线无模糊测向

### 2.1. 阵列的构造

虚拟基线法利用两个长度不等，但差值小于半个波长的基线相位差，通过比值相减的方式即可实现无模糊测向。进一步利用此虚拟长度小于半个波长的短基线所得到的无模糊测向结果可求解出长基线的相位模糊值。

对于一维直线阵列，通过相邻两基线的长度差以获得长度小于半个波长的虚拟短基线的方法有两种，一种是以某一个外侧阵元为公共相位测量点进行比值相减，此时，其余两个阵元相对于此阵元而言是位于同一侧。分析表明，同侧相减可以不出现整周数的跳变，是一种不需要对整周数差值进行补偿的方法。但对于高频信号，由于波长较短，此时将遇到小于半个波长的天线基线长度不可实现的问题。

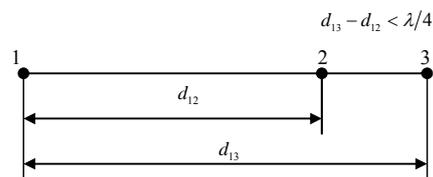
因此，工程实际可选用的方式只能是以中间阵元为公共相位测量端点的异侧比值相减，并且，从物理可实现的角度，阵列的构造必须满足各个阵元间的距离都应大于一个或数个波长的条件。图 1 分别显示了通过同侧与异侧相减获得虚拟短基线的阵列构造过程。

### 2.2. 相差定位方程

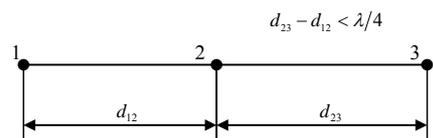
对于相位干涉仪，如对应于每个径向距离  $r_i$ ，鉴相单元所测得的相位是  $\phi_i$ ，则有：

$$r_i = \lambda \left( n_i + \frac{\phi_i}{2\pi} \right) \quad (1)$$

于是，两阵元之间的径向距离程差就完全可以由相差测量所确定，且即能得到在形式上与相差定位方程完全类似的相差定位方程：



(a) 以外侧阵元 1 为相位测量的公共点



(b) 以中间阵元 2 为相位测量的公共点

Figure 1. Structure of one-dimensional two baseline array  
图 1. 一维双基线阵列的构造

$$\Delta r = r_i - r_j = \lambda \left( n_i - n_j + \frac{\phi_i - \phi_j}{2\pi} \right) \quad (2)$$

如假设来自同一辐射源的入射到两天线的信号近似为平面波，则由三角正弦定理，即可近似得到现有的相位干涉测向公式：

$$\sin \theta = \frac{\Delta r}{d} = \frac{\lambda}{d} \left( \Delta n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) \quad (3)$$

式中： $\Delta n = n_i - n_j$  是相位差的波长整周数； $\Delta \phi = \phi_i - \phi_j$ ，为两阵元之间的相位差， $d$  为阵元间的距离。

通过简单的变形整理后有：

$$2\pi \Delta n + \Delta \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (4)$$

### 2.3. 虚拟测向式

设阵列从左方开始的第一段基线长度为：

$$d_{12} = m_0 \lambda$$

以波长的比例表示两基线的差值，第二段基线长度为：

$$d_{23} = d_{12} + \frac{\lambda}{m}$$

其中，比例系数  $m \geq 2$ ，但不一定必须是整数值。两基线相减后，因两基线的长度之差小于半个波长，故理论上将有： $\Delta n_{23} = \Delta n_{12}$ ，于是可获得基于异侧比值相减的无相位模糊测向式：

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{\Delta r_{23} - \Delta r_{12}}{d_{23} - d_{12}} = m \left( \Delta n_{23} - \Delta n_{12} + \frac{\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}}{2\pi} \right) \\ &= \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12})\end{aligned}\quad (5)$$

在同侧相减的过程中, 因外侧阵元的径向距离  $r_1$  作为相位差测量公共点, 只要  $m$  值取得足够大, 即可使程差中所包含的波长整周数的差值趋于零, 由此即不会出现相位的跳变。

但数值分析发现, 在异侧相减的过程中, 在以中间径向距离  $r_2$  作为相位差测量公共端点的情况下, 因两外侧径向距离的差值相对较大, 故对应于两基线的二个程差的各自所包含的整周数差值的差就不能全部趋于零, 图 2 显示了整周数差值的跳变曲线。

## 2.4. 跳变的修正

显然, 在正常情况下应有:  $0 \leq \sin \theta \leq 1$ , 一旦存有整周数跳变, 即有:  $\Delta n_{23} - \Delta n_{12} \neq 0$ 。经数值模拟计算, 对应于图 1(b)所示的布阵结构, 当  $d_{23} > d_{12}$  时, 有:  $\Delta n_{23} - \Delta n_{12} = \pm 1$ , 即有:

$$\sin \theta = \pm m + \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) \quad (6)$$

设出现跳变时的三角函数值为  $a$ , 则有:

$$\pm m + \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) = a \quad (7)$$

由此得到如下的校正补偿关系:

如:  $a > 1$ , 则:  $\sin \theta = a - m$

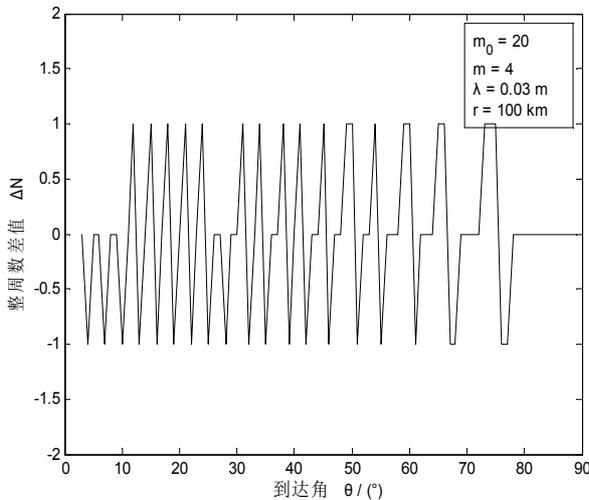


Figure 2. Jump in difference of integer  
图 2. 整周数差值的跳变

$$\text{即有: } \theta = \sin^{-1}(a - m) \quad (8)$$

如:  $a < -1$ , 则:  $\sin \theta = a + m$

$$\text{即有: } \theta = \sin^{-1}(a + m) \quad (9)$$

数值分析表明, 如  $d_{23} < d_{12}$ , 则由于两外侧径向距离的差值变得更大, 所以将出现:  $|\Delta n_{23} - \Delta n_{12}| \leq 2$  的情况, 但亦能按上述的修正方法予以矫正。

## 2.5. 相对计算误差

经过补偿修正之后, 在理论值和式(5)的测算值之间的相对计算误差是:

$$\varepsilon = \frac{|\theta - \theta_a|}{\theta} \times 100\% \quad (10)$$

式中: 下标  $a$  表示测算值。

计算中所用的相位差是基于图 3 所示的几何关系利用 Matlab 软件计算得到。先预先设定中间阵元的径向距离  $r_2$ 、阵元间距  $d_{ij}$  及波长  $\lambda$ , 并使到达角  $\theta$  在规定的区间内线性变化; 然后利用三角函数依次解出其剩余的径向距离和前置角  $\beta = 90^\circ - \theta$ 。

在此基础上用向零方向取整函数求得波长整周数:

$$n_1 = \text{FIX}(r_1/\lambda), \quad n_2 = \text{FIX}(r_2/\lambda), \quad n_3 = \text{FIX}(r_3/\lambda)$$

由此解出数值小于  $\pi$  的相移理论值:

$$\phi_1 = 2\pi(r_1/\lambda - n_1), \quad \phi_2 = 2\pi(r_2/\lambda - n_2),$$

$$\phi_3 = 2\pi(r_3/\lambda - n_3)$$

所得到的测向相对计算误差曲线如图 4 所示, 从图中可见, 随着  $m$  值的逐渐增大, 虽然两基线间的差值逐渐变小, 但测向公式的准确度却随之逐渐下降。

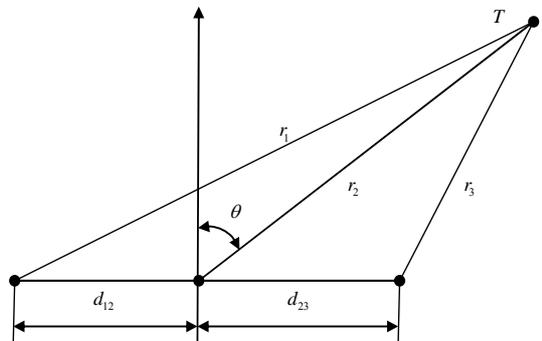


Figure 3. Geometry relationship of finding array  
图 3. 测向阵列的几何关系

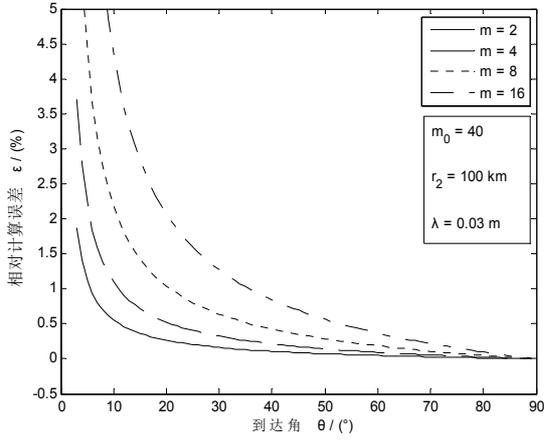


Figure 4. Relative calculation error for different difference  
图 4. 不同差值时的相对计算误差

图 5 给出了当  $m=8$  时, 不同基线长度时的虚拟短基线的相对计算误差, 所得到的结论是减小基线长度有助于降低相对计算误差, 即能提高测算公式的准确度。

假定相位干涉仪的最高测向工作频率为 12 GHz, 图 6 给出了在 1 到 12 GHz 频率范围内不同方位角时虚拟短基线的宽频变化特性。计算表明, 基线差值的比例因子可根据最大有效测向范围而做调整, 如最大有效测向范围为  $\pm 30^\circ$ , 则基线差值的比例因子取  $m=2$  即可满足无相位跳变的要求。有效测向角度范围的扩大将引起相位跳变, 此时就需要通过加大基线差值的比例因子予以抑制。当有效测向角度范围为  $80^\circ$  时, 基线差值的比例因子  $m \geq 8$ 。

### 3. 长基线相位模糊的解

近似假定入射波是平行波, 则可列出如下等式:

$$\sin \theta = \frac{\Delta r_{12}}{d_{12}} = \frac{\lambda}{d_{12}} \left( \Delta n_{12} + \frac{\Delta \phi_{12}}{2\pi} \right) = \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) \quad (11)$$

$$\sin \theta = \frac{\Delta r_{23}}{d_{23}} = \frac{\lambda}{d_{23}} \left( \Delta n_{23} + \frac{\Delta \phi_{23}}{2\pi} \right) = \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) \quad (12)$$

$$\sin \theta = \frac{\Delta r_{13}}{d_{13}} = \frac{\lambda}{d_{13}} \left( \Delta n_{13} + \frac{\Delta \phi_{13}}{2\pi} \right) = \frac{m}{2\pi} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) \quad (13)$$

事实上, 这种恒等求解过程亦能被理解为是一种基于几何相似性的递推行为, 由此即可解出波长整周数的差值:

$$\Delta n_{12} = \text{int} \left[ \frac{md_{12}}{2\pi\lambda} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) - \frac{\Delta \phi_{12}}{2\pi} \right] \quad (14)$$

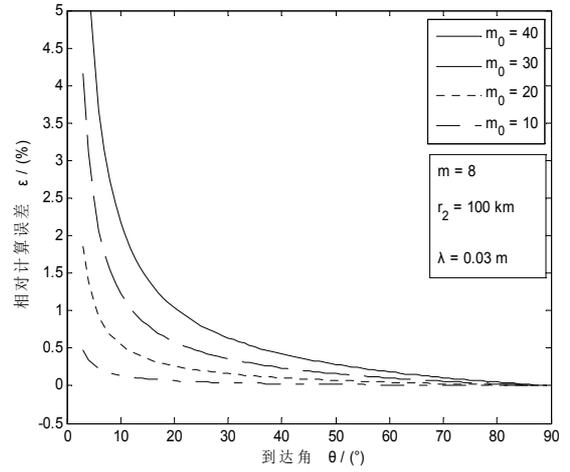


Figure 5. Relative calculation error for different baseline length  
图 5. 不同基线长度时的相对计算误差

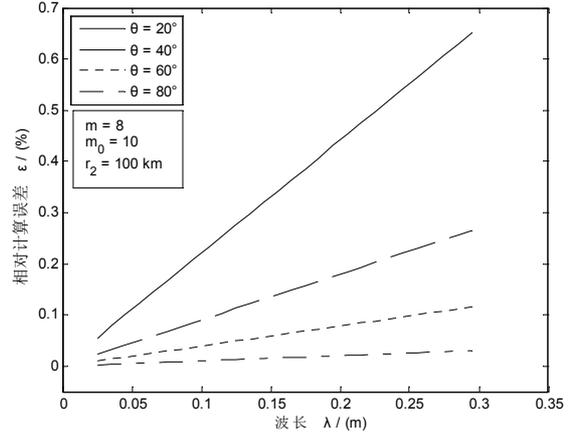


Figure 6. Broadband change characteristics of virtual baseline  
图 6. 虚拟基线的宽频变化特性

$$\Delta n_{23} = \text{int} \left[ \frac{md_{23}}{2\pi\lambda} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) - \frac{\Delta \phi_{23}}{2\pi} \right] \quad (15)$$

$$\Delta n_{13} = \text{int} \left[ \frac{md_{13}}{2\pi\lambda} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) - \frac{\Delta \phi_{13}}{2\pi} \right] \quad (16)$$

经数值计算后发现, 长基线的整周数差值同样存在着跳变问题, 但同样能以简单的、有规则的方法予以修正, 具体的理论修正公式如下:

$$\Delta n_{ij} = \text{int} \left[ \frac{md_{ij}}{2\pi\lambda} (\Delta \phi_{23} - \Delta \phi_{12}) - \frac{\Delta \phi_{ij}}{2\pi} \right] + 1 \quad (17)$$

若:  $\Delta \hat{n}_{ij} > p \times m \times m_0$

则:  $\Delta n_{12} = \Delta \hat{n}_{12} - m \times m_0 \quad p = 1$

$\Delta n_{23} = \Delta \hat{n}_{23} - m \times m_0 - 1 \quad p = 1$

$\Delta n_{13} = \Delta \hat{n}_{13} - 2m \times m_0 - 1 \quad p = 2$

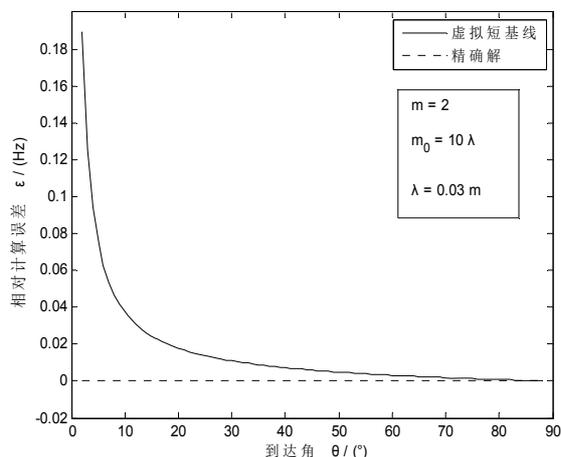


Figure 7. Comparison between exact solutions and finding results of virtual short baseline  
图 7. 精确解与虚拟短基线测向值间的比较

若:  $\Delta \hat{n}_{ij} < -1$

则:  $\Delta n_{12} = \Delta \hat{n}_{12} + m \times m_0 - 1$

$\Delta n_{23} = \Delta \hat{n}_{23} + m \times m_0$

$\Delta n_{13} = \Delta \hat{n}_{13} + 2m \times m_0$

其中具有上标识符号  $\wedge$  的为跳变项。

#### 4. 精确测向式

根据文献[4]的研究结果, 一维双基线相位干涉仪的精确测向公式为:

$$\sin \theta = \frac{[d_{13}^2 - \Delta r_{13}^2] \Delta r_{12} - (d_{12}^2 - \Delta r_{12}^2) \Delta r_{13}}{[d_{13}^2 - \Delta r_{13}^2] d_{12} - (d_{12}^2 - \Delta r_{12}^2) d_{13}} \quad (18)$$

其中:  $\Delta r_{ij} = \lambda \left( \Delta n_{ij} + \frac{\Delta \phi_{ij}}{2\pi} \right)$ 。

按 2.5 节中的模拟计算方法, 将由虚拟短基线测向结果经相似递推得到的整周数差值, 及相位差的理

想值代入精确测向式(18)后所得到的测算曲线如图 7 所示。显然, 与虚拟短基线的测向值相比, 式(18)的准确性有了极大的提高。同时, 因基线长度的有效增加, 测向精确度亦得到了提高。

#### 5. 结语

事实上, 在现有虚拟基线法的分析过程中<sup>[5-7]</sup>, 人们可能还没有注意到在构造虚拟短基线, 以及在利用虚拟短基线的无模糊测向结果求解长基线的相位模糊值的过程中所存有的相位跳变问题。

本文的研究将有助于提高相位干涉测向仪的工程测量精度, 但本文的分析仅是建立在对相位理想测量的状态之上的, 还没有考虑接收通道的相差测量误差, 鉴于目前的技术水平, 对相位测量的误差相对还是比较大的, 因此, 相位测量误差对虚拟基线整周数差值跳变问题所具有的影响还有待于进一步的分析。

#### 参考文献 (References)

- [1] 李淳, 廖桂生, 李艳斌. 改进的相关干涉仪测向处理方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2006, 33(3): 400-403.
- [2] 潘奎, 陈蓓, 潘英锋, 张全国. 比相体制导引头对相干源测向定位的建模与仿真[J]. 空军雷达学院学报, 2012, 26(3): 166-169.
- [3] 吴奉微. 短波频段宽带测向试验系统关键算法研究[D]. 电子科技大学, 2012.
- [4] 郁涛. 一维双基线相位干涉测向公式的精确解[J]. 天线学报, 2012, 1(1): 8-11.
- [5] 马华山. 一种三基线相位干涉仪测向天线阵设计与测向算法的工程实现[J]. 电信技术研究, 2011, 1: 28-33.
- [6] 蒋学金, 高遐, 沈阳. 一种多基线相位干涉仪设计方法[J]. 电子信息对抗技术, 2008, 23(4): 39-45.
- [7] 曲志昱, 司锡才. 基于虚拟基线的宽带被动导引头测向方法[J]. 弹箭与制导学报, 2007, 27(4): 92-95.