Journal of Image and Signal Processing 图像与信号处理, 2024, 13(3), 358-368
Published Online July 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/jisp
https://doi.org/10.12677/jisp.2024.133031

基于二维稀疏阵列的相控阵雷达超分辨角度估计方法研究

——二维稀疏阵列结构分析

何永康，郭艺夺

空军工程大学防空反导学院院，陕西 西安

收稿日期：2024年6月25日；录用日期：2024年7月15日；发布日期：2024年7月29日

摘　要

随着时代不断发展，基于均匀阵列的传统DOA估计算法已经落后于时代，稀疏阵列作为新型阵列能提高阵列自由度、降低阵元互耦效应。其中二维稀疏线阵相比于一维稀疏线阵性能更好、使用更广泛。本文总结了前人关于二维稀疏阵列的研究成果，主要研究内容如下：介绍了稀疏阵列。稀疏阵列的阵元间距不必再是信号半波长，降低了阵元间互耦效应，并通过构造虚拟阵列提高阵列自由度，扩展了阵列孔径。本文首先介绍了稀疏阵列是如何构造虚拟阵列并如何扩展阵列孔径这一核心理论，接着介绍了最小冗余阵列、嵌套阵列和互质阵列三种基础的阵列模型，并拓展介绍了L型互质阵列和精简型互质阵列模型，以及基于它们的DOA估计。

关键词

二维稀疏阵列，DOA估计，超分辨角度估计，仿真实验

Research on Super-Resolution Angle Estimation Method of Phased Array Radar Based on Two-Dimensional Sparse Array

—Two-Dimensional Sparse Array Structure Analysis

Yongkang He, Yiduo Guo

Air Defense and Anti-Missile Academy, Air Force Engineering University, Xi’an Shaanxi

Received: Jun. 25th, 2024; accepted: Jul. 15th, 2024; published: Jul. 29th, 2024

文章引用：何永康，郭艺夺．基于二维稀疏阵列的相控阵雷达超分辨角度估计方法研究[J]．图像与信号处理，2024, 13(3): 358-368. DOI: 10.12677/jisp.2024.133031

Abstract

With the continuous development of the times, the traditional DOA estimation algorithm based on uniform array has lagged behind the times, and the sparse array, as a new type of array, can improve the degree of freedom of the array and reduce the cross-coupling effect of array elements. Among them, the two-dimensional sparse line array has better performance and is more widely used than the one-dimensional sparse line array. In this paper, we summarize the previous research results on two-dimensional sparse arrays, and the main research contents are as follows: sparse arrays are introduced. The spacing of the array elements of the sparse array no longer needs to be the half-wavelength of the signal, which reduces the mutual coupling effect between the array elements, and improves the array degree of freedom and expands the array aperture by constructing a virtual array. In this paper, we first introduce the core theory of how to construct virtual arrays and expand the aperture of sparse arrays, and then introduce the three basic array models of least redundant arrays, nested arrays and coprime arrays, and expand the L-shaped coprime array and compact coprime array models, as well as the DOA estimation based on them.

Keywords

Two-Dimensional Sparse Arrays, DOA Estimation, Super-Resolution Angle Estimation, Simulation Experiments

1. 引言

本章主要介绍内容分为三个部分，第一部分介绍稀疏阵列中的相关概念定义，帮助理解分析论文内容；第二部分介绍了三种常见稀疏阵列的结构，包括最小冗余阵列、嵌套阵列和互质阵列，并在一维阵列的基础上扩展到二维阵列；第三部分建立仿真实验，详细比较三种稀疏阵列的优缺点，并写出每种稀疏阵列的最佳适应条件。

2. 稀疏阵列理论基础

本为便于理解本章节内容，首先引入几个定义：

定义 1 (相邻阵元)：设集合 $\mathbb{Z}=\{z_0 d, z_1 d, z_2 d, \cdots, z_{M-1} d\}$ 为阵列的阵元位置集合，集合中的元素表示为阵元，若集合中任意两个元素满足关系 $z_i - z_j = 1$，则实际中，这两个元素代表的阵元就被视为相邻阵元[1]。

定义 2 (自由度)：在集合 $\mathbb{Z}$ 中，不重复元素的数目称为给集合对应的阵列自由度，简称自由度。在构造虚拟阵列时，往往会产生重复的虚拟阵元，这部分重复阵元的自由度计为 1。阵列自由度越高，可同时分辨的信号源数目就越多，精度也更高。稀疏阵列通过构建虚拟阵列就大大提高了阵列自由度。因为空间平滑处理无法利用非连续孔径，所以本文仅将连续部分数量最多的不重复阵元数目计作该阵列的自由度[2]。

定义 3 (连续阵元)：在阵列结构中，连续阵元即为阵元间距相等的阵元，它们在空间中等密度分布。常用的 DOA 估计算法都是基于连续阵元所应用的，该定义同样适应于虚拟阵列。举一个例子，嵌套阵列的物理结构就是不完全连续，而它的虚拟阵列则是完全连续[3]。

定义 4 (互差分优化阵)：对于两个差分子阵的阵元位置集合 $\mathbb{Z}_1 = \{z_{1i} \mid 1 \le i \le M_1\}$ 和 $\mathbb{Z}_2 = \{z_{2i} \mid 1 \le i \le M_2\}$，两个集合的互差分优化阵集合由下式给出：

$$\mathbb{Z}_{12} = \left\{ \pm \left(z_{1i} - z_{2j} \right) d \mid \forall z_{1i} d \in \mathbb{Z}_1, z_{2j} d \in \mathbb{Z}_2 \right\} \tag{1}$$

根据这一定义，当存在集合关系 $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_1 \cup \mathbb{Z}_2$ 时，易知 $\mathbb{Z}_1$ 和 $\mathbb{Z}_2$ 的互差分优化阵是 $\mathbb{Z}$ 差分共阵的子集。

定义 5 (冗余度)：即差分共阵中的重复元素。适当的冗余度会提高阵列天线的分辨能力和抗干扰能力；过高则会造成能量的分散，影响系统的 DOA 估计效能。比如下节即将提到的最小冗余阵列，就是通过降低冗余度来提高 DOA 估计精度。

3. 经典稀疏阵列结构分析

随着阵列信号处理技术的不断发展，稀疏阵列作为一种重要的阵列结构，受到了学术界和工程领域的广泛关注。最小冗余阵列、嵌套阵列和互质阵列作为稀疏阵列结构的典型代表，具有较低的成本、和更高的精度，因此备受研究者和工程师的青睐。下文将以均匀线阵为例，介绍这三种稀疏阵列结构并推导出对应的二维稀疏阵列。在二维阵列中，L 型阵列有着设计简便、成本较低、估计精度较高等优点而得到广泛应用，在介绍完三种稀疏阵列后即介绍一下 L 型互质阵的阵列结构[4]。

3.1. 最小冗余阵列

最小冗余阵列作为一种经典的稀疏阵列，在阵列信号处理中被广泛应用，特别适用于线性阵列结构。ULA 可分为两种类型：最优的最小冗余阵列和非最优的最小冗余阵列[5]。这两种类型的阵列在不同的应用场景中发挥着重要的作用。但是最优的最小冗余阵列最多只能有 4 个阵元，再多便不满足形成条件，因此不具有实践意义，本文中提到的最小冗余阵列都指非最优的最小冗余阵列。非最优的最小冗余阵列必须满足以下条件：

1、差分共阵中的冗余尽可能要少；

2、阵列最后一个阵元的位置满足关系 $M \le m_M \le M_a \quad M_a = M\left(M-1\right)/2$；

3、差分共阵中，除了 0 元素外的元素集合是由连续虚拟阵元构成的(不计冗余)。

下面以一个 5 元最小冗余阵列为例子，物理阵列结构和虚拟阵列如图，其中物理阵元位置为 $\mathbb{Z} = 0.5\lambda\left[0,1,2,6,10,13\right]$。如图 1，差分共阵是连续的，而且冗余度较低，阵元利用率较高、DOA 精度较高、DOA 精度较高。

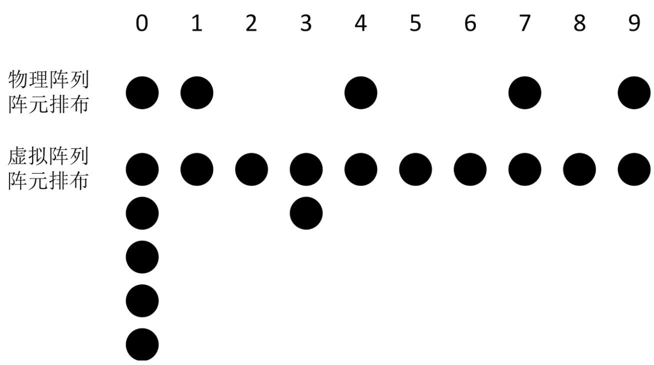

Figure 1. Five-element minimum redundant array element structure
图 1. 五元最小冗余阵阵元结构

最小冗余阵优点显著，但缺点也明显，就是没有物理结构的数学表达。截至目前，通过穷举法只得

到了阵元数小于等于 17 时的物理阵列结构。图 2 列举了最小冗余阵列的部分阵列情况。

阵元数	阵元位置									
3	0	1	3							
4	0	2	6	9						
5	0	1	4	7	9					
6	0	1	2	6	10	13				
7	0	1	2	6	10	14	17			
8	0	1	2	11	15	18	21	23		
9	0	1	2	14	18	21	24	27	29	
10	0	1	3	6	13	20	27	31	35	36

Figure 2. The position of the arrangement of some of the minimum redundant array elements
图 2. 部分最小冗余阵列阵元排列位置

3.2. 嵌套阵列

嵌套阵列也是一种非常具有代表性的稀疏阵列模型。该阵列由两个以上的均匀线阵组成，两个子阵的阵元间距互不相同。两个子阵列阵元数别为 M_1 和 M_2，阵列阵元数为 $M = M_1 + M_2$，如图 3 展示了一个一维嵌套阵列的阵元排布。

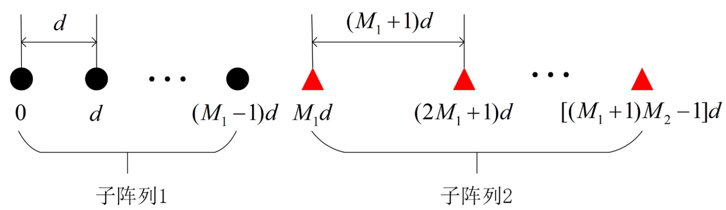

Figure 3. Nested array physical structure
图 3. 嵌套阵列物理结构

图中可以看出，子阵 1 的阵元间距为半信号波长 d，第二个子阵的半信号波长为$(M_1+1)d$。看起来子阵 1 就好像嵌套在子阵 2 中，所以被称作是嵌套阵列。可以将阵列的物理阵元位置记作：

$$\mathbb{Z}_{NA} = \{m_1 d \mid 0 \le m_1 \le M_1 - 1\} \cup \{m_2 d \mid 0 \le m_2 \le M_2 - 1\} \tag{2}$$

通过计算任意两阵元位置差可以得到该阵列的差分共阵：

$$\mathbb{R}_{NA} = \left\{-\left[\left(M_1+1\right)M_2-1\right]d, -\left[\left(M_1+1\right)M_2-2\right]d, \cdots, \left[\left(M_1+1\right)M_2-1\right]d\right\} \tag{3}$$

可以看出，该差分共阵中的延迟等间距，所以嵌套阵列生成的虚拟阵列都是连续阵元，虚拟阵列的自由度也大大提高，是 $2\left(M_1+1\right)M_2-1$，提高了 DOA 估计精度。

定义密集子阵为二维矩阵 $\boldsymbol{N}^{(d)}$。并设二维整数对角矩阵 $\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}$，在密集子阵中阵元数为 $\det\left(\boldsymbol{P}\right)$ 个，$\det(\bullet)$ 运算表示求解矩阵行列式，结果为一个标量。密集子阵中阵元的位置分布可以表示为：

以一维嵌套阵列为模型，接下来介绍二维嵌套阵列的结构。和一维嵌套阵列相同，二维嵌套阵列仍然是由两个子阵构成，其中密集子阵被稀疏子阵“包围”，就像嵌套在里面一样，阵列中参数设置与阵元分布满足如下规定：

$$dN^{(d)}Px = dN^{(d)}n^{(d)}, \quad x \in [-0.5 \quad 0.5) \times (-1 \quad 0] \tag{4}$$

定义稀疏子阵为二维矩阵 $N^{(s)} = N^{(d)}P$。取任意整数 $N_1^{(s)}$ 和 $N_2^{(s)}$，稀疏子阵中的阵元数为 $(2N_1^{(s)}+1)N_2^{(s)}$ 个。稀疏子阵中阵元的位置分布可以表示为：

$$\begin{cases} dN^{(s)}\begin{bmatrix} n_1^{(s)} \\ n_2^{(s)} \end{bmatrix} = dN^{(s)}n^{(s)} \\ n_1^{(s)} \in \left[-N_1^{(s)}, N_1^{(s)}\right], n_2^{(s)} \in \left[0, N_2^{(s)}-1\right] \end{cases} \tag{5}$$

根据上述对密集子阵和稀疏子阵的描述，可以得知二维嵌套阵列的虚拟阵元个数表达式为 $(2N_1^{(s)}p_1+p_1)(2N_2^{(s)}p_2-1)$ 个，且所有虚拟阵元连续。现在给定参数如下：

$$\begin{cases} N^{(d)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ \left[N_1^{(s)}, N_2^{(s)}\right] = [1,2] \end{cases} \tag{6}$$

生成的二维嵌套阵列物理结构和对应的虚拟阵列如图 4、图 5：

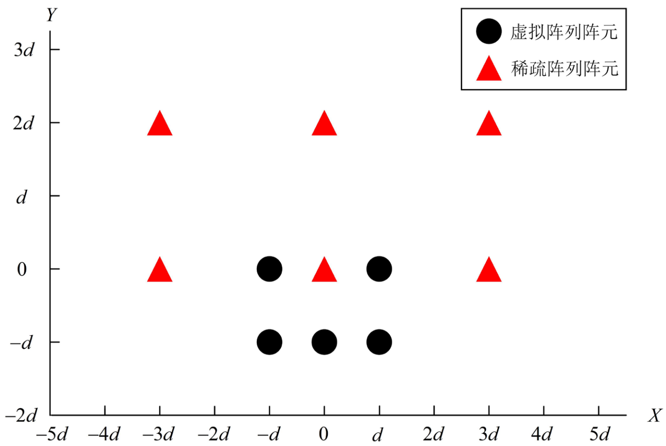

Figure 4. Two-dimensional nested array physical structure
图 4. 二维嵌套阵列物理结构

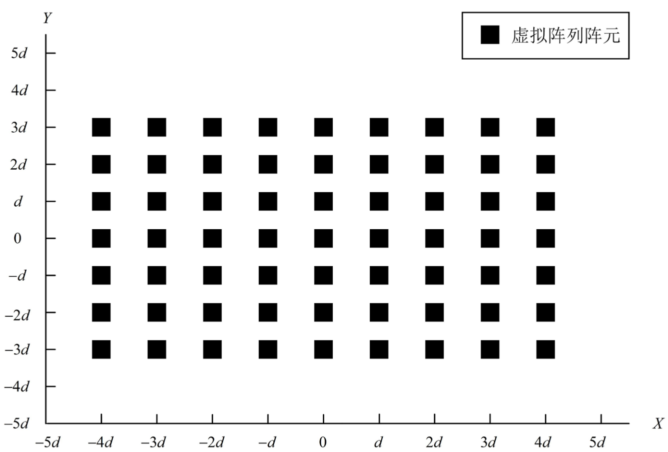

Figure 5. Two-dimensional nested array virtual array structure
图 5. 二维嵌套阵列虚拟阵列结构

可以看出，实际物理阵元只有 12 个，但是生成的虚拟阵元却有 63 个，而且是连续虚拟阵元，大大提高了了阵列自由度。

和最小冗余阵列相比，嵌套阵列的优点是具有自己的物理阵元表达式，而且能大幅提升阵列自由度。缺点在于不论是一维嵌套阵列还是二维嵌套阵列都具有阵元间距为信号半波长的密集子阵，该子阵容易产生互耦效应，影响 DOA 估计精度。

3.3. 互质阵列

为了降低阵元互耦效应对阵列天线 DOA 估计的负作用，互质阵列应运而生。因为扩大互质阵列比互质阵列自由度更高，适应性更广泛，所以本文中提到的互质阵都为扩大互质阵列。首先介绍一维互质阵列，正如字面意思，互质阵列是构建两个阵元数为互质数的均匀线性阵，其中子阵 1 为 $2M$ 个阵元，阵元间为 Nd；子阵 2 为 N 个阵元，阵元间距为 Md，d 为信号半波长，共有 $2M + N - 1$ 个阵元。这两个子阵互相嵌套，共享参考阵元，且由于两个子阵阵元数互质，所以物理阵元不会冲突叠加，这大大减小了阵元间互耦效应[6]。互质阵列具体物理结构如图 6：

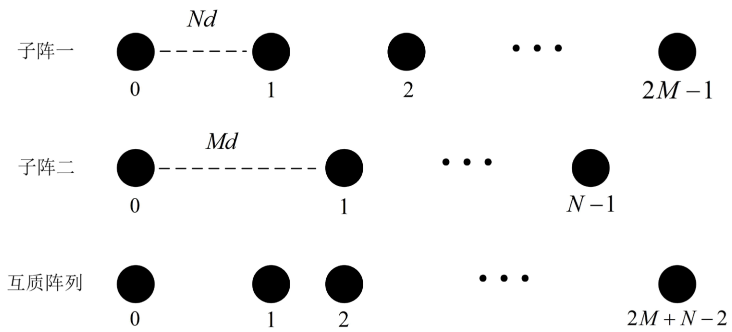

Figure 6. Physical structure of the coprime array
图 6. 互质阵列物理结构

子阵 1 的物理阵元空间集合表达式为：$\mathbb{Z}_{CA1} = \{nMd, 0 \le n \le N-1\}$，子阵 2 的物理阵元空间集合表达式为：$\mathbb{Z}_{CA2} = \{mNd, 0 \le m \le 2M-1\}$。

则合阵列阵元物理位置表达式为：

$$\mathbb{Z}_{CA} = \{Mnd, 0 \le n \le N-1\} \cup \{Nmd, 0 \le m \le 2M-1\} \tag{7}$$

该互质阵列的虚拟阵列各个虚拟阵元的虚拟位置，即差分共阵的延迟可以表示为：

$$\mathbb{R}_{CA} = \{(u_i - u_j)d \mid i, j = 0,1,2,\cdots,2M+N-2\} \tag{8}$$

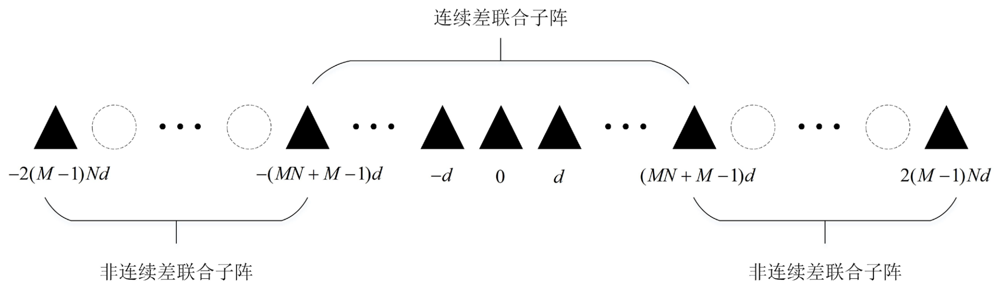

Figure 7. Coprime array virtual array structure
图 7. 互质阵列虚拟阵列结构

如图 7，为一个一维扩大互质阵列的虚拟阵列图，实心黑色三角形代表真实存在的虚拟阵元，白色虚线圆形代表不存在的虚拟阵元。

互质阵列的差分共阵可以拆分为两个子阵的差分共阵和两个子阵的互差优化阵，差分共阵表达式如下：

$$\begin{cases} \mathbb{R}_{CA} = \mathbb{R}_1 \cup \mathbb{R}_2 \cup \mathbb{R}_{12} \\ \mathbb{R}_1 = \{\pm Mnd, 0 \le n \le N-1\} \\ \mathbb{R}_2 = \{\pm Nmd, 0 \le m \le 2M-1\} \\ \mathbb{R}_{12} = \{\pm(Mnd - Nmd), 0 \le n \le N-1, 0 \le m \le 2M-1\} \end{cases} \tag{9}$$

其中，$\mathbb{R}_1$ 表示为子阵 1 的差分共阵，也就是子阵 1 生成的虚拟阵列阵元位置；$\mathbb{R}_2$、$\mathbb{R}_{12}$ 同理，分别为子阵 2 的差分共阵和子阵 1 与子阵 2 的互差优化阵。

等价为互质阵列差集数组：

$$\mathbb{C} = \{l \mid l = \pm(Mn - Nm)d, 0 \le n \le N-1, 0 \le m \le 2M-1\} \tag{10}$$

该数组中的元素 l 取值范围为：

$$l = \pm(Mn - Nm)d \qquad 0 \le m \le 2M-1, 0 \le n \le N-1 \tag{11}$$

即：

$$-(2MN - N)d \le l \le (2MN - N)d \tag{12}$$

结合以上推导，并通过数学计算，可以得出以下结论：

该互质阵列差集数组 $\mathbb{C}$ 中至少含有 $3MN + M - N$ 个不同值，即生成的虚拟阵列中有 $3MN + M - N$ 个不同的虚拟阵元。

虚拟阵列中存在阵元间距相等为半波长的虚拟阵元为 $2MN + 2M - 1$ 个，即仅仅使用 $2M + N - 1$ 个物理阵元便可以将阵列自由度扩大一个数量级，拓展了阵列孔径。

连续虚拟阵元位置为：

$$\left[-(MN + M - 1), -(MN + M - 2), \cdots, -1, 0, 1, \cdots, MN + M - 2, MN + M - 1\right]d \tag{13}$$

3.4. L 型互质阵列

在本章节中，将结合以上三种经典的稀疏阵列，深入分析一种二维稀疏阵列——L 型互质阵列。通过一种创新方法，即利用互质阵替代传统的均匀线性阵列，就得到了具有特色的二维 L 型互质阵列。该阵列设计的核心特点在于它由两组相互垂直的互质线阵构成，两个互质子阵的阵列结构可以不同。通过这种结构布局，L 型互质阵列不仅展现了多样化的形态，同时为高级二维阵列设计领域提供了广阔的应用前景。图 8 展示了由两个阵列结构相同的互质阵构成的 L 型互质阵，其中互质阵的阵列构成为 $M_1 = 2$、$M_2 = 3$，d 为信号半波长。

如图所示，为了后续分析方便，定义第 q 个信号的入射角度为 (θ_q, φ_q)，其中，θ_q、φ_q 分别为信号入射方向与 XOZ、YOZ 面的夹角。

在执行信号源方向估计的过程中，L 型阵列的常用策略包括运用两个互不干扰的子阵列，分别独立地推断出一个坐标轴上的角度信息。这种方法使我们能够分别准确提取信号在水平和垂直方向的角度成分。随后，利用精妙的角度配对技术将这两个维度的角信息有效整合，实现了对信号发射源方向的精确识别。当我们将这种处理架构与第二章中讨论的互质阵列差分共阵相结合时，便能在图 9 中看到一个清

晰的 L 型互质阵列的差分共阵配置图。

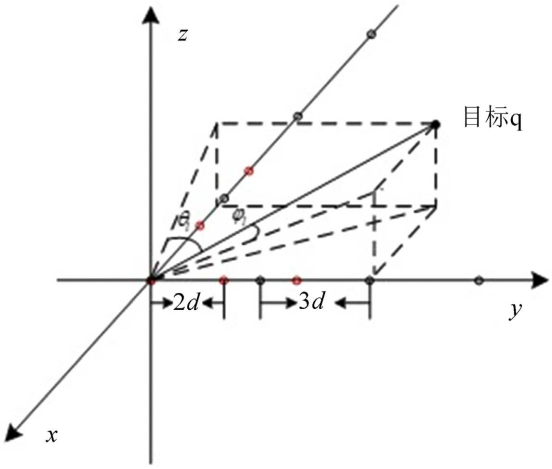

Figure 8. L-shaped coprime array physical array structure
图 8. L 型互质阵列物理阵列结构

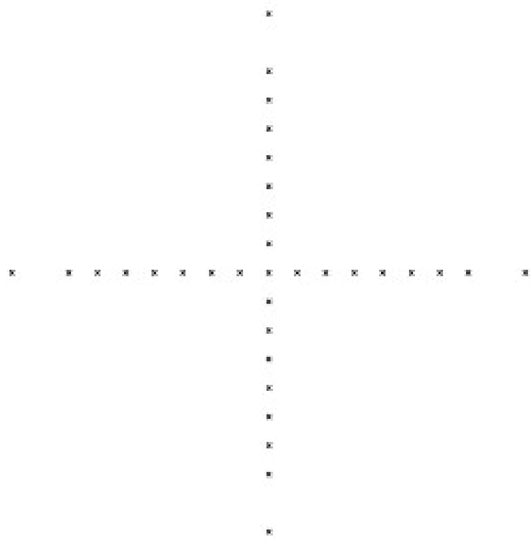

Figure 9. L-shaped coprime array differential co-array structure
图 9. L 型互质阵列差分共阵结构

为了标识方便，分别称 x、y 轴上的两个互质阵为 $\mathbb{Z}_{LCA}^{x}$ 和 $\mathbb{Z}_{LCA}^{y}$，其中，$\mathbb{Z}_{LCA}^{x} \triangleq \{v_m\}_{m=1}^{M_x}$ 为 x 轴上互质阵阵元位置分布的集合，M_x 为 x 轴上互质阵的阵元总数；$\mathbb{Z}_{LCA}^{y} \triangleq \{v_m\}_{m=1}^{M_y}$ 为 y 轴上互质阵阵元位置分布的集合，M_y 为 y 轴上互质阵的阵元总数。

假设共有 Q 个远场窄带信号入射到 L 型互质阵中，因此，阵列中两部分子阵在 k 时刻接收到的数据分别为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(k) &= \sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{a}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(\varphi_q) s_q(k) + \boldsymbol{n}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(k) \\ &= \boldsymbol{A}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}} \boldsymbol{s}(k) + \boldsymbol{n}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(k) \end{aligned} \tag{14}$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}(k) &= \sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{a}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}(\theta_q) s_q(k) + \boldsymbol{n}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}(k) \\
&= \boldsymbol{A}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}} \boldsymbol{s}(k) + \boldsymbol{n}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}(k)
\end{aligned} \tag{15}
$$

其中，$\boldsymbol{a}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(\varphi_q) = \left[1, \mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{\lambda} v_2 \sin\varphi_q}, \cdots, \mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{\lambda} v_{M_x} \sin\varphi_q}\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{M_x \times 1}$ 表示 $\mathbb{Z}_{LCA}^{x}$ 上 φ_q 方向的导向矢量；$\boldsymbol{A}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}} = \left[a_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(\varphi_1), a_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(\varphi_2), \cdots, a_{\mathbb{Z}_{LCA}^{x}}(\varphi_Q)\right] \in \mathbb{C}^{M_x \times Q}$ 表示 $\mathbb{S}_x$ 的阵列流形矩阵；$\boldsymbol{a}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}$ 与 $\boldsymbol{A}_{\mathbb{Z}_{LCA}^{y}}$ 同理，分别表示为 $\mathbb{Z}_{LCA}^{y}$ 上 θ_q 方向的导向矢量和阵列流型矩阵。$\boldsymbol{S}(k) = \left[s_1(k), s_2(k), \cdots, s_Q(k)\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ 表示入射信号。

4. 阵列方向图比较仿真

阵列测角性能可以通过方向图来表示，方向图表示信号能量在空间中的分布，通常以二维图形的方式展现，通过观察方向图可以判别天线主瓣方向和测角精度，方向图越窄，测角精度越高。令 w 表示各个阵列的加权值，则方向图可以表示为：

$$
\boldsymbol{F}(\theta) = w^H \boldsymbol{a}(\theta) \tag{16}
$$

其中，$\boldsymbol{a}(\theta)$表示阵列信号导向矢量，为了方便比较各阵列的方向图，通常对方向图进行处理得到方向图增益：

$$
\boldsymbol{G}(\theta) = 20\lg \frac{|\boldsymbol{F}(\theta)|}{\max|\boldsymbol{F}(\theta)|} \tag{17}
$$

现在为比较三种经典稀疏阵列的测角性能，下面控制阵元数为唯一变量不变，来比较方向图增益，取阵元数 $M = 10$，阵列物理结构如下图 10 所示。

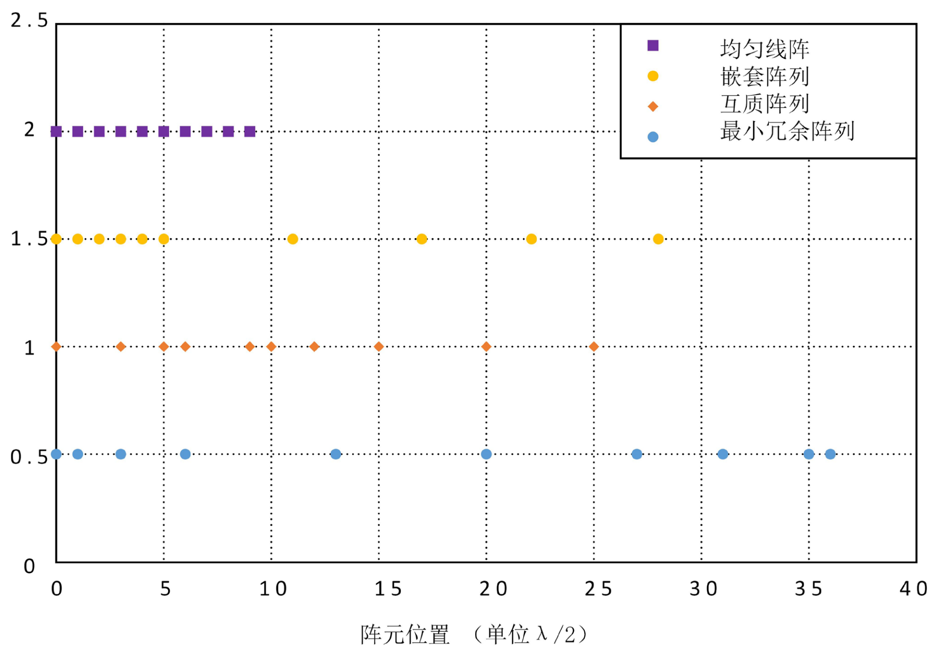

Figure 10. Schematic diagram of the array structure of three one-dimensional sparse arrays and uniform linear arrays under the condition that the number of elements is equal

图 10. 三种一维稀疏阵列和均匀线阵在阵元数相等的条件下的阵列结构示意图

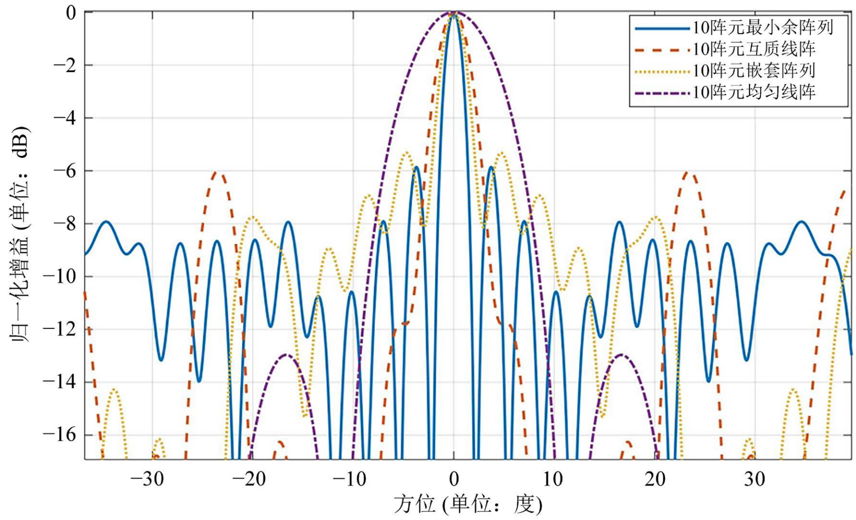

Figure 11. Simulation comparison of three one-dimensional sparse arrays and uniform linear arrays under the condition of equal number of elements
图 11. 三种一维稀疏阵列和均匀线阵在阵元数相等的条件下的方向图仿真比较

由图 11 可知，四种阵列在阵元数为 10 时，最小冗余阵列的方向图主瓣宽度最窄，所以他的测角性能做好，互质阵列和嵌套阵列的主瓣宽度都比最小冗余阵列要宽，所以他们的测角性能次之。但是三种稀疏阵列的主瓣宽度都远远窄于均匀线阵，所以可以明显得知稀疏阵列的角度分辨能力优于均匀线阵。其中互质阵列虽然存在孔洞问题，但是它的旁瓣比嵌套阵列更窄，这是由于避免了阵元互耦效应[7]。

5. 论文小结

通过以上对三种经典稀疏阵列的结构分析和仿真比较后，可以得出三种稀疏阵列的优缺点。最小冗余阵列冗余度小，所以虚拟阵列连续且最大、但是没有物理阵元表达式，阵元数过多时无法设计，而且只适用于一维线阵，具有局限性；嵌套阵列设计简便，而且生成的虚拟阵列孔径连续且较大，缺点是其中的嵌套的密集子阵阵元间距为信号半波长，阵元间距较小，受阵元互耦效应的影响严重，降低了角度估计精度[8]；互质阵列，由于子阵互质，所以阵元间距大，耦合作用弱，但是连续虚拟阵列小，降低了自由度。三种经典稀疏阵列各有千秋，可以适用于不同场景，当设计小阵列天线时，可以采用最小冗余阵结构，如果待设计的阵列天线较大，那么可以采用嵌套阵列和互质阵列，并结合具体算法实现基于二维稀疏阵列的相控阵雷达超分辨角度估计方法研究。

稀疏阵列优点很多，但是也存在一些明显的缺点，比如旁瓣电平较高、阵元误差较大、存在孔洞问题等，关于稀疏阵列的研究仍有很大的发展空间。

基金项目

本文工作获得陕西省自然科学基础研究计划项目(2023-JC-YB-553, 2023-JC-YB-491)资助。

参考文献

[1] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 1-39.
[2] 刘冠豪. 基于扩展稀疏阵列的信号波达方向估计方法研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西北大学, 2021.
[3] 严世安. 基于互质阵列的波达角估计[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2022.
[4] 张伟科. 高分辨阵列信号 DOA 估计关键技术研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 国防科技大学, 2019.

[5] 李齐衡. 基于最小冗余面阵的 DOA 估计[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2023.

[6] 程陈阳. 基于压缩感知的互质阵列二维 DOA 估计算法研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2022.

[7] Zhang, Y., Shi, J., Zhou, H., *et al*. (2024) Improved Moving Scheme for Coprime Arrays in Direction of Arrival Estimation. *Digital Signal Processing*, **149**, Article ID: 104514. https://doi.org/10.1016/j.dsp.2024.104514

[8] 武向勇. 稀疏阵列波达方向估计[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.