

GM(1,1) Power Model for Prediction of Oil and Gas Production

Junliang Li, KYMBAT BOLATKAN

School of Petroleum Engineering, Yangtze University, Wuhan Hubei
Email: lijunliang01@163.com

Received: 28th Apr. 2018; accepted: 3rd Jul. 2018; published: 15th Oct. 2018

Abstract

Arps decline model was the most widely used model for predicting oil and gas production at present, but it had a high requirement for test sequences. The GM(1,1) power model was appropriate for the modeling forecast of multiform sequence. Based on the similarity between the Arps decline model and GM(1,1) power model, this paper regards the GM(1,1) power model as the extension of the Arps decline model. The GM(1,1) power model was taken as the expansion of Arps model; the GM(1,1) power model was used to deduce the predicting formulae of production and production decline rate, and build the optimization model with the objective function that the error was minimal and the particle swarm optimization algorithm was used to solve the problem. It is proved by examples that the modeling accuracy is higher and the range of application is wider by using GM(1,1) power model to predict output.

Keywords

Arps Decline Model, GM(1,1) Power Model, Particle Swarm Optimization Algorithm, Production Decline Rate

油气产量预测的GM(1,1)幂模型

李军亮, KYMBAT BOLATKAN

长江大学石油工程学院, 湖北 武汉

作者简介: 李军亮(1977-), 男, 博士, 副教授, 现从事采油气工艺教学和科研工作。

Email: lijunliang01@163.com

收稿日期: 2018年4月28日; 录用日期: 2018年7月3日; 发布日期: 2018年10月15日

摘要

Arps递减模型是目前应用最广的油气产量预测模型, 但对测试序列要求高。GM(1,1)幂模型能适应多种形状序列的建模预测。根据二者形式上的相似性, 将GM(1,1)幂模型看成Arps模型的扩展。利用GM(1,1)幂模型推导了产量及产量递减率预测公式, 建立以误差最小为目标的优化模型求解参数, 并利用粒子群算法求解。通过实例证明: 利用GM(1,1)幂模型进行产量预测, 建模精度更高, 适用范围更广。

关键词

Arps递减模型, GM(1,1)幂模型, 粒子群算法, 产量递减率

Copyright © 2018 by authors, Yangtze University and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

油气产量预测是油气田制定长期规划的主要依据。由于影响油气产量的因素众多, 这给建立理论模型带来一定的困难。根据系统分析的原理, 利用生产数据进行建模预测是目前被广泛采用的方法, 其中选择科学合理的模型是研究的重点。在 20 世纪 90 年代及以前, 就已经提出了多种预测模型, 例如 Arps 模型[1]、翁氏模型[2]、t 模型[3]、Weibull 模型、贝塔旋回模型[4]、HCZ 模型、伽马旋回模型等一系列模型。但目前在现场应用最广的仍是 Arps 模型[5] [6] [7]。但 Arps 模型选择标准曲线受主观因素影响大, 尤其对于非光滑序列, 选择初始递减率和递减指数困难, 误差大。随着计算机技术的发展, 智能算法也逐渐被用来预测油气产量, 例如神经网络算法、遗传算法等[8] [9] [10]。但智能算法需要样本量大, 对于少数数据的情况难以推广应用。

油气田产量影响因素错综复杂, 因此油气生产系统可以看成是一个不确定系统。针对该系统“小样本”、“贫信息”的特征, 灰色预测模型也在产量预测中得到广泛应用。相对 GM(1,1)模型, GM(1,1)幂模型可以满足更多形状序列的模拟[11]。笔者在分析 Arps 产量递减模型的基础上, 采用 GM(1,1)幂模型进行油气产量和产量递减率预测, 取得了很好的效果。

2. Arps 产量递减模型

Arps 产量递减模型是目前应用最广的一种模型, 该模型形式如下:

$$\frac{a}{a_i} = \left(\frac{Q}{Q_i} \right)^n \quad (1)$$

式中： a 、 a_i 分别为时间 t 和初始时刻的产量递减率， mon^{-1} 或 a^{-1} ，表示单位时间内产量的变化率。定义式为：

$$a = -\frac{1}{Q} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

式中： Q 、 Q_i 分别为时间 t 和初始时刻的产量，单位是 t/mon 或 t/a ； n 为递减指数，当 $n=0$ 时称为指数递减；当 $n=1$ 时称为调和递减；当 $n=0.5$ 时称为产量衰减；当 $0 < n < 1$ 且 $n \neq 0.5$ 时称为双曲递减。该次研究不考虑指数递减，即取 $0 < n \leq 1$ 。

联立式(1)和式(2)可以得到：

$$dQ = -\frac{a_i}{Q_i^n} \cdot Q^{n+1} dt \quad (3)$$

取递减初始条件， $t=0$ 时 $Q=Q_i$ ，则可以得到产量和递减率随时间变化的公式：

$$Q = \frac{Q_i}{(1+na_it)^{1/n}} \quad (4)$$

$$a = \frac{a_i}{1+na_it} \quad (5)$$

如果令 $B = -\frac{a_i}{Q_i^n}$ ， $m = n+1$ ，则式(3)可以写为：

$$\frac{dQ}{dt} = BQ^m \quad (6)$$

3. GM(1,1) 幂模型

设 $Q^{(1)}$ 为原始产量序列， $Q^{(1)} = (Q^{(1)}(1), Q^{(1)}(2), \dots, Q^{(1)}(k))$ ， $Q^{(0)} = (Q^{(0)}(1), Q^{(0)}(2), \dots, Q^{(0)}(k))$ ； $Q^{(0)}$ 为 $Q^{(1)}$ 的一次累减生成序列，其中 $Q^{(0)}(j) = Q^{(1)}(j) - Q^{(1)}(j-1)$ ， $j=1, 2, \dots, k$ 。

$z^{(1)}$ 为 $Q^{(1)}$ 的均值生成序列， $z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(k))$ ，其中 $z^{(1)}(j) = 0.5Q^{(1)}(j-1) + 0.5Q^{(1)}(j)$ ，则称：

$$Q^{(0)}(j) + Az^{(1)}(j) = B(z^{(1)}(j))^m \quad (7)$$

为 GM(1,1) 幂模型。

根据最小二乘法，GM(1,1) 幂模型的参数可按式求解：

$$P = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} s(m+1)E - s(2m)D \\ s(2)E - s(m+1)D \end{bmatrix}}{s(2)s(2m) - s^2(m+1)} \quad (8)$$

其中： $s(v) = \sum_{j=2}^k (z^{(1)}(j))^v$ ($v=2, 2m, m+1$)， $D = \sum_{j=2}^k Q^{(0)}(j)z^{(1)}(j)$ ， $E = \sum_{j=2}^k Q^{(0)}(j)(z^{(1)}(j))^m$ 。

GM(1,1) 幂模型的白化方程为：

$$\frac{dQ^{(1)}}{dt} + AQ^{(1)} = B(Q^{(1)})^m \quad (9)$$

根据式(6)和式(9)可以看出, Arps 产量递减模型也是幂模型, 是 GM(1,1)幂模型在 $A=0$ 时的特例。GM(1,1)幂模型白化方程的通解为:

$$Q^{(1)}(t) = \left[\frac{B}{A} + Ce^{A(m-1)t} \right]^{\frac{1}{1-m}} \quad (10)$$

式中: C 为任意常数。取递减初始条件, $t=0$ 时 $Q=Q^{(1)}(1)$ 可以得到产量随时间变化公式:

$$Q = \left\{ \frac{B}{A} + \left[Q^{(1)}(1)^{(1-m)} - \frac{B}{A} \right] e^{A(m-1)t} \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad (11)$$

根据式(2)和式(10)可以得到:

$$a = A - B \cdot Q^{m-1} \quad (12)$$

将式(11)代入式(12)即可得到 GM(1,1)幂模型的产量递减率随时间的变化公式:

$$a = A - B \cdot \left\{ \frac{B}{A} + \left[Q^{(1)}(1)^{(1-m)} - \frac{B}{A} \right] e^{A(m-1)t} \right\}^{-1} \quad (13)$$

4. 模型的求解方法

不同油田产量的递减规律不同, 表现在初始递减率 a_1 和递减指数 n 不同, 而又主要取决于 n 的变化情况。影响 n 的因素很多, 如岩石性质、驱动方式、地质条件以及开采方式等, 所以 n 变化范围很广, 其选择和应用都比较麻烦。Arps 产量递减模型采用标准曲线对比法求解 a_1 和 n , 受主观影响大, 误差大, 尤其对于不规则序列, 难以选择标准曲线。GM(1,1)幂模型可以满足多种形状序列的模拟, 这主要取决于 A 、 B 和 m 的大小, 但同样存在 m 求解难的问题。笔者通过构建最优化模型, 利用智能算法求解 m 。

油田产量递减规律一般是随着时间推移, 产量递减变慢, 最后趋近于 0。根据 GM(1,1)幂模型的性质, 进行产量递减预测时应有 $A>0$ 、 $m>1$ 。由式(7), 参数 A 、 B 可以看成 m 的函数, 即 $P=[A, B]' = f(m)$, 构建相对误差函数, 建立以相对误差最小为目标的优化模型:

$$\begin{aligned} \min E(m) &= \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k \left| \frac{\widehat{Q}^{(1)}(j) - Q^{(1)}(j)}{Q^{(1)}(j)} \right| \right] \times 100\% \\ \text{st } &A > 0, m > 1 \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\widehat{Q}^{(1)}(j)$, $j=1, 2, \dots, k$ 为预测值。

粒子群算法由于理论计算简单, 收敛速度快而得到广泛应用。采用文献[12]提出的多种群多极值粒子群算法进行求解。

由于 GM(1,1)幂模型和 Arps 产量递减模型形式不同, A 、 B 和 m 只代表一个数值, 没有实际意义, 所以不能直接采用 $B = -\frac{a_1}{Q_1^n}$ 和 $m = n+1$ 计算 Arps 模型中的初始递减率 a_1 和递减指数 n 。对于初始递减率, 正确的求解方法是根据式(12), 取 $t=0$ 进行求解。在 GM(1,1)幂模型中没有递减指数的概念。

5. 实例分析

取文献[1]中某油田在生产后期的产量数据(表 1)。文献[1]将产量变化曲线与标准图版对比, 确定递减指数 $n=0.3$ 、初始递减率 $a_1=0.05$, 从而得到产量和递减率随时间变化的关系分别为:

$$Q = \frac{902.2}{(1+0.015t)^{1/0.3}}$$

$$a = \frac{0.05}{1 + 0.015t}$$

采用 GM(1,1) 幂模型求解，得到 $A = 0.00961$ 、 $B = 0.00139$ 、 $m = 1.65$ ，从而得到产量和递减率随时间变化的关系分别为：

$$Q = \left\{ -0.14464 + 0.15664e^{0.00284t} \right\}^{-1.53846}$$

$$a = 0.00961 + 0.00139 \times \left(-0.14464 + 0.15664e^{0.00284t} \right)^{-1}$$

预测结果见表 1。

Table 1. The results of model prediction (data taken from reference [1])

表 1. 模型预测结果(数据来自文献[1])

数据来源	时间		实际日产量/t	Arps 产量递减模型		GM(1,1) 幂模型	
	实际生产时间/d	建模时间/100 d		产量预测值/(t·d ⁻¹)	递减率预测值/(100 d) ⁻¹	产量预测值/(t·d ⁻¹)	递减率预测值/(100 d) ⁻¹
样本值	3780	0.0	902.2	902.2	0.05	902.2	0.057
	4000	2.2	799.2	809.7	0.048	799.0	0.053
	4220	4.4	714.0	729.1	0.047	713.8	0.050
	4440	6.6	641.8	658.6	0.045	642.1	0.047
	4660	8.8	580.3	596.8	0.044	581.3	0.044
	4880	11.0	527.9	542.3	0.043	529.1	0.042
	5100	13.2	482.6	494.1	0.042	484.0	0.040
	5320	15.4	443.8	451.3	0.041	444.6	0.038
预测值	5540	17.6		413.2	0.040	410.1	0.036
	5760	19.8		379.2	0.039	379.6	0.034
	5980	22.0		348.7	0.038	352.5	0.033
	6200	24.2		321.4	0.037	328.3	0.032
样本平均相对误差*/%				1.958		0.121	

*样本平均相对误差是根据式(14)计算得到，即 $\frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k \left| \frac{\tilde{Q}^{(1)}(j) - Q^{(1)}(j)}{Q^{(1)}(j)} \right| \right] \times 100\%$ 。

从表 1 中的结果可以看出，相对 Arps 产量递减模型，GM(1,1) 幂模型相对误差小，建模精度高。另外计算时发现在 $A < 0$ 、 $m > 1$ 和 $A > 0$ 、 $0 < m < 1$ 两个区域，也可以达到很高的建模精度，但是根据长期预测，产量趋近于 $(B/A)^{\frac{1}{1-m}}$ ，不符合现场实际。主要原因是样本数据点少，贫信息，只能反映中、短期产量变化规律。对于长期预测，则需要更多的数据点。这也同时说明任何模型的建立，都必须以实际规律为基础。

6. 结论

1) GM(1,1) 幂模型适合少样本、贫信息的不确定系统，能满足多种形状序列的建模。同时 GM(1,1) 幂模型与 Arps 产量递减模型在形式上存在共性，可以用来预测油气产量，建模剪度高。

2) 在油田现场, 受各种因素的影响, 测试的数据带有一定的“噪声”, 因此在建模过程中, 不仅要追求建模精度, 更要分析模型是否能反映实际生产规律。尤其是长期预测, 要随时用最新的测试点更新模型。

参考文献

- [1] 廉庆存. 油藏工程[M] 北京: 石油工业出版社, 2006.
- [2] 陈元千. 对翁氏预测模型的推导及应用[J]. 天然气工业, 1996, 16(2): 22-26.
- [3] 胡建国, 陈元千. t 模型的应用及讨论[J]. 天然气工业, 1995, 15(4): 26-29.
- [4] 李社文. 贝塔旋回模型在油田产量及可采储量预测中的应用[J]. 新疆石油地质, 2000, 21(1): 62-64.
- [5] 齐亚东, 王军磊, 庞正炼, 等. 非常规油气井产量递减规律分析新模型[J]. 中国矿业大学学报, 2016, 45(4): 772-777.
- [6] 白玉湖, 徐兵祥, 陈桂华, 等. 不确定性页岩油气产量递减预测方法[J]. 天然气勘探与开发, 2016, 39(3): 45-48.
- [7] 雷丹凤, 王莉, 张晓伟, 等. 页岩气井扩展指数递减模型研究[J]. 断块油气田, 2014, 21(1): 66-68, 82.
- [8] 周彩兰, 刘敏. BP 神经网络在石油产量预测中的应用[J]. 武汉理工大学报, 2009, 31(3): 125-129.
- [9] 马林茂, 李德富, 郭海湘, 等. 基于遗传算法优化 BP 神经网络在原油产量预测中的应用——以大庆油田 BED 试验区为例[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(24): 117-128.
- [10] 邓勇, 杜志敏, 陆燕妮. 遗传算法结合神经网络在油气产量预测中的应用[J]. 数学实践和认识, 2008, 38(15): 118-123.
- [11] 李军亮. 基于广义灰色模型的极限承载力建模与预测研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学, 2009.
- [12] Li, J.L. and Xiao, X.P. (2008) Multi-swarm and Multi-best Particle Swarm Optimization Algorithm. *The 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Chongqing, 25-27 June 2008, 6281-6286.

[编辑] 黄鹂

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2471-7185, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: jogt@hanspub.org