

# Research on the Use of Reservoir Operating Rule Curves Based on the Two-Stage Optimization\*

Jingfei Zhao, Pan Liu, Liping Li

State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan  
Email: zhaojingfei1989@163.com

Received: Feb. 6<sup>th</sup>, 2012; revised: Feb. 23<sup>rd</sup>, 2012; accepted: Mar. 2<sup>nd</sup>, 2012

**Abstract:** Generally, inflow forecast is not concerned when using conventional operating rule curves to calculate the output (or outflow) based on initial water level. While in real reservoir operation, inflow forecast can be added to improve the operation efficiency. Based on the reservoir two-stage optimization problem and the analysis of the monotonous of the objective function, the two-stage optimization theory is applied to the reservoir operation rule curves in this paper. With the case study of Three Gorge Reservoir, in accordance with initial operating rule curves and two days inflow forecast, the optimal operation of the reservoir is obtained. It is shown that: compared with the initial simulation result, the proposed method improves the hydropower greatly.

**Keywords:** Reservoir Operating Rule Curves; Monotonous; Two-Stage; Optimization

## 两阶段优化在水库调度图中的应用研究\*

赵静飞, 刘攀, 李立平

武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉  
Email: zhaojingfei1989@163.com

收稿日期: 2012年2月6日; 修回日期: 2012年2月23日; 录用日期: 2012年3月2日

**摘要:** 水库常规调度图按时段出水位确定该时段出力(或出流)决策一般不考虑径流预报, 但在水库实际调度中则可利用入库径流预报来提高水库的运行效率。本文基于水库两阶段优化问题, 在分析目标函数单调性的基础上, 将两阶段优化的理论应用于水库调度图中, 并以三峡水库为研究背景, 按照原设计调度图和两天预报结果, 进行水库调度的优化运行。结果表明: 较原模拟结果, 优化后可增加年均发电量 19.47 亿 KW·h, 显著提高了水库的运行效益。

**关键词:** 水库调度图; 单调性; 两阶段; 优化

### 1. 概述

水库及相应的调度规则是指导水库运行调度的基本依据。水库常规调度图是水库设计运行的基础依据, 它是由一组以水库水位(或蓄水量)为纵坐标, 以

时间为横坐标表示的调度线组成。调度线按其重要性可分为基本调度线和附加调度线两类: 对于水电站水库, 基本调度线包括上基本调度线(防破坏线)和下基本调度线(限制出力线); 附加调度线包括加大出力线、降低出力线和防弃水线等。这些调度线将水库兴利调度图划分为保证出力区、加大出力区、降低出力区、预想出力区。由此可按如下规则运行调度:

1) 当水库实际蓄水位落于上、下基本调度线及两

\*基金项目: 国家科技支撑计划(2009BAC56B02; 2009BAC56B04); 国家自然科学基金项目(50979072)。

作者简介: 赵静飞(1989-), 女, 河南洛阳人, 硕士研究生, 主要从事水资源开发利用方面研究。

线之间的保证出力区时, 则水电站按保证出力工作, 即水电站出力  $N = N_p$ 。

2) 当水库实际蓄水位落于上基本调度线和防弃水线之间的加大出力区时, 则水电站按加大出力工作, 即水电站出力  $N > N_p$ 。

3) 当水库实际蓄水位落于预想出力线及以上的预想出力区时, 则水电站按预想出力工作, 即水电站出力  $N = N_{\text{预}}$ 。

4) 当水库实际蓄水位落于下基本调度线以下的降低出力区时, 则水电站按其相应降低出力线所指示的出力工作, 即水电站出力  $N < N_p$ 。

5) 当水库实际蓄水位上升至防洪限制水位与防洪高水位之间的防洪区时, 则水电站按相应的最大过水能力加大出力(即预想出力)。同时应按防洪调度要求通过泄洪设施泄洪<sup>[1,2]</sup>。

在常规调度图应用中, 按时段初水位确定出力一般情况下不考虑径流预报。本文在运用水库调度图运行调度的基础上建立了两阶段优化模型, 通过分析目标函数的单调性, 考虑径流预报进行优化调度。在此基础上对三峡水库 1951~2005 年的入库流量资料系列进行模拟, 与原设计常规调度图传统法对比分析, 以此来研究水库调度图的优化应用问题<sup>[3-6]</sup>。

## 2. 两阶段优化调度模型

针对发电水库, 对调度问题进行简化处理可建立单个水库的两阶段确定性优化调度模型<sup>[7]</sup>。

### 2.1. 目标函数

取水库两阶段出力之和最大为目标函数, 其表达式为:

$$\max(N_1 + N_2) \quad (1)$$

式中,  $N_1$  为第一时段出力;  $N_2$  为第二时段出力。

### 2.2. 约束条件

1) 水量平衡约束:

$$V_1 = V_0 + (I_1 - Q_1) \Delta t \quad (2)$$

$$V_2 = V_1 + (I_2 - Q_2) \Delta t \quad (3)$$

式中:  $V_0$  是第一时段初的水库库容;  $I_1, I_2$  分别是水库第一、二时段的入库流量;  $Q_1, Q_2$  分别是水库为第

一、二时段的出库流量;  $\Delta t$  为时段长度。

2) 水库库容约束:

$$V_{i,\min} \leq V_i \leq V_{i,\max} \quad (i = 0, 1, 2) \quad (4)$$

式中:  $V_{i,\min}$  是水库  $i$  时段的最小库容, 一般取死水位对应的库容;  $V_{i,\max}$  是水库  $i$  时段的最大库容, 正常兴利运用时可取允许最高蓄水库容。

3) 水库出库流量约束:

$$Q_{\min} \leq Q_i \leq Q_{\max} \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

式中:  $Q_{\min}$  是水库的最小出库流量, 受下游河道的航运、生态等制约;  $Q_{\max}$  是水库的最大泄流流量, 受水库对下游的洪水防护要求、最大泄流能力(与水库水位有关)等制约。

### 2.3. 单调性分析

本文在简化处理下, 取单位时段长, 对第一、二时段进行单调性分析。

$$\text{目标函数: } \max(N_1 + N_2) \quad (6)$$

$$s.t. \quad V_1 = V_0 + I_1 - Q_1 \quad (7)$$

$$V_2 = V_1 + I_2 - Q_2 \quad (8)$$

$$N_1 = \min[kQ_1 H_1, f(H_1)] \quad (9)$$

$$N_2 = \min[kQ_2 H_2, f(H_2)] \quad (10)$$

$$V_i = \varphi(Z_i) \quad (11)$$

$$H_1 = \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \quad (12)$$

$$H_2 = \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{2\text{down}} \quad (13)$$

式中:  $V_i = \varphi(Z_i) (i = 0, 1, 2)$  为水位库容关系曲线, 在证明过程中可根据一些实测数据, 通过拟合, 得到  $V_i = \varphi(Z_i) = aZ_i^b$ , 其中  $a, b$  为系数;  $Z_0$  为初始时刻的库水位,  $Z_1, Z_2$  为分别为第一、第二时段末的库水位,  $Z_{1\text{down}}, Z_{2\text{down}}$  分别为水库第一、第二时段对应下游水位;  $f(H_i) = \begin{cases} \varphi(H_i) & H_i \leq H_m \\ N_m & H_i > H_m \end{cases} (i = 1, 2)$ , 其中  $N_m$

为水库最大出力,  $H_m$  为临界水头,  $\varphi(H_i)$  为水头与出力的关系, 证明过程将其简化为水头的二次函数, 由于出力随水头的增加而增大, 且水头增长到一定程度出力增加缓慢, 故可知其为增函数, 并且为凸函数。

由于

$$N_1 = \min[kQ_1H_1, f(H_1)], N_2 = \min[kQ_2H_2, f(H_2)]$$

故可分四种情况进行讨论:

1) 当  $N_1 = kQ_1H_1, N_2 = kQ_2H_2$  时,

目标函数:

$$\begin{aligned} F(Z_1) &= N_1 + N_2 = kQ_1H_1 + kQ_2H_2 \\ &= k(V_0 + I_1 - aZ_1^b) \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) \\ &\quad + k(aZ_1^b + I_2 - V_2) \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{2\text{down}} \right) \end{aligned}$$

故,

$$\begin{aligned} F(Z_1)' &= \frac{1}{2}k(V_0 + I_1 - aZ_1^b) - kabZ_1^{b-1} \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2}k(aZ_1^b + I_2 - V_2) + kabZ_1^{b-1} \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{2\text{down}} \right) \end{aligned}$$

继续化简得:

$$F(Z_1)' = \frac{1}{2}k(V_0 + I_1 + I_2 - V_2) - \frac{Z_0 - Z_2}{2}kabZ_1^{b-1}$$

当  $Z_0 \leq Z_2$  时,  $F(Z_1)' \geq 0$  恒成立, 故目标函数  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数。

当  $Z_0 > Z_2$  时, 由水位库容关系, 库容是关于水位的凹函数, 故有  $\varphi(Z_i)'' = ab(b-1)Z_i^{b-2} \geq 0$ , 因此有  $b \geq 1$ 。故  $F(Z_1)'' = -\frac{Z_0 - Z_2}{2}kab(b-1)Z_1^{b-2} \leq 0$  恒成立, 因此  $F(Z_1)'$  是关于  $Z_1$  的单调递减函数。

由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 将  $Z_{\min}, Z_{\max}$  分别代入  $F(Z_1)'$  中。

可分如下三种情况进行讨论:

a) 若  $F(Z_{\min})' > 0, F(Z_{\max})' < 0$ , 则存在  $F(Z_1)' = 0$ , 其中  $Z_{\min} < Z_1' < Z_{\max}$ , 此时  $F(Z_1)$  随着  $Z_1$  的增大先增后减, 即当  $Z_{\min} < Z_1 < Z_1'$  时  $F(Z_1)' > 0$ , 此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数; 当  $Z_1' < Z_1 < Z_{\max}$  时  $F(Z_1)' < 0$ , 此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递减函数, 并且  $F(Z_1)$  在  $Z_1'$  处取得极大值。此时  $Z_1' = b - \sqrt{\frac{V_0 + I_1 + I_2 - V_2}{ab(Z_0 - Z_2)}}$ , 其简化图形如图 1 中(a)所示。

b) 若  $F(Z_{\min})' \leq 0$ , 由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 则有  $F(Z_1)' \leq 0$  恒成立, 故此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$

的单调递减函数, 其简化图形如图 1 中(b)所示。

c) 若  $F(Z_{\max})' \geq 0$ , 由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 则有  $F(Z_1)' \geq 0$  恒成立, 故此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数, 其简化图形如图 1 中(c)所示。

2) 当  $N_1 = kQ_1H_1, N_2 = f(H_2)$  时,

目标函数:

$$\begin{aligned} F(Z_1) &= N_1 + N_2 = kQ_1H_1 + f(H_2) \\ &= k(V_0 + I_1 - aZ_1^b) \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) + f(H_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(Z_1)' &= \frac{1}{2}k(V_0 + I_1 - aZ_1^b) \\ &\quad - kabZ_1^{b-1} \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) + \frac{1}{2}f(H_2)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(Z_1)'' &= -\frac{1}{2}kabZ_1^{b-1} \\ &\quad - kab(b-1)Z_1^{b-2} \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2}kabZ_1^{b-1} + \frac{1}{4}f(H_2)'' \\ &= -kabZ_1^{b-1} - kab(b-1)Z_1^{b-2} \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4}f(H_2)'' \end{aligned}$$

由于  $f(H_2)$  为凸函数, 故有  $f(H_2)'' \leq 0$  恒成立, 又  $-kabZ_1^{b-1} - kab(b-1)Z_1^{b-2} \left( \frac{Z_0 + Z_1}{2} - Z_{1\text{down}} \right) \leq 0$ , 故有  $F(Z_1)'' \leq 0$  恒成立, 故  $F(Z_1)'$  为关于  $Z_1$  的单调递减函数。

同 1) 中所述, 由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 将  $Z_{\min}, Z_{\max}$  分别代入  $F(Z_1)'$  中。

可分如下三种情况进行讨论:

a) 若  $F(Z_{\min})' > 0, F(Z_{\max})' < 0$ , 则存在  $F(Z_1)' = 0$ , 其中  $Z_{\min} < Z_1' < Z_{\max}$ , 此时  $F(Z_1)$  随着  $Z_1$  的增大先增后减, 即当  $Z_{\min} < Z_1 < Z_1'$  时  $F(Z_1)' > 0$ , 此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数; 当  $Z_1' < Z_1 < Z_{\max}$  时  $F(Z_1)' < 0$ , 此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递减函数, 并且  $F(Z_1)$  在  $Z_1'$  处取得极大值。此时可用迭代法求得

$$Z_1' = \frac{V_0 + I_1}{2aZ_1^{b-1}} + \frac{1}{2kaZ_1^{b-1}}f(H_2)' - b \left( \frac{Z_0}{2} - Z_{1\text{down}} \right), \text{ 其简化图形如图 1 中(a)所示。}$$

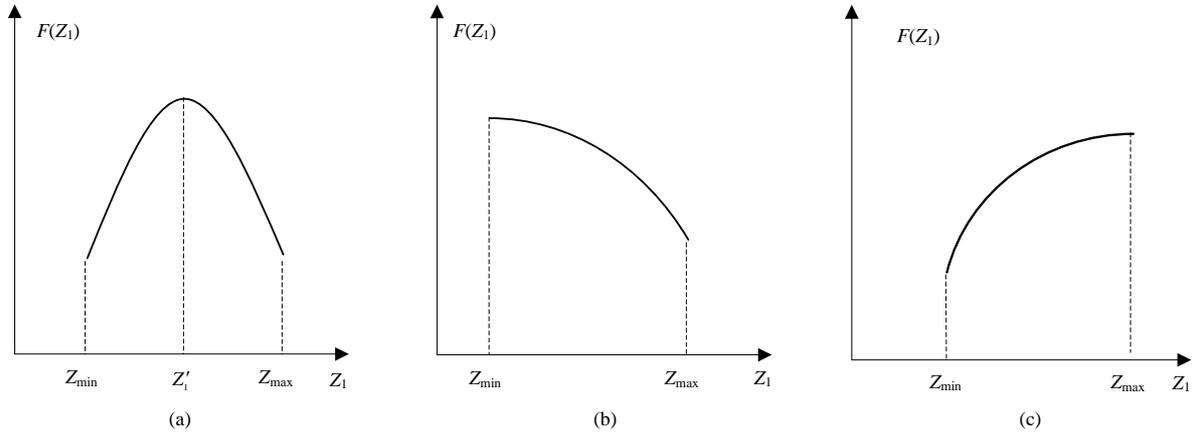


Figure 1. Simplified diagrams of monotonous  
图 1. 单调性简化图

b) 若  $F(Z_{min})' \leq 0$ , 由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 则有  $F(Z_1)' \leq 0$  恒成立, 故  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递减函数, 其简化图形如图 1 中(b)所示。

c) 若  $F(Z_{max})' \geq 0$ , 由于  $F(Z_1)'$  为单调递减的函数, 则有  $F(Z_1)' \geq 0$  恒成立, 故  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数, 其简化图形如图 1 中(c)所示。

3) 当  $N_1 = f(H_1)$ ,  $N_2 = kQ_2H_2$  时,  
目标函数:

$$F(Z_1) = N_1 + N_2 = f(H_1) + kQ_2H_2$$

$$= f(H_1) + k(aZ_1^b + I_2 - V_2) \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{1down} \right)$$

由于  $f(H_1)$  是关于  $Z_1$  的增函数, 令

$$G(Z_1) = k(aZ_1^b + I_2 - V_2) \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{1down} \right)$$

则有:

$$G(Z_1)' = \frac{1}{2}k(aZ_1^{b-1} + I_2 - V_2)$$

$$+ kabZ_1^{b-1} \left( \frac{Z_1 + Z_2}{2} - Z_{1down} \right) \geq 0$$

恒成立, 故  $G(Z_1)$  为关于  $Z_1$  的增函数。

因此,  $F(Z_1) = f(H_1) + G(Z_1)$  为关于  $Z_1$  的单调递增函数, 即目标函数随着  $Z_1$  的增大而增大, 只要满足水库水位在最大最小范围内, 并且满足出流量条件限制下, 按限制的最大水位运行将会取得最大的效益。

4) 当  $N_1 = f(H_1)$ ,  $N_2 = f(H_2)$  时,  
目标函数:

$$F(Z_1) = N_1 + N_2 = f(H_1) + f(H_2)$$

因为  $f(H_1)$ ,  $f(H_2)$  均为关于  $Z_1$  的增函数, 故  $F(Z_1)$  为关于  $Z_1$  单调递增函数, 即目标函数随着  $Z_1$  的增大而增大, 只要满足水库水位在最大最小范围内, 并且满足出流量条件限制下, 按限制的最大水位运行将会取得最大的效益。

本文以三峡水库为研究对象, 故用三峡水库的数据对分别对 1)、2) 进行验证。

对于情景 1), 取  $Z_1 = 175m$ , 代入可得到  $F(Z_1)' \geq 0$  恒成立。故此时  $F(Z_1)$  是关于  $Z_1$  的单调递增函数, 也即目标函数随着  $Z_1$  的增大而增大, 只要满足水库水位在最大最小范围内, 并且满足出流量条件限制下, 按限制的最大水位运行将会取得最大的效益。

对于情景 2), 取  $Z_1 = 145m$ , 代入可得  $F(Z_1)' < 0$ , 因此  $F(Z_1)' < 0$  恒成立。故此时  $F(Z_1)$  为关于  $Z_1$  的单调递减函数, 也即目标函数随着  $Z_1$  的增大而减小, 在满足一定的出流量限制和满足水位在最大最小范围情况下, 按限制的最小水位运行可取得最大的效益。

因此, 对于三峡水库,  $N_1 = kQ_1H_1$ ,  $N_2 = f(H_2)$  时目标函数是关于  $Z_1$  的单调递增函数, 其他情况目标函数均是关于  $Z_1$  的单调递增函数, 因此有如下所述的应用研究。

### 3. 在水库调度图中的应用

根据两阶段优化问题的单调性, 可设计解析算法, 并将其应用到水库调度图中(图 2)。算法的流程包括如下步骤:

1) 首先对已知资料按调度图进行模拟, 得出各个时段的出流过程, 也即各个时段末的水位。

2) 在简化运行策略的前提下, 根据模拟的结果, 已知水库初始水位、入流, 第二阶段水位、入流, 假设第一阶段末水位为  $Z_{max}$ 。

3) 根据假设的第一阶段末的水位, 按水量平衡可求出第一、二时段的出流, 当出流满足最大最小出流范围的前提时, 计算出此时各时段的出力。

4) 由3)计算出的出力, 若满足 1.3 中单调递减的条件, 则令第一阶段末水位为  $Z_{min}$ , 重复步骤3), 得出所需的水位; 若不满足, 则步骤3)对应的水位即为所求。

5) 由所得的水位, 再次运用调度图进行下个时段的模拟, 得出下个时段对应的水位, 重复2)的步骤, 依次往下进行, 得到优化的结果。

### 4. 三峡水库调度研究

长江三峡水库, 是长江干流上的控制性工程, 是一座以防洪为主, 兼顾发电、航运的大型水利枢纽工程。电站总装机容量 2250 万 KW, 保证出力 4990 MW, 其坝高 185 m, 设计正常蓄水位为 175 m, 汛限水位

为 145 m, 总库容 393 亿  $m^3$ , 其中防洪库容 221.5 亿  $m^3$ , 能够抵御百年一遇的特大洪水, 水库具有多年调节能力。由于三峡水库是治理长江和开发利用长江水资源的关键性骨干工程, 因此在满足防洪要求的前提下充分发挥其经济效益具有重要的意义。

#### 4.1. 原设计调度图

三峡水库原设计水库调度图如图 3 所示, 由防破坏线、限制洪水线两条调度线组成, 将调度区间划分为降低出力区、保证出力区、加大出力区三个分区。本文采用 1951~2005 年日入库流量资料系列, 其中, 根据设计航运要求及其实际调节能力确定三峡水库正常运行期的最小下泄流量为  $5000 m^3/s$ , 蒸发、渗漏、供水(不含南水北调)损失可不考虑, 其他用水流量要求  $120 m^3/s$  主要为船闸用水, 该用水包含在了  $5000 m^3/s$  之内。并且在考虑防洪要求的前提下, 控制最大泄量不超过  $53,900 m^3/s$ 。基于这些规则, 按图 3 的调度图运行水库, 得到各日的出库流量过程, 并得到 1951~2005 年的年均发电量为 790.28 亿 KW·h。

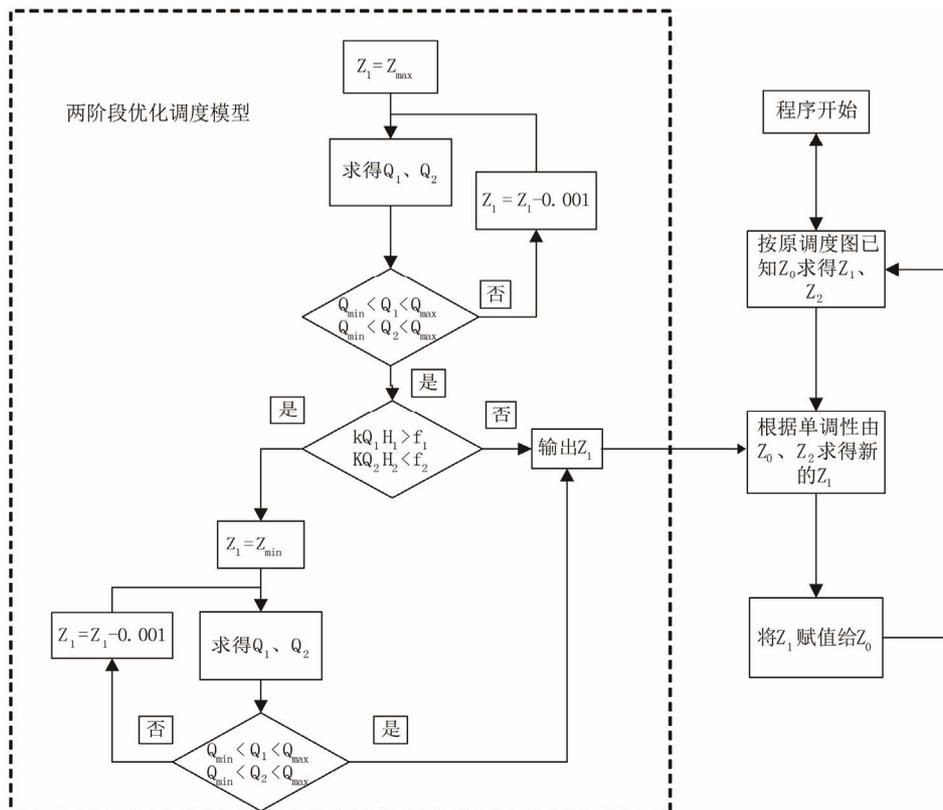


Figure 2. Flowchart of the monotonous application  
图 2. 单调性应用流程图

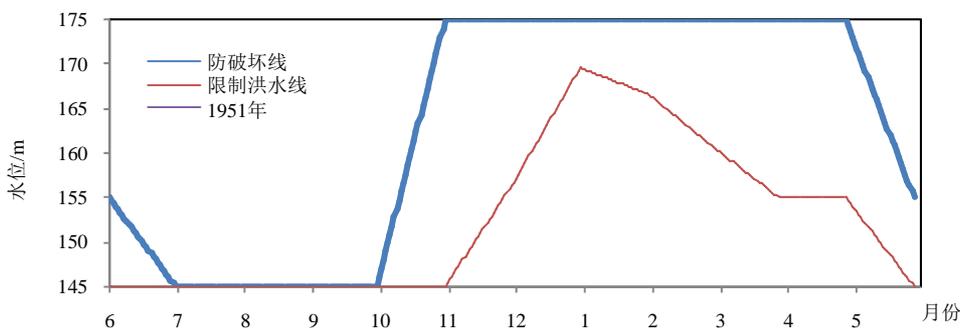


Figure 3. Design operating rule curves for the Three Gorge Reservoir

图 3. 三峡水库原设计水库调度图

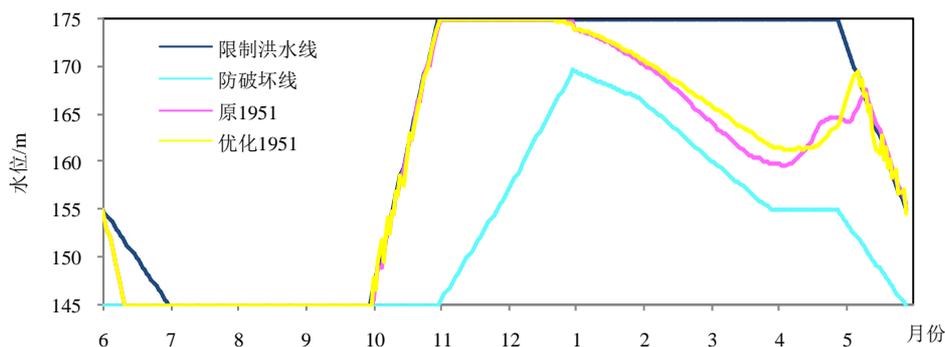


Figure 4. Result comparison chart

图 4. 结果对比图

#### 4.2. 优化水库模拟运行结果及对比分析

基于所采用的两阶段优化调度模型,在三峡原设计水库调度图的基础上按图 2 所示的程序流程图优化水库运行过程。得到优化后的各日出库流量过程,并得到 1951~2005 年的年均发电量为 809.75 亿 KW·h。

以 1951 年为例,将原设计结果与优化调度后的结果绘于同一图上,如图 4 所示。

由图可以看出,优化后的水库汛期的运行过程基本不变,非汛期 4 月份的运行过程变化平缓,而 5 月份变化波动较大,这是因为运用本文所述的单调性方法时,为了达到两个阶段出力之和最大,一般在第一阶段出力较小,水位较高,而第二阶段出力增大,水位较低。较原设计结果,年均发电量增加了 19.47 亿 KW·h,发电效率提高了 2.5%,由此可得出该方法显著提高了三峡水库的运行效益。

#### 5. 结语

本文基于三峡水库历史入库流量资料系列和原设计调度图,考虑入库径流预报,在水库简化运行下,

分析目标函数在不同条件下单调性,建立了两阶段水库的优化调度模型,继而开展了三峡水库的优化调度运行研究。结果分析表明,较原设计运行结果,年均发电量增加了 19.47 亿 KW·h,发电效率提高了 2.5%,显著提高了水库运行效益。并且,较之动态规划,该方法原理简单,容易实现,计算速度快,可直观的得出结果,且易于与其他算法混合使用,构造出具有更优性能的算法。但该方法目前只考虑了两个时段的水文预报,对于三阶段的问题尚待进一步讨论,并且其在水库群优化运行方面是否适用也有待进一步研究。

#### 参考文献 (References)

- [1] 万俊,高仕春,艾学山. 水资源开发利用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2008.  
WAN Jun, GAO Shichun and AI Xueshan. Development and utilization of water resources. Wuhan: Wuhan University Press, 2008. (in Chinese)
- [2] 陈森林,高仕春,艾学山. 水电站水库运行与调度[M]. 北京: 中国电力出版社, 2008.  
CHEN Senlin, GAO Shichun and AI Xueshan. Hydropower reservoir operation and scheduling. Beijing: China Electric Power Press, 2008. (in Chinese)
- [3] 王旭,庞金城,雷晓辉,等. 水库调度图优化方法研究评述

- [J]. 南水北调与水利科技, 2010, 8(5): 71-75.  
WANG Xu, PANG Jincheng, LEI Xiaohui, et al. Overview of reservoir operation chart optimization. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology*, 2010, 8(5): 71-75. (in Chinese)
- [4] 刘心愿, 郭生练, 李响, 等. 考虑水文预报误差的三峡水库防洪调度图[J]. 水科学进展, 2011, 22(6): 771-779.  
LIU Xinyuan, GUO Shenglian, LI Xiang, et al. Flood control operating rule curves for the Three Gorges Reservoir considering errors in inflow forecasting. *Advances in Water Science*, 2011, 22(6): 771-779. (in Chinese)
- [5] 张铭, 王丽萍, 安有贵, 等. 水库调度图优化研究[J]. 武汉大学学报(工学版), 2004, 37(3): 5-7.  
ZHANG Ming, WANG Liping, AN Yougui, et al. Optimizing study on reservoir operation chart. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2004, 37(3): 5-7. (in Chinese)
- [6] 尹正杰, 胡铁松, 吴运卿. 基于多目标遗传算法的综合利用水库优化调度图求解[J]. 武汉大学学报, 2005, 38(6): 40-44.  
YIN Zhengjie, HU Tiesong and WU Yunqing. Deriving multi-purpose reservoir operating rule curves using multi-objective genetic algorithms. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2005, 38(6): 40-44. (in Chinese)
- [7] ZHAO, J.-S., CAI, X.-M. and WANG, Z.-J. Optimality conditions for a two-stage reservoir operation problem. *Water Resources Research*, 2010, 47(8), Article ID: W08503.