

# Mathematical Analysis on Mechanism of Typical Sea (Salt) Water Intrusion Prevention Measures

Xuequn Chen<sup>1,2</sup>, Fulin Li<sup>1,2</sup>, Huawei Chen<sup>1,2</sup>, Chanjuan Tian<sup>1,2</sup>, Qinghua Guan<sup>1,2</sup>, Chengguang Li<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Water Resources Research Institute of Shandong Province, Jinan Shandong

<sup>2</sup>Shandong Province Key Laboratory of Water Resources and Environment, Jinan Shandong

Email: cxq1115@126.com

Received: Oct. 9<sup>th</sup>, 2016; accepted: Oct. 24<sup>th</sup>, 2016; published: Oct. 27<sup>th</sup>, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## Abstract

It is well known that sea (salt) water intrusion is a natural disaster, and its process follows the law of energy conservation, the law of conservation of momentum and the Newton's second law. It is not a single linear relationship between sea (salt) water intrusion factors both in the natural state and human intervention state. In this paper, using dimensional homogeneity theory, the mathematic representation of seawater intrusion dynamic balance is made under both natural conditions and typical prevention measure conditions. The foundation factors and key factors under all sorts of seawater intrusion prevention measure conditions are proposed, and the dimensionless relationship between the foundation factors and key factors is built. The result shows that different artificial control projects correspond to different key indicators, and the dimensionless relation indicates that the water curtain migration time distance and fresh water injection flow present a good regularity. The dimensionless relation will also provide a technical support for seawater intrusion prevention and research in the future.

## Keywords

Sea (Salt) Water Intrusion, Dimensional Homogeneity, Prevention Measure

# 典型海(咸)水入侵防治措施机理数学解析

陈学群<sup>1,2</sup>, 李福林<sup>1,2</sup>, 陈华伟<sup>1,2</sup>, 田婵娟<sup>1,2</sup>, 管清花<sup>1,2</sup>, 李成光<sup>1,2</sup>

作者简介: 陈学群(1979-), 男, 山东邹平人, 主要从事水资源与水环境研究。

文章引用: 陈学群, 李福林, 陈华伟, 田婵娟, 管清花, 李成光. 典型海(咸)水入侵防治措施机理数学解析[J]. 水资源研究, 2016, 5(5): 503-509. <http://dx.doi.org/10.12677/jwrr.2016.55058>

<sup>1</sup>山东省水利科学研究院, 山东 济南

<sup>2</sup>山东省水资源与水环境重点实验室, 山东 济南

Email: cxq1115@126.com

收稿日期: 2016年10月9日; 录用日期: 2016年10月24日; 发布日期: 2016年10月27日

## 摘要

海(咸)水入侵是一种自然灾害, 入侵过程遵循能量守恒定律、动量守恒定律及牛顿第二定律。在自然状态和人为干预状态下海(咸)水入侵过程中的影响因子之间并非单一的线性关系。本文利用量纲一致的原则从海(咸)水入侵的数学机理上进行研究分析, 分别对自然状态条件、淡水水体帷幕防治措施条件以及地下坝刚性防治措施条件下的海(咸)水入侵的动态平衡进行了数学描述。本文提出了各种防治措施条件下的基础因子与关键因子, 建立了海(咸)水入侵防治措施基础因子和关键因子的无量纲关系。通过实例分析, 结果表明: 不同的人工防治工程措施对应不同的关键性指标, 其无量纲关系曲线表明淡水帷幕运移的时间、距离与淡水回灌流量呈现较好的规律性。因子之间的无量纲关系曲线也为海(咸)水入侵的防治和机理研究提供新的思路。

## 关键词

海(咸)水入侵, 量纲一致性, 防治措施

## 1. 引言

海(咸)水入侵现象是滨海平原地区常见的地质灾害, 也是一种复杂的地下水运动。在人类活动的印象下, 海(咸)水与内陆淡水的动态平衡状态遭到破坏, 造成了海水入侵内陆地下淡水日益加重的情势, 并对当地的经济、社会发展带来了严重的影响。至目前为止, 国内外学者从海水入侵监测、动态演化、模型预测以及防治措施等各个层面进行了深入的研究[1]-[3], 至今已经取得了大量的研究成果。尤其在防治工程方面, 目前国内外建成了人工淡水湿地、强渗回灌系统、地下水库等各种防治工程对海水入侵进行有效的遏制。

然而在海水入侵产生机理研究的上, 尤其对于各种防治措施的防治机理以及防治措施因子之间内在的关系少见报道。文献 4 对淡水帷幕防治海水入侵进行了数学描述, 提出了淡水帷幕防治措施下各影响因子的内在关系[4]。文献 5 也对淡水帷幕所要求的最小回灌量进行解析解计算, 取得了较大的进展[5]。文献 6 从淡水帷幕的形成与咸淡水过渡带界面推移速度和推移时间等因素的定量关系方面进行了研究, 模拟了不同流量边界和浓度边界的淡水帷幕的演化规律[6]。目前文献对海水入侵防治措施的机理及其防治措施中关键因子进行了一定的阐述, 并进行了数值模拟计算。但总体而言, 海水入侵的过程和防治措施并非单一的线性关系, 各项因子之间存在着一定的联系, 对于因子之前存在的非单一性关系目前研究报道较少。研究海水入侵自然状态下和人工防治状态下各影响因子之间的关系, 对于揭示咸水入侵的机理, 有效选择海水入侵防治的措施具有重要的意义。本次研究旨在通过对自然状态条件和防治措施条件下的数学描述, 对比提出各种防治措施的基础因子与关键因子, 指出海水入侵防治措施基础因子和关键因子的关系。有利于防治工程的建设, 防治工程后效评估因子的选择等, 对今后海水入侵的防治和研究提供有力的技术支撑。

## 2. 自然状态下海水入侵的数学描述

本自然状态下, 海水与内陆地下淡水形成一个相对稳定的咸淡水过渡带, 即海水入侵, 在没有人类活动干扰的情景下, 受气候因素的影响, 地下水位的抬升与下降关系着海水入侵过渡带的动态变化, 是影响海水入侵

的关键因子。自然状态下,影响因素包括:含水层渗透系数、淡水密度、咸淡水密度差、含水层厚度、海水入侵的距离、咸淡水水头差,时间因子。

在咸淡水压力差、浓度差及地层因子的影响下,我们认为自然状态下,在时刻  $t$  时,海水入侵界面过渡带达到一种相对平衡状态。而这种平衡状态必然满足能量守恒定律,动量守恒定律及牛顿第二定律。因此我们可以利用量纲一致的原则对海水入侵的动态平衡进行物理描述。

将海水入侵影响因子看作是这个过程物理量,物理量是有量纲的,因此用数学公式来描述任何一个客观规律时,等式两边的量纲必须是一致的,这就是量纲一致原则。首先我们构造函数  $F(x)=0$ ,  $x$  为影响海水入侵的各项因子,  $F(x)=0$  表示满足动量守恒和能量守恒两大定律:

$$F(K, \Delta\rho, \rho_f, L, B, \Delta h, t, i) = 0 \quad (1)$$

式中:  $K$  为渗透系数,反映多孔介质的性质;  $\Delta\rho = \rho_s - \rho_0$  反映咸水浓度的影响;  $\rho_f$  为淡水密度;  $B$  为含水层厚度;  $q$  为淡水进水量( $\text{cm}^2/\text{s}$ );  $\Delta h$  为压力差;  $t$  为时间;  $i$  为地形坡度。

物理量通过描述自然规律的方程式定义新的物理量而相互联系的。因此,可利用 Buckingham  $\pi$  定律确定基本物理量,可以把少数几个物理量作为相对独立的,其他物理量可以根据这几个量来定义,或借方程表示出来,这少数几个看作相互独立的物理量,就叫做基本物理量,简称基本量。在国际单位制中有七个基本物理量,长度(L/m)、质量(M/Kg)、时间(T/s)、电流强度(I/A)、温度(开尔文/K)、物理的量(N/mol)、光强(J/cd)。在海水入侵机理表述方面,利用长度(L/m)、质量(M/Kg)、时间(T/s)等3个基本物理量来描述影响海水入侵的其他各因子。

根据  $\pi$  定律,为预防基本量纲的行列式 $\neq 0$ ,即保证基本物理量相互独立。选取3个因子作为基本影响的代表。即  $B$ 、 $K$ 、 $\rho_f$ 。

$$[B] = [L] = [L | T^0 M^0] \quad (2)$$

$$[K] = [L/T] = [L | T^{-1} M^0] \quad (3)$$

$$[\rho] = [M^3/T^3] = [L^{-3} | T^0 M^1] \quad (4)$$

各指数的行列式:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \quad (5)$$

所以上列三个基本物理量的量纲是独立的,可作为基本物理量适用。另外五个变量的无量纲形式,可以直接写出:

$$\pi_1 = \frac{L}{B}; \quad \pi_2 = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}; \quad \pi_3 = \frac{\Delta h}{L}; \quad \pi_4 = \frac{t}{k^{a_4} B^{b_4} \rho^{c_4}}; \quad \pi_5 = \frac{i}{k^{a_5} B^{b_5} \rho^{c_5}}$$

根据量纲和谐的原理:

$$[T^1] = [L/T]^{a_4} [L]^{b_4} [M/L^3]^{c_4} \quad (6)$$

由上式知:  $a_4 = -1$ ,  $b_4 = -1$ ,  $c_4 = 0$ ;  $a_5 = 0$ ,  $b_5 = 0$ ,  $c_5 = 0$ 。

从而有:  $\pi_1 = \frac{L}{B}$ ,  $\pi_2 = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ ,  $\pi_3 = \frac{\Delta h}{L}$ ,  $\pi_4 = \frac{t \cdot k}{B}$ ,  $\pi_5 = i$ 。

故自然条件下海水入侵各因子的表达式如下:

$$F\left(\frac{L}{B}, \frac{\Delta\rho}{\rho_f}, \frac{t \cdot k}{B}, \frac{\Delta h}{L}, i\right) = 0 \quad (7)$$

### 3. 水体帷幕防治海水入侵的数学描述与分析

下面对利用渗井形式进行人工回灌分析海水入侵的防治机理，回灌井向地层中注水会引起地下水水位的升高，每隔一定距离设置回灌井，调节井间距离及回灌量，在注水井沿线可以形成一个完成的淡水水力帷幕，从而起到防治海水入侵的目的。并且回灌补源与滨海淡水湿地防治海水入侵有着一定的不同，人工回灌是通过回灌井直接将淡水回灌至含水砂层，抬升淡水水头，稀释咸水水体，从而达到海水入侵防治的目的；而滨海淡水湿地是通过地表淡水慢慢的渗入地下，实现海水入侵防治。因此，地下水回灌技术的防治效果更为直接，防治效果更为良好。

淡水回灌防治海水入侵示意图如图 1 所示。

J. Commun (1828)、Bodon-Ghyben (1889)、Herzberg (1990)三人独立给出的海水入侵时咸淡水界面上任意一点在海平面下深度  $Z$  的表达式：

$$Z = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f \quad (8)$$

式中： $h_f$  为淡水水头； $Z$  为淡水区海平面以下淡水水深； $\rho_f$  为淡水密度； $\rho_s$  为咸水密度。

根据静力学理论，解析人工回灌防治海水入侵的机理。等间距回灌井水力帷幕防治海水入侵示意图如图 2 所示。

按照静力学理论，海水入侵咸淡水界面线任一点  $a$  点， $a$  点相对于不透水底层边界的淡水水头压力为  $h_f$ ， $a$  点相对于不透水底层边界的淡水水头压力为  $h_s$ ，两回灌井间距中间位置在水力帷幕设置后的水头升高为  $\Delta h_f$ 。因此为保证回灌井形成的淡水帷幕能够有效的阻止海水入侵，则两回灌井间距中间位置相对于原淡水水头的增加值  $\Delta h_f$  需满足：

$$\Delta h_f \geq h_s - h_f \quad (9)$$

把  $a$  点的咸水水头转换为淡水水头，即  $a$  点咸水水头的等效淡水水头，即：

$$h_s = \frac{\rho_s}{\rho_f} h_f \quad (10)$$

故：

$$\Delta h_f \geq \frac{\rho_s}{\rho_f} h_f - h_f \quad (11)$$

$$\Delta h_f \geq h_f \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) \quad (12)$$

海水密度  $\rho_s$  取  $1.025 \text{ g/cm}^3$ ， $\rho_f$  取  $1.0 \text{ g/cm}^3$ ，那么  $\Delta h_f \geq 0.025 h_f$ 。

故只要保证两回灌井中间处的水位升高大于  $0.025 h_f$ ，就能保证回灌井造成淡水帷幕的有效性，达到防治海水入侵的目的。

淡水帷幕的形成与发展主要与灌入淡水的流量、咸水浓度、含水层厚度、多孔介质的特性、地下水位坡降等因素有关，下面将利用  $\pi$  定理，通过量纲分析的方法寻求各参数之间的函数关系式，为人工回灌防治海水入侵提供数学理论支持。关系式如下：

$$F(K, \Delta\rho, \rho_0, L, B, q, t) = 0 \quad (13)$$

式中： $K$  为渗透系数，反映多孔介质的性质； $\rho_0$  为淡水密度。 $\Delta\rho = \rho_s - \rho_0$  反映咸水浓度的影响。 $\rho_s$  为咸水浓度； $B$  为含水层厚度； $q$  为淡水进水流量( $\text{cm}^2/\text{s}$ )； $t$  为时间。

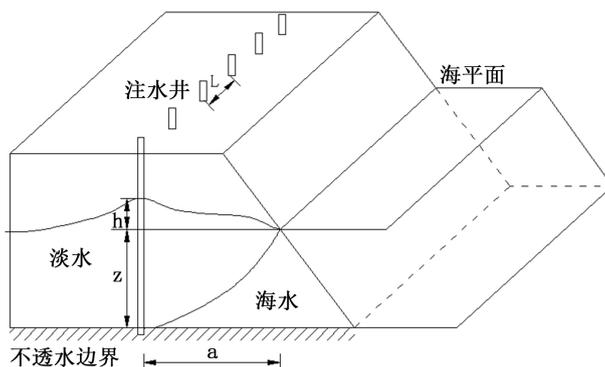


Figure 1. Principle of the hydraulic curtain stopping seawater intrusion

图 1. 水力帷幕防治海水入侵原理图

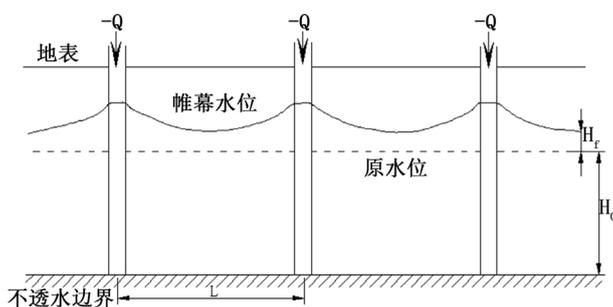


Figure 2. Groundwater level change infected by the equal space water injection hydraulic curtain

图 2. 等间距注水井水力帷幕形成前后的地下水水位变化

利用量纲分析的办法将上述几个因素无量纲化。利用  $\pi$  定理，选取三个基本物理量，描述四个变量的无量纲形式：

$$\pi_1 = \frac{L}{B}; \quad \pi_2 = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}; \quad \pi_3 = \frac{t}{K^{a_3} B^{b_3} \rho_0^{c_4}}; \quad \pi_4 = \frac{q}{K^{a_4} B^{b_4} \rho_0^{c_4}}$$

根据量纲和谐的原理写出下列关系式：

$$[T] = [L/T]^{a_3} [L]^{b_3} [M/L]^{c_3} \quad (14)$$

$$[L^2/T] = [L/T]^{a_4} [L]^{b_4} [M/L]^{c_4} \quad (15)$$

由上式可以得出： $a_3 = -1$ ， $b_3 = 1$ ， $c_3 = 0$ ； $a_4 = 1$ ， $b_4 = 1$ ， $c_4 = 0$ 。从而有：

$\pi_3 = (t \cdot k)/B$ ， $\pi_4 = q/(k \cdot B)$ 。将各项代入方程可以求得淡水帷幕防治海水入侵的无量纲关系式：

$$F\left(\frac{L}{B}, \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \frac{tK}{B}, \frac{q}{K \cdot B}\right) = 0 \quad (16)$$

#### 4. 地下坝防治海水入侵的数学描述与分析

地下坝防治海水入侵属于节流防治海水入侵措施的一种，即通过工程措施，建立一个防渗体阻止海水入侵向内陆入侵。地下坝是指含水层下游修建一条弱透水或不透水的地下坝体来拦截海洋向内陆的地下径流，即能在坝体上有形成地下水库防止地下水的流失，又能阻止海水向内陆的入侵，由此可见地下坝体的渗透系数成为影响海水入侵防治效果的主要因子。

地下坝防治海水入侵主要与坝体渗透系数  $k_1$ 、含水层渗透系数  $k_2$ 、咸水浓度  $\rho_s$ 、含水层厚度  $B$ 、地下水位坡降  $i$  等因素有关,下面将利用  $\pi$  定理,通过量纲分析的方法寻求各参数之间的函数关系式,关系式如下:

$$F(K_1, K_2, \Delta\rho, \rho_s, L, B, t) = 0 \quad (17)$$

式中:  $K_1$  为地下坝体渗透系数;  $K_2$  为反映多孔介质的性质;  $\rho_0$  为淡水密度;  $\Delta\rho = \rho_s - \rho_0$  反映咸水浓度的影响;  $\rho_s$  为咸水浓度;  $B$  为含水层厚度;  $t$  为时间;  $i$  为地形坡度。

同上,利用量纲分析的办法将上述几个因素无量纲化。可以直接写出:

$$\pi_1 = \frac{K_1}{K_2}, \quad \pi_2 = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \quad \pi_3 = \frac{L}{B}, \quad \pi_4 = \frac{t}{K^{a_4} B^{b_4} \rho_0^{c_4}}$$

根据量纲和谐的原理写出下列关系式:

$$[T] = [L/T]^{a_3} [L]^{b_3} [M/L]^{c_3} \quad (18)$$

$$[L^2/T] = [L/T]^{a_4} [L]^{b_4} [M/L]^{c_4} \quad (19)$$

由上式可以得出:  $a_3 = -1, b_3 = 1, c_3 = 0, a_4 = 1, b_4 = 1, c_4 = 0$ 。从而有:  $\pi_4 = (t \cdot k_2)/B$

将各项代入方程得地下坝防治海水入侵的无量纲关系式:

$$F\left(\frac{K_1}{K_2}, \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \frac{L}{B}, \frac{tK_2}{B}\right) = 0 \quad (20)$$

## 5. 实例分析

能选择淡水帷幕防治海咸水入侵进行实例分析。淡水帷幕防治措施的无量纲方程表达式为

$$F\left(\frac{L}{B}, \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \frac{tK}{B}, \frac{q}{K \cdot B}\right) = 0, \text{ 对于淡水帷幕防治措施而言, } \frac{L}{B} \text{ 指标、 } \frac{tK}{B} \text{ 指标、 } \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \text{ 指标是海咸水入侵的共性指}$$

标,淡水回灌单宽流量属于关键性影响因素。本次设计考虑其基础因素和关键指标的关系,进行多组室内砂箱模型试验,通过不同时刻咸淡水突变界面的运移变化特征,可以刻画不同单宽流量和不同咸水浓度情况下淡水帷幕形成和发展的规律,反应淡水帷幕防治咸水入侵的效果。试验结果曲线为刻画在咸水浓度保持不变的条件下( $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$  保持不变),不同单宽流量( $\frac{q}{K \cdot B}$ )变化的情况下淡水帷幕运移距离与时间的关系曲线。曲线纵坐标为

$L(\frac{L}{B})$ , 横坐标为  $t(\frac{tK}{B})$ 。试验结果如图 3 所示。

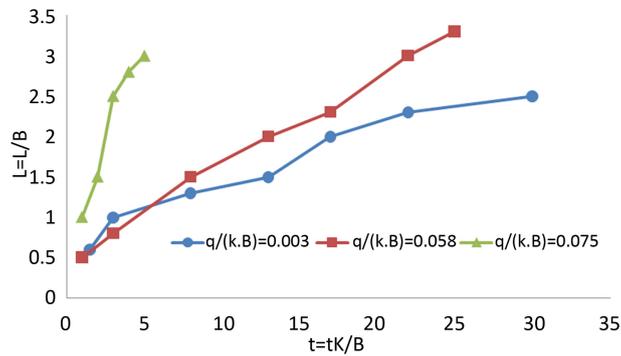
根据试验结果,淡水帷幕防治海水入侵措施中,淡水帷幕形成的过程,淡水帷幕运移的时间、距离与淡水回灌流量呈现较好的规律性,  $q/(k \cdot B)$  越大淡水帷幕运移的速率越快。结果曲线用无量纲表述,其结果可以推广到其他区域,计算和预测其他类似区域的淡水帷幕防治海咸水入侵的效果。

## 6. 结论与建议

1) 通过无量纲关系式可以看出,  $L/B$  指标、  $tK/B$  指标、  $\Delta\rho/\rho_0$  指标是共性指标,即地下含水层的渗透性、厚度以及密度差等因素决定海水入侵的基础因素;

2) 海水入侵防治措施应考虑以上基础因素的基础上,根据采取措施的差异重点考虑关键性指标。 $q/(K \cdot B)$  是注水帷幕防治措施的关键指标,即淡水帷幕应重点考虑淡水回灌量因素。 $K_1/K_2$  是刚性地下坝防治措施的关键指标,即刚性地下坝防治措施应重点考虑坝体和含水层的渗透系数等。

3) 应用实例表明淡水帷幕形成的过程,淡水帷幕运移的时间、距离与淡水回灌流量呈现较好的规律性,结果曲线用无量纲表述,其结果可以推广到其他区域。



**Figure 3.** Relationship between fresh water curtain migration distance and time under different per unit width discharge conditions

**图 3.** 不同单宽流量条件下淡水帷幕运移距离与时间的关系

4) 建议今后结合室内物理模型试验,对海水入侵防治措施关键因子进行重点监测,为具体工程建设提供可靠的技术依据。

## 基金项目

国家重点研发计划(2016YFC04022809, 2016YFC0400905), 水利部公益性行业科研专项(200901076)。

## 参考文献 (References)

- [1] 张奇. 海水入侵的试验研究[J]. 水文地质工程地质, 2005, 11(12): 43-47.  
ZHANG Qi. An experimental study of seawater intrusion. Hydrogeology and Engineering Geology, 2005, 11(12): 43-47. (in Chinese)
- [2] 葛冰洋, 林从谋, 等. 砂-粘土中海水入侵规律试验与数值模拟[J]. 水利水电技术, 2013, (12): 79-81.  
GE Bingyang, LIN Congmou, et al. Experiment and simulation of seawater intrusion into clay and sand. Water Resources and Hydropower Technique, 2013, (12): 79-81. (in Chinese)
- [3] 良越, 陈建生, 等. 注水井水力帷幕防治海水入侵的机理与应用[J]. 长江科学院院报, 2009, (10): 133-136.  
LIANG Yue, CHEN Jiansheng, et al. Mechanism and application of water injecting hydraulic curtain stopping seawater intrusion. Proceeding of Yangtze River Scientific Research Institute, 2009, (10): 133-136. (in Chinese)
- [4] 刘青勇, 董广清, 等. 淡水帷幕防治海(咸)水入侵的物理模型试验研究[J]. 水利学报, 1996, (2): 30-33.  
LIU Qingyong, DONG Guangqing, et al. Simulation test for controlling the seawater intrusion using fresh water barrier. Shui Li Xue Bao, 1996, (2): 30-33. (in Chinese)
- [5] 倪本梓, 耿树德, 等. 海水入侵防治试验研究[M]. 国家八五重点科技攻关项目专题报告, 1996.  
NI Benzi, GENG Shude, et al. Experimental study on the seawater intrusion prevention. National Eighth Five-Year Key Scientific Research Project Memoir, 1996. (in Chinese)
- [6] 刘丽波, 姜谔男, 等. 水帷幕防治海水入侵的三维数学模拟[J]. 大连海事大学学报, 2007, 33(s1): 8-10.  
LIU Libo, JIANG Annan, et al. Studying the salt water intrusion controlling by fresh water purdah based on three dimensional numerical simulation. Journal of Dalian Maritime University, 2007, 33(s1): 8-10. (in Chinese)