Journal of Water Resources Research 水资源研究, 2026, 15(4), 379-387
Published Online August 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/jwrr
https://doi.org/10.12677/jwrr.2026.154041

Hans汉斯

基于衰减记忆最小二乘法的河道流量演算实时更新方法研究

董静怡[1]，刁艳芳[1*]，黄世传[2]，崔阳阳[1]，庞姿涵[1]

[1]山东农业大学水利土木工程学院，山东 泰安
[2]山东农业大学资源与环境学院，山东 泰安

收稿日期：2026年7月3日；录用日期：2026年8月11日；发布日期：2026年8月27日

摘 要

使用衰减记忆最小二乘(LSM)递推法对河道流量演进的参数进行动态估计。结果表明与普通LSM相比，衰减记忆LSM显著提高了模拟精度，绝对误差和最高降幅达13.7%；最佳遗忘因子的取值为0.7。方法成功的原因是赋予最近的数据更大权重，使模型参数估计主要依据新样本进行。

关键词

河道流量演进，衰减记忆最小二乘递推法，参数估计

Research on Real-Time Updating Method of River Channel Flow Routing Based on Decay-Memory Least Squares Method

Jingyi Dong[1], Yanfang Diao[1*], Shichuan Huang[2], Yangyang Cui[1], Zihan Pang[1]

[1]College of Water Conservancy and Civil Engineering, Shandong Agricultural University, Tai'an Shandong
[2]College of Resources and Environment, Shandong Agricultural University, Tai'an Shandong

Received: July 3, 2026; accepted: August 11, 2026; published: August 27, 2026

Abstract

The dynamic estimation of river flow evolution parameters was conducted using the decay-memory least squares (LSM) recursive method. The results indicated that, compared to ordinary LSM, decay-memory LSM significantly improved the simulation accuracy, with an absolute error and maximum reduction of up to 13.7%; the optimal forgetting factor was set at 0.7. The success of this method lies in assigning greater

作者简介：董静怡(2005-)，女，湖北省宜昌市人，从事水文水资源研究，Email: d13972523426@163.com
*通讯作者 Email: diaoyanfang@sdau.edu.cn

文章引用: 董静怡, 刁艳芳, 黄世传, 崔阳阳, 庞姿涵. 基于衰减记忆最小二乘法的河道流量演算实时更新方法研究[J]. 水资源研究, 2026, 15(4): 379-387. DOI: 10.12677/jwrr.2026.154041

weight to the most recent data, which allows the model parameter estimation to rely more on new samples.

Keywords

River Channel Flow Routing, Decay-Memory Least Squares Recursive Method, Parameter Estimation

Copyright © 2026 by author(s) and Wuhan University & Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 前言

河道流量实时预报[1]为防洪减灾、水资源管理及生态环境保护等提供了多维度支撑。马斯京根法[2]是结合水文经验关系与水流运动物理规律的一种河道洪水演进的半经验半理论方法，是水文学中用于预报和模拟洪水在河道中传播过程的经典方法。马斯京根法预报精度的关键在于其参数[3]，其参数估计一般采用试错法[4]，计算和作图工作量大且易受操作者主观判断难以获取最合理值。针对试错法的上述缺点，国内外专家学者开展了大量研究并提出了多种改进方法，其中最小二乘法[4] [5]因概念清晰、适应性强且简单易行等优点而被广泛应用，在一定条件下可获得具有一致性、无偏性和有效性的最佳参数估计值。本文采用衰减记忆[6]的最小二乘递推算法优选马斯京根法中的参数，对历史数据赋予衰减权重实现参数动态更新[7]，既能逐渐“遗忘”过时数据的影响，又能强化当前实测数据的作用，显著提升实时预报精度。

2. 研究区域

以长江三峡库区清溪场－万县河段(见图 1 中三角点之间的区间河段)为例，应用基于衰减记忆最小二乘递推算法的河道流量实时预报校正模型进行万县断面流量的预报，并与实际观测数据进行比较，验证该方法的效果。所用数据来源于文献[8]长江清溪场－万县河段的洪水过程，洪水编号是“(990815)”，时间是 1999 年 8 月 15 日，时间分辨率(时段长)为 18 小时；样本数量为 57，其中前 35 个样本用于率定，后 22 个样本用于验证。

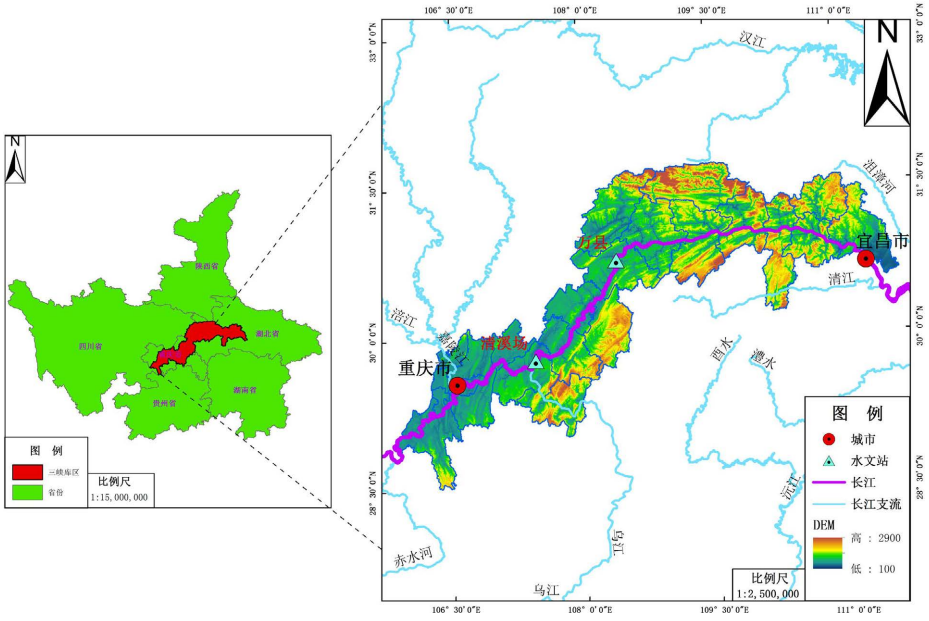


图 1. 研究区域及清溪场、万县水文站位置示意图

3. 研究方法

衰减记忆递推最小二乘法对河道流量进行实时预报校正的过程见图 2。首先是输入历史河道流量数据以及实时观测数据用于模型的初始化和实时校正。其次设置初始化模型参数，即设置衰减记忆递推最小二乘法的初始参数，包括遗忘因子、初始权重向量等。然后使用历史河道流量数据构建初始预测模型，并将实时观测的河道流量数据输入到模型中。最后应用衰减记忆递推最小二乘法，先计算当前时刻的预测误差；使用遗忘因子调整历史数据的权重，以反映数据的时间相关性；更新模型的权重向量，以最小化预测误差；实时校正预测结果，根据更新后的模型参数对河道流量的预测结果进行实时校正；将校正后的预测结果输出，用于河道流量的实时监测和管理；判断是否需要继续实时校正；若需要则回到“实时观测数据输入”步骤，继续接收新的观测数据并进行校正；若不需要则结束实时预报校正过程。

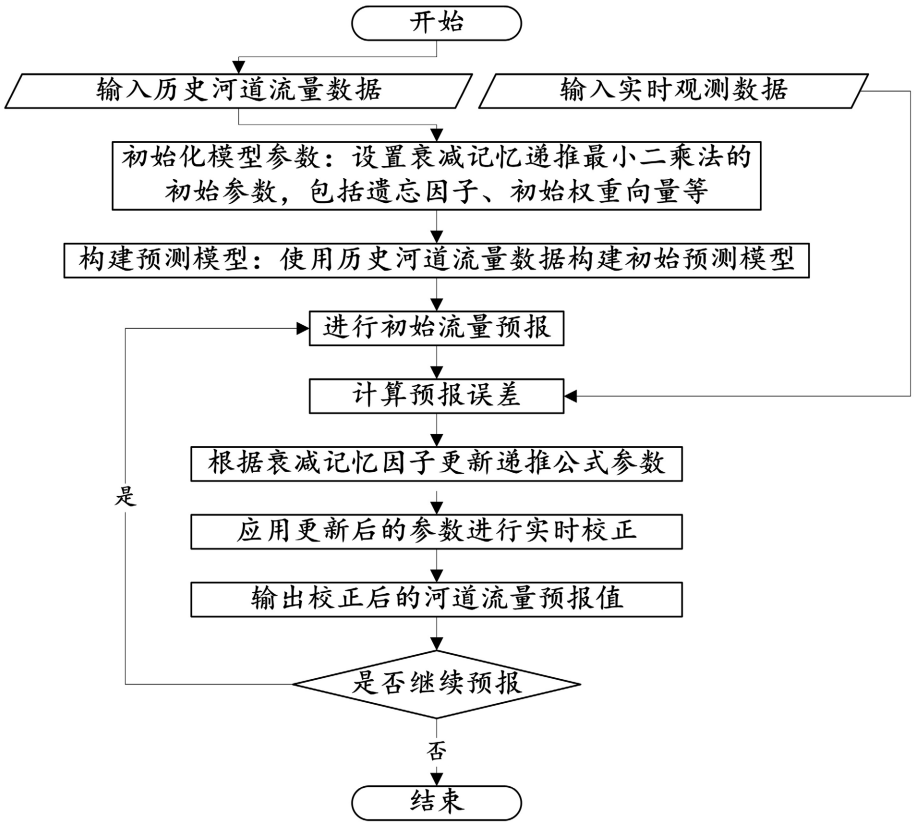


图 2. 衰减记忆递推最小二乘算法的计算流程图

3.1. 马斯京根流量演算方程

天然河道里的洪水波运动属于不稳定流，洪水波的演进和变形可用圣维南方程组[9]描述，求解比较繁琐且需要详细的河道地形和糙率资料。马斯京根法将连续方程简化为河段水量平衡方程，动力方程简化为槽蓄方程，然后联立求解，将河段的入流过程演算为出流[10]。

河段流量演算可以由下面两个基本公式组成：

$$\frac{\Delta t}{2}\left(I_1+I_2-Q_1-Q_2\right)=\Delta S=S_2-S_1 \tag{1}$$

$$S=f\left(Q\right) \tag{2}$$

(1)式中，I_1, I_2为时段始、末上断面的入流量；Q_1, Q_2为时段始、末下断面的出流量；Δt为计算时段；S_1, S_2为时段始、末河段蓄水量。(1)式是河段水量平衡方程，(2)式表示河段蓄水量与流量之间的关系，称为槽蓄方程。若河段槽蓄方程已经建立，入流过程和初始条件已知，联立两个方程，可求得出流过程。

进行河道流量演进计算的关键是建立河段槽蓄方程，G.T. McCarthy [10]提出下列马斯京根槽蓄方程：

$$S = KQ' = K\left[XQ + (1-X)I\right] \tag{3}$$

式中，Q'为示储流，$Q' = XQ + (1-X)I$；K为洪水波通过整个河段所需的平均传播时间，量纲为小时，参数K物理上必须为正数($K>0$)，数值大小取决于河段长度、流速及水力特性，无理论上限，但需符合实际汇流时间；X也称为楔蓄系数，即楔蓄占上下游断面相应水位的稳定流槽蓄量之差的比例，参数X的理论取值范围是0到0.5。为了确保马斯京根法在数值计算中稳定且物理合理，参数K、X与计算时段Δt必须满足条件：$2KX \le \Delta t \le 2K(1-X)$。

通过联立(1)式和(3)式，可以得到马斯京根流量演算方程：

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1 \tag{4}$$

其中：

$$\begin{cases} C_0 = \dfrac{0.5\Delta t - KX}{K - KX + 0.5\Delta t} \\ C_1 = \dfrac{0.5\Delta t + KX}{K - KX + 0.5\Delta t} \\ C_2 = \dfrac{K - KX - 0.5\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t} \end{cases} \tag{5}$$

C_0, C_1, C_2是演进系数，$C_0 + C_1 + C_2 = 1$，可供推求系数时作校核用。对于某一河段而言，只要确定了K和X的值，C_0, C_1, C_2即可求得，从而由入流过程和初始条件，通过式(4)逐时段演算，求得出流过程。

3.2. 最小二乘法估计参数的基本算法

利用马斯京根流量演算方程(4)，考虑到$C_0 + C_1 + C_2 = 1$，将式(4)写为：

$$Q_2 - Q_1 = C_0(I_2 - Q_1) + C_1(I_1 - Q_1) \tag{6}$$

考虑一般的情况得：

$$Q_{i+1} - Q_i = C_0(I_{i+1} - Q_i) + C_1(I_i - Q_i), \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{7}$$

上式可用矩阵形式表示为：

$$Y = XC \tag{8}$$

式中，

$$Y = \begin{bmatrix} Q_2 - Q_1 \\ Q_3 - Q_2 \\ \vdots \\ Q_m - Q_{m-1} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} I_2 - Q_1 & I_1 - Q_1 \\ I_3 - Q_2 & I_{i2} - Q_2 \\ \vdots & \vdots \\ I_m - Q_{m-1} & I_{m-1} - Q_{m-1} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \cdots, m \tag{9}$$

对于由(8)式表示的线性关系，记$\hat{C}$为估计的参数值，ε为观测变量Y与计算变量$\hat{Y}$之间的误差，则：

$$Y = \hat{Y} + \varepsilon = X\hat{C} + \varepsilon \tag{10}$$

根据最小二乘法[12]的原理，参数C的最优估计值$\hat{C}$可在使误差平方和最小的条件下求出：

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2\right)}{\partial\hat{C}}=\frac{\partial\left(\varepsilon^{\mathrm{T}}\varepsilon\right)}{\partial\hat{C}}=0 \tag{11}$$

由(10)式可知，(11)式中的 $\varepsilon^{\mathrm{T}}\varepsilon$ 为：

$$\varepsilon^{\mathrm{T}}\varepsilon=\left(Y-X\hat{C}\right)^{\mathrm{T}}\left(Y-X\hat{C}\right)=Y^{\mathrm{T}}Y-2X^{\mathrm{T}}\hat{C}Y+X^{\mathrm{T}}X\hat{C}^{\mathrm{T}}\hat{C} \tag{12}$$

将(12)式(12)代入(11)式得：

$$-2X^{\mathrm{T}}Y+2X^{\mathrm{T}}X\hat{C}=0 \tag{13}$$

整理(13)式得：

$$\hat{C}=\left(X^{\mathrm{T}}X\right)^{-1}X^{\mathrm{T}}Y \tag{14}$$

将(14)式代入(10)式即得最小二乘意义上的最优拟合模型：

$$\hat{Y}\approx X\hat{C} \tag{15}$$

为求出相应的最优拟合下断面流量，还需要通过式(9)逐时段进行还原计算。

3.3. 衰减记忆的最小二乘递推算法

然后再使用衰减记忆的最小二乘递推算法。对于公式：

$$y=\theta_1X_1+\theta_2X_2+\theta_3X_3+\theta_4X_4 \tag{16}$$

每当取得一个新的观测数据时，就将以前的所有数据乘上一个小于 1 的加权因子，即 $0<\lambda<1.0$。在 m 次观测的基础上，当又增加一次新的观测时，则：

$$Y_{m+1}=\begin{bmatrix}\lambda Y_m\\ y(m+1)\end{bmatrix},\quad X_{m+1}=\begin{bmatrix}\lambda X_m\\ X^{\mathrm{T}}(m+1)\end{bmatrix} \tag{17}$$

将以上关系代入到最小二乘参数估计的递推公式(14)中，有：

$$\begin{aligned}P(m+1)&=\left(X_{m+1}^{\mathrm{T}}X_{m+1}\right)^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}\lambda X_m^{\mathrm{T}} & X(m+1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda X_m\\ X^{\mathrm{T}}(m+1)\end{bmatrix}\right\}^{-1}\\&=\left[\lambda^2X_m^{\mathrm{T}}X_m+X(m+1)X^{\mathrm{T}}(m+1)\right]^{-1}\\&=\left[\lambda^2P^{-1}(m)+X(m+1)X^{\mathrm{T}}(m+1)\right]^{-1}\end{aligned} \tag{18}$$

根据矩阵求逆引理[11]，可以将公式中的 $P(m+1)$ 转化为不必求逆的递推计算形式，有：

$$\begin{aligned}P(m+1)&=\frac{1}{\lambda^2}P(m)-\frac{1}{\lambda^2}P(m)X(m+1)\left[I+X^{\mathrm{T}}(m+1)\frac{1}{\lambda^2}\times P(m)X(m+1)\right]^{-1}X^{\mathrm{T}}(m+1)P(m)\\&=\frac{1}{\lambda^2}\left\{I-P(m)X(m+1)\left[\lambda^2+X^{\mathrm{T}}(m+1)P(m)X(m+1)\right]^{-1}\times X^{\mathrm{T}}(m+1)\right\}P(m)\end{aligned} \tag{19}$$

对于公式(14)中的 $X_{m+1}^{\mathrm{T}}Y_{m+1}$ 有：

$$\begin{aligned}X_{m+1}^{\mathrm{T}}Y_{m+1}&=\begin{bmatrix}\lambda X_m\\ X^{\mathrm{T}}(m+1)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\lambda Y_m\\ y(m+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda X_m^{\mathrm{T}} & X(m+1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda Y_m\\ y(m+1)\end{bmatrix}\\&=\lambda^2X_m^{\mathrm{T}}Y_m+X(m+1)y(m+1)=\lambda^2P^{-1}(m)\hat{\theta}(m)+X(m+1)Y(m+1)\end{aligned} \tag{20}$$

将 $P(m+1)$ 和 $X_{m+1}^{\mathrm{T}}Y_{m+1}$ 代入到下式：

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(m+1)&=P(m+1)X_{m+1}^{\mathrm{T}}Y_{m+1}=P(m+1)\left[\lambda^2P^{-1}(m)\hat{\theta}(m)+X(m+1)y(m+1)\right]\\&=P(m+1)\left\{\left[P^{-1}(m+1)-X(m+1)X^{\mathrm{T}}(m+1)\right]\hat{\theta}(m)+X(m+1)y(m+1)\right\}\\&=\hat{\theta}(m)+P(m+1)X(m+1)\left[y(m+1)-X^{\mathrm{T}}(m+1)\hat{\theta}(m)\right]\\&=\hat{\theta}(m)+K(m+1)\left[y(m+1)-X^{\mathrm{T}}(m+1)\hat{\theta}(m)\right]\end{aligned}\tag{21}$$

其中：

$$\begin{aligned}&K(m+1)=P(m+1)X(m+1)\\&=\frac{1}{\lambda^2}\left\{P(m)-P(m)X(m+1)\left[\lambda^2+X^{\mathrm{T}}(m+1)P(m)X(m+1)\right]^{-1}X^{\mathrm{T}}(m+1)P(m)\right\}X(m+1)\\&=P(m)X(m+1)\left[\lambda^2+X^{\mathrm{T}}(m+1)P(m)X(m+1)\right]^{-1}\end{aligned}\tag{22}$$

将式(22)代入(19)中，得：

$$P(m+1)=\frac{1}{\lambda^2}\left[I-K(m+1)X^{\mathrm{T}}(m+1)\right]P(m)\tag{23}$$

令：$\mu=\lambda^2$，$0<\mu<1.0$。

选择不同的 μ 就可得到不同的加权效果，μ 值愈小，表示对过去数据“遗忘”得越快，所以称 μ 为“遗忘因子”。由式(21)~(23)组成的一组算式称为衰减记忆的最小二乘递推算法。

应用上述推导的衰减记忆最小二乘递推算式进行实时洪水预报时，首先必须确定遗忘因子 μ 值和递推计算的初值 $\hat{\theta}(0)$ 和 $P(0)$。遗忘因子选择是根据参数估计值 $\hat{\theta}$ 跟踪其真值 θ 的程度，由实时预报的效果对 μ 值进行优选确定的。对于初值 $\hat{\theta}(0)$ 和 $P(0)$ 的选取，有两种方法：(1) 整批计算，由最初的 m 个数据直接用最小二乘的整批算法求出 $\hat{\theta}(m)$ 和 $P(m)$，以此作为递推计算的初值，从 $m+1$ 个数据开始，逐步进行递推计算。(2) 预设初值，直接设定递推算法的初值 $\hat{\theta}(0)$ 和 $P(0)=aI$，其中 a 为一个充分大的正数，I 为单位矩阵。在进行递推计算中，尽管开头几步误差较大，但经过多次递推计算后，$\hat{\theta}$ 将逐步逼近真值。

在马斯京根法中，$\hat{\theta}$ 即为 C_0，C_1。得到逼近真值的 C_0，C_1 后，就能在线求得出流过程。

4. 结果

使用上述方法实现衰减记忆递推最小二乘算法，完成了模型构建与参数优化。实例应用显示，该方法能有效降低传统马斯京根法因参数固定导致的预报误差，通过实时更新模型参数，使预报结果更贴合实际河道流量变化。相较于传统试错法和标准最小二乘法，该算法在处理动态水文数据时运算效率更高，且能通过遗忘因子调节实现对过时数据的合理“遗忘”，提升了复杂水文条件下的预报适应性。

图 3 是对算法模型的率定结果。图 3(a)给出了上游实测和下游流量过程、及下游流量演算过程的对比，图 3(b)是下游模拟流量的相对误差过程线。由图 3(b)可见总体而言在流量过程线的波谷期间，模拟的精度要高于波峰的模拟精度。由图 3(b)可见，在时段 27 附近的模拟的精度较差，这是因为出现了下游的流量高于上游的流量出现的反常的现象，可能是有区间入流等因素的影响，由于本算法只考虑上下游的流量，对于区间入流的影响需要另行进行研究。

图 4 是率定后运行算法模型的检验结果。检验结果包括对衰减记忆递推最小二乘算法和标准最小二乘法的运行结果的对比。图 4(b)给出了两种算法的检验结果的误差对比，在时段 16 之前，上下游流量关系按照下游流量稍小于上游流量的正常关系运行，所以衰减记忆递推最小二乘法的精度普遍高于标准最小二乘法；但当在时

段 18 附近出现下游流量稍高于上游流量的不正常现象时，衰减记忆递推最小二乘法的误差高于普通标准最小二乘法。原因是衰减记忆递推最小二乘法会记住历史时段的上下游流量关系，但对新出现的反常的上下游的流量关系模拟较差。当类似上述反常上下游流量关系且流量逐渐降低的时候，衰减记忆递推最小二乘法的模拟精度显著的高于标准最小二乘法。图 4(c)给出了衰减记忆递推最小二乘法对流量演算中关键参数的调整过程。除前述反常上下游流量关系出现时段外，过程其余时间对参数的调整非常平稳。

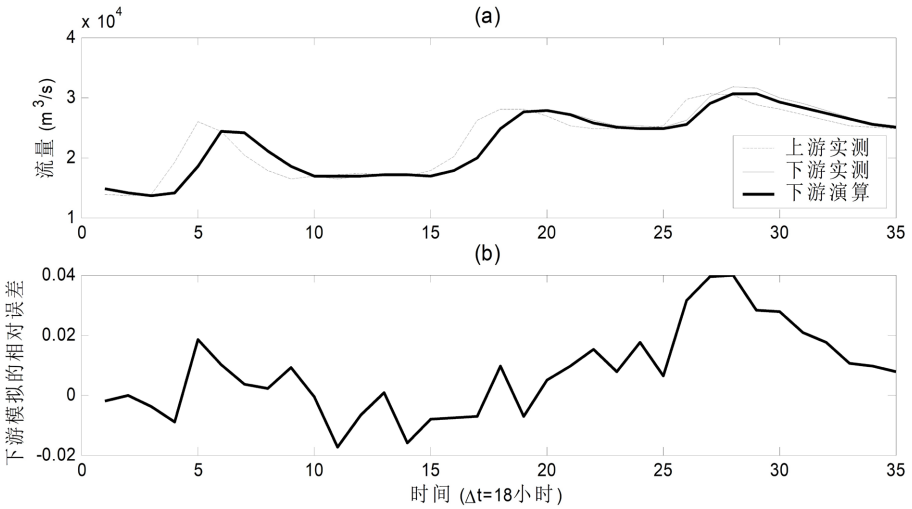


图 3. 率定结果

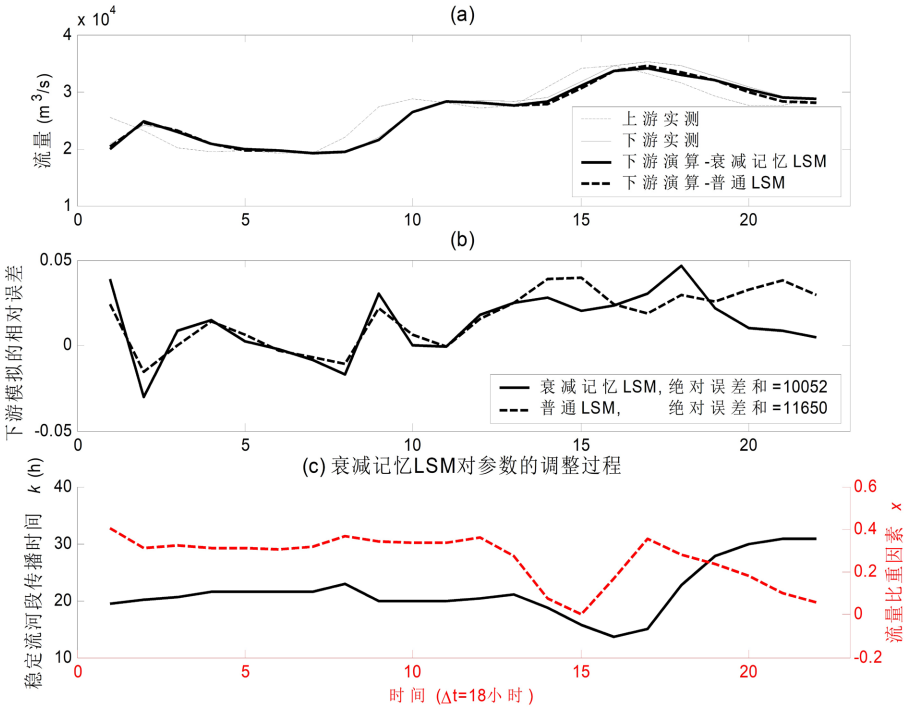


图 4. 检验结果(遗忘因子 = 0.7)

图 5 给出了遗忘因子对下游断面流量演算误差的影响。最佳遗忘因子的取值为 0.7，过大或过小的遗忘因子数值都会降低下游断面流量演算的精度，所以遗忘因子对于正确使用衰减记忆递推最小二乘法非常重要。需要

说明的是，本文中针对特定洪水优化的最佳遗忘因子并不能直接适用于其他洪水过程，因为河道洪水系统是一个高度动态的时变系统，遗忘因子在衰减记忆最小二乘法中的作用是控制算法对历史数据的“遗忘”速度，其最优值取决于特定洪水过程中河道水力特性的变化模式。在实际应用中更可靠的做法是采用“时变遗忘因子”，根据洪水的涨落速度实时确定“最佳的遗忘因子”，即“遗忘因子”基本与洪水的涨落速度呈反比。如何实现“遗忘因子”的动态变化，需要进一步研究。

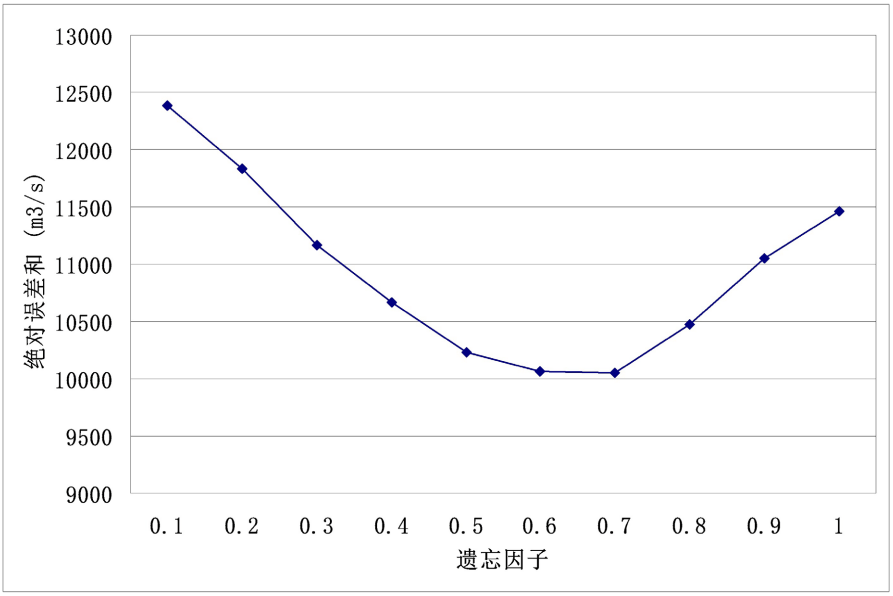


图 5. 遗忘因子对河道流量演算误差的影响

5. 结论

1) 与普通 LSM 相比，衰减记忆 LSM 显著降低了绝对误差和，适当选择遗忘因子降幅可达 13.7%。主要原因是能够根据当前计算时段的误差实时更新参数 X，K；而普通 LSM 一旦其参数在率定是被确定，则在检验阶段不会被改变，由于河段的水文物理状况是随时间变化的，这种参数不变的估计方法不能反映实际物理系统的变化情况，因而模拟误差较大。

2) 参数值 X、K 随时间的变化，其数值的调整范围是合理的。

3) 最佳的遗忘因子的取值为 0.7，过大或过小的遗忘因子数值都会降低下游断面流量演算的精度，所以遗忘因子的适当选择对于正确使用衰减记忆递推最小二乘法非常重要。

基金项目

山东省高等学校大学生创新创业训练计划项目(S202510434009)。

参考文献

[1] 曹勇, 包红军, 张恒德, 郭云谦, 刘凑华, 陈双. 基于快速滚动更新的无缝隙定量降水预报模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2021, 49(4): 303-308.

[2] 芮孝芳, 张超. Muskingum 法的发展及启示[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(3): 1-6.

[3] DAS, A. Parameter estimation for muskingum models. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 2004, 130(2): 140-147. https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(2004)130:2(140)

[4] 何惠, 张建云. 马斯京根法参数的一种数学估计方法[J]. 水文, 1998(5): 15-18.

[5] 赵超, 包为民, 王叶琴, 王浩, 张阳. 河段汇流参数抗差估计研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2006(1): 14-17.

[6] 曾彩华, 陈晓宏, 王高旭. 新安江模型与衰减记忆最小二乘法耦合洪水模型的应用[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2006(1): 121-124.

[7] 田雨, 雷晓辉, 蒋云钟, 陈暘. 洪水预报实时校正技术研究综述[J]. 人民黄河, 2011, 33(3): 25-26+28.

[8] 易瑜. 马斯京根模型建模及其应用[D]: [硕士学位论文]. 南京: 河海大学, 2004.

[9] 王达桦. 小流域水文水动力耦合模型的研究及应用[D]: [硕士学位论文]. 郑州: 华北水利水电大学, 2020.

[10] 詹道江, 叶守泽. 工程水文学[M]. 第 3 版. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.

[11] 周凤岐, 等. 现代控制理论引论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988.

[12] 黄华, 李茂亿, 陈吟晖, 陈耿, 刘海龙, 邢前国, 蔡建楠. 基于 PLSR 的珠江口城市河流水质高光谱反演[J]. 水资源保护, 2021, 37(5): 36-42.