

# Dynamic Modeling and Analysis of Wind Turbine Based on Differential Gear Train Speed Regulation

Congfei Lu, Xiaoming Rui

School of Energy Power and Mechanical Engineering, North China Electric Power University, Beijing  
Email: [lucongfei2007@ncepu.edu.cn](mailto:lucongfei2007@ncepu.edu.cn)

Received: Jul. 17<sup>th</sup>, 2014; revised: Aug. 6<sup>th</sup>, 2014; accepted: Aug. 14<sup>th</sup>, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

Based on the principle of stepless speed regulation, dynamic modeling of wind turbine has been done. Having changed fixed transmission ratio characteristic of gearbox in traditional wind turbines and the variable speed constant frequency characteristic realized by electronic method, the freedom of differential gear train is increased and the mechanical means have been used for the fore-end speed regulation in order to achieve constant output speed and torque. Taking the differential gear train as the main learning object, in this paper the wind turbine transmission chain is divided into three parts: planet carrier input shaft, sun wheel output shaft and ring gear speed-regulation shaft, and dynamic equations are established using the Lagrange equation and the speed constraint relations of differential gear train. Therefore, to satisfy the grid-connected requirement, the dynamic relationship in this circumstance is also learned. The dynamic problem can be transformed into the speed-regulation problem of speed-regulation motor under the variable wind turbine torque to achieve constant output speed.

## Keywords

Stepless Speed Regulation, Planet Carrier Inputs, Sun Wheel Outputs, Speed Regulation Ends, Dynamics

---

# 基于差动轮系调速的风力发电机的动力学建模与分析

陆从飞, 芮晓明

华北电力大学能源动力与机械工程学院，北京  
Email: [lucongfei2007@ncepu.edu.cn](mailto:lucongfei2007@ncepu.edu.cn)

收稿日期：2014年7月17日；修回日期：2014年8月6日；录用日期：2014年8月14日

## 摘要

对基于无级调速原理的风力发电机动力学建模，改变传统风力发电机的齿轮箱传动比固定而采用电子方法实现变速恒频的特性，通过增加差动轮系的自由度，采用机械调速方式进行前端调速，使输出转速与转矩恒定，达到变速恒频的目的。以实现调速功能的差动轮系为主要研究对象，将整个风力发电机传动链简化成三个部分：行星架输入轴、太阳轮输出轴和齿圈调速轴，并运用拉格朗日方程和差动轮系转速约束关系，建立动力学方程。结合风力发电机并网要求，此外还研究了该情形下的动力学关系，将并网后的动力学问题即转化为：输出转速恒定条件下，可变的风轮转矩作用下，调速电机的调速问题。

## 关键词

无级调速，行星架输入端，太阳轮输出端，调速端，动力学

## 1. 引言

能源是一个国家综合国力提升的重要推力。随着传统化石能源危机，对可再生能源的研究和应用已经迫在眉睫，而风力发电则是风能应用的最主要领域。传统双馈式风力发电机主要包括风轮、齿轮箱和发电机三大部分，而直驱式风力发电机则省去了齿轮箱[1]。目前对双馈式风力发电机和直驱式风力发电机的动力学建模主要采用基于刚体假设的“集中质量块 + 旋转刚度阻尼”的“二质量块或三质量块模型”，即将风轮、齿轮箱和发电机简化为具有转动惯量的集中质量块，将联接轴简化为具有刚度和阻尼的阻尼弹簧系统，并以此为动力学模型推导动力学方程。此外，在此基础上又发展得到柔性假设下的动力学方程[2]-[6]。这种方法简单明了，且结果与实际情况较为吻合，但是随着风力发电机组的大型化和复杂化，该建模方法也需要逐步修正。

随着风力发电机单机容量的增大并且为满足并网要求，目前主流风力发电机多为变速恒频机组。传统双馈式和直驱式风力发电机组输出转速转矩不恒定，因此存在工频波动大的问题。为解决这一问题，传统风力发电机组后续均采用大功率变频器和逆变器实现“DC-AC-DC”的电力电子方法，使频率波动的电能转换成与电网工频一致的电能后并入电网。这种方法虽然实现了工频稳定，改善了波动对电网的冲击，但随着单机容量的逐步增大，作为该方法中的重要设备的大功率变频器和逆变器的可靠性和经济性以及带来的其他问题将制约大容量风力发电机组的设计和稳定运行[7]。

机械调速是重要的传统调速方式之一，而且对于长期工作在恶劣环境中的风力发电机而言，其可靠性与经济性高于大功率变频器和逆变器。本文介绍一种采用机械无级调速方式，通过增加用于调速的差动轮系的自由度进行前端调速，虽然风能输入是不确定的，但通过调速电机并配合相应控制算法实现调速作用，使输出转速与转矩恒定，达到变速恒频的目的。该调速方法实现了与大功率变频器和逆变器相同的工作目的。但是可取代大功率变频器和逆变器的使用，提高风力发电机的运行可靠性。同时运用拉格朗日方程和差动轮系转速约束关系，对传动链系统建立动力学方程。结合风力发电机并网要求，本文还研究了该情形下的动力学关系[8]。

## 2. 差动轮系无级调速系统建模

基于无级调速原理的差动轮系调速风力发电机结构简图如图 1 所示。

整个风力发电机无级调速系统的关键部件是差动齿轮箱。差动齿轮箱结构图如图 2 所示。

根据差动齿轮箱的转动特性，可以推出各角速度之间的约束关系，如等式(1)(2)所示。

$$\omega_2 R_2 = (\omega_H - \omega_L) R_1 = (\omega_L - \omega_A) R_3 \quad (1)$$

$$\omega_L (R_1 + R_3) = \omega_H R_1 + \omega_A R_3 \quad (2)$$

差动齿轮箱存在输入、输出和齿圈三个自由度，因此，将整个无级调速系统分成行星架输入端、太阳轮输出端和内齿圈调速端。其中内齿圈外圈与同步带轮配合，调速端为调速电机驱动传动比为 1:1 同步带轮实现内齿圈转动，进行调速。无级调速系统三部分结构的简化图如图 3 所示。

根据转动惯量折算原理，分别将输入端、输出端和调速端的各转动惯量折算到差动齿轮箱的行星架输入轴、太阳轮输出轴和调速轴，等效转动惯量如式(3)所示。

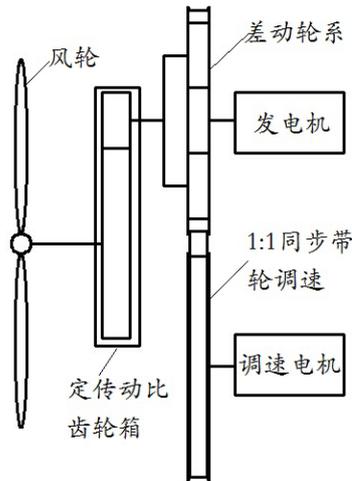


Figure 1. The structure diagram of wind turbine speed-regulated by differential gear train  
图 1. 差动轮系调速风力发电机结构简图

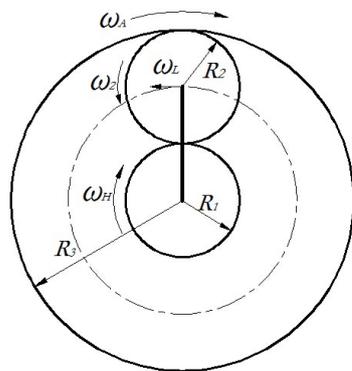
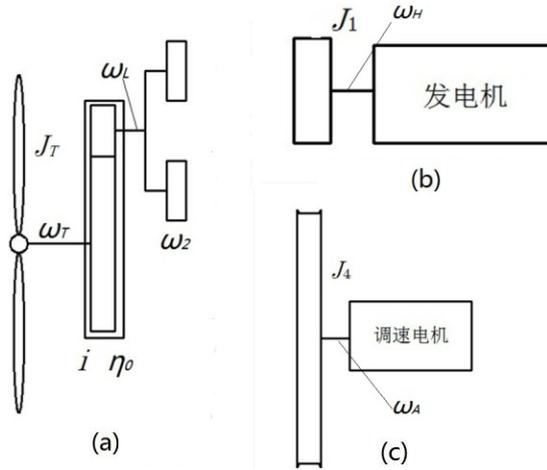


Figure 2. The structure diagram of differential gearbox  
图 2. 差动齿轮箱结构图



**Figure 3.** The simplified diagram of stepless speed regulation system. (a) The simplified diagram of planet carrier inputs; (b) The simplified diagram of sun wheel outputs; (c) The diagram of synchronous pulley speed regulation ends  
**图3.** 无级调速系统简化图。(a) 行星架输入端简化图；(b) 太阳轮输出端简化图；(c) 同步带轮调速端简化图

$$\begin{aligned} J_A &= J_m + J_4, \\ J_H &= J_G + J_1, \\ J_L &= \frac{\eta_0}{i}(J_T + J_6) + J_5 + m_L(R_1 + R_2)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

根据拉格朗日方程建立系统动力学模型，任意机械系统的动力学关系可以用拉格朗日方程进行描述。

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial W}{\partial q_i} = Q_i \quad (4)$$

式  $W = T - V$ ， $T$  为系统动能之和， $V$  为系统势能之和； $Q_i$  为系统的广义力[9]。因为差动调速齿轮箱做循环运动，重力做功为 0，系统势能和  $V$  等于 0。所以  $W = T$ 。

在整个无级调速系统中，动能主要包括：低速轴转动动能、高速轴转动动能、调速轴转动动能、行星轮公转与自转动能、内齿圈转动动能和同步带轮转动动能，所以系统动能与势能之和为：

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 + \frac{1}{2} J_H \omega_H^2 + \frac{1}{2} J_A \omega_A^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + m_2 [\omega_L (R_1 + R_2)]^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_A^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_A^2 \\ &= \omega_L^2 \left[ \omega_L (R_1 + R_2)^2 + \frac{1}{2} J_L \right] + \frac{1}{2} \omega_A^2 (J_A + J_3 + J_4) + \frac{1}{2} J_H \omega_H^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2. \end{aligned} \quad (5)$$

因为  $\dot{\theta}_L = \omega_L$ ， $\dot{\theta}_H = \omega_H$ ， $\dot{\theta}_A = \omega_A$ ，因此选择低速轴转角  $\theta_L$  和调速轴转角  $\theta_A$  为广义坐标，则系统能量与广义坐标无关，即：

$$\frac{\partial W}{\partial \theta_L} = \frac{\partial W}{\partial \theta_A} \equiv 0 \quad (6)$$

由角速度约束方程式(2)可知：

$$\frac{\partial \omega_2}{\partial \omega_L} = \frac{R_3}{R_2}, \quad \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_L} = \frac{R_3 + R_1}{R_1}, \quad \frac{\partial \omega_2}{\partial \omega_A} = -\frac{R_3}{R_2}, \quad \frac{\partial \omega_H}{\partial \omega_A} = -\frac{R_3}{R_1}. \quad (7)$$

因此将  $W$  分别对  $\dot{\theta}_L$  和  $\dot{\theta}_A$  求一阶偏导，将式(7)代入，化简得：

$$\frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_L} = \frac{\partial W}{\partial \omega_L} = \omega_L \left[ 2m_2 (R_1 + R_2)^2 + J_L \right] + J_H \omega_H \frac{R_3 + R_1}{R_1} + J_2 \omega_2 \frac{R_3}{R_2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_A} = \frac{\partial W}{\partial \omega_A} = \omega_A (J_A + J_3 + J_4) - J_H \omega_H \frac{R_3}{R_1} - J_2 \omega_2 \frac{R_3}{R_2} \quad (9)$$

对角速度约束方程(2)两边同时求导可得:

$$\dot{\omega}_2 = (\dot{\omega}_L - \dot{\omega}_A) \frac{R_3}{R_2}, \quad \dot{\omega}_H = \dot{\omega}_L \frac{R_3 + R_1}{R_1} - \dot{\omega}_A \frac{R_3}{R_1}. \quad (10)$$

分别对  $\frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_L}$  和  $\frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_A}$  求一阶导数, 则:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_L} &= \dot{\omega}_L \left[ 2m_2 (R_1 + R_2)^2 + J_L \right] + J_H \dot{\omega}_H \frac{R_3 + R_1}{R_1} + J_2 \dot{\omega}_2 \frac{R_3}{R_2} \\ &= \left[ 2m_2 (R_1 + R_2)^2 + J_L + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 + J_H \left( \frac{R_3 + R_1}{R_1} \right)^2 \right] \dot{\omega}_L - \left[ J_H \frac{R_3 (R_3 + R_1)}{R_1^2} + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right] \dot{\omega}_A. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{\theta}_A} &= \dot{\omega}_A (J_A + J_3 + J_4) - J_H \dot{\omega}_H \frac{R_3}{R_1} - J_2 \dot{\omega}_2 \frac{R_3}{R_2} \\ &= \left[ J_A + J_3 + J_4 + J_H \left( \frac{R_3}{R_1} \right)^2 + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right] \dot{\omega}_A - \left[ J_H \frac{R_3 (R_3 + R_1)}{R_1^2} + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right] \dot{\omega}_L. \end{aligned} \quad (12)$$

在该差动轮系无级调速系统中, 所有广义力均是非有势力, 而非有势力可以表示为虚功之和与相应广义坐标变分的比值[8], 即

$$Q_i = \frac{\sum \delta W}{\delta q_i} \quad (13)$$

假设整个差动轮系无级调速系统为刚性系统, 则整个系统共承受三个外力转矩和三个粘性阻尼转矩, 即风轮转矩  $T_T$ 、调速电机转矩  $T_m$ 、发电机电磁转矩  $T_G$ 、风轮轴粘性阻尼力矩  $-C_T \omega_T$ 、高速输出轴粘性阻尼力矩  $-C_H \omega_H$  和调速轴粘性阻尼力矩  $-C_A \omega_A$ 。假设行星架低速轴、太阳轮输出轴和调速轴的虚角位移分别为  $\delta\theta_L$ 、 $\delta\theta_H$  和  $\delta\theta_A$ , 则系统虚功之和表示为:

$$\sum \delta W = \frac{T_T - C_T \omega_T}{i} \delta\theta_L + (T_G - C_H \omega_H) \delta\theta_H + (T_m - C_A \omega_A) \delta\theta_A \quad (14)$$

由差动轮系的角速度约束关系(2)可以得出:

$$\delta\theta_H = \frac{R_3 + R_1}{R_1} \delta\theta_L - \frac{R_3}{R_1} \delta\theta_A \quad (15)$$

将  $\delta\theta_H$  表达式代入虚功和的表达式(14)中, 化简可得出虚功和与  $\delta\theta_L$  和  $\delta\theta_A$  的关系表达式:

$$\sum \delta W = \left[ \frac{T_T - C_T \omega_T}{i} + \frac{R_3 + R_1}{R_1} T_G - \frac{R_3 + R_1}{R_1} C_H \omega_H \right] \delta\theta_L + \left[ (T_m - C_A \omega_A) - \frac{R_3}{R_1} T_G + \frac{R_3}{R_1} C_H \omega_H \right] \delta\theta_A \quad (16)$$

将虚功和除以广义坐标  $\theta_L$  和  $\theta_A$  的变分可以得到对应的广义力, 如下所示:

$$Q_L = \frac{\sum \delta W}{\delta\theta_L} = \frac{T_T - C_T \omega_T}{i} + \frac{R_3 + R_1}{R_1} T_G - \frac{R_3 + R_1}{R_1} C_H \omega_H \quad (17)$$

$$Q_A = \frac{\sum \delta W}{\delta \theta_A} = (T_m - C_A \omega_A) - \frac{R_3}{R_1} T_G + \frac{R_3}{R_1} C_H \omega_H \quad (18)$$

结合以上叙述和拉格朗日方程，可以表示出该差动轮系无级调速系统的动力学方程并写成矩阵形式为：

$$D_{LH} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_L \\ \dot{\omega}_A \end{bmatrix} = N \quad (19)$$

其中：

$$D_{LH} = \begin{bmatrix} 2m_2(R_1 + R_2)^2 + J_L + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 + J_H \left( \frac{R_3 + R_1}{R_1} \right)^2 & -J_H \frac{R_3(R_3 + R_1)}{R_1^2} - J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \\ -J_H \frac{R_3(R_3 + R_1)}{R_1^2} - J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 & J_A + J_3 + J_4 + J_H \left( \frac{R_3}{R_1} \right)^2 + J_2 \left( \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \frac{T_T - C_T \omega_T}{i} + \frac{R_3 + R_1}{R_1} T_G - \frac{R_3 + R_1}{R_1} C_H \omega_H \\ (T_m - C_A \omega_A) - \frac{R_3}{R_1} T_G + \frac{R_3}{R_1} C_H \omega_H \end{bmatrix}$$

根据行星架输入轴与调速轴的动力学关系(19)和式(2)所表示的三根轴之间的角加速度关系，可以得出行星架输入轴与太阳轮输出轴的动力学关系和太阳轮输出轴与调速轴之间的动力学关系：

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_L \\ \dot{\omega}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_3 + R_1}{R_1} & -\frac{R_1}{R_3} \end{bmatrix} D_{LH}^{-1} N \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_H \\ \dot{\omega}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{R_1 + R_3} & \frac{R_3}{R_1 + R_3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} D_{LH}^{-1} N \quad (21)$$

### 3. 并网后系统动力学分析

运行的风力发电机要求并网，即要求发电机输出电能的频率与电网运行频率相同。我国的电压电流工为 50 Hz，对于极对数为 2 的发电机，要求转子转速为 1500 rpm，反映到该系统中，即要求太阳轮输出转速  $\omega_H$  为  $50\pi$  rad/s，为恒定值，所以  $\dot{\omega}_H = 0$ 。由于风速分布为随机量，因此，系统可最终转化为通过控制调速电机转速使得太阳轮输出轴保持转速恒定，达到发电机转子始终在恒定转速下切割磁感线发电。所以，式(10)可以化简为：

$$\dot{\omega}_L = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \dot{\omega}_A \quad (22)$$

将式(22)代入行星架低速输入轴与同步带轮调速轴之间的动力学关系方程，并展开化简得：

$$\left( D_{LH11} \frac{R_3}{R_1 + R_3} + D_{LH12} \right) \dot{\omega}_A = \frac{T_T - C_T \omega_T}{i} + \frac{R_3 + R_1}{R_1} T_G - \frac{R_3 + R_1}{R_1} C_H \omega_H \quad (23)$$

$$\left( D_{LH21} \frac{R_3}{R_1 + R_3} + D_{LH22} \right) \dot{\omega}_A = (T_m - C_A \omega_A) - \frac{R_3}{R_1} T_G + \frac{R_3}{R_1} C_H \omega_H \quad (24)$$

因为基于差动齿轮的无级调速系统最终归结于在已知风能输入转矩转速的情况下,通过调节调速电机转矩转速,使得太阳轮输出相对保持恒定。而发电机转矩 $T_G$ 是不可控的,因此,化简式(23)和(24),消去发电机转矩 $T_G$ 影响,得到调速电机的动力学方程:

$$J_M \dot{\omega}_A = \frac{R_3(T_T - C_T \omega_T)}{(R_1 + R_3)i} + \frac{R_1}{R_3}(T_m - C_A \omega_A) \quad (25)$$

其中:

$$J_M = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} D_{LH11} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} (D_{LH12} + D_{LH21}) + \frac{R_1}{R_2} D_{LH22}$$

因此,并网后的动力学问题即转化为:保证输出转速恒定条件下,可变的风轮转矩作用下的调速电机的调速问题。

#### 4. 结论

本文研究了基于差动轮系前端调速的风力发电机动力学建模问题,将整个风力发电机传动链简化为三个部分:行星架输入端、太阳轮输出端和同步带轮调速端。通过构建的动力学模型,建立输入轴、输出轴和调速轴三者之间的动力学方程。同时考虑到风力发电机并网问题,要求保证输出轴转矩转速恒定,将并网后的动力学问题转换为变转矩情形下的调速电机的调速问题。该调速方案保证了发电机输出电能的频率与电网工频一致,有效的避免了传统风力发电的频率波动对电网的冲击。研究取得的成果也为设计、仿真提供理论参考依据。

#### 参考文献 (References)

- [1] 芮晓明,柳亦兵,马志勇 (2010) 风力发电机组设计. 机械工业出版社,北京.
- [2] Salman, K. and Anita, L.J. (2003) Windmill modeling consideration and factors influencing the stability of a grid-connected wind power-based embedded generator. *IEEE Transactions on Power System*, **18**, 793-802.
- [3] 陈强,唐西胜,裴伟,等 (2010) 风力发电传动系统的建模与数字模拟研究. *太阳能学报*, **11**, 1503-1509.
- [4] Sapanen, J., Ruuskanen, V. and Nerg, J. (2011) Dynamic torque analysis of a wind turbine drive train including a direct-driven permanent-magnet generator. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **58**, 3859-3867.
- [5] Bagh, S.K., Samuel, P., Sharma, R., et al. (2012) Emulation of static and dynamic characteristics of a wind turbine using Matlab/Simulink. *2<sup>nd</sup> International Conference on Power, Control and Embedded Systems*.
- [6] Pournaras, C., Riziotis, V. and Kladas, A. (2008) Dynamic wind turbine model including blade oscillation effects for control strategy enabling mechanical stress reduction. *18th International Conference on Electrical Machines*, 6-9 September 2008, 1-6.
- [7] 唐卫东,聂家林 (2009) 对我国风力发电并网问题的思考. *产业与科技论坛*, **8**, 51-52.
- [8] 王雪飞 (2013) 新型风机中调速电机的控制策略研究. 硕士论文,北京交通大学,北京.
- [9] 刘章军,陈建兵 (2012) 结构动力学. 中国水利水电出版社,北京.

## 附录

**Table 1.** The table of variable symbol and their physical meanings

**表 1.** 变量符号及其物理含义表

变量	物理含义	变量	物理含义
$\omega_L$	行星架转速(输入)	$J_L$	输入轴折算转动惯量
$\omega_H$	太阳轮转速(输出)	$J_H$	输出轴折算转动惯量
$\omega_A$	同步带轮转速(调速)	$J_A$	调速轴折算转动惯量
$\omega_2$	行星轮自转转速	$\eta_0$	增速齿轮箱传动效率
$\omega_T$	风轮转速	$i$	增速齿轮箱传动比
$J_T$	风轮转动惯量	$m_L$	行星架质量
$J_M$	伺服调速电机转动惯量	$m_2$	单个行星轮质量
$J_G$	发电机转动惯量	$T_T$	风轮转子扭矩
$J_3$	齿圈转动惯量	$T_G$	发电机转子扭矩
$J_2$	行星轮自转转动惯量	$T_m$	调速轴扭矩
$J_4$	同步带轮转动惯量	$C_T$	风轮扭转阻尼系数
$J_5$	齿轮箱高速齿轮转动惯量	$C_H$	输出轴扭转阻尼系数
$J_6$	齿轮箱低速齿轮转动惯量	$C_A$	调速轴扭转阻尼系数
$J_1$	太阳轮转动惯量		