

# 基于多元回归方法的隔音垫隔音性能研究

张记福\*, 牛海龙

北京福田戴姆勒汽车有限公司技术中心, 北京

收稿日期: 2025年7月27日; 录用日期: 2025年8月19日; 发布日期: 2025年8月29日

## 摘要

性能开发是产品研发中的核心环节, 通常采用DoE的方式, 筛选出影响因子并建立数学模型, 以求解最佳参数值。DoE需要严格的实验设计, 设定因子的高低水平组合, 各处理的试验结果才可用于因子的主效应和交互效应等的估计。而多元回归方法的要求就没有那么多, 只要引入足够多的变差, 建立完整的性能响应模型, 就可以逐步回归的方式剔除无效因子, 获得理想的数学模型, 进而可以求解满足性能要求的各因子水平。隔音性能是隔音垫的核心性能, 预估的影响因子包括厚度、密度和形状。通过多元回归分析得到的响应数学模型, 方便设计人员配置参数, 极大方便了产品设计, 有效提高设计通过性。

## 关键词

隔音垫, DoE, 多元回归

# Sound Insulation Performance Research of Sound Insulation Pads Based on Multiple Regression Method

Jifu Zhang\*, Hailong Niu

Technical Centre, Beijing Foton Daimler Automotive Company, Beijing

Received: Jul. 27<sup>th</sup>, 2025; accepted: Aug. 19<sup>th</sup>, 2025; published: Aug. 29<sup>th</sup>, 2025

## Abstract

Performance development is a critical component of product development, typically employing DoE to identify influencing factors and establish mathematical models to determine the optimal parameter settings. DoE requires meticulous experimental design, specifying the combinations of high and low levels of factors, so that the results from each treatment can be used to estimate the main effects and interactions of the factors. In contrast, multiple regression methods have fewer requirements;

\*通讯作者。

by introducing sufficient variations and establishing a comprehensive performance response model. The method can eliminate ineffective factors through gradually regression, leading to an ideal mathematical model that can determine the optimal parameters' levels for meeting performance criteria. Sound insulation performance is the core attribute of soundproofing pads, with key influencing factors including thickness, density, and shape. The response mathematical model derived from multiple regression analysis facilitates parameter configuration by designers, greatly simplifying product design and enhancing design feasibility.

## Keywords

Sound Insulation Pad, DoE, Multiple Regression

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

性能开发是产品研发中的核心环节,通常采用 DoE 的方式,筛选出影响因子并建立数学模型,以求解最佳参数值。对于影响因子较少的产品( $\leq 3$  个),一般选择  $2^k$  析因试验设计。 $2^k$  析因试验设计的缺点是需要严格的试验设计,设定因子的高低水平组合,各处理的试验结果才可用于因子的主效应和交互效应等的估计。而多元回归方法的要求就没有那么多,只要引入足够多的变差,建立完整的性能响应模型,就可以逐步回归的方式剔除无效因子,获得理想的数学模型,进而可以求解满足性能要求的各因子水平。

## 2. $2^k$ 析因试验设计[1]

$2^k$  析因试验设计是指对  $k$  个两水平因子的响应效应的研究。当  $k$  很小,如  $k = 2$  或者  $k = 3$  时,对因子做  $2^k$  析因试验的功效很明显。对材料隔音性能可能有影响因子的数量不多,只有材料种类、厚度、密度。由于某次产品设计时,材料种类是确定的,所以影响因子只剩下厚度和密度。这样就可以做一个  $2^2$  析因试验设计,见表 1。

Table 1.  $2^2$  Factorial experiment design of sound insulation pads

表 1. 隔音垫的  $2^2$  析因实验设计

处理/因子	厚度(A)	密度(B)
(1)	-	-
a	+	-
b	-	+
ab	+	+

表中用(1)、a、b、ab 分别代表设计点;用“+”和“-”分别代表因子的高低水平。

$$\text{效应} = \text{响应}_H - \text{响应}_L \quad (1)$$

因子主效应的估计:

$$A = \frac{ab + a - b - (1)}{2n} \quad (2)$$

$$B = \frac{ab - a + b - (1)}{2n} \quad (3)$$

因子交互效应的估计:

$$AB = \frac{ab - a - b + (1)}{2n} \quad (4)$$

$A$ 、 $B$  分别代表两个因子的效应,  $(1)$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $ab$  分别代表  $n$  个响应在单个设计点处可能取值的总和。对于交互作用, 如果  $AB = 0$  则证明不存在交互作用, 否则存在交互作用。

### 3. 多元回归[2]

回归模型的假定

$$y = E(y) + \varepsilon \quad (5)$$

$E(y)$  作为统计量  $y$  的期望值,

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$$

$\varepsilon$  是随机误差, 且假定  $\varepsilon$  服从正态分布,  $E(\varepsilon) = 0$ 。

拟合多元回归模型的方法与拟合一阶模型是一样的, 采用最小二乘法,

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik})]^2$$

通过对各参数求偏导并使之等于 0, 即可求得参数的最优解,

$$\frac{\partial SSE}{\partial \beta_0} = 0, \quad \frac{\partial SSE}{\partial \beta_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial SSE}{\partial \beta_k} = 0$$

对于一组观测结果, 可以写成矩阵的形式:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

最小二乘解,

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (6)$$

$\beta_i$  的  $(1-\alpha)100\%$  置信区间为,

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\alpha/2} s \sqrt{c_{ii}} \quad (7)$$

### 4. 隔音垫隔音性能实测数据分析

隔音性能是隔音垫的核心性能, 预估的影响因子包括厚度、密度和形状。隔音性能测试采用驻波管阻抗管法[3], 可以忽略形状的影响。对于毛毡、玻璃棉等多孔结构吸声材料, 顾晓卓等[4]和武智方等[5]的研究结果也显示隔音性能的影响因子为厚度和密度。

表 2 所示为一组玻璃棉材料隔音垫的测试数据。共涉及 6 款不同厚度的隔音垫产品。在未知性能影响因子的情况下, 引入了较大的密度变差, 得到了不同厚度和密度隔音垫的测试数据。

此 6 款隔音垫对应了不同的厚度、密度组合。如果按照严格的  $2^2$  设计, 则需要 2 种厚度的产品分别对应 2 种密度。表 2 体现的隔音垫厚度是规整的, 而密度却有 6 种, 所以无法进行标准的方差分析, 但可以固定某种因子水平来观察另外因子的影响。

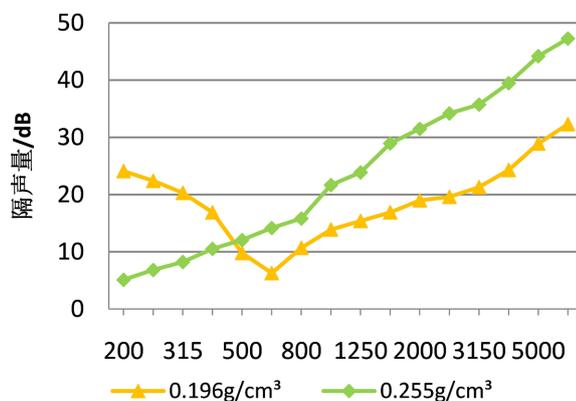
从表 2 中可以看出, 10 mm 隔音垫和 25 mm 隔音垫分别对应 2 种不同的密度, 且密度的差值较大, 可以通过这 2 组数据观察密度对隔音性能的影响。P1 和 P6 的密度较为接近, P4 和 P5 的密度也几乎一

致, 可以用这两组数据观察厚度对隔音性能的影响。为了方便观察, 构造了散点图以直观观察两种因子对隔音性能的影响。

**Table 2.** Sound insulation data of various thicknesses and densities of sound insulation pads  
**表 2.** 多种不同厚度和密度的隔音垫隔音性能数据

产品	P1	P2	P3	P4	P5	P6
厚度 mm	10	30	25	10	20	25
密度 g/cm <sup>3</sup>	0.196	0.085	0.110	0.255	0.223	0.161
频率 Hz	隔声量(dB)					
200	24.1	14.3	18.3	5.12	7.18	7.02
250	22.4	14.5	17.5	6.83	8.56	8.19
315	20.3	14.9	17.9	8.24	9.64	9.98
400	16.9	18.2	20.7	10.53	12.41	12.54
500	9.8	19.0	21.3	12.07	15.03	14.27
630	6.3	18.2	18.1	14.17	17.28	17.02
800	10.7	18.3	19.7	15.82	18.47	18.11
1000	13.9	18.6	26.7	21.67	23.7	24.26
1250	15.4	22.9	33.3	23.88	26.98	27.55
1600	16.9	26.6	27.5	28.95	31.04	29.06
2000	19.0	27.7	27.9	31.49	34.16	33.47
2500	19.6	32.3	23.9	34.18	37.18	36.24
3150	21.3	37.6	32.1	35.72	38.88	38.31
4000	24.3	40.8	35.6	39.46	42.05	41.98
5000	28.9	47.6	38.7	44.18	46.78	46.25
6300	32.3	/	/	47.26	50.93	48.93

如图 1 和图 2 所示, 10 mm 隔音垫在 500 Hz 以上频段隔音性能差异明显; 25 mm 隔音垫在 630 Hz 以内和 1600 Hz 以上均体现了明显差异, 说明密度对隔音性能产生了显著影响。如图 3 和图 4 所示, 密度接近的情况下, 厚度对隔音性能的影响也是显著的。可见密度和厚度均对隔音性能均是有影响的, 而且隔音性能和密度、厚度大致是成正比的, 几乎是随着密度、厚度的增加而提升。



**Figure 1.** Sound insulation comparison of 10 mm pads  
**图 1.** 10 mm 隔音垫的隔音性能对比

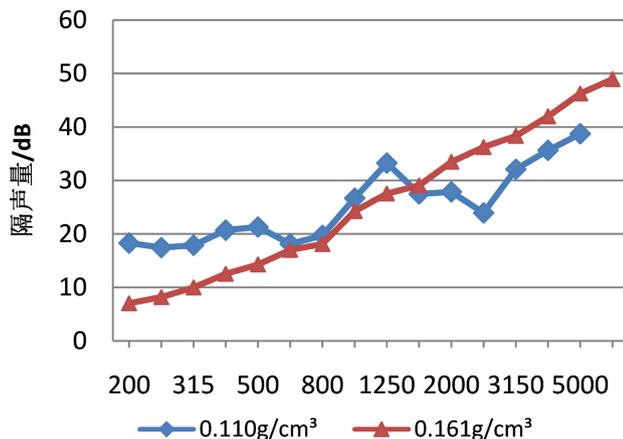


Figure 2. Sound insulation comparison of 25 mm pads  
图 2. 25 mm 隔音垫的隔音性能对比

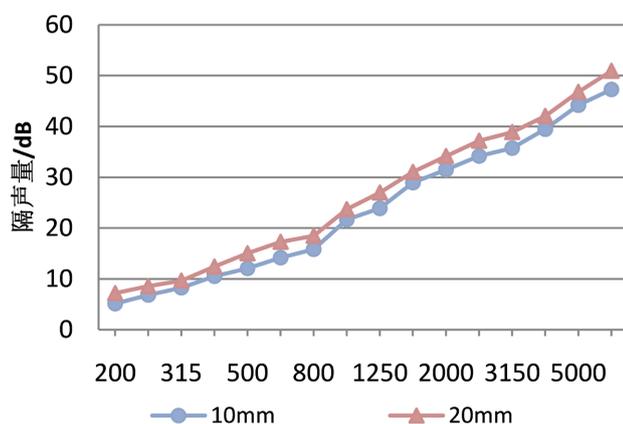


Figure 3. Sound insulation comparison of 10 mm~20 mm pads  
图 3. 10 mm~20 mm 隔音垫隔音性能对比

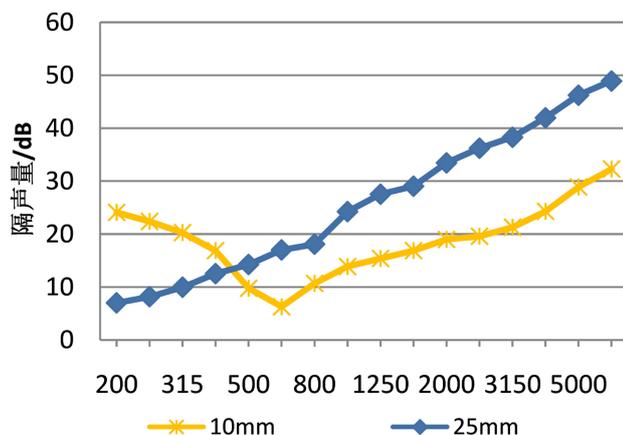


Figure 4. Sound insulation comparison of 10 mm~25 mm pads  
图 4. 10 mm~25 mm 隔音垫隔音性能对比

由于试验数据不是基于标准的 2<sup>2</sup> 析因试验设计得到的结果, 使得因子间交互作用的确认十分困难, 这样就只能依赖多元回归的方法确认交互因子的系数是否为统计显著。

## 5. 数学模型建立和多元回归分析

建立以下多元回归模型:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 D + \beta_3 TD$$

$Y$ : 隔声量响应值

$T$ : 厚度因子

$D$ : 密度因子

$TD$ : 厚度、密度交互作用因子

以 2000 Hz 的数据为例, 见表 3。

**Table 3.** Data of each factor and sound insulation at 2000 Hz

**表 3.** 2000 Hz 下的各因子和隔声量数据

频率 Hz	厚度( $T$ ) mm	密度( $D$ ) g/cm <sup>3</sup>	交互( $TD$ )	响应( $Y$ ) dB
2000	10	0.196	1.96	19.00
2000	25	0.110	2.75	27.90
2000	10	0.255	2.55	31.49
2000	25	0.161	4.03	33.47
2000	20	0.223	4.46	34.16
2000	30	0.085	2.55	27.70

对表 3 的数据进行多元回归分析, 以下是 Minitab 的输出结果:

The regression equation is

$$Y = -28.5 + 1.58T + 192D - 2.33TD$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-28.51	18.53	-1.54	0.264
T	1.5830	0.6710	2.36	0.142
D	191.68	81.21	2.36	0.142
TD	-2.330	3.200	-0.73	<b>0.542</b>

S = 2.57303

R-Sq = 91.5%

R-Sq(adj) = 78.7%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	142.453	47.484	7.17	0.125
Residual Error	2	13.241	6.620		
Total	5	155.694			

首先确认交互作用的显著性。从检验结果看,  $TD$  的 P 值为 0.542, 认为交互作用是不显著的, 即不存在交互作用; 而且此时模型的 P 值为 0.125, 也不显著, 所以应该去掉交互作用项, 模型变为:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 D$$

其他参数的检验要在新模型的回归结果中确认。重新进行回归分析:

The regression equation is

$$Y = -17.2 + 1.13T + 137D$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-17.233	9.347	-1.84	0.162
T	1.1302	0.2317	4.88	0.016
D	137.37	29.49	4.66	0.019

S = 2.36300                      R-Sq = 89.2%                      R-Sq(adj) = 82.1%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	138.942	69.471	12.44	0.035
Residual Error	3	16.751	5.584		
Total	5	155.694			

可以看到, 去掉交互作用项后, 各参数的统计检验结果变得更加显著, 回归模型的检验结果也更加显著, 模型的拟合度 R-Sq(adj) 也有明显的提升, 这些都说明了去掉交互作用后的模型是更加合适的。最终求解的模型为:

$$Y = -17.2 + 1.13T + 137D \quad (8)$$

模型的因子参数为正, 也说明厚度和密度对隔音性能是正影响的。

## 6. 模型的检验

以 2000 Hz 为基准, 将各产品的厚度密度值代入式(8)计算理论隔音量值并与实测数据对比, 见表 4。

**Table 4.** Comparison of theoretical values and measured results

**表 4.** 理论值和实测结果对比

产品	P1	P2	P3	P4	P5	P6
厚度 mm	10	30	25	10	20	25
密度 g/cm <sup>3</sup>	0.196	0.085	0.110	0.255	0.223	0.161
实测 dB	19.00	27.70	27.90	31.49	34.16	33.47
计算 dB	20.95	28.34	26.10	29.03	35.95	33.11
差异 dB	1.95	0.64	-1.78	-2.45	1.79	-0.36

结果显示 P1、P3、P4 和 P5 的计算结果偏差较大, 怀疑为标称厚度与实际厚度的偏差带来的影响。重新测量的产品厚度见表 5, 并重新进行回归分析, 得到模型为:

$$Y = -19.4 + 1.21T + 141D \quad (9)$$

将各产品的厚度、密度数据代入式(9)后, 重新计算, 结果见表 5。此时理论值与实测值的偏差已经明显缩小。剩余的偏差可能是由于测试设备误差、测试人员某次操作造成; 也可能是由于待测样品的密度、厚度不均匀造成。测试设备的误差属于系统误差, 不可避免; 其他误差项属于随机误差, 可以通过增加测试数量优化统计模型的方式来弥补。而且±1 dB 左右的模型偏差在工程应用上是可以被接受的。

**Table 5.** Comparison between theoretical values and measured results based on actual thickness  
**表 5.** 基于实际厚度的理论值和实测结果对比

产品	P1	P2	P3	P4	P5	P6
厚度 mm	9.2	29.0	26.0	11.5	19.0	24.8
密度 g/cm <sup>3</sup>	0.196	0.085	0.110	0.255	0.223	0.161
实测 dB	19.00	27.70	27.90	31.49	34.16	33.47
计算 dB	19.37	27.67	27.57	30.47	35.03	33.31
差异 dB	0.37	-0.03	-0.33	-1.02	0.87	-0.16

为保证产品有良好的通过性, 在实际的工程应用中, 可以将密度、厚度的要求设置稍高于理论计算值。

## 7. 结束语

本次的隔音垫性能研究以统计检验的方式证明了玻璃棉材料的隔音性能影响因子为厚度和密度, 且对隔音性能体现为正影响。通过多元回归分析得到的响应数学模型, 方便设计人员配置参数, 极大方便了产品设计, 有效提高设计通过性。在方法层面多元回归较 DoE 操作简单, 不需要严格规定因子水平, 对数据的要求不高, 只要引入足够多的变差即可进行分析; 通过建立数学模型进行逐步回归的方式, 可以达到与 DoE 类似的效果, 而且更加方便对已有历史数据进行分析建模。需要注意的是, 回归模型不适合做外推, 已验证的范围外可能存在非线性的影响。

## 参考文献

- [1] Ronald E. Walpole, 等, 著. 理工科概率统计(原书第 8 版) [M]. 周勇等, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [2] William Mendenhall, Terry Sincich. 统计学(原书第 5 版) [M]. 梁冯珍, 关静, 等, 译. 北京: 机械工业出版社, 2017.
- [3] 杨洋, 褚志刚, 王泽云. 汽车前围板内隔音垫声学性能的试验方法[J]. 声学技术, 2016, 35(5): 448-452.
- [4] 顾晓卓, 韦贤毅, 张发晖. 双密度毛毡吸声隔声性能影响因素分析[J]. 汽车工艺与材料, 2023(5): 50-54.
- [5] 武智方, 夏均忠, 刘晓凯, 等. 商用车发动机舱隔音垫的降噪效果研究[J]. 军事交通学院学报, 2017, 19(2): 48-51.