

基于灰色 - 马尔科夫模型的燃料电池企业自由现金流预测

王秀杰¹, 陈宇迪²

¹广西科技大学机械与汽车工程学院, 广西 柳州

²广西科技大学经济与管理学院, 广西 柳州

收稿日期: 2024年4月9日; 录用日期: 2024年4月24日; 发布日期: 2024年5月31日

摘要

企业价值评估在资本市场逐步地完善中愈发重要, 自由现金流折现模型也被普遍运用, 现金流预测是运用自由现金流折现模型评估企业价值中的重要一环, 现金流预测的准确性决定了企业估值的准确性。针对当前燃料电池企业发展正处于起步阶段, 具备“小样本, 贫信息”的特征, 文章将灰色预测与马尔科夫链结合起来预测企业自由现金流, 与传统的预测方法相比, 更符合燃料电池企业动态发展的情况。结果也表明, 该模型在预测企业自由现金流的精准度方面也有所提高。

关键词

灰色 - 马尔科夫, 燃料电池企业, 自由现金流

The Prediction of Free Cash Flow for Fuel Cell Enterprises is Based on the Grey-Markov Model

Xiujié Wāng¹, Yudi Chén²

¹School of Mechanical and Automotive Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou Guangxi

²School of Economics and Management, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou Guangxi

Received: Apr. 9th, 2024; accepted: Apr. 24th, 2024; published: May 31st, 2024

Abstract

Enterprise value assessment is becoming more and more important in the gradual improvement

文章引用: 王秀杰, 陈宇迪. 基于灰色-马尔科夫模型的燃料电池企业自由现金流预测[J]. 现代管理, 2024, 14(5): 976-984. DOI: 10.12677/mm.2024.145112

of the capital market, and the discounted free cash flow model is also widely used. Cash flow prediction is an important part of using the discounted free cash flow model to evaluate enterprise value. The accuracy of cash flow prediction determines the accuracy of enterprise valuation. Considering that the development of fuel cell enterprises is in the initial stage and has the characteristics of "small sample and poor information", this paper combines grey forecasting with Markov chain to forecast the free cash flow of enterprises, which is more in line with the dynamic development of fuel cell enterprises compared with the traditional forecasting methods. The results also show that the model is more accurate in predicting the free cash flow of enterprises.

Keywords

Gray-Markov, Fuel Cell Enterprise, Free Cash Flow

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着环境污染和气候变化问题的日益突出，燃料电池作为一种高效、清洁的能源转换技术，受到了广泛关注。许多国家和地区都在加大对燃料电池技术的研发和应用力度，推动其商业化和产业化进程。目前，全球范围内已经有一些燃料电池企业取得了一定的技术突破和商业化成果。燃料电池技术具有高能源转化效率、零排放、可再生能源利用等优势，因此在未来能源领域有着广阔的前景。

尽管当前燃料电池企业的发展前景较为可观，但是仍然存在一些困难需要克服。燃料电池技术仍面临一些挑战，如成本高、氢气供应不足、储氢和运输安全等问题。此外，与传统燃料相比，燃料电池技术的设备和基础设施建设需要大量投资，并需要解决相关政策和法规的支持和配套措施。因此，燃料电池企业需要在技术创新、成本降低、市场拓展、政策支持等方面不断努力，以实现可持续发展。国内燃料电池企业目前还处于发展的早期阶段，各方面的信息都比较贫乏，企业自由现金流存在一定波动，因此，本文采用灰色预测与马尔科夫链结合，对燃料电池企业自由现金流进行预测。

灰色预测具有操作简单、所需数据少和无需事前假设数据分布情形等优点，适用于时间短、数据资料少和状态波动不大的场合。邓聚龙教授(1981)在相关研究中首次提出灰色系统理论(Grey System Theory)。理论介绍了白箱模型表示信息充足，黑箱模型表示信息匮乏，灰色表示介于白色和黑色之间的系统模型，表示已知信息和未知信息共同存在的状态，即灰色系统理论研究对象主要是信息不完全、数据量比较少的不确定性系统[1]。朱威林(2023)等结合当前时代的双碳政策，利用灰色预测方法构建了 GM (1, 1) 模型，以分析新能源汽车销量在 2026 年的预测情况[2]。Hao Li 等(2019)使用灰色预测模型对于发展中国家的能源消费和经济增长的发展关系进行了预测，为不同阶段的能源政策制定提出参考[3]。Rajesh R. (2023)通过灰色预测模型研究公司经营过程中环境可持续性绩效与公司经营情况，并提出要匹配未来环境可持续性的建议[4]。王玉亮等(2023)总结了灰色预测在水资源管理中水量预测方面的各种改进形式，分别分析了它们的适用性和优缺点，并从中拓展了两个角度，展望了灰色预测在水资源管理未来的应用方向和前景[5]。许龙等(2023)为预测我国西部地区零售药店执业药师配备发展趋势，基于相关数据建立了灰色预测模型，为制定相关政策提供了一定的理论指导[6]。

而马尔科夫预测则基于状态之间的转移概率来预测未来的发展变化，适合于随机波动比较大的动态过程。在企业未来收益的预测中，由于数据有限且面临各种风险，业绩波动会比较大。李超等(2022)将马尔科夫链应用于察布查尔马铃薯甲虫发生程度预测中，以预报年前三的数据预测第四年的状态，并用已有的年份数据检验，历史符合率较高，达到了预期的效果[7]。张慧芳等(2021)为对舰船装备维修费用准确预测，建立了马尔科夫预测模型，在模型使用中明确了权重确定，结果证明预测情况与实际情况完全相符，具有推广使用价值[8]。孔强等(2019)采用精度较高的加权马尔科夫链预测模型对灌区年用水量进行了预测，且证明了该模型在较长系列统计数据的灌区年用水量预测方面更具适用性，预测精度相较于其他方法更精准[9]。

灰色马尔科夫法结合了灰色预测和马尔科夫预测的优点。于浩洋等(2020)运用新陈代谢—GM (1, 1)进行辐射安全许可证申请高发预测，并采用残差马尔科夫进行修正，有效的提升了原来模型的预测精度[10]。李攀艺(2022)将新陈代谢思想引入灰色预测模型中，验证了在“小样本、贫信息”的情境下，改进后的组合预测模型相较灰色预测、灰色马尔科夫模型及灰色新陈代谢模型在预测精度上有所提升[11]。李晶等(2023)建立灰色预测进行工作面瓦斯涌出量的预测，并且将传统灰色 GM (1, 1)与马尔科夫理论相结合，用无偏灰色 GM (1, 1)替换传统灰色 GM (1, 1)，构造出无偏灰色马尔科夫模型，进一步提升了预测的精度[12]。因此，采用灰色马尔科夫法能够充分利用两种方法的优点。通过灰色预测对短期趋势进行分析和预测，然后借助马尔科夫链预测长期趋势的发展变化。这种方法能够更准确地预测企业未来收益，并且在实际应用中取得了良好的效果。

2. 模型构建与改进

2.1. GM (1, 1)预测

灰色理论始创于 1982 年，创始人邓聚龙教授通过对“小样本，贫信息”体系的研究，提出了完整系统的灰色预测理论，在后续的研究发展过程中，该理论也得到了广泛的应用。在资产评估领域中，现金流的研究和预测是企业价值评估的关键一环，而且企业自由现金流会受到经济政策、市场环境、公司内部治理等多种因素的影响，属于典型的“小样本，贫信息”系统，因此灰色预测能够很好的适用于自由现金流的预测。

2.1.1. 级比检验

级比检验是为了保证灰色预测模型的可行性，因而需要对原始数据进行一定的处理之后，才能够进行预测。假设原始非负序列为：

$$x^{(0)} = \left[x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n) \right]$$

计算序列的级比

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

只有当 $(n-1)$ 项的级比 $\lambda(k)$ 全部处于区间 $\left[e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}} \right]$ 内，即为原始序列通过检验。若原始序列不能通过级比检验，则可对原始序列进行平移变换，方根变换或对数变换，然后再次进行检验。

2.1.2. GM (1, 1)模型构建

1) 对原始序列或变换处理后的序列进行一次累加生成处理，即：

$$\begin{aligned} X^{(1)} &= \left[x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n) \right] \\ &= \left[x^{(0)}(1), x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \dots + x^{(0)}(n) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n_0$ $x^{(1)}$ 的均值生成序列为:

$$G^{(1)} = \left[g^{(1)}(1), g^{(1)}(2), \dots, g^{(1)}(n) \right] \quad (3)$$

其中:

$$g^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), k = 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

2) 构造微分方程

$$x^{(0)}(k) + ag^{(1)}(k) = b, k = 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

相应的白化微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (6)$$

$$\text{记 } \mu = [a, b]^T, Y = \left[x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n) \right]^T,$$

$$B = \begin{bmatrix} -g^{(1)}(2) & \cdots & -g^{(1)}(n) \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

根据最小二乘法使 $L(\mu) = (Y - B\mu)^T(Y - B\mu)$ 达到最小值 μ 的估计值为:

$$\hat{\mu} = [\hat{a}, \hat{b}] = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (8)$$

于是解得白化微分方程:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}}, k = 0, 1, \dots, n-1, \dots \quad (9)$$

其中:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots, n-1, \dots \quad (10)$$

3) 拟合度检验

将所得的实际值与预测值进行比较, 采取二者的比值作为参考, 即:

$$\omega = \frac{\hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \quad (11)$$

其中, ω 值越接近 1, 说明拟合度越高。

4) 相对误差检验

将实际值减去预测值, 取绝对值后同实际值作比,

$$\Delta_k = \frac{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

其中, Δ_k 越小, 说明模型精度相对越高。

2.2. 马尔科夫预测

马尔科夫预测的核心在于假设系统的未来状态只与当前状态有关，而与历史状态无关。这种“无记忆性”的假设在许多实际问题中简化了分析，使得模型更容易构建和理解，而且这种预测是建立在概率论的基础之上，通过转移概率矩阵来描述不同状态之间的转换概率，为预测提供了一个量化的框架。此外，马尔科夫预测在处理高波动数据方面具有一定的优势，弥补了灰色预测的不足，因此本文将马尔科夫预测同 GM(1, 1)相结合。

马尔科夫链是一种预测模型，用于描述某个系统随时间推移的概率变化。它假设未来状态只与当前状态有关，而与过去状态无关。也就是说，给定当前时刻的状态，未来时刻的状态只取决于当前时刻的状态，而与之前时刻的状态无关。在马尔科夫链中，每个状态都有一个相应的概率分布，即该状态下一步转移到其他状态的概率。这些概率可以用一个状态转移矩阵表示。因此，马尔科夫链可以通过状态转移矩阵来描述状态之间的转移规律，从而计算出系统在不同时间点的状态概率分布。

2.2.1. 马尔科夫链

马尔科夫链表示具有参数和离散性质的随机过程。数学定义为：给定过去的状态 X_0, X_1, \dots, X_{n-1} 及现在的状态 X_n ，将来的状态 X_{n+1} 的条件分布与过去的状态独立，只取决于现在的状态。即对任意的 $n \geq 0$ ，及任意状态 $i, j, i_0, i_1, \dots, i_{n-1}$ ，有：

$$P\{X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_1 = i_1, X_0 = i_0\} = P\{X_{n+1} = j | X_n = i\} \quad (13)$$

上述随机过程 $\{X_n, n \in N\}$ 称为马尔科夫链。

2.2.2. 状态转移矩阵

假设马尔科夫链有 n 个状态，那么状态转移矩阵的大小为 $n \times n$ 。矩阵的第 i 行第 j 列元素表示从状态 i 到状态 j 的转移概率。通常情况下，状态转移矩阵的每一行都是概率分布，即每一行的元素之和为 1。状态转移矩阵可以用符号 P 表示，其中 $P[i][j]$ 表示从状态 i 到状态 j 的转移概率。具体来说，如果 $P[i][j] = p$ ，则表示在当前状态为 i 的情况下，下一个状态为 j 的概率为 p 。马尔科夫链的 n 步转移概率可表示为：

$$P_{ij}^{(n)} = P\{X_{m+n} = j | X_m = i\}, m \geq 0; n \geq 1 \quad (14)$$

3. ND 公司自由现金流预测

本文研究选取的是 ND 公司 2009~2018 年企业自由现金流作为模型预测的样本，后续 2019~2021 年数据作为模型预测精度的参照标准，由于 2010 年和 2016 年分别由于上市创业板企业经营决策不成熟和受行业整治的影响，公司现金流出现异常，因此剔除。具体的预测操作中，首先建立 GM(1, 1) 模型，并在原自由现金流基础上进行平移处理以便后续预测，之后预测公司后三年的自由现金流，然后引入马尔科夫对预测值进行修正优化，最后将灰色预测结果同灰色马尔科夫预测结果分别进行拟合值与相对误差比对分析。

3.1. GM(1, 1)模型构建

3.1.1. 级比检验

所选报告期 ND 公司经平移处理后自由现金流序列：

$$x^{(0)} = [19.90, 22.89, 19.38, 18.46, 23.82, 25.11, 24.59, 21.51]$$

对以上序列进行级比检验得到，见表 1：

Table 1. Stage ratio test**表 1.** 级比检验

基期	原始值	级比值	平移转换后序列值	平移转换后级比值
2009	19.90	-	45.896	-
2011	22.89	0.869	48.89	0.939
2012	19.38	1.181	45.382	1.077
2013	18.46	1.05	44.459	1.021
2014	23.82	0.775	49.817	0.892
2015	25.11	0.949	51.107	0.975
2017	24.59	1.021	50.585	1.01
2018	21.51	1.143	47.511	1.065

从上表分析可以得到, 平移转换后序列的所有级比值都位于区间(0.801, 1.249)内, 说明平移转换后序列适合构建灰色预测模型。

3.1.2. GM (1, 1)建立

1) 对原始序列进行累加处理得到

$$x^{(1)} = [19.90, 42.79, 62.17, 80.63, 104.45, 129.56, 154.15, 175.66]$$

进一步得到均值数列

$$G^{(1)} = [21.40, 31.09, 40.32, 52.23, 64.78, 77.08, 87.83]$$

2) 构建微分方程

$$x^{(0)}(k) + ag^{(1)}(k) = b, k = 2, 3, \dots, n$$

$$Y = [22.89, 19.38, \dots, 21.51]^\top, \quad B = \begin{bmatrix} -42.79 & 1 \\ -62.17 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -175.66 & 1 \end{bmatrix}.$$

根据最小二乘法使 $L(\mu) = (Y - B\mu)^\top (Y - B\mu)$ 达到最小值 μ 的估计值为:

$$\hat{\mu} = [\hat{a}, \hat{b}] = (B^\top B)^{-1} B^\top Y = [-0.01, 46.221]$$

于是解得白化微分方程:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = 4641.19 e^{0.01k} - 4622.1, k = 0, 1, \dots, 7, \dots$$

其中:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = 4641.19 (1 - e^{-0.01}) e^{0.01k}, k = 1, 2, \dots, 7, \dots$$

由以上式子可以预测未来三年自由现金流, 见表 2:

Table 2. Forecast free cash flow from 2019 to 2021**表 2.** 2019~2021 年自由现金流预测

预测期(单位: 年)	预测值(单位: 亿元)
2019	24.12
2020	24.60
2021	25.08

即 ND 公司 2019~2021 年自由现金流分别是:

$$\left[x^{(0)}(9), x^{(0)}(10), x^{(0)}(11) \right] = [24.12, 24.60, 25.08]$$

3.2. 马尔科夫模型构建

由 GM (1, 1) 模型得出报告期自由现金流实际值与预测值的拟合值, 见表 3:

Table 3. Free cash flow fitting for the reporting period

表 3. 报告期自由现金流拟合

年份	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
实际值(单位: 亿元)	19.90	22.89	19.38	18.46	23.82	25.11	24.59	21.51
预测值(单位: 亿元)	19.90	20.88	21.33	21.78	22.24	22.70	23.17	23.64
拟合值 ω	1.00	1.10	0.91	0.85	1.07	1.11	1.06	0.91

3.2.1. 状态划分

按照上述拟合值 ω 的区间范围, 采用最常用的等距分割法, 将上述 8 年自由现金流划分为两种状态 E_1 , E_2 , 得到两个状态区间 $E_1 [0.85, 0.98]$, $E_2 [0.98, 1.11]$, 分类见表 4。

Table 4. Classification of free cash flow status during the reporting period

表 4. 报告期自由现金流状态分类表

状态	实际值/拟合值	对应年份
E_1	[0.85, 0.98]	2012
E_2	[0.98, 1.11]	2009
		2015
		2013
		2018
		2011
		2014
		2017

由此可得以下状态

$$E = [E_2, E_2, E_1, E_1, E_2, E_2, E_2, E_2]$$

根据状态划分得出状态转移矩阵:

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 2/5 \\ 1/2 & 3/5 \end{bmatrix}$$

3.2.2. 马尔科夫优化

根据状态转移矩阵 P , 以及灰色预测结果, 进一步得到优化后的 2016~2019 年营业收入预测值:

$$x^{(0)}(9)' = x^{(0)}(9) * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1/2 & 2/5 \\ 1/2 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.92 \\ 1.05 \end{bmatrix} = 21.11$$

以此类推得到

$$x^{(0)}(10)' = 21.53, \quad x^{(0)}(11)' = 21.96.$$

4. 结果分析

通过以上对灰色预测模型的改进, 为了更直观的反应改进结果, 本研究现将灰色预测结果与真实数据进行对比分析, 然后再与灰色马尔科夫模型进行对比分析, 最后将各模型报告期预测值的相对误差 Δ_k

与 3 年平均相对误差 $\bar{\Delta}_k$ 进行对比分析。

4.1. 拟合值分析

Table 5. Comparison of fitted values

表 5. 拟合值对比

预测期	2019	2020	2021
自由现金流(单位: 亿元)	21.64	20.22	22.12
灰色预测结果(单位: 亿元)	24.12	24.60	25.08
拟合值 ω_1	0.90	0.82	0.88
灰色 - 马尔科夫预测结果(单位: 亿元)	21.11	21.53	21.96
拟合值 ω_2	1.02	0.94	1.01

从表 5 拟合值的角度来看, 灰色马尔科夫预测模型的效果显然更好, 在原来灰色预测的精度上又提升了约 0.13, 缩小了真实值与拟合值之间的差距, 减小了预测上的误差, 这也表明经过马尔科夫链优化后的预测模型在预测精度上存在相对优势。

4.2. 相对误差分析

Table 6. Relative error comparison

表 6. 相对误差对比

预测期	相对误差	
	灰色预测模型	灰色马尔科夫模型
2019	11.45%	2.42%
2020	21.64%	6.49%
2021	13.36%	0.75%
平均 $\bar{\Delta}_k$	15.48%	3.22%

从表 6 相对误差来看, 灰色预测模型和灰色马尔科夫模型三年结果的平均误差分别为 15.48% 和 3.22%, 充分说明了经马尔科夫链优化的预测模型误差进一步降低。

5. 结论

本研究侧重于利用灰色预测方法对企业自由现金流进行预测, 并进一步引入马尔科夫链来改进预测模型。根据研究结果, 我们发现经过改进的灰色马尔科夫模型在拟合值和相对误差方面的表现分别提升了约 13% 和 12.26%。这意味着新模型的预测精度比原模型有所改善, 为企业未来的财务决策提供了更可靠的参考依据, 同时, 与加权马尔科夫链的灌区年用水量预测结果以及马尔科夫链模型在察布查尔马铃薯甲虫发生程度预测结果进行比对发现, 本文改进后的模型在预测精度上更优, 提升的幅度也相对最高。通过本研究, 我们不仅验证了灰色预测方法在企业自由现金流预测中的有效性, 还为其引入马尔科夫链这一新颖技术进行了探索和实践。这种方法的成功应用为企业财务管理领域带来了新的思路和方法, 对于提高企业财务预测的准确性和可靠性具有积极意义。

虽然本文对模型的改进取得一定的成效, 但仅仅是数据层面的, 对于其他因素, 如行业发展趋势、宏观经济层面和企业投资决策等缺乏一定的考量, 后续研究可以进一步拓展 GM (1, 1) 到 GM (1, n), 将更

多影响因素纳入预测范围，进一步提高预测的科学性和精准性。

参考文献

- [1] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2004.
- [2] 朱威林, 刘远洋. 双碳政策下对新能源汽车发展趋势的研究[J]. 电器工业, 2023(10): 50-55.
- [3] Li, H., Liu, C., Li, B. and Miao, B. (2019) Research on the Prediction of Total City Energy Consumption Based on Grey Prediction Model. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, **300**, Article 042018. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/300/4/042018>
- [4] Rajesh, R. (2023) Predicting Environmental Sustainability Performances of Firms Using Trigonometric Grey Prediction Model. *Environmental Development*, **45**, Article 100830. <https://doi.org/10.1016/j.envdev.2023.100830>
- [5] 王玉亮, 吴利丰. 灰色预测法在水资源管理中的应用综述[J]. 人民黄河, 2023, 45(7): 86-90.
- [6] 许龙, 徐敢, 叶桦, 等. 我国西部地区零售药店执业药师配备的灰色模型预测分析[J]. 中国药房, 2023, 34(20): 2545-2549.
- [7] 李超, 廖江花, 刘娟, 等. 马尔科夫链模型在察布查尔马铃薯甲虫发生程度预测中的应用[J]. 中国植保导刊, 2022, 42(1): 36-39.
- [8] 张慧芳, 李基锐. 基于马尔科夫链的舰船装备维修预测模型[J]. 舰船科学技术, 2021, 43(20): 220-222.
- [9] 孔强, 谢晓彤. 基于加权马尔科夫链的灌区年用水量预测模型研究[J]. 水利水电技术, 2019, 50(S2): 219-224.
- [10] 于浩洋, 曾瑞, 左敏, 等. 基于马尔科夫的辐射安全许可证申请高发预测[J]. 计算机仿真, 2020, 37(8): 439-445.
- [11] 李攀艺, 曹奥臣, 张玉红. 基于改进灰色马尔科夫模型的自由现金流预测[J]. 会计之友, 2020(23): 144-150.
- [12] 李晶, 武建明, 邢玉忠, 等. 基于无偏灰色马尔科夫模型的工作面瓦斯涌出量预测[J]. 矿业研究与开发, 2023, 43(8): 58-68.