

基于环比增长的销售统计分析

——2019年中青杯全国数学建模竞赛C题

李天理¹, 孟国峰², 刘江³, 杨继业³

¹安徽职业技术学院基础教学部, 安徽 合肥

²亳州学院电子与信息工程系, 安徽 亳州

³阜阳师范大学计算机与信息工程学院, 安徽 阜阳

Email: litianli87423@163.com

收稿日期: 2021年1月28日; 录用日期: 2021年2月17日; 发布日期: 2021年2月25日

摘要

文章首先利用入数标准化公式对2016~2018年的产品销售数据进行标准化处理, 统计分析得出A、C、E三类产品在不同时间不同地区的销售标准箱数从大到小依次为E、A、C, 受网购等因素的影响MT销售渠道销售逐渐萎缩; 再次建立季度环比增长率预测模型, 利用极差公式的方法预测出2019年六个地区第二季度的环比增长率的范围; 最后在假设成本不变的情况下, 对调价的合理性进行统计分析。

关键词

销售管理, 环比增长率, 统计分析, 销售决策和方案

Statistical Analysis of Sales Based on Sequential Growth

—2019 Zhongqing Cup National Mathematical Contest in Modeling C Question

Tianli Li¹, Guofeng Meng², Jiang Liu³, Jiye Yang³

¹Anhui Vocational and Technical College Department of Basic Education, Hefei Anhui

²Bozhou University Department of Electronic and Information Engineering, Bozhou Anhui

³Fuyang Normal University School of Computer and Information Engineering, Fuyang Anhui

Email: litianli87423@163.com

Received: Jan. 28th, 2021; accepted: Feb. 17th, 2021; published: Feb. 25th, 2021

Abstract

Firstly, this paper standardizes the sales data of 2016~2018 years by using the formula of input standardization. According to the statistical analysis, the number of standard containers sold for products A, C and E in different regions at different times is E, A and C in descending order. Influenced by online shopping and other factors, MT sales channels are gradually shrinking; the model of quarter-on-quarter growth rate prediction is established again, and the range of quarter-on-quarter growth rate of six regions in the second quarter of 2019 is predicted by the method of range formula. Finally, under the assumption of constant cost, the rationality of price adjustment is analyzed statistically.

Keywords

Sales Management, Sequential Growth Rate, Statistical Analysis, Sales Decisions and Programs

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题背景

本文以 2019 年中青杯全国数学建模竞赛 C 题销售问题为依托进行统计分析。主要目标是分析产品销售数量的影响因素，从而得到各个问题的解决方法[1]。通过对 2016~2019 年销售数据(见题目附件 1-4)进行挖掘分析，得到季节、区域、产品类型、销售渠道等因素对产品销售数量的影响特点[2] [3]。然后根据销售数据的内在规律，建立合理的环比增长数学模型对 2019 年第二季度的销售情况进行预测。在成本不变的情况下结合数据(见题目附件 5)，对公司调价决策优缺点进行评价分析及提出合理可行的销售策略。

2. 模型建立及求解

2.1. 针对问题一的模型建立及求解

我们通过对所给的有效数据的分析，首先将 A、C、E 三类产品在不同时间不同地区的销售量进行分类统计，统计过程中我们把千瓶等不同单位转换为标准箱 B (以入数 24 为标准箱，即每标准箱为 24 瓶)，以标准箱为单位，标准化公式为：

$$B = \frac{R \times X}{24}$$

R: 销售数据的原始入数; X: 销售箱数;

计算结果如表 1 (详细数据略) [4]:

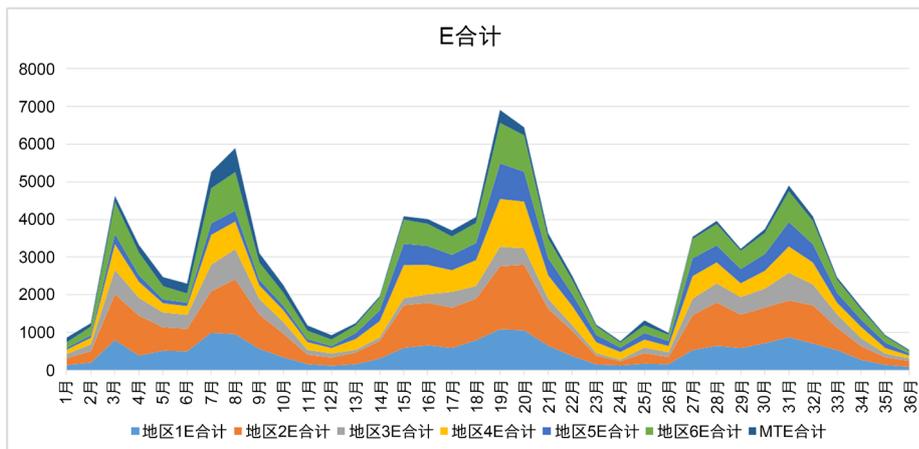
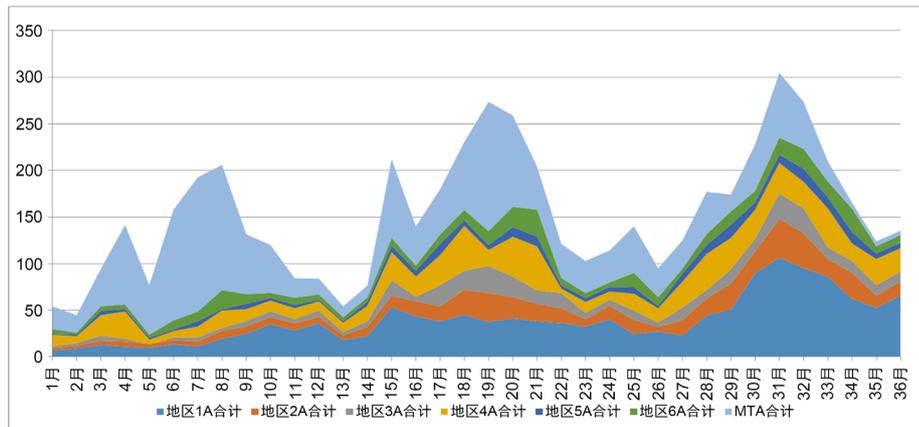
Table 1. The sales volume of products is classified into standardized statistics

表 1. 产品的销售量标准化分类统计

区域	种类	1 月	2 月	35 月	36 月
地区 1	A 合计	6.897	9.180	52.555	66.017
地区 2	A 合计	2.550	2.858	13.077	15.216

Continued

地区 3	A 合计	1.924	2.821	11.365	10.005
地区 4	A 合计	12.39	7.47	28.123	25.342
地区 5	A 合计	1.178	1.813	5.860	5.750
地区 6	A 合计	4.863	1.820	7.700	8.376
MT	A 合计	24.369	18.805	5.299	4.623
地区 1	C 合计	1.425	0.460	6.240	4.053
地区 2	C 合计	0.486	1.307	9.568	8.567
地区 3	C 合计	0.803	1.479	8.700	5.773
地区 4	C 合计	1.086	0.099	7.680	14.043
地区 5	C 合计	0.568	-0.462	7.967	2.907
地区 6	C 合计	0.395	1.361	9.585	2.981
MT	C 合计	4.852	4.839	6.905	7.627
地区 1	E 合计	139.980	203.264	144.037	92.184
地区 2	E 合计	182.715	300.139	202.110	153.254
地区 3	E 合计	109.258	183.943	98.381	70.336
地区 4	E 合计	115.789	172.007	146.552	74.364
地区 5	E 合计	52.118	69.015	148.169	56.564
地区 6	E 合计	140.381	230.250	159.335	66.557
MT	E 合计	127.362	90.570	34.503	28.459



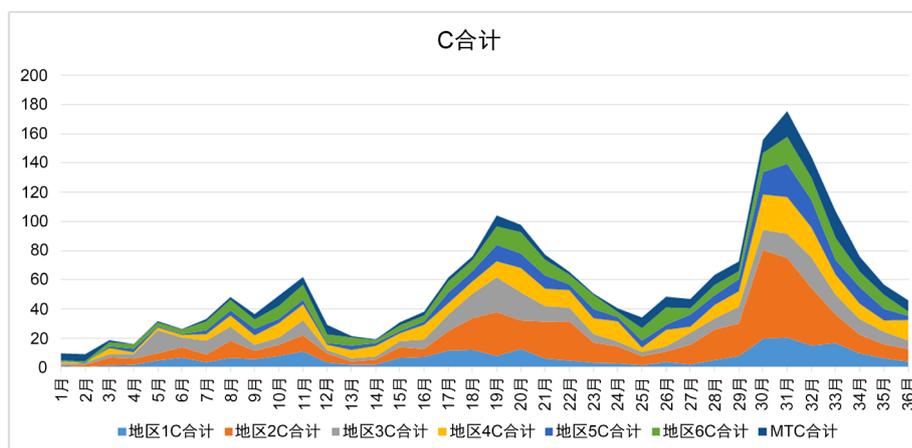


Figure 1. Three kinds of products each month summary change trend
图 1. 三种产品各月份汇总变化趋势

观察上述三个图形(图 1)可以得出以下结论, 第一, 产品 E 的销售量远大于产品 A、C 的销售量, 产品 A 的销售量居中。而且地区五的产品销售数量较少, 地区一和地区四的产品销售数量比较理想, 在 MT 地区的销售量最高。第二, A 类产品和 E 类产品第一次销售数量增加在 4 月份左右, A 类产品的产品销售最大值出现在第 31 月份左右 E 类产品的产品销售最大值出现在第 19 月份左右, C 类产品产品销售数量最小值出现在第 4 月份左右, 产品销售最大值出现在第 31 月份左右。第三, A 类产品在 MT 地区销售变化幅度较大, 并且在每年的第三季度达到销售量的峰值, 在其他六个地区也是在每年的第三季度达到销售量的峰值; C 类产品在第一年的第四季度达到销售量最大值, 在第二年和第三年的第三季度达到销售量最大值, 并且第三年在相应月份较前两年的销售量有明显的增加趋势; E 类产品销售变化趋势较复杂, 但三年都是在第三季度达到销售量的峰值, 而且在第三年的销售量较前两年的销售量有所下滑, 这是因为后期可能由于网购的快速发展, 从而影响了人民到实体店购买的频率, 导致销售量的减少。

2.2. 针对问题二的模型建立及求解

针对该问题, 我们建立了季度环比增长预测模型[5], 即通过计算 2016 年到 2018 年每年的第二季度与第一季度的环比增长率, 观察其变化趋势, 根据所给 2019 年第一季度的销售总量来预测 2019 年第二季度的销售范围。计算环比增长率公式(第 i 年第二季度与第一季度的销售总量差值除去第 i 年第一季度的销售总量)如下:

$$K_{i,2} = \frac{J_{i,2} - J_{i,1}}{J_{i,1}}$$

由于六个地区与 MT 渠道的销售量变化趋势差异较大, 所以将六个地区进行整合、MT 渠道和产品品牌分别预测。首先将前三年每年的六个地区第一季度与第二季度的销售总量分别进行累加, 计算出前三年每年的季度环比增长率。通过极差公式预测 2019 年环比增长率范围为:

$$K_{2019,2} = K_{2018,2} \pm C$$

其中

$$C = \max_{i=2016,2017} |K_{i,2} - K_{i+1,2}|$$

所以计算出 2019 年第二季度的销售量取值范围为:

$$J_{2019,2} = (1 + K_{2019,2}) J_{2019,1}$$

通过计算结果, 预测出 2019 年的六个地区和 MT 渠道的第一季度与第二季度的环比增长率的范围及第二季度的销售总量的范围见表 2。

Table 2. Q2 sequential growth rate and range of total sales

表 2. 第二季度环比增长率及销售总量的范围

六个地区				
年份	2016	2017	2018	2019
第一季度总量 J	27,859.414	50,248.614	39,068.744	40,417.93
第二季度总量 J	88,621.177	137,401.036	107,525.998	(93187.579) – (129288.874)
环比增长率 K	2.1810	1.7344	1.7522	(1.3056) – (2.1988)
MT 渠道				
年份	2016	2017	2018	2019
第一季度总量 J	5069.318	4694.521	4221.253	5118.302
第二季度总量 J	11,035.351	8367.440	3949.954	(455.529) – (9122.861)
环比增长率 K	1.1769	0.7824	-0.0643	(-0.9110) – (0.7824)

同理对 A、C、E 三种产品的第一季度与第二季度的销售总量分别进行累加, 分别计算出前三年每年的季度环比增长率, 并由上面的环比增长率公式和极差公式预测出这三种产品在 2019 年第二季度销售如表 3:

Table 3. The sequential growth rate and total sales range of different products in 2019

表 3. 2019 年不同产品的环比增长率及销售总量范围

年份 2019 年	A 类	C 类	E 类
第一季度总量	9858.612	4269.768	78,125.877
第二季度总量范围 J	12,470.058~19,234.152	7592.928~11649.208	89,008.812~197,916.284
环比增长率范围 K	0.2649~0.9510	0.7783~1.7283	0.1393~1.5333

2.3. 针对问题三的模型建立及求解

2.3.1. 对公司调价决策优缺点的评价

为了便于调价决策优缺点分析, 假设在一定时期内成本不变, 对数据进行处理分析, 建立如下利润数学模型:

$$L_{ki} = (b_{ki} - a_i) \sum_{t=1}^6 \sum_{j=1}^{12} m_{ijt}$$

b_{ki} : 表示三阶价格; a_i : 表示成本; m_{ijt} : 表示箱数;

其中 i : 表示产品类别、 j : 表示月份、 k : 表示年份、 t : 表示地区。

在此模型中，我们将公司 2018 年几种商品价格上调后的利润和 2017 年相应商品的利润比较，建立利润差值分析，

$$ZL_i = L_{2018,i} - L_{2017,i}$$

各调价产品的利润差值计算结果如表 4:

Table 4. The profit margin of the adjusted product
表 4. 调价产品的利润差值

调价产品	利润差(2018 年~2017 年)	利润临界成本(元)
E500-1	141,631.135a ₁ -3,573,858.619	25.234
E500-2	1304.925a ₂ -40,214.888	30.818
E500-3	419.853a ₃ -24,485.836	无
E1000-4	-58595.812a ₄ -2,189,753.072	无

由表中数据分析：(1)对于 E500-1 产品，当成本订为 25.234 元时，则 2018 年和 2017 年两年利润相同。当两年成本订为小于 25.234 元时，此时 2018 年利润比 2017 年利润减少，否则 2018 年利润比 2017 年利润增加。对于 E500-2 产品，同理 E500-1 产品分析可得利润临界成本为 30.818(3)对于 E500-3 和 E1000-1 两种产品，订价订在出厂价之内时，2018 年利润总会比 2017 年利润增加。同时依据所给销售数据，我们可以看出对于调价后，产品 E500-1，E500-2，E500-3 的销量有所减少，而产品 E1000-1 的销量增加，调价产品销售总量是减少的。

同时 2017 年的总销售量为 673,263,881 件，2018 年的总销售量为 588,503,780 件，相比之下，2018 年的销售总量较 2017 年销售总量有所减少，可以看出，虽然短期时间内利润是增加的，但是市场是在萎缩的，长期下来，销售量是不断减少的，破坏市场的稳定性，导致该市场会逐渐消失。所以在 2019 年价格调回后，第一季度的总销量为 9,858,612 件，较 2018 年第一季度的总销量 8,640,191 件增加，市场有所回暖，调价是合理的。

2.3.2. 对销售决策提出合理方案

以 2019 年后三季度销售预测数据为基础来提出合理的销售方案。通过前面问题模型的建立和分析，从产品类别、销售地区和渠道分别与销售季度的关系来预测 2019 年后三个季度的销售情况，分别提出具体实施方案：

1) 从产品类别与销售季度的关系角度：

同理问题二，建立第三第四季度环比增长预测模型。对 2016 年到 2018 年不同产品类别各个季度的环比增长率，根据 2019 年第一季度的销售总量来预测 2019 年后三季度的销售范围。如下：

$$K_{i,j+1} = \frac{J_{i,j+1} - J_{i,j}}{J_{i,j}}$$

其中： $J_{i,j}$ ：第 i 年第 j 季度的销售总量；

$K_{i,j}$ ：第 i 年第 j 季度的环比增长率；

$$i = 2016, 2017, 2018, j = 1, 2, 3$$

同理问题二，利用极值模型预算出第二、三、四季度的环比增长率的范围，取季度环比增长率的范围中间值为标准值，从而预测 2019 年后三季度 A、C、E 三种产品的销售情况如表 5:

Table 5. Forecast and analyze sales data

表 5. 销售数据预测统计分析

类别	年份	2016	2017	2018	2019
A 类	一季度总量	4641.216	8230.752	8640.191	9858.612
	环比增长率	0.9477	0.6047	0.6080	0.9510
	二季度总量	9039.873	13,207.584	13,893.123	19,234.544
	环比增长率	0.4074	0.3389	0.3618	0.4303
	三季度总量	12,722.700	17,683.368	18,919.236	27,510.939
	环比增长率	-0.4561	-0.5406	-0.4612	-0.3767
	四季度总量	6920.498	8124.501	10,193.244	17,147.087
C 类	一季度总量	896.798	1718.672	3108.672	4269.768
	环比增长率	0.9780	1.4549	1.2533	1.7283
	二季度总量	1775.584	4219.191	7004.784	11,649.219
	环比增长率	0.5927	0.5870	0.4627	0.5927
	三季度总量	2827.963	6695.952	10,246.128	18,553.650
	环比增长率	0.1901	-0.4389	-0.5822	0.1901
	四季度总量	3365.494	3757.296	4280.952	22,080.274
E 类	一季度总量	74,942.040	77,899.705	75,571.994	78,125.877
	环比增长率	0.1383	0.5519	0.8358	1.5333
	二季度总量	85,309.520	120,892.210	138,737.816	197,918.85
	环比增长率	0.8048	0.4966	0.1076	0.8048
	三季度总量	153,968.096	180,926.342	1,536,67.919	357,207.350
	环比增长率	-0.6931	-0.7393	-0.7552	-0.6931
	四季度总量	47,254.054	47,171.056	37,612.268	109,629.830

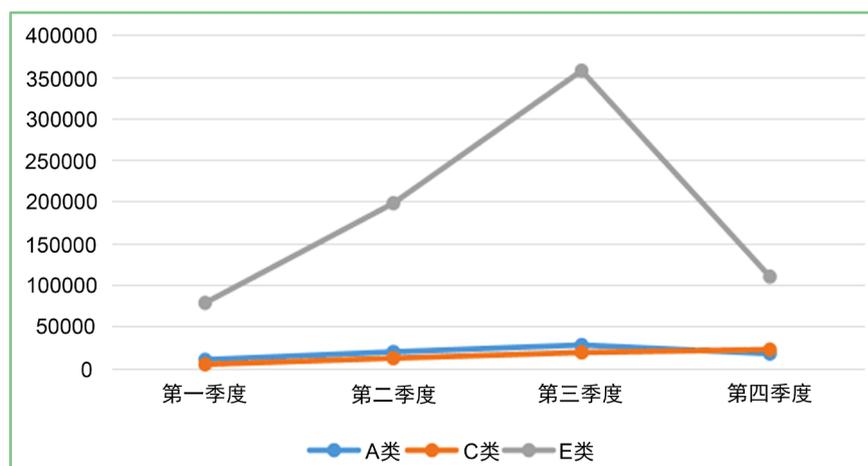


Figure 2. Sales of the three categories in 2019

图 2. 2019 年三类产品的销量

通过对表 5 和图 2 中数据分析可以得出：

三类产品在 2019 年的销售过程中，E 类产品在每个季度的销售量都远高于 A、C 类产品销量，A 类产品销量前三季度略高于 C 类产品销量，第四季度反之。三种产品第三季度都高于其它季度，且第四季度都有所减少。

2) 从销售地区与销售季度的关系角度:

根据产品类别与销售季度的关系,同理可计算和预测得到该公司三类产品以不同的销售地区和 MT 渠道在不同季度的环比增长率和销售总量的关系如表 6 所示(在此,我们给出地区 1、地区 3 和 MT 渠道的数据,其余数据略):

Table 6. Statistical analysis of data from different regions and MT channels
表 6. 各地区和 MT 渠道的数据统计分析

类别	年份	2016	2017	2018	2019
地区 1	一季度总量	5997.315	9048.337	7774.787	9431.081
	环比增长率	1.7451	1.8047	1.8636	1.9821
	二季度总量	16462.963	25378.107	22263.574	28124.103
	环比增长率	0.4447	0.0436	0.0730	0.4740
	三季度总量	23783.783	26485.730	23888.326	41455.419
	环比增长率	-0.6194	-0.6825	-0.5993	-0.5162
地区 3	一季度总量	5159.822	7201.707	5974.921	5252.601
	环比增长率	1.9021	1.7363	1.4172	1.9021
	二季度总量	14974.240	19706.390	14442.585	15243.493
	环比增长率	0.3303	0.1837	0.1614	0.3303
	三季度总量	19920.480	23327.246	16773.393	20278.671
	环比增长率	-0.7017	-0.7624	-0.7083	-0.6476
MT 渠道	一季度总量	5069.318	4694.521	4221.253	5118.302
	环比增长率	1.1769	0.7824	-0.0643	1.1769
	二季度总量	11035.351	8367.440	3949.954	11141.984
	环比增长率	0.6891	0.6304	0.3638	0.6891
	三季度总量	18639.331	13641.729	5386.831	18819.440
	环比增长率	-0.6410	-0.6457	-0.7120	-0.6410
四季度总量	6691.591	4833.122	1551.528	6756.251	

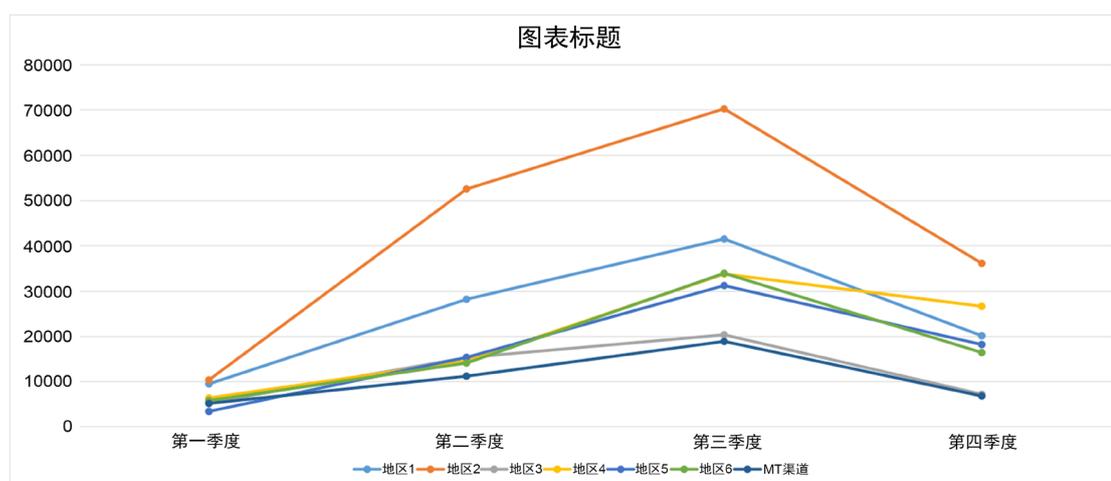


Figure 3. Total sales of the six regions and MT channels in different quarters

图 3. 六个地区和 MT 渠道不同季度的销售总量

通过对表 6 和图 3 中数据分析可以得出：

该公司三类产品在所有地区和 MT 渠道，2019 年第二和第三季度的销售量均增加，第四季度的销售量在减少，且环比增长率均为负。地区二在每个季度的销售量都处于最多状态，MT 渠道在 2019 年后第三季度的销售量均处于最低状态，其他地区在 2019 年后第三季度的销售量均处于最高销售量和最低销售量之间且差异不大。

通过对以上预测数据的分析，我们现给出如下合理的销售方案：

① 从产品类别的角度：该公司应增加 E 类产品在 2019 年第二和第三季度的生产量，

并将 E 产品作为公司的重点产品，提高 E 产品的生产比重，但要注意第四季度的销售量呈下降趋势，应适当减少该产品的生产量。增加 A 类产品和 C 类产品在 2019 年第二和第三季度的生产量。A 类产品第二和第三季度的生产量要高于 C 类产品，但第四季度 A 类产品呈下降趋势，生产量应小于 C 类产品，且第四季度 A 类产品的生产量应小于第三季度。

② 从销售地区的角度：该公司应加大对地区 2 的市场供应量，且高于其他各地区和

MT 渠道，在 2019 年后三季度 MT 渠道的供应量为最低。在 2019 年第二季度和第三季度对各地区和 MT 渠道的供应量都要增加，但在第四季度各地区和 MT 渠道的供应量均要减少。

3. 总结

建立的环比增长率模型在实际生活中具有很大的应用，例如，对于资产负债表、利润表、现金流量表等。在第三问中，只是仅根据预测数据给出相关销售决策方案，没有具体的量化销售方案。我们可以从定价与销量之间的函数关系，建立最大利润模型，可以更准确给出量化决策方案。

基金项目

安徽自然科学基金(KJ2018B0002)。

参考文献

- [1] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [2] 李爱强. 统计学基础[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2016.
- [3] 哈金才, 秦传东, 范亚静. 概率论与数理统计[M]. 长春: 吉林大学出版社, 2018.
- [4] 伍昊. 你早该这么玩 Excel [M]. 北京: 北京大学出版社, 2011.
- [5] 熊高强, 陈志雄. 市场营销学[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2018.