

机场出租车载客决策的建模与仿真

刘思源¹, 石宇馨¹, 刘廷镇¹, 冯敏², 张洪涛^{2*}

¹沈阳工业大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳

²沈阳工业大学理学院, 辽宁 沈阳

Email: *625751861@qq.com

收稿日期: 2021年3月15日; 录用日期: 2021年5月13日; 发布日期: 2021年5月19日

摘要

本文针对机场出租车如何使载客收益最大化这一问题进行建模。首先运用协方差检验, 排除出租车数量和想要乘坐出租车返城的乘客数量这两个因素对司机选择的影响。结合出租车定价标准和查阅得到的相关数据, 分别建立两种选择下出租车司机载客净收益与等待时间的函数模型, 并求得其交点, 该交点是影响司机决策的重要因素。最后结合排队论, 建立出司机基于观察到的信息判断等待时间的数学模型, 进而得到司机的选择策略。最后以深圳宝安机场的真实航班和出租车数据, 对模型进行仿真检验。

关键词

排队论, 齐次马尔可夫链, 生灭过程

Modeling and Simulation of Airport Taxi Passenger Carrying Decision

Siyuan Liu¹, Yuxin Shi¹, Tingzhen Liu¹, Min Feng², Hongtao Zhang^{2*}

¹School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang Liaoning

²School of Science, Shenyang University of Technology, Shenyang Liaoning

Email: *625751861@qq.com

Received: Mar. 15th, 2021; accepted: May 13th, 2021; published: May 19th, 2021

Abstract

This paper aims at modeling the problem of how to maximize the passenger revenue of airport

*通讯作者。

taxi. Firstly, the covariance test is used to exclude the influence of the number of taxis and the number of passengers who want to take taxis back to the city on the choice of drivers. Combined with the taxi pricing standard and the relevant data obtained by consulting, the function models of the net revenue of carrying passengers and the waiting time of taxi drivers under the two choices are established respectively, and the intersection point is obtained. The intersection point is an important factor affecting the decision of drivers. Finally, combining with the queuing theory, a mathematical model is established for drivers to judge the waiting time based on the observed information, and then the driver's choice strategy is obtained. Finally, the model is simulated with the real flight and taxi data of Shenzhen Bao'an Airport.

Keywords

Queuing Theory, Homogeneous Markov Chains, Birth and Death Process

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

现如今,很多乘坐飞机出行的乘客下飞机后要去其所到达的目的地时,会选择出租车作为主要的交通工具。国内多数机场都是将送客通道与接客通道分开的。送客到机场的出租车司机将会有两个选择:

- 1) 前往接客区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”,依“先来后到”的原则排队进场载客,司机需要付出一定的时间成本去等待,等待的时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少。
- 2) 直接放空返回市区载客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。

对于出租车,上客区服务等此类问题,已有学者专家进行过研究分析,于晗丹等(2019) [1]研究了基于排队论下的机场出租车调度问题,通过对影响出租车司机决策的相关因素进行机理分析,综合考虑相关因素,建立出模型。魏中华等[2]研究了基于排队论下的枢纽内出租车上客区服务台优化。对出租车上客区排队服务分三类进行了描述。

本文首先运用协方差检验,排除出租车数量和想要乘坐出租车返城的乘客数量这两个因素对司机选择的影响。结合出租车定价标准和查阅得到的相关数据,分别建立两种选择下出租车司机载客净收益与等待时间的函数模型,结合排队论,建立出司机基于观察到的信息判断等待时间的数学模型,进而得到司机的选择策略。

2. 机场出租车载客决策模型

送客到机场的出租车司机面临着排队等待载客返回和空载返回市区拉客两种选择,送客到机场的出租车数量和想要乘坐出租车返城的乘客数量的匹配程度直接影响了出租车司机的选择。若出租车数量很多,而乘客数量很少,需要付出的时间成本很大,则会导致出租车做出第二种选择的概率增大;反之,若出租车数量很少,而乘客数量很多,出租车司机为了赚更多的钱则大多都会做出第一种选择。

模型的建立

通过查阅资料我们得到了深圳宝安机场每小时的进出港航班数据,利用 Python 的 matplotlib 库将数据可视化得到下图 1:

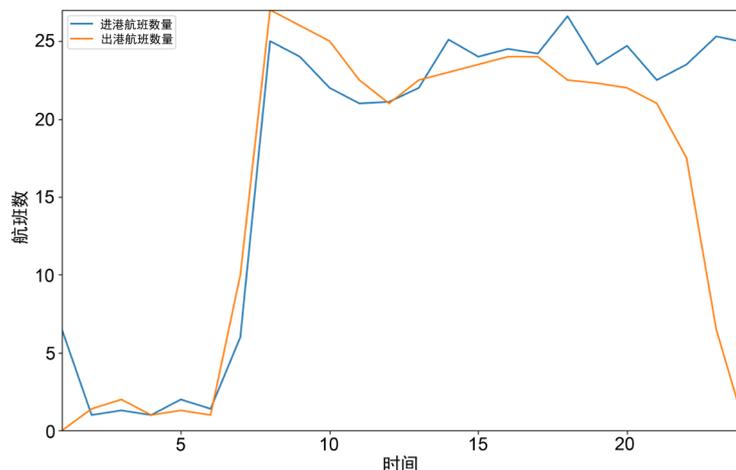


Figure 1. Inbound and outbound flights
图 1. 进出港航班量

假设进出机场的乘客选择出租车作为出行方式的概率相等，采用协方差公式[3]进行计算， $E(X)$ 、 $E(Y)$ 分别为进港航班数量和出港航班数量的期望值：

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E[(X - E[X])(Y - E[Y])] \\ &= E[XY] - 2E[Y]E[X] + E[X][Y] \\ &= E[XY] - E[X]E[Y] \end{aligned} \quad (1)$$

通过 Excel 计算得到进出港航班数的协方差值约为 78.4560，说明二者具有很强相关性[3]，即送客到机场的出租车数量和想要乘车返城的乘客数量几乎相同。因此可以排除机场中出租车数量和想要乘出租车返城的乘客数量极不匹配的情况，影响出租车司机决策的主要因素是出租车司机的收益，而出租车司机的收益受到出租车司机载客净收入、“蓄车池”排队等候时间、机场乘客数量等因素的影响。

1) 出租车净收入模型

结合实际考虑，出租车司机的收益受到出租车所行驶的距离、出租车平均时速、耗油量、油价、在机场等待时间等多方面因素影响。为了更好的分析，我们查阅资料[4]得到全国各个地区平均乘客乘坐出租车所需支付的费用与出租车所行驶的路程的数据，如下表 1：

Table 1. Taxi pricing standard
表 1. 出租车定价标准

	白天(7:00~21:00)	夜间(22:00~6:00)
0-3 千米	14 元起步价	18 元起步价
3-15 千米	2.5 元/千米	3.1 元/千米
大于 15 千米	3.6 元/千米	4.7 元/千米

得到乘客乘出租车支付费用与行驶路程的函数关系：

$$\text{白天: } W = \begin{cases} 14(l \leq 3) \\ 2.5l + 6.5(3 \leq l \leq 15) \\ 3.6l - 10(l \geq 15) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{夜间: } W = \begin{cases} 18(l \leq 3) \\ 3.1l + 8.7(3 \leq l \leq 15) \\ 4.7l - 15.3(l \geq 15) \end{cases} \quad (3)$$

考虑到出租车司机需自己承担所耗油量的费用, 得出出租车司机净收入表达式:

$$w = W - abl \quad (4)$$

其中为 a 油价(元/升), 为 b 出租车耗油量(元/公里)。

接下来对出租车司机面临的两种选择进行具体分析。

2) 出租车机场等待收益函数

若出租车司机想要载客返回市区, 必须要耗费时间来排队等待载客, 假设付出的时间成本为 t , 载客时间为 T , 将出租车司机的收益量化, 可以得到函数:

$$y = \frac{w}{t+T} = \frac{w}{t + \frac{l}{v}} \quad (5)$$

由于车速、油价、耗油量、往返公里数等因素不受司机的决策影响, 我们假设这些因素都是恒定常量。经查阅资料我们得到平均各地出租车在去往机场的时速、平均各地油价、出租车耗油量、平均各地机场距市区距离等数据, 分别为: $v = 60 \text{ km/h}$ 、 $a = 6 \text{ yuan/L}$ 、 $b = 0.1 \text{ L/km}$ 、 $l = 45 \text{ km}$ 得到以下函数模型

$$\text{白天: } y = \frac{125}{t+0.75} \quad (6)$$

$$\text{夜间: } y = \frac{169.2}{t+0.75} \quad (7)$$

3) 出租车返回市区收益函数

若出租车司机直接空载返回市区, 则可以省出等待的时间 t 去市区里接更多的客人; 但空载返回时所耗的油费需自己承担, 并且还可能损失潜在的载客收益。

通过上述方法, 我们得出出租车司机净收入表达式:

$$\text{白天: } w = 3vt - 10 - abl \quad (8)$$

$$\text{夜间: } w = 4.1vt - 15.3 - abl \quad (9)$$

由于出租车在市区的时速与在高速公里上相差较大, 经过查阅资料得出出租车在市区时速约为 $v = 25 \text{ km/l}$ 。

$$\text{白天: } w = 75t - 37 \quad (10)$$

$$\text{夜间: } w = 117.5t - 42.3 \quad (11)$$

考虑到现实生活中, 出租车在日常工作时会存在空载的情况, 空载率约为 40%, 得到以下净收益率与时间的 $y(t)$ 函数模型:

$$\text{白天: } y = 45 - \frac{22.2}{t} \quad (12)$$

$$\text{夜间: } y = 70.5 - \frac{25.38}{t} \quad (13)$$

4) 两种选择的对比

分别做出白天和夜间出租车司机选择两种方案的载客收益图像, 见图 2、图 3:

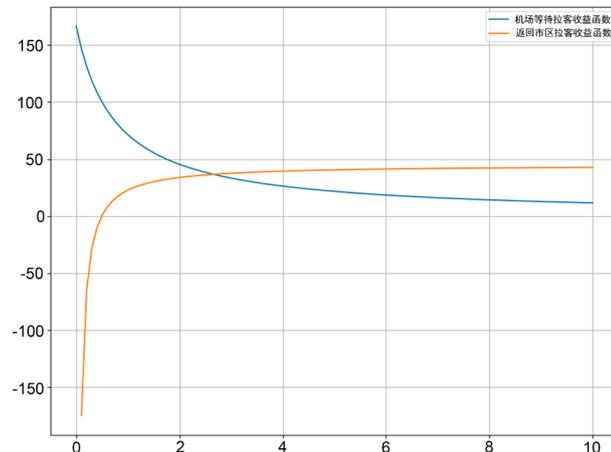


Figure 2. During the day, taxi drivers get paid to pick up passengers
图 2. 白天出租车司机载客收益

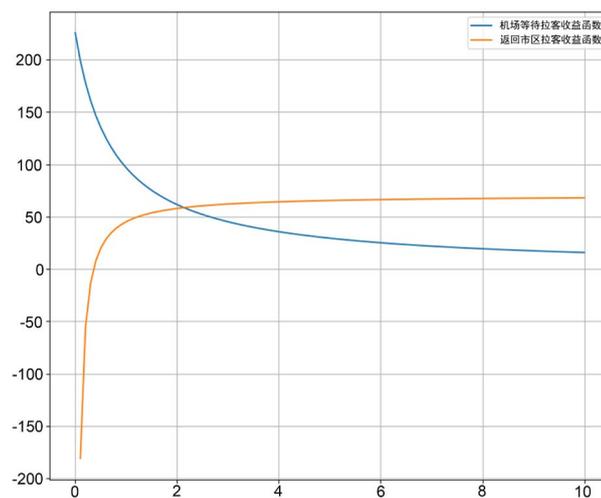


Figure 3. Taxi drivers get paid to pick up passengers at night
图 3. 夜间出租车司机载客收益

通过 Python 的 sympy 库计算出日间出租车司机载客收益图像交点的横坐标: 2.66019847739026, 夜间出租车司机载客收益图像交点的横坐标: 2.13638189838798。因此在白天时, 等待时长在 2.66 小时内, 做出机场等待选择的出租车司机收益更大; 在夜间, 等待时长在 2.14 小时内, 做出回到市区选择的出租车司机收益更大。

5) 乘客数量与航班数关系

通过查阅机场的相关资料, 每趟航班的满载率约为 80%, 平均每架飞机拥有 250 个座位, 在白天只有 15% 的乘客选择出租车作为返程交通方式; 在夜间有 45% 的乘客选择出租车返回[5], 我们得出乘客数量 c 与抵达的航班数量 d 符合以下函数关系:

$$\text{白天: } c = 12\%d \cdot 250 \quad (14)$$

$$\text{夜间: } c = 36\%d \cdot 250 \quad (15)$$

6) 乘客排队乘车的生灭过程

抵达航班数量和“蓄车池”内已有车辆数是出租车司机可观测到的确定信息, 这成为其判断选择的主要因素。机场的交通转换迅速, 流量大, 出租车的到发、“蓄车池”的管理, 是机场应该具有的功能。

想乘坐出租车的乘客会在指定的上车点排队候车，想要载客返城的出租车在“蓄车池”内排队接客。因此乘客队伍的长度和“蓄车池”内已有的车辆数成为出租车司机判断等候时间的重要因素。

在机场的出发车道边，输入过程为出租车行驶到车道边，服务是在落客位下车[6]，排队规则是等待制。到达机场的乘客大概在 30 分钟内离开机场，他们随着航班的到达而出现又会在一定的时间内离开，所以应用生灭过程[7]来描述这种情况。

生灭过程表示在任何时刻，状态最多只能转移到临近状态，即若处于 0 状态，则只能转移到 1 状态；若在 t 时刻处于 n 状态，在 $(t, t + \Delta t)$ 间隔内：

转移到 $(n+1)$ 状态的概率为 $\lambda_n(t)\Delta t + o(\Delta t)$ ，

转移到状态 $(n-1)$ 的概率为 $\mu_n(t)\Delta t + o(\Delta t)$ ，

转移到其他状态的概率为 $o(\Delta t)$ 。

生灭过程可以应用于排队论[8] [9]，乘客的到达和离开对应于生灭过程的生和灭；任意时刻和状态，到达率和离开率均为相同的常数： $\lambda_n = \lambda$ ， $\mu_n = \mu$ 。

设有 s 个上客点，乘客到达服从泊松分布，根据以上理论可以导出以下几个关键指标：

服务强度：

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (16)$$

服务台繁忙时服务强度：

$$\rho^* = \frac{\lambda}{S\mu} \quad (17)$$

服务台空闲时稳态概率：

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \left(\frac{\rho^n}{n!} \right) + \frac{\rho^s}{S!} \frac{1}{1 - \rho/S} \right]^{-1} \quad (18)$$

等待平均人数：

$$L_q = \frac{\lambda^s \rho^*}{S!} P_0 \quad (19)$$

平均等待时间：

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (20)$$

当 $\rho_s < 1$ 时，排队能够消散，不会越排越长[7]。通过查阅相关资料可以知道每辆车平均坐 1.5 个乘客[5]，每个乘客上车时间约为 30 秒，由此得 $\mu = 3$ 。进而得到关于出租车在机场等待时间 t 的函数模型：

$$t = \frac{1.5eW_q}{L_q} \quad (21)$$

代入上述 $y(t)$ 函数模型，我们用出租车司机的净收入率作为出租车司机做出选择的判断依据，得到最终的模型：

机场等待：

$$\text{白天: } y = \frac{125}{\frac{L_q W_q}{1.5e} + 0.75} \quad (22)$$

$$\text{夜间: } y = \frac{169.2}{\frac{L_q W_q}{1.5e} + 0.75} \quad (23)$$

回到市区:

$$\text{白天: } y = 45 - \frac{33.3e}{L_q W_q} \quad (24)$$

$$\text{夜间: } y = 70.5 - \frac{38.7e}{L_q W_q} \quad (25)$$

3. 模型仿真

通过以上讨论与分析, 我们得到了出租车司机选择决策的基本模型。我们收集国内某一机场及其所在的城市出租车的相关数据, 再给出该机场出租车司机的选择方案并对模型进行分析。

3.1. 深圳出租车数据处理

以深圳市为例, 通过查阅有关资料, 我们获得了全市五天各个时间段出租车 GPS 数据数百万条。再通过查阅地图得到深圳宝安机场经纬度: [113.821676, 22.627641], 使用 Python 筛选位于机场范围内的出租车, 得到这五天的数据 35923 条。为了简化计算, 我们选择 6 月 12 日的数据作为分析材料, 以小时为单位, 按时间进行聚合, 得到下表 2:

Table 2. Number of airport vehicles per hour

表 2. 每时刻机场车辆数

时间(时)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
机场车辆数(量)	420	417	62	59	2	9	3	719	416	542	356	401
时间(时)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
机场车辆数(量)	220	542	301	280	195	356	370	363	542	311	619	405

为了更直接的观测与分析, 我们利用 Python 的 matplotlib 库将数据做成折线图, 如下图 4:

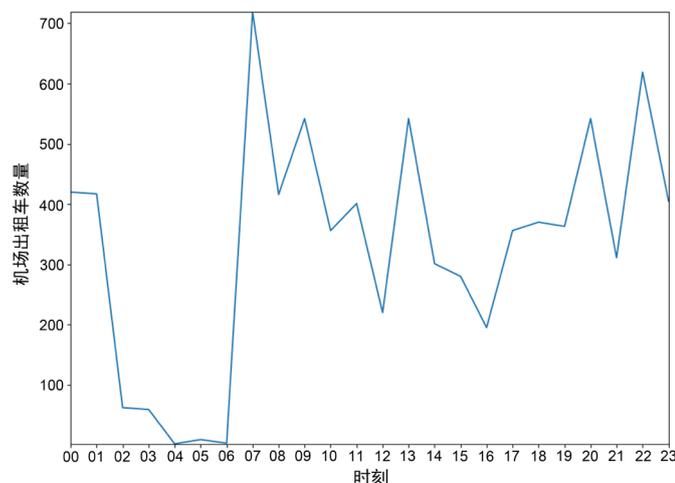


Figure 4. Number of vehicles at the airport per hour on 12 June-time image

图 4. 6 月 12 日每时刻机场车辆数 - 时间图像

3.2. 深圳机场航班数与乘客数计算

由于航抵达的航班数量与乘客数量大致呈一次函数关系，我们使用 Python 编写爬虫，获得携程网从 0 点到 23 点深圳宝安机场实际抵达航班时刻表，以小时为单位，按时间进行聚合，如表 3、图 5：

Table 3. Number of flights actually arrived
表 3. 实际抵达航班数量

时间(时)	实际航班数量(趟)								
0	71	5	0	10	62	15	51	20	79
1	4	6	0	11	52	16	49	21	83
2	0	7	1	12	37	17	93	22	88
3	0	8	27	13	73	18	108	23	108
4	0	9	66	14	57	19	91		

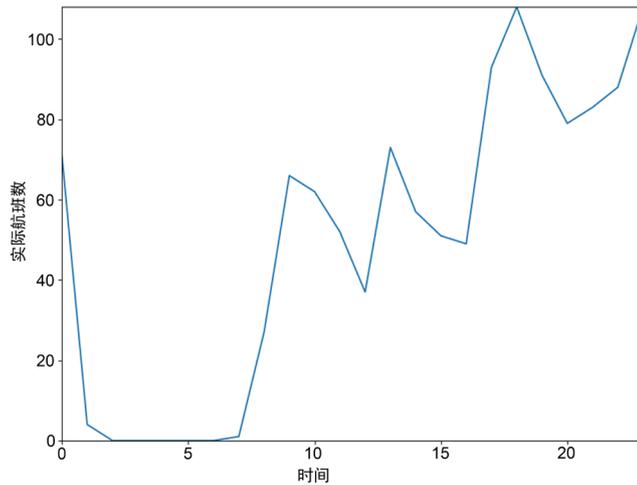


Figure 5. Actual number of arriving flights-time image
图 5. 实际抵达航班数量 - 时间图像

结合第一个问求得的乘客数量与抵达航班数量的函数关系，我们得到了一个月內深圳宝安机场平均每小时选择出租车的乘客数量，如下表 4：

Table 4. Number of passengers choosing taxis
表 4. 选择出租车的乘客人数

时间(时)	选择出租车乘客数(人)								
0	6930	5	0	10	1860	15	1530	20	2370
1	360	6	0	11	1560	16	1470	21	2490
2	0	7	30	12	1110	17	2790	22	2640
3	0	8	810	13	2190	18	3240	23	3240
4	0	9	1980	14	1710	19	2730		

通过查阅文献[10], 获得总人数为 200 时的到达率 λ 对时间数据, 如图 6:

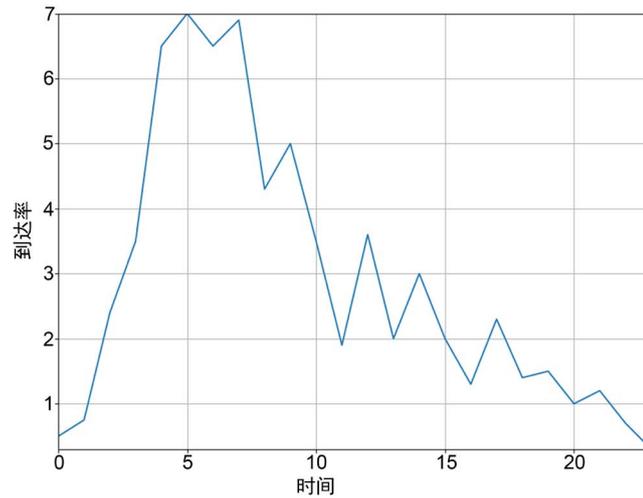


Figure 6. Rate-of-arrival-time image
图 6. 到达率 - 时间图像

将乘客数量代入第一个问建立的模型中, 可推算出每个时刻的平均等待时间。其中服务台数 s 为 7, 实际到达率 λ 需要根据乘客数量放缩原有的数值进行计算, 即 $\lambda^* = \frac{c}{200} \lambda$ 。全部计算完成后, 得到数据如下表 5:

Table 5. The calculation results
表 5. 计算结果

时刻	平均等待人数	平均等待时间	蓄车池中 车辆数	出租车预期等待时间	机场等待收益	回到市区收益	选择
0	170.4875804	9.840552978	420	36.36363636	124.7731844	28.623	机场等待
1	6.65E-05	4.92E-05	17	inf	0	70.5	回到市区
2	0	0	62	inf	0	70.5	回到市区
3	0	0	59	inf	0	70.5	回到市区
4	0	0	2	inf	0	70.5	回到市区
5	0	0	9	inf	0	70.5	回到市区
6	0	0	3	inf	0	70.5	回到市区
7	8.81E-06	8.51E-06	79	inf	0	45	回到市区
8	170.1374469	9.76959213	416	35.83118002	92.78597688	7.825673077	机场等待
9	52644.22445	1063.519686	542	16.42424242	122.101628	-36.099631	机场等待
10	5935.720592	182.3570074	356	16.40552995	122.1388368	-36.19213483	机场等待
11	140.7933636	9.500226965	401	40.58704453	87.63008515	12.18164589	机场等待
12	86.76123981	4.342404395	220	16.51651652	121.9184769	-35.64654545	机场等待
13	110.7620313	5.057627001	542	37.12328767	91.32610509	9.119557196	机场等待
14	1043.403792	40.67851039	301	17.60233918	119.80383	-30.6717608	机场等待
15	150.7568889	9.853391432	280	27.45098039	103.5182679	-3.522857143	机场等待

Continued

16	26.99039033	2.824739961	195	30.6122449	99.1902834	1.488	机场等待
17	5431.487186	169.2843131	356	16.64329126	121.6677411	-35.03224719	机场等待
18	237.0630033	10.45251337	370	24.47089947	107.9588728	-9.432	机场等待
19	49.35669243	2.410583269	363	26.59340659	104.7582502	-5.087603306	机场等待
20	68.94116645	5.817819954	542	68.60759494	89.36022284	25.58523985	机场等待
21	143.4001946	9.5984066	311	31.2248996	133.1848261	2.341736334	机场等待
22	22.95537153	2.484347568	619	100.487013	69.77942424	55.34580291	机场等待
23	0.581909799	0.119734527	405	125	59.71764706	58.3176	机场等待

4. 模型的合理性及对其它因素依赖分析

4.1. 模型的鲁棒性

在分析研究排队模型时，发现其后期存在病态的单调增加，函数值已经超过正常范围，函数图像如下图 7：

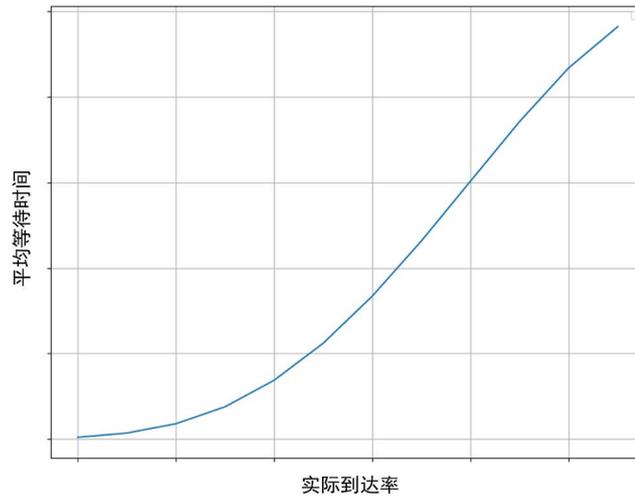


Figure 7. Average waiting time-actual arrive rate image
图 7. 平均等待时间 - 实际到达率图像

该情况在前文得到的计算结果中也可以观察到(表 6)：

Table 6. Status of calculation results function

表 6. 计算结果函数状况

实际到达率	总服务强度	稳态概率	服务强度	平均等待人数	平均等待时间	函数状况
17.325	0.825	0.002223088	5.775	170.4875804	9.840552978	
1.35	0.064285714	0.637628149	0.45	6.65E-05	4.92E-05	
0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	

Continued

0	0	0	0	0	0	
1.035	0.049285714	0.708220353	0.345	8.81E-06	8.51E-06	
17.415	0.829285714	0.002128442	5.805	170.1374469	9.76959213	
49.5	2.357142857	0.000154582	16.5	52644.22445	1063.519686	病态
32.55	1.55	0.000498558	10.85	5935.720592	182.3570074	病态
14.82	0.705714286	0.006403927	4.94	140.7933636	9.500226965	
19.98	0.951428571	0.000361586	6.66	86.76123981	4.342404395	
21.9	1.042857143	0.000221558	7.3	110.7620313	5.057627001	
25.65	1.221428571	0.000589391	8.55	1043.403792	40.67851039	
15.3	0.728571429	0.005313682	5.1	150.7568889	9.853391432	
9.555	0.455	0.041116247	3.185	26.99039033	2.824739961	
32.085	1.527857143	0.000511861	10.695	5431.487186	169.2843131	病态
22.68	1.08	0.000358401	7.56	237.0630033	10.45251337	

由于在现实中,排队乘客积累时,后来的乘客会根据所看到的现象进行判断,大多不会再选择排队,而会选择其他方式离开机场,这是病态产生的原因。而在本文的模型中,决定乘客积累速度的到达率恒定。随后我们观察到该问题产生的病态在最终结果中并未体现(表 7):

Table 7. Status of final result function

表 7. 最终结果函数状况

平均等待人数	平均等待时间	机场等待收益	函数状况
170.4875804	9.840552978	124.7731844	
6.65E-05	4.92E-05	0	
0	0	0	
0	0	0	
0	0	0	
0	0	0	
0	0	0	
8.81E-06	8.51E-06	0	
170.1374469	9.76959213	92.78597688	
52644.22445	1063.519686	122.101628	病态
5935.720592	182.3570074	122.1388368	病态
140.7933636	9.500226965	87.63008515	
86.76123981	4.342404395	121.9184769	
110.7620313	5.057627001	91.32610509	
1043.403792	40.67851039	119.80383	
150.7568889	9.853391432	103.5182679	

Continued

26.99039033	2.824739961	99.1902834	
5431.487186	169.2843131	121.6677411	病态
237.0630033	10.45251337	107.9588728	

病态的等待人数、等待时间经过后面的计算后最终被映射到一个鞍点，使得我们最终得到的评估机场等待收益函数依然可以保持正确的形态，证明模型整体上具有良好的鲁棒性。

4.2. 对载客路程的依赖性

问题一的函数模型直接使用长途收益期望来表示机场的所有业务，即用从机场返回市区的公里数 l 直接代入公式，没有考虑到可能出现的短途情况，可能会导致结果趋于均一。在具体运算中，通过长途收益期望解出的两种选择的横坐标交点约为两小时，但通过问题二中实际数据的计算，在有一定航班的情况下，等待时间全部低于两小时，但这仅代表一种平均情况，如果考虑一定比例的短途业务，就有可能发生变化。

5. 结论

以上所述，为针对机场出租车载客决策优化的方法，考虑了要解决的问题的主体要点，排除干扰因素影响，根据要点通过生灭过程模型对乘客排队进行建模。建立的模型具有良好的鲁棒性，可以将函数部分病态值抹平，保证运算结果的正确性，较好地结合了实际情况，实用性强，可以推广使用。例如火车站、客运站等大型枢纽，提高各种资源的利用效率。实际情况中，近远途的里程数是不确定的，本文所作计算只是大致反映状态。并不能考虑到所有情况，实际应用时需要及时调节各类参数以提高准确性。

参考文献

- [1] 林渊豪, 方龙跃, 王聪珊. 基于排队论的机场出租车司机决策模型——以杭州市为例[J]. 应用数学进展, 2020, 9(9): 1540-1545. <https://doi.org/10.12677/aam.2020.99181>
- [2] 于晗丹, 周璐鑫, 施雨晴, 张慧增, 李安水. 基于排队论的机场出租车调度问题研究[J]. 应用数学进展, 2019, 8(12): 1905-1920. <https://doi.org/10.12677/aam.2019.812220>
- [3] 张雁芳, 王刘禾. 概率论与数理统计[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2015.
- [4] 杨忠振, 王璐. 城市出租车起步价格模型分析[J]. 大连海事大学学报, 2006, 32(1): 38-42.
- [5] 黄岩. 虹桥机场出租车上客系统组织管理优化探讨[C]//四川省科协, 上海市科协, 台北市交通安全促进会. 第二十一届海峡两岸都市交通学术研讨会论文集: 2013年卷. 2013: 1-8.
- [6] 文雅, 徐健, 余朝玮, 等. 上海浦东机场车道边停车特征参数[C]//中国土木工程学会. 第九次全国城市道路与交通工程学术会议论文集: 2007年卷. 2007: 191-196.
- [7] 何选森. 随机过程与排队论[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2010.
- [8] 吴锦标. 几类复杂排队系统的研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 中南大学出版社, 2010.
- [9] Egerstedt, M. and Wardi, Y. (2003) Multi-Process Control Using Queuing Theory. *IEEE Conference on Decision & Control*, Las Vegas, 10-13 December 2002.
- [10] 姜恒, 吴海俊, 周正全. 大型枢纽出租车到发车位及周转停车位研究[C]//中国建筑学会, 中国城市规划学会, 中国城市交通规划学会. 中国城市交通规划 2012 年年会暨第 26 次学术研讨会论文集: 2012 年卷. 2012: 1239-1247.