

# 阀控马达系统反步滑模控制研究

陈丁翔

上海理工大学机械工程学院, 上海

收稿日期: 2024年5月20日; 录用日期: 2024年6月14日; 发布日期: 2024年6月25日

## 摘要

阀控摆动马达作为一类电液伺服系统, 其被广泛应用于各领域。针对阀控马达系统存在的模型不确定性等问题, 提出了一种反步滑模控制器(BSMC)。首先建立了阀控马达模型, 采用反步法设计滑模控制律, 从而降低系统的跟踪误差。其次基于Lyapunov理论对所提控制器的稳定性进行分析。最后通过仿真对比试验对BSMC的性能进行验证。研究表明, 所提控制器与PID控制器相比, 有效提高了电液伺服系统的跟踪精度和响应速度。

## 关键词

阀控马达系统, 反步法, 滑模变结构控制, 模型不确定

# Research on Backstepping Sliding Mode Control of Valve-Controlled Motor System

Dingxiang Chen

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: May 20<sup>th</sup>, 2024; accepted: Jun. 14<sup>th</sup>, 2024; published: Jun. 25<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Valve-controlled swing motors as a class of electro-hydraulic servo systems are widely used in various fields. A backstepping sliding mode controller (BSMC) is proposed to address the problems such as model uncertainty in the valve-controlled motor system. Firstly, a valve-controlled motor model is established, and the inverse step method is used to design the sliding mode control law so as to reduce the tracking error of the system. Secondly, the stability of the proposed controller is analyzed based on Lyapunov theory. Finally, the performance of the BSMC is verified by simulation comparison tests. The results show that the proposed controller effectively improves the tracking accuracy and response speed of the electro-hydraulic servo system compared with the PID controller.

## Keywords

Valve-Controlled Motor Systems, Backstepping Control, Sliding Mode Variable Structure Control, Modelling Uncertainty

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

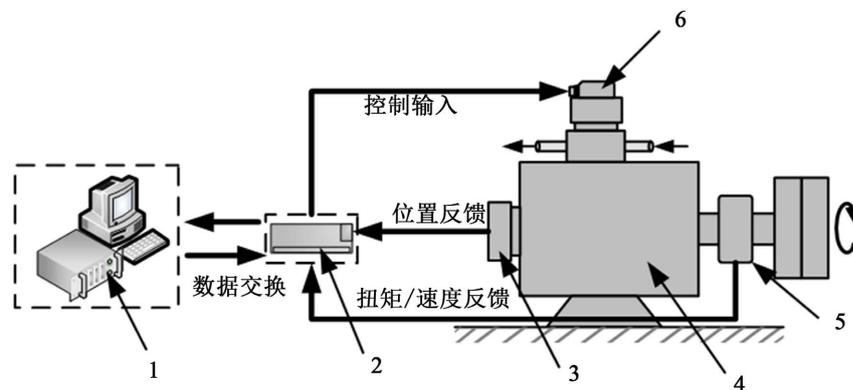
由于电液伺服系统具有输出功率大、响应速度快等优点，其被广泛应用于工程机械、海洋船舶等领域[1] [2]。但电液伺服系统存在模型不确定性等问题，传统的 PID 控制器的跟踪精度难以满足要求，因此需要设计更有效的控制器以提高执行器的控制精度。

为提高电液伺服系统的跟踪性能，国内外学者研究了多种控制算法，如滑模控制[3] [4]、鲁棒控制[5] [6]等。成旭华等[7]建立了一种多模型鲁棒自适应控制算法，通过对系统进行辨识得到辨识模型，进而基于模型设计鲁棒控制器。刘雷[8]等针对电液位置伺服系统存在的干扰和噪声问题，通过滤波器修正系统自适应参数，从而降低系统的参数波动，有效提高了系统的稳定性。刘云峰[9]等为提高电液伺服系统的控制性能，基于李雅普诺夫方法设计自适应滑模控制器，降低了控制器对系统模型的精度要求，保证了闭环系统的稳定性；仿真结果表明，该控制方案有效降低了系统的跟踪误差，抑制了系统的高频抖振。

为进一步提高阀控马达控制性能，本文针对阀控马达这类电液伺服系统，提出了一种反步滑模控制器。该控制器采用反步法设计滑模控制律，有效提高了系统的跟踪精度。最后通过仿真对比试验验证了所提控制器的性能。

## 2. 电液伺服系统数学模型

本文所研究电液伺服系统主要由电液伺服阀、液压马达、工控机、板卡、编码器、测控元件组成，如图 1 所示。阀控液压摆动马达原理如图 2 所示。



1) 工控机; 2) 板卡; 3) 编码器; 4) 摆动马达; 5) 扭矩/转速传感器; 6) 电液伺服阀。

Figure 1. Structural diagram of electro-hydraulic servo system

图 1. 电液伺服系统结构图

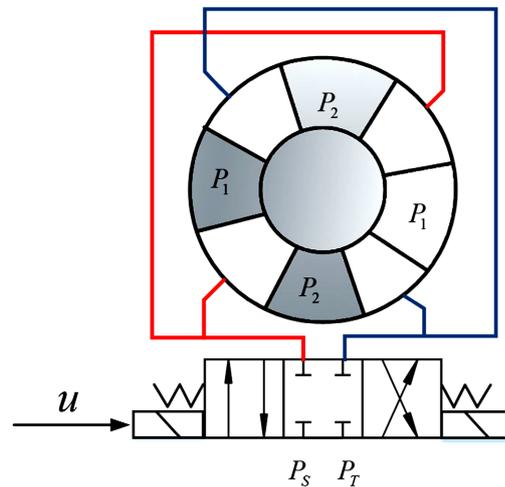


Figure 2. Principle of valve controlled swing motor  
图 2. 阀控摆动马达原理

液压摆动马达力平衡方程为:

$$J_n \ddot{\theta} = p_L D_n - B \dot{\theta} + F(t) \quad (1)$$

式中:  $J_n$  为液压摆动马达的转动惯量,  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ;  $\theta$  为液压摆动马达角位移,  $\text{rad}$ ;  $p_L$  为液压摆动马达的负载压力,  $p_L = p_1 - p_2$ , 其中  $p_1$  和  $p_2$  为摆动马达两腔压力,  $\text{Pa}$ ;  $D_n$  为液压摆动马达的排量,  $\text{m}^3/\text{rad}$ ;  $B$  为液压摆动马达的粘性阻尼系数,  $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ ;  $F(t)$  为液压摆动马达受到的时变外部扰动,  $\text{N}\cdot\text{m}$ 。电液伺服阀输出流量  $q_L$  可表示为:

$$q_L = C_q w x_v \sqrt{\frac{p_s - p_L \text{sign}(x_v)}{\rho}} \quad (2)$$

式中:  $C_q$  为小孔流量系数;  $w$  为伺服阀面积梯度,  $\text{m}$ ;  $x_v$  为伺服阀阀芯位移,  $\text{m}$ ;  $p_s$  为油源压力,  $\text{Pa}$ ;  $\rho$  为油液密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ 。符号函数  $\text{sign}(x_v)$  定义为:

$$\text{sign}(x_v) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_v \geq 0 \\ -1, & \text{if } x_v < 0 \end{cases} \quad (3)$$

引入伺服阀完全动态特性会增加系统阶次, 增加控制器的设计难度, 但对提高系统控制性能帮助有限, 同时伺服阀阀芯位置测量需要额外的传感器, 使得系统可靠性降低, 此外, 本文采用的电液伺服阀频率远高于液压马达, 因此可以将伺服阀阀芯位移简化为:

$$x_v = k_i u \quad (4)$$

式中:  $k_i$  为伺服阀比例系数,  $\text{m}/\text{V}$ ;  $u$  为伺服阀控制信号,  $\text{V}$ 。

因此式(2)改写为:

$$q_L = k_i u \sqrt{p_s - p_L \text{sign}(u)} \quad (5)$$

式中:  $k_t = k_i C_q w \sqrt{1/\rho}$  为总流量系数。

由液压摆动马达和伺服阀流量连续性方程可得:

$$\frac{V_n}{4\beta_e} \dot{p}_L = -D_n \dot{\theta} - C_t p_L + q_L + Q(t) \quad (6)$$

式中:  $V_n$  为液压摆动马达的容积,  $\text{m}^3$ ;  $\beta_e$  为液压油弹性模量,  $\text{N}/\text{m}^3 \cdot \text{Pa}$ ;  $C_t$  为摆液压力马达的总泄露系数,  $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{Pa}$ ;  $Q(t)$  为系统中的不确定流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

若忽略马达的容积损失, 选择系统状态变量为  $[x_1, x_2, x_3]^T = [\theta, \dot{\theta}, D_n P_L / J_n]^T$ , 联立方程(1)~(6)可以得到状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + f_1(x_2) + d(t) \\ \dot{x}_3 = g(u, x_3)u + f_2(x_2, x_3) + q(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $f_1(x_2) = \frac{-B(t)x_2}{J_n}$ ,  $d(t) = \frac{F(t)}{J_n}$ ,  $g(u, x_3) = \frac{4D_n\beta_e k_t}{J_n V_n} \sqrt{P_s - \frac{J_n}{D_n} \text{sign}(u)x_3}$ ,

$f_2(x_2, x_3) = -\frac{4D_n^2\beta_e}{J_n V_n} x_2 - \frac{4\beta_e C_t}{V_n} x_3$ ,  $q(t) = \frac{4D_n\beta_e Q(t)}{J_n V_n}$ ,  $q(t) \leq H$ ,  $H$  为一正常数。系统各参数含义及标成值如表 1 所示。

### 3. 反步滑模控制器设计

反步法是处理非线性系统的有效方法[10], 针对电液伺服系统的非线性问题, 本节设计了一种反步积分终端滑模控制率。控制率设计分为三步, 分别为每个子系统设计虚拟控制律, 具体步骤如下。

**步骤 1:** 首先定义跟踪误差  $z_1$  为  $z_1 = x_1 - x_d$ , 可以得到  $\dot{z}_1 = x_2 - \dot{x}_d$ , 同样定义  $z_2 = x_2 - \alpha_1$ ,  $z_3 = x_3 - \alpha_2$ , 其中  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  为需要被设计的虚拟控制律。

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (8)$$

设计虚拟控制率  $\alpha_1$  为:

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{x}_d \quad (9)$$

式中:  $c_1$  为正常数。

对  $V_1$  求导, 可得:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (z_2 + \alpha_1 - \dot{x}_d) = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (10)$$

**步骤 2:** 定义 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (11)$$

对  $V_2$  求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 (x_3 + f_1(x_2) + d(t) - \dot{\alpha}_1) \\ &= \dot{V}_1 + z_2 (z_3 + \alpha_2 + f_1(x_2) + d(t) - \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (12)$$

设计虚拟控制率  $\alpha_2$  为:

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - z_1 - f_1(x_2) + \dot{\alpha}_1 \quad (13)$$

式中:  $c_2$  为正常数。

将控制律(13)代入式(12)可得:

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 \quad (14)$$

式中:  $\tilde{z}_2 = z_2 - \hat{z}_2 = \tilde{x}_2$ 。

**步骤 3:** 设计滑模面为:

$$s = k_1 z_1 + k_2 z_2 + z_3 \quad (15)$$

式中:  $k_1, k_2$  均为正常数

定义 Lyapunov 函数为:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} s^2 \quad (16)$$

对  $V_3$  求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + s(k_1 \dot{z}_1 + k_2 \dot{z}_2 + \dot{z}_3) \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + s[k_1(z_2 - c_1 z_1) + k_2(z_3 + \alpha_2 + f_1(x_2) - \dot{\alpha}_1) \\ &\quad + g(u, x_3)u + f_2(x_2, x_3) + q(t) - \dot{\alpha}_2] \end{aligned} \quad (17)$$

设计控制率  $u$  为:

$$u = -g(u, x_3)^{-1} [k_1(z_2 - c_1 z_1) + k_2(z_3 + \alpha_2 + f_1(x_2) - \dot{\alpha}_1) + f_2(x_2, x_3) - \dot{\alpha}_2 + h(s + \beta \operatorname{sgn}(s)) + \eta \operatorname{sgn}(s)] \quad (18)$$

式中:  $h, \beta, \eta$  为正常数,  $\eta \geq H$ 。

将控制律(18)代入式(17)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 - h s^2 - h \beta |s| - \eta |s| + q(t) s \\ &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 - h s^2 - h \beta |s| \end{aligned} \quad (19)$$

定义  $\Lambda$  为:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} c_1 + h k_1^2 & k_1 k_2 h & k_1 h \\ k_1 k_2 h & c_2 + h k_2^2 & k_2 h - \frac{1}{2} \\ k_1 h & k_2 h - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix} \quad (20)$$

由此式(19)可以被改写为:

$$\dot{V}_3 \leq -z^T \Lambda z - h \beta |s| \leq -z^T \Lambda z \quad (21)$$

式中:  $z = [z_1, z_2, z_3]^T$ , 通过选择参数使得  $\Lambda$  是正定的, 根据 Lyapunov 稳定性理论, 闭环系统稳定。

定义  $\eta = 2\lambda_{\min}(\Lambda)$ ,  $\lambda_{\min}(\Lambda)$  表示正定矩阵  $\Lambda$  的最小特征值。则式(21)为

$$\dot{V}_3 \leq -\eta V \quad (22)$$

求解式(22)可得:

$$V(t) \leq V(0) \exp(-\eta t) \quad (23)$$

因此当  $t \rightarrow \infty$  时,  $V \rightarrow 0$ ,  $z \rightarrow 0$  跟踪误差渐进收敛。

#### 4. 仿真实验与分析

基于 MATLAB/Simulink, 本节对所提出控制器的有效性进行仿真验证, 仿真步长设置为 0.001 s。由

于伺服阀输入电压的限制，设置输入电压为 $-10\text{ V}$ 到 $10\text{ V}$ 之间。系统参数如表 1 所示[9]。

**Table 1.** Parameters of electro-hydraulic servo system

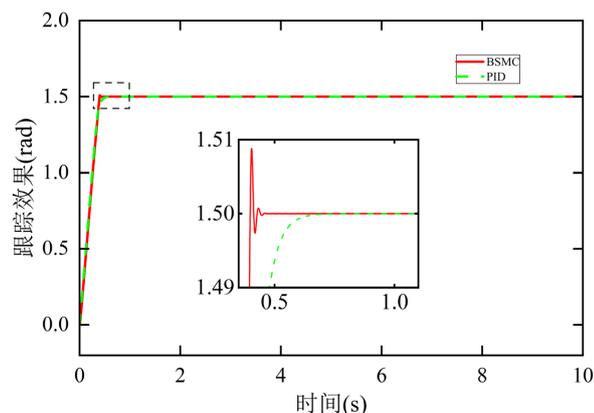
**表 1.** 电液伺服系统参数

参数	数值
液压马达排量 $D_m$	$8.7 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{rad}$
液压马达总泄漏系数 $C_l$	$1 \times 10^{-12} \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{Pa})$
油源压力理想值 $P_s$	4 MPa
总流量增益 $k_f$	$2.16 \times 10^{-8}$
总转动惯量 $J$	$0.25 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
粘性阻尼系数 $B$	$0.353 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
控制容积总体积 $V$	$1.4 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
油液弹性模量 $\beta_e$	$7 \times 10^8 \text{ Pa}$

为了证明本文所提控制器的有效性，将本文控制器与 PID 控制器进行对比分析，控制器参数选择如下：

- (1) 反步滑模控制器(BSMC)参数:  $c_1 = 200$  ,  $c_2 = 400$  ,  $k_1 = 200$  ,  $k_2 = 800$  ,  $h = 200$  ,  $\beta = 20$  ,  $\eta = 20$  。
- (2) PID 控制器: 参数设置为  $k_p = 100$  ,  $k_i = 0$  ,  $k_D = 0.1$  。

首先为测试三种控制算法的响应速度，并验证控制器的有效性，选择阶跃信号  $y = 1.5$  为期望信号。如图 3 所示，本文控制器与 PID 控制器均能有效跟踪阶跃信号，本文所提控制器响应速度约为  $0.4\text{ s}$ ，而 PID 控制器响应速度约为  $0.7\text{ s}$ 。由于 PID 控制器快速性与超调量之间存在矛盾，当提高 PID 控制器响应速度时，会使得系统超调量过大。

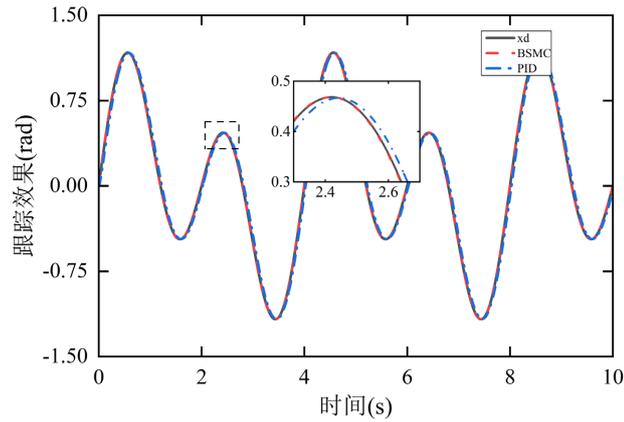


**Figure 3.** Comparison of step signal tracking effects between two controllers

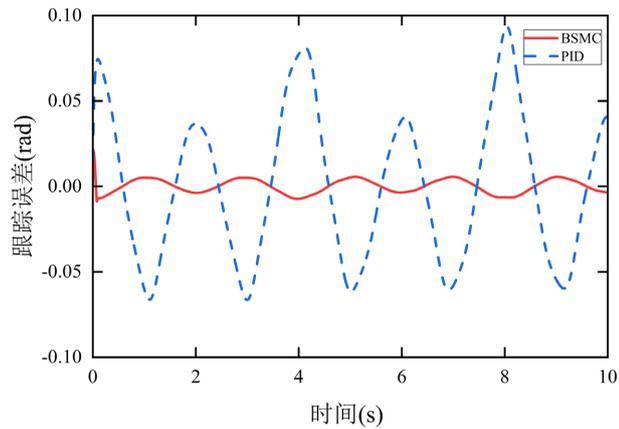
**图 3.** 两种控制器阶跃信号跟踪效果对比

为进一步模拟复杂工况，对控制系统进行类正弦信号跟踪测试，本文选择液压马达期望信号为  $y = 0.8\sin(\pi t) + 0.5\sin(\pi t/2)$ 。由于工作过程中液压马达的受外干扰作用，因此设置  $50\text{ Nm}$  的常值干扰模

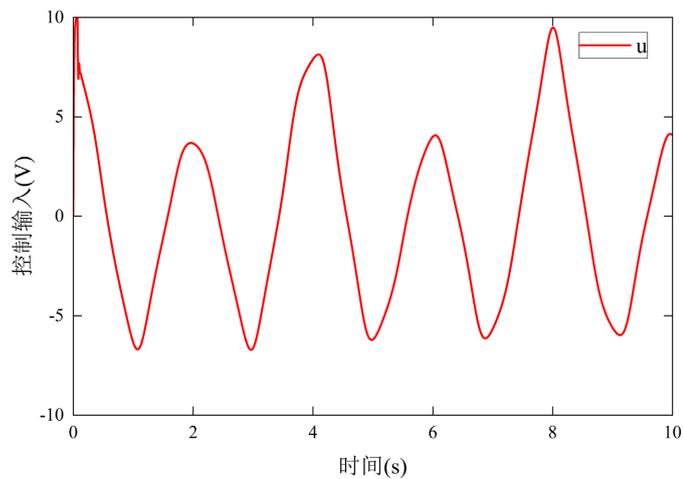
拟实际情况。仿真结果如图 4~6 所示，本文所设计控制器与 PID 控制器相比，大幅提高了系统的控制精度，同时跟踪输入平滑，没有抖振。



**Figure 4.** Tracking performance of two types of controllers for sinusoidal signals  
**图 4.** 两种控制器类正弦信号跟踪效果



**Figure 5.** Tracking error of two types of controllers for sinusoidal signals  
**图 5.** 两种控制器类正弦信号跟踪误差



**Figure 6.** BSMC class sine signal control input  
**图 6.** BSMC 类正弦信号控制输入

## 5. 结论

针对电液伺服系统由于模型不确定性等问题导致的系统跟踪精度不足问题, 本文采用反步法结合滑模变结构控制, 设计了一种反步滑模控制器。仿真对比结果表明, 与 PID 控制器相比, 本文所提反步滑模控制器有效提高了电液伺服系统的响应速度和跟踪精度, 能够满足系统的工作要求。

## 参考文献

- [1] 鄂东辰, 路时雨, 刘超强, 等. 电液位置伺服系统的自适应抗饱和控制[J]. 机床与液压, 2022, 50(22): 48-53.
- [2] 姚文龙, 亓冠华, 池荣虎, 等. 具有未知负载扰动的水井钻机电液伺服系统无模型自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(2): 231-240.
- [3] 郭新平, 汪成文, 刘华, 等. 基于扩张状态观测器的泵控电液伺服系统滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(6): 1159-1168.
- [4] 闵磊, 张洪信, 赵清海, 等. 电液位置伺服系统的反馈线性化滑模控制研究[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2021, 36(2): 9-14.
- [5] 杨可可, 茹亚东, 王明. 基于鲁棒  $H_\infty$  控制的电液伺服系统执行器位置跟踪控制研究[J]. 中国工程机械学报, 2020, 18(6): 487-491+497.
- [6] 潘洪坤, 关薇, 田江平. 基于反馈型自适应鲁棒控制的伺服泵直接驱动电液系统精确运动控制研究[J]. 机床与液压, 2021, 49(21): 136-141.
- [7] 成旭华, 姚建勇, 乐贵高. 电液伺服系统多模型鲁棒自适应控制[J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(11): 156-162.
- [8] 刘雷, 姚建勇, 马大为, 等. 基于低频学习的电液位置伺服系统鲁棒自适应控制[J]. 兵工学报, 2019, 40(4): 737-743.
- [9] 刘云峰, 缪栋. 电液伺服系统的自适应模糊滑模控制研究[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(14): 140-144.
- [10] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015.