

易腐品智能补货与定价模型

邓加妍¹, 曹春萍¹, 杨景骞², 黄 正¹

¹上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

²上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年6月12日; 录用日期: 2024年7月5日; 发布日期: 2024年7月12日

摘 要

针对商超中易腐品的保质期短造成难以补货定价的问题, 该研究依据易腐品时间-销售量热力图, 将其按季节划分, 再利用斯皮尔曼相关系数分析影响销售量的因素, 总结并构造了收益最大化预测补货定价模型。在模型基础上, 使用BP (Back Propagation)神经网络拟合总销量与成本加成定价的函数关系, 并使用LSTM (Long Short Term Memory)网络预测未来的销售量和进价。最后, 使用粒子群算法寻找最优补货量和定价策略, 使商超收益最大化, 结果得到了90.39%的提升。该研究为商超制定合理的补货和定价策略提供了有益的指导, 有助于提高销售额和利润率。

关键词

易腐品, 补货定价策略, BP神经网络, LSTM网络, 粒子群算法

Intelligent Replenishment and Pricing Model for Perishables

Jiayan Deng¹, Chunping Cao¹, Jingqian Yang², Zheng Huang¹

¹School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

²School of Business, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jun. 12th, 2024; accepted: Jul. 5th, 2024; published: Jul. 12th, 2024

Abstract

Aiming at the problem that the short shelf life of perishables in stores causes difficulty in replenishment and pricing, this study summarizes and constructs a revenue maximization predictive

replenishment pricing model based on the perishables time-sales heat map, which is divided into seasons, and then analyzes the factors affecting the sales volume by using the Spearman's correlation coefficient. On the basis of the model, a BP (Back Propagation) neural network is used to fit the functional relationship between the total sales volume and the cost-plus pricing, and an LSTM (Long Short Term Memory) network is used to predict the future sales volume and the purchase price. Finally, particle swarm algorithm is used to find the optimal replenishment volume and pricing strategy to maximize the revenue of the superstore, which got 90.39% improvement. This study provides useful guidance for superstores to develop reasonable replenishment and pricing strategies, which can help to increase sales and profitability.

Keywords

Perishables, Replenishment Pricing Strategy, BP Neural Network, LSTM Network, Particle Swarm Algorithm

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在生鲜超市中，易腐品保质期大多都比较短。如大部分蔬果如若售卖当日未被购买，第二天就将下架[1]。因此，各大超市均会根据各生鲜种类的历史售量以及顾客需求进行每日的补货，为实现收益最大化，制定合理的补货和定价策略则成为了学者研究的热点。

目前对于易腐品补货与定价模型，大部分学者采用传统的非线性规划数学模型进行补货和定价[2]，且这些模型大多考虑了商品需求率、变质率、超市补货延迟供应率、顾客的购买方式[3]、购买渠道、易腐品配送[4]等因素对补货和定价的影响，而没有考虑到季节、销售量与成本加成定价的关系以及可销售空间(可销售品种数量上限)与陈列量(满足最小陈列量要求)等因素对定价的影响，导致模型给出的补货和定价策略不贴近现实。为此本文以收益最大化为目标，提出了一种由粒子群算法优化的基于BP (Back Propagation)神经网络与LSTM (Long Short Term Memory)网络的易腐品补货和定价策略模型。

2. 相关工作

自1950年起，Dean [5]和Levirt [6]两位学者首次提出了“产品市场生命周期”或“经济生命周期”的概念。这一概念描述的是产品从进入市场到最后被淘汰退出市场的整个过程。随后，国内外的学者们开始根据这一生命周期的变化规律，建立需求率的函数近似拟合，并在此基础上构建库存模型。Nahmias、Raafat和Goyal对易腐品库存模型在20世纪90年代以前的研究进行了总结。在这些模型中，需求率通常有不同的假设，包括固定需求率、库存依赖需求率、时间相关需求率和随机需求率。这些需求率可以是时间的线性函数、二次函数或指数函数。

2006年朱传华等[7]建立了需求率和符合产品市场生命周期变化的易腐品库存数学模型，并给出了求解该模型的解析方法。他们考虑到需求率曲线的可拟合性，但其模型的周期内的最优订购次数、订购时间、订购数量是通过直接讨论得出。

2016年赵忠[8]、彭扬等[9]均研究了需求率为时变的易腐品库存模型，但未探究需求与定价间的关系，

本文则根据历史销售量与成本加成定价数据、采用了 BP 神经网络来拟合销量与售价的非线性关系。其中模型设定变质率为常数，而近期研究中，常数变质率仍被广泛使用。这种变质率通常是为了简化研究问题，减少误差来源，从而能够更充分地探讨创新点。本文所使用的数据来源中，商超提供的历史商品变质数据计算出的损耗率就是一种常数变质率。

2021 年莫宁[10]基于 Weibull 分布和价格折扣的易腐品库存订货与定价策略。在假设变质率服从三参数 Weibull 分布、需求率为售价的指数函数的条件下，以利润最大化为目标函数，通过实际生活中零售商进行打折促销活动来降低商品完全发生变质时产生的成本，引入了价格折扣，建立了该系统的库存模型并给出方法进行了近似求解。

前人研究了单一的易腐品订购或定价策略，很少考虑了易腐品之间的关系。2022 年曾敏刚等[11]根据新鲜度、节庆的因素划分生鲜产品，引入新鲜度参数和非线性规划模型并分别建立价格函数，提出了动态定价策略，并采用三个典型生鲜品算例对模型函数进行验证，有效地提高了生鲜社区超市的销售额以及利润率。而本文还通过绘制逐年的易腐品销售量热力图，分析得出各单品销售量的分布规律，这对于把握不同季节和时令易腐品的销售特点以及进行合理的补货安排具有重要的参考价值。通过将易腐品按季节划分，得出了不同季节对销量影响的因素，这对于理解易腐品整体销售情况以及制定补货和定价策略具有重要的指导意义。此外，本文还假设了商品的销售空间与可售单品总数有限，以及现实生活中商品满足需要最小陈列量要求。

互联网时代，大零售商纷纷拓展销售渠道，除了传统的门店销售外，还开通了网络销售渠道，以实施双渠道销售策略。2023 年李晋泽等[12]为解决在物联网时代下考虑新鲜度影响的库存补货问题，该文建立了一种基于新鲜度影响的混合整数非线性规划模型，提出了一种混合补货策略，以总成本最低为目标函数，并应用鹌鹑算法对模型进行求解。并且 3 种策略的库存成本分别上升了 25%、35%、40%，这说明零售商的需求对库存成本的变化有较大影响。

目前对于易腐烂品补货与定价策略的预测模型，国内外的大部分学者还是采用传统的非线性规划数学模型进行预测，所以本文以收益最大化为目标，提出了一种由粒子群算法优化的基于 BP 神经网络与 LSTM 网络的易腐品补货和定价策略模型。首先通过分析不同季节的销售特点并综合考虑各季节的影响销量因素，总结并构造了收益最大化预测补货定价模型。该模型以可销售空间与陈列量作为约束条件并基于 LSTM 长短期记忆网络预测未来销售量与进价，并利用 BP 神经网络拟合出成本加成定价与销售量之间的关系，采用粒子群算法改变 BP 神经网络的输入值进行寻优，找出最优补货量与定价策略，使商超收益最大。

3. 方法

前人的研究主要集中在单一的易腐品订购或定价策略，很少会将易腐品按季节划分聚类分析。本文根据逐年的易腐品销售量热力图，通过观察分析各品种销售量的分布规律，将易腐品按季节分类，为合理的补货选种安排提供重要参考；再绘制季节间斯皮尔曼相关系数的热力图，分析得到易腐品销售规律。此外，还考虑了商品的销售空间与可售单品总数有限，以及现实生活中商品需要满足最小陈列量要求的情况。

在考虑各季节对销量的影响因素后，本文设计了一种创新的机器学习混合算法：这是一种融合了 BP 神经网络和 LSTM 网络的预测模型，旨在最大化商超的收益。该模型利用 LSTM 网络的长短期记忆功能，预测未来的销售量和进价。同时，BP 神经网络则用于拟合成本加成定价与销售量之间的关系。为了提高模型的精确性，本文采用了粒子群算法来优化 BP 神经网络的输入值，从而找到最优的补货量和定价策略，确保商超能够实现收益最大化。总体模型结构如图 1 所示。

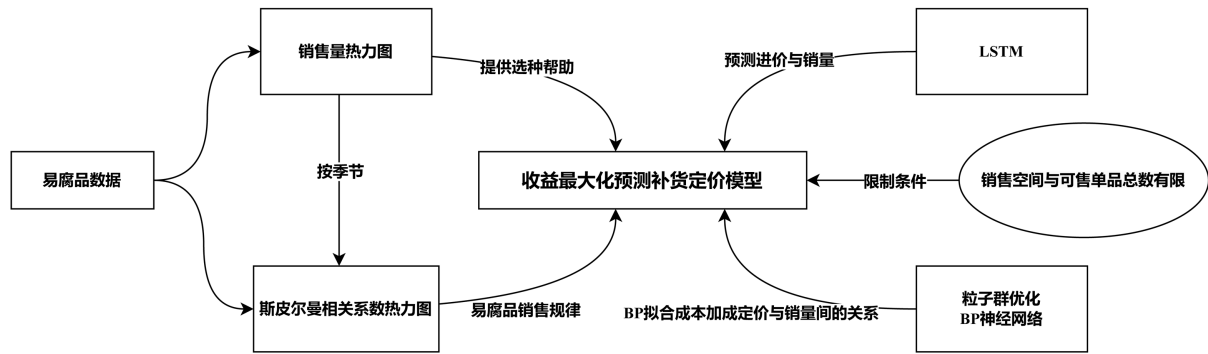


Figure 1. Diagram of the modeling ideas

图 1. 建模思路图

3.1. 确立模型

通过绘制易腐品时间 - 销售量热力图将其按季节划分, 再利用斯皮尔曼相关系数分析得到易腐品销售规律。

斯皮尔曼相关系数如式 1, 其中, ρ 为斯皮尔曼相关系数, n 为总的观测样本数, x 为品类种类数, d_i 表示第 i 个数据对应的位次值之差。

$$\rho = 1 - \frac{x \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (1)$$

当 n 值大于 30, 使用式 2 构建统计量, 计算 ρ 值。

$$\rho \sqrt{n-1} \sim N(0,1) \quad (2)$$

得到四个季节分别对应的相关系数热力图, 得出结论:

- 1) 春天(2/27~5/27)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响, 利润率对销量有较小影响。
- 2) 夏天(5/28~9/3)应季作物销售单价、批发价格与利润均对单品销量有较大的影响, 销售单价的影响最大。
- 3) 秋天(9/4~11/26)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响, 利润率对销量有较小影响。
- 4) 冬天(11/27~次年 2/26)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响, 利润率对销量有较小影响。

综合考虑各季节的影响销量因素, 销售单价对单品销量的影响最大, 批发价格与销售单价呈现正相关关系, 对单品销量的影响较大, 除夏季外, 利润率对销量有较小影响。

最后决定使用销售单价、批发价格、利润率作为影响易腐品销量的因素, 并加入最小陈列量以及种类限制等约束条件构建收益最大化预测补货定价模型: 其中 $V_{predict}$ 为需要预测的销量, $P_{b(predict)}$ 为需要预测的蔬菜进价, h 为补货量, $loss$ 为损耗率, i 为分类类别, 且 $i \in [1, N]$ 。

$$\begin{aligned} profit_i &= \overline{p_{si}} * (V_{i(predict)} + h_i) - p_{bi(predict)} * (V_{i(predict)} + h) - p_{bi(predict)} * \frac{(V_{i(predict)} + h_i) * \overline{loss}}{1 - \overline{loss}} \\ &= \overline{p_{si}} * (V_{i(predict)} + h_i) - p_{bi(predict)} * \frac{V_{i(predict)} + h_i}{1 - \overline{loss}} \\ &= (V_{i(predict)} + h_i) * \left(\overline{p_{si}} - \frac{p_{bi(predict)}}{1 - \overline{loss}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

该式给出了单个类别 i 的收益函数:

$$\text{单个品类收益} = (\text{预测销售量} + \text{补货量}) * \left(\text{单个物品售价} - \frac{\text{预测进价}}{1 - \text{平均损耗率}} \right)$$

加入约束条件并沿用以上模型思路, 给出了更贴近现实的优化模型, 其中 ζ_i 为 BP 神经网络结合历史各品类销量 V_i 和成本加成定价 $\overline{p_{s(i)}}$ 的两者关系函数。

$$\begin{aligned} \max \sum_{i=1}^N \text{profit} &= \sum_{i=1}^N (V_{i(\text{predict})} + h_i) * \left(\zeta_i (V_{i(\text{predict})} + h_i) - \frac{P_{bi(\text{predict})}}{1 - \text{loss}} \right) \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 0 \leq h_i \leq \text{历史最大的销售量} - \text{该天销量}, \\ V_{i(\text{predict})} + h_i \geq a. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

已知模型假设中给出了四个要求:

- 1) 可售单品总数控制在 $n - m$ 个;
- 2) 各单品订购量满足最小陈列量 a 千克;
- 3) 售出该月的可售品种;
- 4) 尽量满足市场对各品类易腐品需求。

初步确立模型思路如图 2 所示。

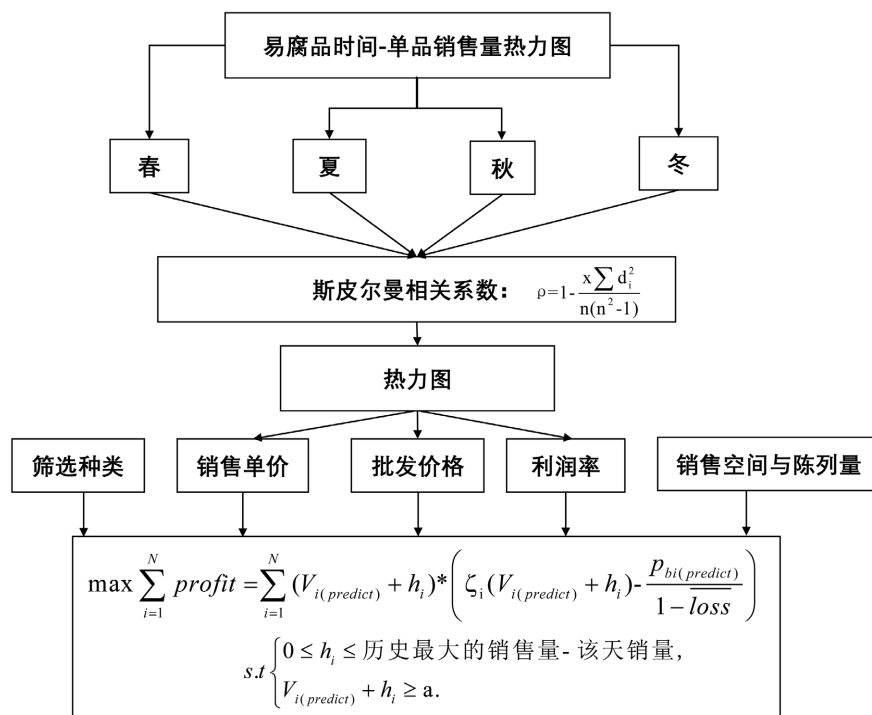


Figure 2. Diagram of the initialization of modeling ideas

图 2. 初步确立模型思路图

3.2. LSTM 预测

模型中进价 $P_{b(\text{predict})}$ 以及销量 V_{predict} 可以根据历史连续数据预测得出, 而长短时记忆网络(Long Short Term Memory Network, LSTM)作为一种经过改进的循环神经网络(Recurrent Neural Network, RNN), 能够

有效处理长距离依赖问题。由于原始 RNN 的隐藏层只有一个状态 h ，它对短期输入非常敏感。为了保存长期状态，增加了新的状态 c ，称为单元状态(cell state)，一般使用三个控制开关进行控制；具体如下：第一个控制开关负责维持 C 状态，第二个控制开关将当前状态导入长期状态 C ，第三个控制开关则负责将长期状态 C 作为当前 LSTM 的输出。通过这三个控制开关，LSTM 能够有效地处理长距离依赖问题。而实现以上开关需要门(gate)，实际上就是一层全连接层，输入是一个向量，输出是一个 0 到 1 之间的实数向量。公式为：

$$g(x) = \sigma(W_x + b) \quad (5)$$

设在 t 时刻，图 3 隐藏状态为上一轮网络的状态 $hide_{t-1}$ ，细胞状态为上一轮网络得到的 C_{t-1} 。

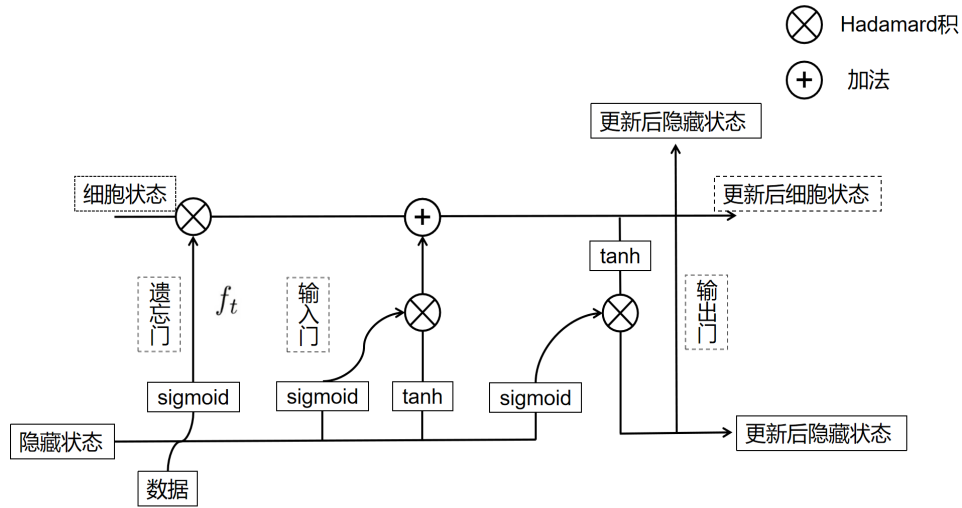


Figure 3. Diagram of LSTM network structure

图 3. LSTM 网络结构图

以预测销量的 LSTM 网络为例。输入当前层的数据销售量 $p_{s(t)}$ 后，与上一轮得到的隐藏状态 $hide_{t-1}$ 。经过遗忘门 sigmoid 函数处理得 0~1 间的向量。与细胞状态 C_{t-1} 做 Hadamard 积，决定存储信息的留存量。

如式 6， W_{forget} 表示遗忘门的权重， b_{forget} 表示遗忘门的偏置值， σ 表示 sigmoid 函数， $[]$ 表示数值拼接。

$$forget_t = \sigma(W_{forget} [hide_{t-1}, p_{s(t)}] + b_{forget}) \quad (6)$$

$forget_t$ 在输入门过 sigmoid 判断重要性(式 7)，与经过 tanh 函数转化的 $\widetilde{hide_{t-1}}$ (式 8) 做 Hadamard 积，共同更新细胞状态如式 9。其中， W_{input} 为输入门权重， b_{input} 为输入门的偏置值， W_{cell} 为记忆单元权重， b_{cell} 为记忆单元的偏置值， C_t 表示新的记忆细胞状态， C_{t-1} 表示上一层记忆细胞状态。

$$i_t = \sigma(W_{input} [h_{t-1}, x_t] + b_{input}) \quad (7)$$

$$\widetilde{hide_{t-1}} = \tanh(W_{cell} [hide_{t-1}, x_t] + b_{cell}) \quad (8)$$

$$C_t = forget_t \odot \widetilde{C_{t-1}} + i_t \odot \widetilde{hide_{t-1}} \quad (9)$$

将 $\widetilde{hide_{t-1}}$ 和 $p_{s(t)}$ 传递给 sigmoid 函数，得出 o_t (式 10) 传递给 tanh 函数，使其相乘即为新的隐藏状态 (式 11)。新的 C_t 和 $hide_t$ 传递到下一个时间步，直至输出预测结果。 W_{output} 表示输出门权重， b_{output} 表示输出门的偏置值。

$$o_t = \sigma \left(W_{\text{output}} \left[\text{hide}_{t-1}, p_{s(t)} \right] + b_{\text{output}} \right) \quad (10)$$

$$\text{hide}_t = o_t \odot \tanh(C_t) \quad (11)$$

经过 LSTM，根据历史连续数据得到进价与销量的预测数据 V_{predict} 与 $p_{b(\text{predict})}$ 。

3.3. BP 神经网络模型与粒子群优化

在对历史数据研究之后得知销量与售价有着某种函数关系，此时拟合出函数可以降低模型中自变量个数，于是对标准化后的数据使用 BP 神经(2021bMatlab 神经网络拟合工具包)对模型进行拟合，隐藏层为 10 层，隐藏层的激活函数为 sigmoid 激活函数，sigmoid 函数可以将神经元的输出映射到 0 到 1 之间，使得输出具有“概率”的性质计算，计算方法如式 12。

$$S_{(x)} = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (12)$$

输出层激活函数为 purelin 函数，线性传递函数 purelin 的输入与输出值可取任意值。损失函数为 R-Square，作为衡量模型拟合优度的一种指标，值越接近 1 说明模型拟合度越好。使用 Levenberg-Marquardt 反向传播算法进行训练。

$$(J^T J + \lambda I) h_{LM} = J^T [\hat{y}_i - f(a_n)] \quad (13)$$

在前面的等式中， I 表示单位矩阵，并且 λ 被称为阻尼因子。此参数是允许在高斯牛顿或梯度下降更新之间进行更改的参数。当 λ 小时，该方法采用高斯 - 牛顿步长；当 λ 大时，该方法遵循梯度下降法。通常， λ 的第一个值较大，因此第一步位于梯度下降方向。其背后的逻辑是：高斯 - 牛顿法在最终迭代中更有效，而梯度下降法在过程开始时很有用，因为该过程距离理想解决方案还很远。该公式结合了梯度下降法和牛顿法的优点，优化神经网络权重，可以更快地找到最优解。网络图如图 4 所示。

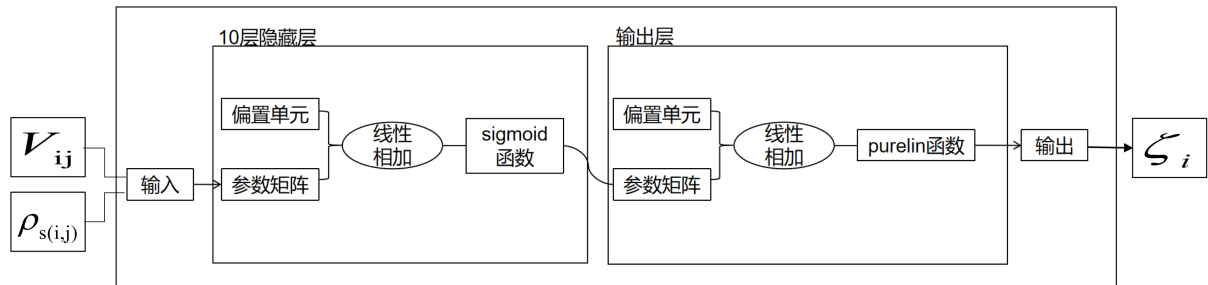


Figure 4. Diagram of structure of BP neural network

图 4. BP 神经网络结构图

用历史各品类销量 V_i' 和成本加成定价 $\overline{p_{s(i)'}}$ ，运用 BP 神经网络将两者关系拟合，得出 ζ_i 。

$$\overline{p_{s(i)'}} = \zeta_i (V_{i(\text{predict})} + h_i)' \quad (14)$$

根据式 15 去标准化得出各品类销售总量 $V_{i(\text{predict})} + h_i$ 。

$$V_{i(\text{predict})} + h_i = (V_{i(\text{predict})} + h_i)' * \sigma + \mu \quad (15)$$

根据式 14，把式 3 进一步简化为：

$$profit_i = (V_{i(predict)} + h_i) * \left(\zeta_i (V_{i(predict)} + h_i) - \frac{P_{bi(predict)}}{1 - loss} \right) \quad (16)$$

因此目标函数为公式 17，目的是使商超收益最大化。

$$\max \sum_{i=1}^N profit = \sum_{i=1}^N (V_{i(predict)} + h_i) * \left(\zeta_i (V_{i(predict)} + h_i) - \frac{P_{bi(predict)}}{1 - loss} \right) \quad (17)$$

神经网络造了 6 个黑箱函数。此时采用粒子群把黑箱放进目标函数里进行优化求出最大利益。而粒子群算法的思想源于对鸟群觅食行为的研究，鸟群通过集体的信息共享使群体找到最优的目的地，具有收敛速度快、参数少、算法简单易实现的优点。选用 500 个粒子，自我学习因子 0.5，群体学习因子 0.5，迭代 500 轮。设点合集为 $Point$ ， $step$ 为迭代次数， v_i^{step} 为第 $step$ 次迭代时第 i 个粒子的移动速度， t 为运动的时间。

$$Point_i^{step} = Point_i^{step-1} + v_i^{step-1} * t \quad (18)$$

而这个粒子的 v_i^{step} 为：

$$v_i^{step} = w * v_i^{step-1} + c_1 * r_1 (pb^{step} - Point_i^{step}) + c_2 * r_2 (gb^{step} - Point_i^{step}) \quad (19)$$

其中， pb^{step} 为第 $step$ 次第 i 个迭代粒子经过的最好位置， gb^{step} 为第 $step$ 次迭代所有粒子经过的最好的位置， w 为惯性权重， c_1 为个体学习因子， c_2 为社会学习因子， r_1 、 r_2 为 $[0, 1]$ 上随机数。粒子群优化的是 BP 神经网络拟合出来的函数的输入值售价，输入值会影响输出值销量，改变输出值的大小使得目标函数收益最大。

4. 实验

4.1. 数据集

数据来源于某商超：

- 1) 经销的 6 个蔬菜品类的商品信息；
- 2) 该商超 2020 年 7 月 1 日至 2023 年 6 月 30 日各商品的销售流水明细与批发价格的相关数据；
- 3) 各商品近期的损耗率数据。

4.2. 实验环境与评价标准

实验所用硬件环境：处理器为 Intel(R) Core(TM) i5-8265U CPU @ 1.60 GHz 1.80 GHz，主频是 2.20 GHz，GPU 为 RTX 3090。软件环境：Matlab、JupyterNotebook 搭建模型，语言：Matlab 与 Python，Windows10 64 位操作系统。

实验设置学习率为 0.0001，批量大小 batchsize 为 64，Adam 优化器为权重迭代更新，训练迭代次数为 100，保留最佳结果。

本文使用平均绝对百分比误差 $MAPE$ (Mean Absolute Percentage Error)，均方误差 MSE (Mean Square Error)及均方根误差 $RMSE$ (Root Mean Square Error)作为预测精度的主要衡量指标，如下：

$$S_{MAPE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|y_i - x_i|}{y_i} \quad (20)$$

$$S_{MSE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - x_i)^2 \quad (21)$$

$$S_{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - x_i)^2} \quad (22)$$

其中, m 为数据个数, p 表示预测输出, x_i 表示实际输出, 评价指标的数值越小, 表明训练的模型越符合实际情况。

4.3. 寻找模型变量与约束条件

4.3.1. 蔬菜各品类销售量的分布规律

本文将合并后的数据按照品类拆分成六组数据, 分别算出每日单品的总销售量, 对六组数据做三年的时间-单品销售量热力图, 分析出各品类以及单品销售量的分布规律。在文中列出花菜类在2020年全年的时间-单品销售量热力图, 如图5所示。

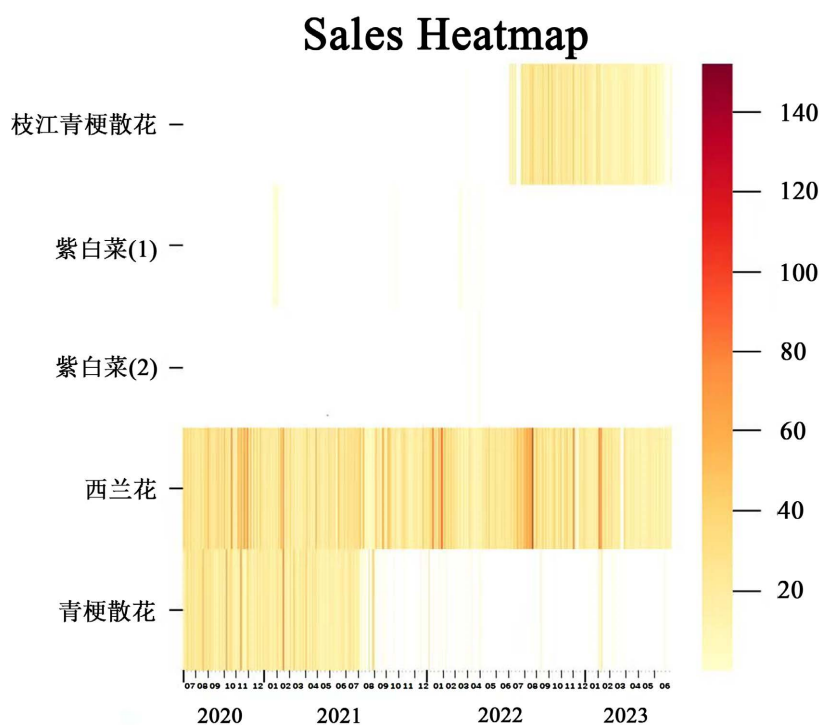


Figure 5. Heat map of sales volume changes over time for cauliflower

图5. 花菜类销量随时间变化热力图

由此确认各品类以及单品的销售量分布规律。

- 1) 辣椒类: 除了全年有售的产品之外, 其余季节性出售的茄类蔬菜多数出产并售卖于春夏两季;
- 2) 茄类: 除全年可收获并出售的紫茄子、青茄子之外, 其余季节性的商品主要在秋季出售;
- 3) 水生根茎类: 除个别全年作物(净藕)外, 其他水生根茎类蔬菜季节分布不均, 有主要在冬季出售的商品(荸荠), 也有只在夏季售卖的商品(洪湖藕带);
- 4) 花菜类: 该品类所含的蔬菜单品较少, 但由热力图可知, 该类蔬菜多为全年性售卖商品, 销售数据无明显的季节分布规律;
- 5) 花叶类: 与水生根茎类销售分布规律相似。除全年售卖的商品以外, 其余商品存在各样的季节分布规律;
- 6) 食用菌: 受季节影响较少, 与花菜类分布规律相似, 大多为全年性售卖蔬菜。

4.3.2. 根据时令蔬菜确定季节划分

为讨论蔬菜品类以及单品销售量间的关系，拟根据季节划分蔬菜的时令，对各时令内售卖的蔬菜品类及单品进行相关性分析。由于该商超的地理位置未知，尚不清楚具体的时令划分，因此本文结合三年内四季典型季节性蔬菜的分布规律判断季节的划分。根据文献选取了四个典型季节性蔬菜，分别为：水果辣椒(春季)、莲蓬(夏季)、紫圆茄(秋季)、荸荠(冬季)，并得出该地区的季节分布，详见表 1。

Table 1. System resulting data of standard experiment
表 1. 标准试验系统结果数据

春	夏	秋	冬
2/27~5/27	5/28~9/3	9/4~11/26	11/27~2/26

4.3.3. 按季节探寻销量规律

选用斯皮尔曼相关性分析模型后，得到四个季节分别对应的相关系数热力图，如图 6 所示。

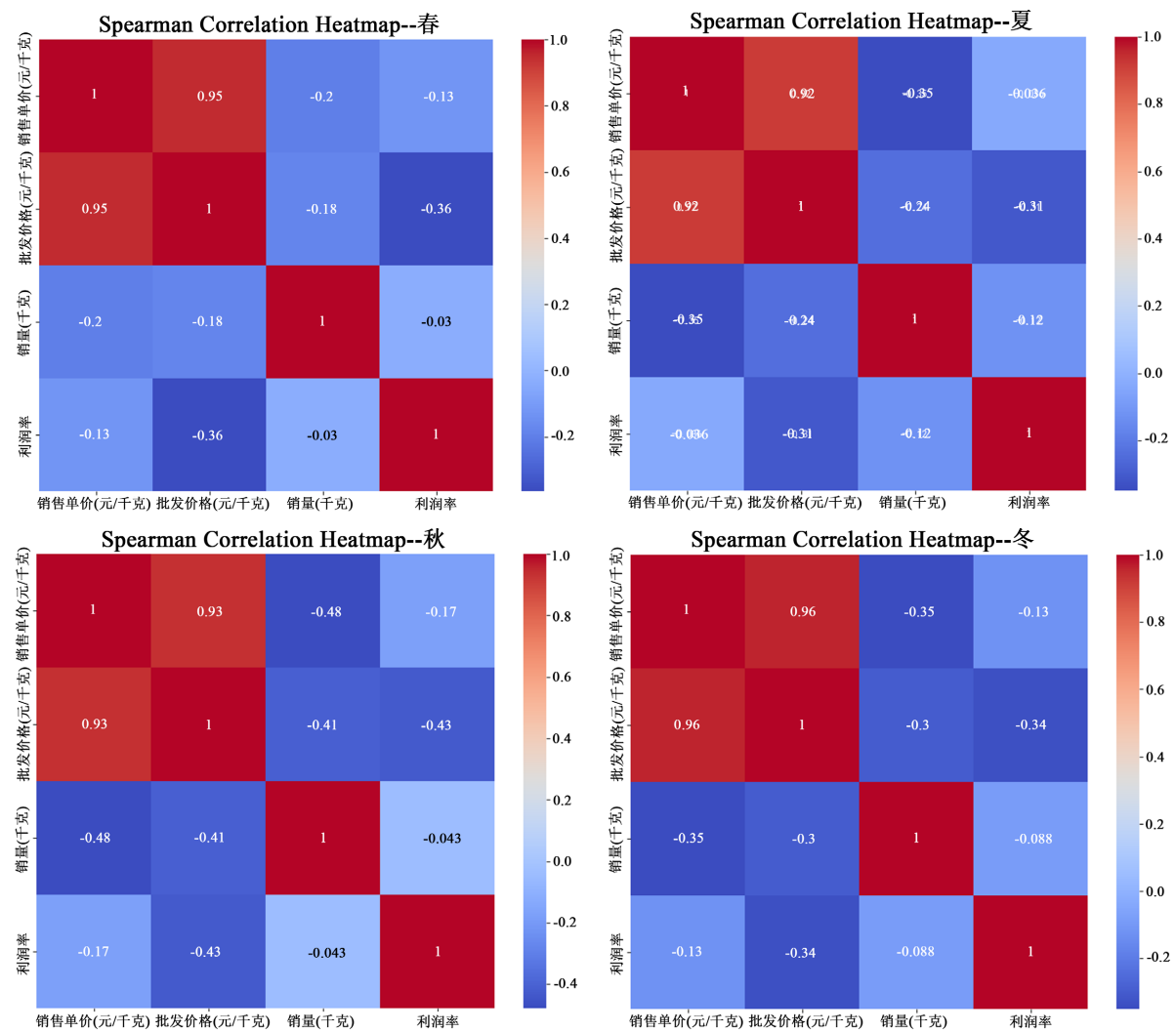


Figure 6. Correlation coefficient heat map
图 6. 季节相关系数热力图

由此可以得出结论：

- 1) 春天(2/27~5/27)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响，利润率对销量有较小影响。
- 2) 夏天(5/28~9/3)应季作物销售单价、批发价格与利润均对单品销量有较大的影响，销售单价的影响最大。
- 3) 秋天(9/4~11/26)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响，利润率对销量有较小影响。
- 4) 冬天(11/27~次年 2/26)应季作物销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响，利润率对销量有较小影响。

综合考虑各季节的影响销量因素，销售单价对单品销量的影响最大，批发价格与销售单价呈现正相关关系，对单品销量的影响较大，除夏季外，利润率对销量有较小影响。

4.3.4. 约束条件分析

经过以上分析与综合考量，本文使用销售单价 p_s 、批发价格 p_b 、销量 V 、利润率 λ 作为影响蔬菜销量的因素。其中，利润率表达式如式 23 所示。这里使用 ρ_b 是由于成本会随着日期浮动。

$$\gamma = \frac{\rho_s - \rho_b}{\rho_s} \quad (23)$$

4.4. 模型构建

4.4.1. 模型描述与假设

由于商超销售的蔬菜品种众多、产地不尽相同，而蔬菜的进货交易时间通常在凌晨 3:00~4:00，为此商家须在不确切知道具体单品和进货价格的情况下，做出当日各蔬菜品类的补货决策。蔬菜的定价一般采用“成本加成定价”方法，商超对运损和品相变差的商品通常进行打折销售。如式 24。

$$\text{售价} = \text{单位生产成本} * \left(1 + \frac{\text{利润率}}{\text{固定百分比}} \right) \quad (24)$$

而超市对于在运输中损坏或品相变差的商品，通常采用打折销售的方法。由于商超售卖空间的限制，市场需求分析可靠与否对补货决策和定价决策十分重要。从需求侧来看，蔬菜类商品的销售量与时间往往存在一定的关联关系；从供给侧来看，蔬菜的供应品种在 4 月至 10 月较为丰富，商超销售空间的限制使得合理的销售组合变得极为重要。

由于蔬菜类商品不同品类或不同单品之间可能存在一定的关联关系，通过分析蔬菜各品类及单品销售量的分布规律及相互关系。分别考虑商超以品类为单位做补货计划，各蔬菜品类的销售总量与成本加成定价的关系，并给出各蔬菜品类未来一周的日补货总量和定价策略，使得商超收益最大。

此外考虑到因蔬菜类商品的销售空间有限，商超若需要进一步制定单品的补货计划，需要控制可售单品数量且现实生活中各单品订购量需要满足最小陈列量等等。于是根据历史可售品种，预测单品补货量和定价策略，在尽量满足市场对各品类蔬菜商品需求的前提下，使得商超收益最大。

在建模之前，做如下假设：

假设一：为确保蔬菜的新鲜程度，商超只卖当天进货的新鲜食材，未卖出蔬菜算入损耗；

假设二：供应商能及时补货，不存在缺货的情况；

假设三：商品会发生变质；

假设四：打折与退货情况算入销量与单价计算中；

假设五：该商超可售单品总数控制在 27~33 个，且各单品订购量满足最小陈列量 2.5 千克的。

4.4.2. 收益最大化预测补货定价模型模型建立

根据分析, 构建收益最大化预测补货定价模型如式 25。根据模型假设, 本文的目标函数可以表示为式 25, 目的是使商超总提的收益最大化。

$$\begin{aligned} \max \sum_{i=1}^6 profit &= \sum_{i=1}^6 \left(V_{i(predict)} + h_i \right) * \left(\zeta_i \left(V_{i(predict)} + h_i \right) - \frac{P_{bi(predict)}}{1 - loss} \right) \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 0 \leq h_i \leq \text{历史最大的销售量} - \text{该天销量}, \\ V_{i(predict)} + h_i \geq 2.5. \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

已知模型假设中给出了四个要求:

- 1) 可售单品总数控制在 27~33 个;
- 2) 各单品订购量满足最小陈列量 2.5 千克;
- 3) 售出 2023 年 6 月 24~30 日的可售品种;
- 4) 尽量满足市场对各品类蔬菜商品需求。

2023 年 6 月 24~30 日共有 41 个可售品种, 对售卖的单品进行了以下几个轮次的筛选:

第一轮: 经过 LSTM 网络的预测, 将进价或销量预测为小于等于 0 可能由于该段时期退货较多、往年本时间未进货此种蔬菜等原因的单品排除共 8 件单品;

第二轮: 对于单品种类相同但产地不同的数据, 排除收益较低的单品共 6 件单品;

第三轮: 为确保能满足市场对各品类蔬菜商品需求, 将单品数量较少的品类予以保留, 从单品较多的品类中对收益较低的单品进行排除共 2 件单品。

由此将可售单品总数控制在 33 个。

损耗率为已给出的常量。通过 BP 神经网络进行拟合销售量与售价的关系。使用 3 年间每年 7 月份各品类销量和成本加成定价运用 BP 神经网络将两者的关系拟合得出。最后预测出 $V_{(predict)}$, 根据 h 的变化, 就能推知相应的 p_s , 再对 $p_{b(predict)}$ 进行预测, 即可知道其函数关系。

4.4.3. BP 拟合各品类销售总量与成本加成定价关系

各品类每日销售总量的定义 $V_{(i)}$ 如式 26 所示, 各品类平均每日成本加成定价 $\overline{p_{s(i)}}$ 的推导如式 27 所示, 其中 m 表示每个类别包含的单品总数。

$$V_{(i)} = \sum_{j=1}^m V_{i,j}, i \in [1, 6], j \in [1, m] \quad (26)$$

$$\overline{p_{s(i)}} = \frac{\sum_{j=1}^m \overline{p_{s(i,j)}}}{m}, i \in [1, 6], j \in [1, m] \quad (27)$$

对得出的六大类蔬菜三年每日的销售总量和单价使用 z-score 进行标准化, σ 为标准方差, μ 为均值(式 28、式 29)。

$$V'_{(i)} = \frac{V_{(i)} - \mu}{\sigma}, i \in [1, 6], j \in [1, m] \quad (28)$$

$$\overline{p'_{s(i)}} = \frac{\overline{p_{s(i)}} - \mu}{\sigma}, i \in [1, 6], j \in [1, m] \quad (29)$$

使用标准化后的数据分别绘制了销售总量与单价的频数图 7 并计算其标准差表 2。

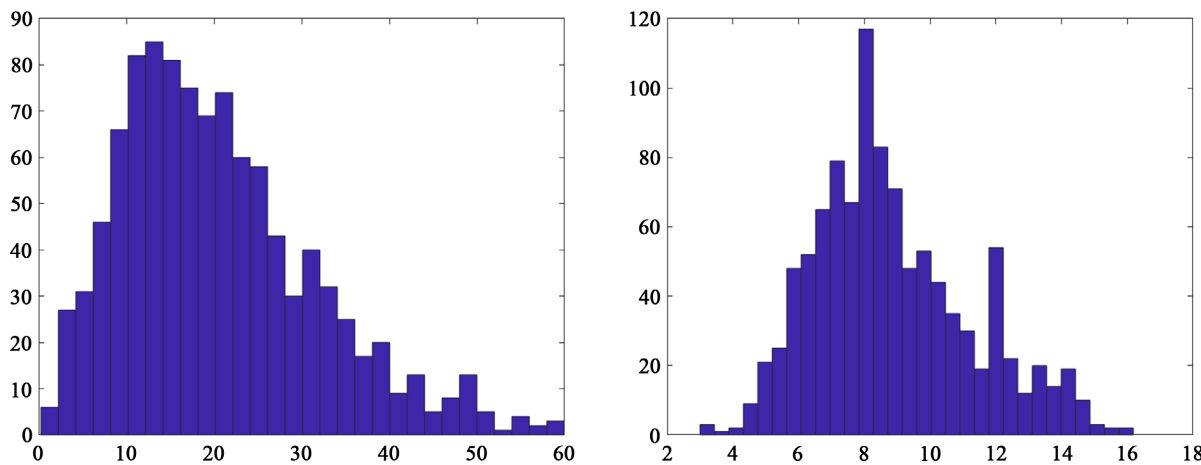


Figure 7. Heat map of total eggplant sales (left) and unit price frequency (right)

图 7. 茄类销售总量(左)与单价频数(右)热力图

数据详见表 2。

Table 2. Standard deviation of sales and selling prices of vegetables by category

表 2. 各类别蔬菜销量与售价的标准差

	花叶类	花菜类	水生根茎类	茄类	辣椒类	食用菌
销量标准差	86.19922981	22.67517727	31.35718972	13.15884013	53.43602903	48.48988831
售价标准差	1.518253918	2.47653047	3.771388059	2.485343606	4.445208621	2.648223757

对标准化后的数据使用 BP 神经网络(2021bMatlab 神经网络拟合工具包)对模型进行拟合, 拟合出六类蔬菜的销售总量与成本加成定价关系, 本文展示茄类的拟合图 8 及其得到的 MSE 表 3。

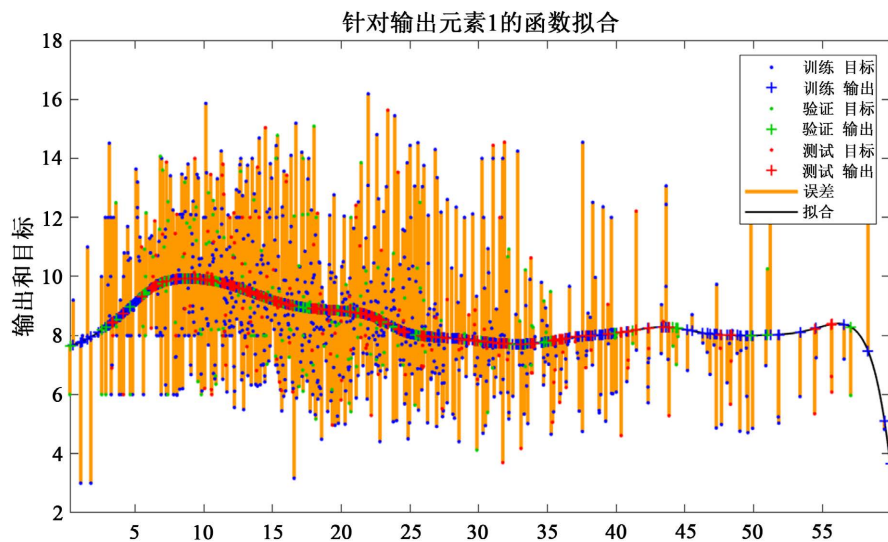


Figure 8. Total tomato sales versus cost-plus pricing

图 8. 茄类销售总量与成本加成定价关系图

数据详见表 3。

Table 3. MSE value of eggplant BP network
表 3. 茄类 BP 网络 MSE 值图

	观测值	MSE
训练	703	0.6760
验证	151	0.7192
测试	151	0.6155

4.4.4. 使用 LSTM 对蔬菜进价与销量进行预测

使用 LSTM 模型，用前一个月的数据进行预测，得到的 7 月 1 日各单品进价与销量的预测表 4，将预测数据精确到小数点后两位。

Table 4. Sales volume and wholesale prices on 1 July 2023
表 4. 2023 年 7 月 1 日销量及批发价格(截取前四条)

单品名称	销量	批发价格
白玉菇(袋)	46.98	2.89
菠菜	50.94	9.94
菜心	51.24	5.12
虫草花(份)	29.9	2.37

4.4.5. 使用粒子群得出 2023 年 7 月 1 日的日补货总量和定价策略

选用 500 个粒子，自我学习因子 0.5，群体学习因子 0.5，迭代 500 轮。把运动时间 t 置为 1 后，得到式 30。

$$Point_i^{step+1} = Point_i^{step} + v_i^{step} \quad (30)$$

使用模型迭代后得出适应度与迭代的变换曲线，各粒子群体最优值所代表的适应度在迭代过程中寻找到最优值。粒子群的群体最优值随迭代次数变化的收敛过程，如图 9 所示。

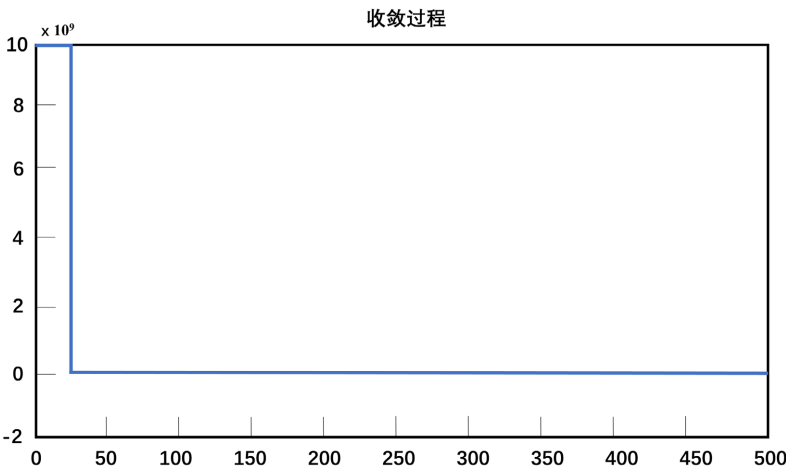


Figure 9. Convergence process
图 9. 收敛过程图

最终得到了最大商超收益 $profit$ 与对应的 $V_{(predict)} + h$ 。由于已拟合 $V_{(predict)} + h$ 与 p_s 的关系, $V_{(predict)}$ 已被预测出, h 为目标函数自变量。可由此得出定价 p_s , 详见数据表 5, 保留两位小数。

Table 5. Restocking and pricing of individual products on 1 July 2023

表 5. 2023 年 7 月 1 日各单品补货与定价(截取前四条)

单品名称	补货量	售价
白玉菇(袋)	8.96	12.85
菠菜	0.74	7.70
菜心	2.09	5.81
虫草花(份)	1.61	5.51

商超 2023 年 7 月 1 日的最大收益为 6988.69 元。

5. 结论

通过对蔬菜类易腐品的销售量分布规律以及定价策略的分析, 得出以下结论。

首先, 蔬菜各品种、单品销售量的分布规律呈现出季节性特征。除全年有售的菜品外, 多数菜品的大致分布规律呈现出季节性。例如, 春天时令作物的销售单价、批发价格对单品销量有较大的影响, 对利润率对销量有较小影响; 而夏天应季作物对单品销量有较大的影响, 对销售单价的影响最大。这种季节性分布规律对于商超的补货和定价策略以及选种具有重要指导意义。

因此, 针对实验中种类限制, 本文根据相关季节以及相关时间历史销售数据筛选出可售品种, 并删除了销售量少和重复的品种。然后, 使用前一个月的销售总量和批发价格的标准化数据作为数据集, 通过 LSTM 网络模型预测下一天的销售量和批发价格。同时, 构造了以日补货总量为自变量、收益为因变量的函数式, 目标是最大化收益。

其次, 通过分析历史销售数据, 采用 BP 神经网络拟合模型来描述总销量与成本加成定价之间的非线性关系。通过粒子群优化方法, 寻找出了最优的补货量和定价策略。

最后, 预测商超 2023 年 7 月 1 日的最大收益为 6988.69 元。已知三年商超的平均收益为 3670.79 元, 本文提出的单品补货量和定价策略使收益得到了 90.39% 的提升。

综上所述, 本文通过对易腐品的销售量分布规律、季节划分以及定价策略的分析, 得出了相关的规律和最优策略。这些结论对于商超制定合理的补货和定价决策具有重要的指导意义, 有助于提高商超的收益和运营效率。

参考文献

- [1] 杜贤威, 邱佳玲, 陈晓红. 两阶段定价下生鲜易腐品库存策略研究[J]. 中国储运, 2019(12): 115-116, 119.
- [2] 罗子灿, 凌珊妮. 国外易腐品库存模型及库存管理研究综述[J]. 物流科技, 2023, 46(7): 149-152.
- [3] 高浩然, 张玉林, 张顺顺. 考虑时效性和品质性满意度约束的易腐品冷链物流配送研究[J]. 2024, 39(4): 1342-1350.
- [4] 刘思宁, 高更君. 考虑顾客选择行为的生鲜品生产排程研究[J]. 计算机仿真, 2019, 36(4): 369-374, 417.
- [5] Dean, J. (1976) Pricing Policies for New Products (HBR Classic). *Harvard Business Review*, 28, 45-53.
- [6] Levitt, T. (1965) Exploit the Product Life Cycle. *Harvard Business Review*, 43, 81-94.
- [7] 朱传华, 骆建文. 需求率符合市场生命周期变化的易腐库存控制研究[C]. 中国优选法统筹法与经济数学研究会第七届全国会员代表大会暨第七届中国管理科学学术年会论文集, 2005, 316-318.

- [8] 赵忠, 王淑云, 李波. 时变需求下基于两级信用支付的易腐品订货模型[J]. 系统管理学报, 2016, 25(1): 83-89.
- [9] 彭扬, 陈金叶, 傅培华. 时变需求下基于部分预付策略的易腐品库存控制[J]. 系统工程, 2016, 34(3): 19-24.
- [10] 莫宁. 易腐品库存的订购与定价模型策略研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2021.
- [11] 曾敏刚, 李敏. 考虑产品新鲜度的双渠道零售商和线上零售商定价策略[J]. 工业工程, 2022, 25(2): 105-112, 120.
- [12] 李晋泽, 马继东. 物联网环境下基于新鲜度影响的混合补货策略[J]. 中国新技术新产品, 2023(19): 139-142.