

分数阶金融混沌系统的自适应模糊滑模同步

崔晓萌¹, 王丹²

¹河北民族师范学院数学与计算机科学学院, 河北 承德

²北京工商大学理学院, 北京

收稿日期: 2024年6月21日; 录用日期: 2024年7月15日; 发布日期: 2024年7月23日

摘要

金融混沌系统因其非线性特性和不可预测性给市场分析和风险管理带来了巨大挑战。针对这一问题, 提出了一种具有外界干扰以及未知参数的分数阶复金融混沌系统。首先分析分数阶复域金融混沌系统的基本特性。其次, 基于自适应滑模控制理论设计具有较强鲁棒性的控制器, 以使系统趋于稳定。为削弱抖动, 利用模糊控制策略对传统控制器进一步优化, 旨在实现对此类系统的高效同步控制, 进而为金融风险评估和管理提供一种新的思维方式。

关键词

分数阶, 混沌金融系统, 自适应模糊滑模控制, Lyapunov稳定性

Adaptive Fuzzy Sliding Mode Synchronization for Fractional-Order Financial Chaos Systems

Xiaomeng Cui¹, Dan Wang²

¹Department of Mathematics and Computer Science, Hebei Minzu Normal University, Chengde Hebei

²School of Science, Beijing Technology and Business University, Beijing

Received: Jun. 21st, 2024; accepted: Jul. 15th, 2024; published: Jul. 23rd, 2024

Abstract

Financial chaotic systems bring great challenges to market analysis and risk management because of its nonlinear characteristics and unpredictability. In order to solve this problem, a fractional complex financial chaos system with external interference and unknown parameters is proposed.

Firstly, the basic characteristics of the fractional complex financial chaotic system are analyzed. Secondly, based on the adaptive sliding mode control theory, a controller with strong robustness is designed to make the system stable. In order to reduce the jitter, the fuzzy control strategy is used to further optimize the traditional controller, aiming to achieve efficient synchronous control of such systems, and then provide a new way of thinking for financial risk assessment and management.

Keywords

Fractional Order, Chaotic Financial System, Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control, Lyapunov Stability

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

金融市场的复杂动态行为对经济稳定与发展具有深远影响。宋银芳首次建立了金融系统模型, 利用线性反馈控制策略使系统全局渐进稳定[1]。孙梅等提出了一种自适应控制策略[2], 实现了不同初始条件下金融系统的同步。段汉玉等人进一步提出了一类超混沌金融系统[3]。复混沌系统因状态变量具有虚部项, 相较于实混沌系统, 其动力学行为更复杂[4]-[10]。近年来, 复混沌系统特性以及相关的控制研究受到了广泛关注。例如, Wang 等人分析复 Lorenz 系统、复 Chen 系统动态特性[8] [9]。分数阶复 T 系统[10]、分数阶复 Duffing 系统[11]。分数阶复金融系统以及分数阶复 Lv 系统[12] [13]等也被相继提出。到目前为止, 研究学者们提出了许多有效的同步方法。例如: 滑模同步控制[13]、追踪控制[14]、 H_∞ 同步控制[15]、主动反馈控制[16]等。然而, 上述许多控制方法不能考虑外部环境和不确定因素的影响。滑模控制具有较强鲁棒性, 而且对参数变化不敏感。因此, 在分数阶非线性系统的应用中, 滑模控制具有更强的实际意义[17]。例如, 在[18]中研究了基于滑模的高频鲁棒控制方法和高增益鲁棒控制方法。在[19]中, 提出了两个新型分数阶混沌系的自适应滑模同步。在[20]中提出了一种新的单自适应滑模变结构控制器。以上都是在某些特殊条件下进行的, 很少考虑基于未知参数、非线性输入、不确定性和外部干扰的研究。然而, 在实践中, 这些因素通常必须考虑。鉴于传统同步方法在处理此类系统时存在的局限性, 如参数敏感性强、鲁棒性差等[21]。本文研究了具有未知参数的和外部干扰的分数阶复金融混沌系统的同步的问题。设计了一种新型的有较强鲁棒性的控制器。即通过设计一个自适应律来实时调整控制的参数, 以适应系统状态的变化。同时, 利用模糊逻辑控制器来优化滑模控制的切换函数, 减少抖动现象并提高同步精度[22]-[24]。模糊控制可以削弱系统中的抖振现象, 因此, 它易于应用。与传统的 SMC 方法相比, 该控制器更简单, 更适合实际应用, 并且具有更强的鲁棒性和更快的响应速度。

本文组织如下: 第二节为预备知识, 并引入分数阶复金融混沌系统。第三节, 基于自适应滑模控制与模糊控制策略的结合, 设计了一种用于同步分数阶复金融混沌系统的具有较强鲁棒性控制器。第四节, 进行数值模拟, 以验证所提出控制方案的有效性和可行性。结论在第五节中给出。

2. 问题描述

2.1. 预备知识

分数阶微分方程的定义有三种典型的方式, 分别为 R-L 定义, Caputo 定义, G-L 定义。其中, Caputo

定义在工程中应用较为广泛[2]。

定义 1 Caputo 分数阶微分定义:

$${}_a D_t^q f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{q+1-m}} & m-1 < q < m \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t) & q = m \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\begin{cases} {}_a D_t^q = \frac{d^q}{dt^q} & q > 0 \\ {}_a D_t^q = 1 & q = 0 \\ {}_a D_t^q = \int_a^t (d\tau)^{-q} & q < 0 \end{cases}$ 。

性质 1 分数阶微分满足:

$$D^q [\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha D^q f(t) + \beta D^q g(t) \quad (2)$$

$$D^q D^{-q} = D^0 f(t) = f(t) \quad (3)$$

引理 1 [4] 如果 $\exists V(t)$ 为正定且连续, 同时满足 $\dot{V}(t) = -pV^\eta(t)$, $\forall t \geq t_0$, 则 $\forall t$, $V(t)$ 满足以下不等式:

$$V^{1-\eta}(t) \leq V^{1-\eta}(t_0) - p(1-\eta)(t-t_0) \quad (4)$$

$$t_0 \leq t \leq T, \text{ 且 } V(t) \equiv 0, \quad t \geq T, \quad T = t_0 + \frac{V^{1-\eta}(t_0)}{p(1-\eta)}。$$

引理 2 [13] 詹森不等式:

$$\sum_{i=1}^n a_i^\tau \leq \sum_{i=1}^n (a_i^2)^{\frac{\tau}{2}} \leq \sum_{i=1}^n |a_i|^2 \quad (5)$$

其中 a_i 为实数, $0 < \tau < 2$ 。

2.2. 系统描述

文献[1][2]中详细分析了在整数阶和分数阶金融混沌过程中的动态特征。并在此基础上得到:

$$\begin{cases} D^{q_1} z_1(t) = z_2(t) z_3(t) - (a+1) z_1(t) \\ D^{q_2} z_2(t) = z_1(t) z_3(t) - (b+1) z_2(t) \\ D^{q_3} z_3(t) = (c-1) z_3(t) - \frac{1}{2} \overline{z_1(t)} z_2(t) + z_1(t) \overline{z_2(t)} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $z_1(t)$ 表示金融资产的价格, $z_2(t)$ 表示投资需求, $z_3(t)$ 表示价格指数, 且 $z_i(t) \in \mathbb{C}$, $i=1,2,3$ 。 $\overline{z_i(t)}$ 表示 $z_i(t)$ 的共轭。不妨, 选取 $z_1(t) = x_1(t) + ix_2(t)$, $z_2(t) = x_3(t) + ix_4(t)$, $z_3(t) = x_5(t)$, $z_i(t)$ 是系统的复变量, $x_i(t)$ 表示系统的实状态变量。其中参数 a 表示风险程度, b 表示单位投资成本, c 为调控强度, $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ 。

分离系统实部与虚部:

$$\begin{cases} D^{q_1} x_1(t) = x_3(t)x_5(t) - (a+1)x_1(t) \\ D^{q_1} x_2(t) = x_4(t)x_5(t) - (a+1)x_2(t) \\ D^{q_2} x_3(t) = x_1(t)x_5(t) - (b+1)x_3(t) \\ D^{q_2} x_4(t) = x_2(t)x_5(t) - (b+1)x_4(t) \\ D^{q_3} x_5(t) = (c-1)x_5(t) - (b+1)x_4(t) \end{cases} \quad (7)$$

我们定义系统为驱动系统。

响应系统:

$$\begin{cases} D_t^q y_1(t) = y_3(t)y_5(t) - (a+1)y_1(t) + \Delta f_1(y) + d_1(t) + u_1(t) \\ D_t^q y_2(t) = y_4(t)y_5(t) - (a+1)y_2(t) + \Delta f_2(y) + d_2(t) + u_2(t) \\ D_t^q y_3(t) = y_1(t)y_5(t) - (b+1)y_3(t) + \Delta f_3(y) + d_3(t) + u_3(t) \\ D_t^q y_4(t) = y_2(t)y_5(t) - (b+1)y_4(t) + \Delta f_4(y) + d_4(t) + u_4(t) \\ D_t^q y_5(t) = (c-1)y_5(t) - (b+1)y_4(t) + \Delta f_5(y) + d_5(t) + u_5(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\Delta f_i(y)$ 为不确定因素, $d_i(t)$ 为外界干扰, 我们用高斯基函数的形式表示, 即:

$$E_i(t) = 200 \exp\left(-\frac{(t-m_j)^2}{2n_j}\right), m_j = 5.0, n_j = 0.50.$$

给出误差系统定义: $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t), i = 1, 2, 3, 4, 5$ 。由(8)减(7)式得到, 即:

$$\begin{cases} D_t^q e_1 = y_3 y_5 - x_3 x_5 - (a+1)e_1 + \Delta f_1(y) + d_1(t) + u_1(t) \\ D_t^q e_2 = -(a+1)e_2 + y_4 y_5 - x_4 x_5 + \Delta f_2(y) + d_2(t) + u_2(t) \\ D_t^q e_3 = -(b+1)e_3 + y_1 y_5 - x_1 x_5 + \Delta f_3(y) + d_3(t) + u_3(t) \\ D_t^q e_4 = -(b+1)e_4 + y_2 y_5 - x_2 x_5 + \Delta f_4(y) + d_4(t) + u_4(t) \\ D_t^q e_5 = (c-1)e_5 - (b+1)e_4 + \Delta f_5(y) + d_5(t) + u_5(t) \end{cases} \quad (9)$$

当 $q = 0.96, a = 3, b = 0.1, c = 0.6$ 时呈现混沌状态。

其中, 假设 $|D_t^{1-q} \Delta f_i(y)| < \omega_i, |D_t^{1-q} \Delta d_i(t)| < \gamma_i (\omega_i, \gamma_i > 0)$, 假设未知。

3. 控制器的设计

根据滑模理论, 设计非奇异滑模面[14]:

$$s_i(t) = e_i(t) + \lambda_i D_t^{-1} (e_i(t))^r \operatorname{sgn}(e_i(t)) \quad (10)$$

定理 1 误差系统(9)在非奇异滑模面上, 在有限时间 t_δ 内达到平衡点。其中

$$t_\delta \leq \frac{\left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 e_i^2(0)\right)^{\frac{1-r}{2}}}{(1-r)\xi 2^{\frac{1-r}{2}}}, \xi = \min \lambda_i, i = 1, 2, 3.$$

证明: 由于 $s_i(t) = 0$, 所以 $\dot{s}_i(t) = 0$, 易得出 $D_t^q s_i(t) = 0$, 进而 $D_t^q e_i(t) = -\lambda_i D_t^{q-1} |e_i(t)|^r \operatorname{sgn}(e_i(t))$ 。

选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 e_i^2 \quad (11)$$

对 Lyapunov 函数求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^5 e_i D_t^{1-q} D_t^q e_i = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + e_5 \dot{e}_5 \\ &= -\sum_{i=1}^5 \lambda_i e_i D_t^{1-q} D_t^{q-1} |e_i|^r \operatorname{sgn}(e_i) = -\sum_{i=1}^5 \lambda_i |e_i|^{r+1} \\ &\leq -\xi \sum_{i=1}^5 |e_i|^{\frac{r+1}{2}} \leq -2^{\frac{1+r}{2}} \xi V^{\frac{1+r}{2}} \end{aligned}$$

根据(10)设计出相应达到条件的控制器:

$$\begin{cases} u_1 = (a+1)e_1 - y_3 y_5 + x_3 x_5 - \lambda_1 |e_1|^r \operatorname{sgn}(e_1) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_1 + \hat{\gamma}_1) \operatorname{sgn}(s_1) + k_1 \operatorname{sgn}(s_1)] \\ u_2 = (a+1)e_2 - y_4 y_5 + x_4 x_5 - \lambda_2 |e_2|^r \operatorname{sgn}(e_2) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_2 + \hat{\gamma}_2) \operatorname{sgn}(s_2) + k_2 \operatorname{sgn}(s_2)] \\ u_3 = (b+1)e_3 - y_1 y_5 + x_1 x_5 - \lambda_3 |e_3|^r \operatorname{sgn}(e_3) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_3 + \hat{\gamma}_3) \operatorname{sgn}(s_3) + k_3 \operatorname{sgn}(s_3)] \\ u_4 = (b+1)e_4 - y_2 y_5 + x_2 x_5 - \lambda_4 |e_4|^r \operatorname{sgn}(e_4) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_4 + \hat{\gamma}_4) \operatorname{sgn}(s_4) + k_4 \operatorname{sgn}(s_4)] \\ u_5 = -(c-1)e_5 + (b+1)e_4 - \lambda_5 |e_5|^r \operatorname{sgn}(e_5) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_5 + \hat{\gamma}_5) \operatorname{sgn}(s_5) + k_5 \operatorname{sgn}(s_5)] \end{cases} \quad (12)$$

令 $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t), u_5(t))$; 其中, $K_i(t)$ 为切换增益, $K_i(t) = \max |E_i(t)| + \eta$ 。 $\hat{\omega}_i, \hat{\gamma}_i$ 为自适应率, 且满足:

$$\hat{\omega}_i = s_i \operatorname{sgn}(s_i), \hat{\omega}_i(0) = \omega_{i0}, \hat{\gamma}_i(0) = \gamma_{i0}, \hat{\gamma}_i = |s_i|, \eta = 1.0 \quad (13)$$

因此, 误差系统(9)在上述自适应终端滑模控制器 $u_i(t)$ 下, 达到滑模面。

证明: 选取 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 [(\hat{\omega}_i - \omega_i)^2 + (\hat{\gamma}_i - \gamma_i)^2] \quad (14)$$

求导

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^5 s_i \left[D_t^{1-q} \left(D_t^q e_i + \lambda_i |e_i|^r \operatorname{sgn}(e_i) \right) \right] + \sum_{i=1}^5 [(\hat{\omega}_i - \omega_i) |s_i| + (\hat{\gamma}_i - \gamma_i) |s_i|] \\ \dot{V}(t) &= s_1 D_t^{1-q} \left[y_3 y_5 - x_3 x_5 - (a+1)e_1 + \Delta f_1(y) + d_1(t) + u_1(t) + \lambda_1 |e_1|^r \operatorname{sgn}(e_1) \right] \\ &\quad + s_2 D_t^{1-q} \left[-(a+1)e_2 + y_4 y_5 - x_4 x_5 + \Delta f_2(y) + d_2(t) + u_2(t) + \lambda_2 |e_2|^r \operatorname{sgn}(e_2) \right] \\ &\quad + s_3 D_t^{1-q} \left[-(b+1)e_3 + y_1 y_5 - x_1 x_5 + \Delta f_3(y) + d_3(t) + u_3(t) + \lambda_3 |e_3|^r \operatorname{sgn}(e_3) \right] \\ &\quad + s_4 D_t^{1-q} \left[-(b+1)e_4 + y_2 y_5 - x_2 x_5 + \Delta f_4(y) + d_4(t) + u_4(t) + \lambda_4 |e_4|^r \operatorname{sgn}(e_4) \right] \\ &\quad + s_5 D_t^{1-q} \left[(c-1)e_5 - (b+1)e_4 + \Delta f_5(y) + d_5(t) + u_5(t) + \lambda_5 |e_5|^r \operatorname{sgn}(e_5) \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^5 [(\hat{\omega}_i - \omega_i) |s_i| + (\hat{\gamma}_i - \gamma_i) |s_i|] \\ &< [(\omega_1 + \gamma_1) |s_1| - |s_1| (\hat{\omega}_1 + \hat{\gamma}_1 + k_1)] + [(\omega_2 + \gamma_2) |s_2| - |s_2| (\hat{\omega}_2 + \hat{\gamma}_2 + k_2)] \\ &\quad + [(\omega_3 + \gamma_3) |s_3| - |s_3| (\hat{\omega}_3 + \hat{\gamma}_3 + k_3)] + [(\omega_4 + \gamma_4) |s_4| - |s_4| (\hat{\omega}_4 + \hat{\gamma}_4 + k_4)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ [(\omega_5 + \gamma_5)|s_5| - |\dot{s}_5|(\hat{\omega}_5 + \hat{\gamma}_5 + k_5)] + [(\hat{\omega}_1 - \omega_1)|s_1| + (\hat{\gamma}_1 - \gamma_1)|s_1|] \\
 &+ [(\hat{\omega}_2 - \omega_2)|s_2| + (\hat{\gamma}_2 - \gamma_2)|s_2|] + [(\hat{\omega}_3 - \omega_3)|s_3| + (\hat{\gamma}_3 - \gamma_3)|s_3|] \\
 &+ [(\hat{\omega}_4 - \omega_4)|s_4| + (\hat{\gamma}_4 - \gamma_4)|s_4|] + [(\hat{\omega}_5 - \omega_5)|s_5| + (\hat{\gamma}_5 - \gamma_5)|s_5|] \\
 &= -\sum_{i=1}^5 k_i(t)|s_i(t)| < -\sum_{i=1}^5 \eta_i(t)|s_i(t)|
 \end{aligned}$$

可知 Lyapunov 函数全局渐近稳定。

其中, 增益 $K_i(t)$ 的值用于补偿不确定项 $d_i(t)$, 来保证控制系统满足达到条件($s\dot{s} < 0$)。但切换增益 $K_i(t)$ 以及 sgn 函数造成了抖振现象。为了使驱动系统和响应系统更平稳地同步, 将自适应终端滑模控制与模糊控制规则结合。

(1) 模糊化:

根据专家长期积累的操作经验, 进行模糊控制策略设计[23]。规定 $s\dot{s}$ 为 Input, $K_i(t)$ 为 Output。

如果 $s\dot{s} < 0$, 那么 $K_i(t)$ 应减小

如果 $s\dot{s} > 0$, 那么 $K_i(t)$ 应增大

(15)

根据式(15)设计 $s\dot{s}$ 与 $K_i(t)$ 之间的模糊系统, 利用七级模糊集, 其定义分别如下[25]:

$$s\dot{s} = \{NB \quad NM \quad NS \quad ZO \quad PS \quad PM \quad PB\}$$

$$\Delta k_i(t) = \{NB \quad NM \quad NS \quad ZO \quad PS \quad PM \quad PB\}.$$

NB 为负大, NM 为负中, NS 为负小, ZO 为零, PS 为正小, PM 为正中, PB 为正大。

模糊系统的隶属函数图如下图 1:

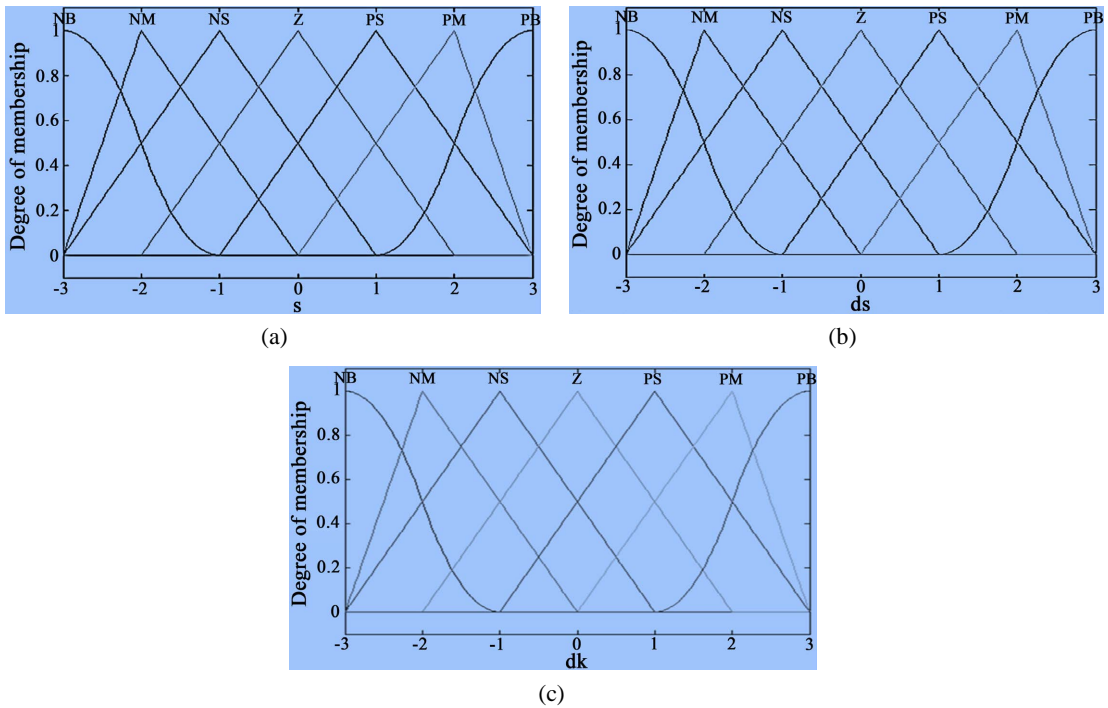


Figure 1. (a) Membership function diagram of the fuzzy input s ; (b) Membership function diagram of the fuzzy input ds ; (c) Membership function diagram of the fuzzy input dk

图 1. (a) 模糊输入 s 隶属函数图; (b) 模糊输入 ds 隶属函数图; (c) 模糊输出 dk 隶属函数图

(2) 模糊规则建立:

R₁: If $s\dot{s}$ is PB Then $\Delta k_i(t)$ is PB.

R₂: If $s\dot{s}$ is PM Then $\Delta k_i(t)$ is PM.

R₃: If $s\dot{s}$ is PS Then $\Delta k_i(t)$ is PS.

R₄: If $s\dot{s}$ is ZO Then $\Delta k_i(t)$ is ZO.

R₅: If $s\dot{s}$ is NS Then $\Delta k_i(t)$ is NS.

R₆: If $s\dot{s}$ is NM Then $\Delta k_i(t)$ is NM.

R₇: If $s\dot{s}$ is NB Then $\Delta k_i(t)$ is NB.

利用积分法对估计切换增益值 $\hat{k}_i(t)$ 进行上界估计, 即: $\hat{k}_i(t) = G \int_0^t \Delta k_i(t) dt$ 。其中, G 为比例系数。

所以得出模糊化之后的自适应终端滑模控制器:

$$\begin{cases} u_1 = (a+1)e_1 - y_3y_5 + x_3x_5 - \lambda_1 |e_1|^r \operatorname{sgn}(e_1) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_1 + \hat{\gamma}_1) \operatorname{sgn}(s_1) + \hat{k}_1 \operatorname{sgn}(s_1)] \\ u_2 = (a+1)e_2 - y_4y_5 + x_4x_5 - \lambda_2 |e_2|^r \operatorname{sgn}(e_2) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_2 + \hat{\gamma}_2) \operatorname{sgn}(s_2) + \hat{k}_2 \operatorname{sgn}(s_2)] \\ u_3 = (b+1)e_3 - y_1y_5 + x_1x_5 - \lambda_3 |e_3|^r \operatorname{sgn}(e_3) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_3 + \hat{\gamma}_3) \operatorname{sgn}(s_3) + \hat{k}_3 \operatorname{sgn}(s_3)] \\ u_4 = (b+1)e_4 - y_2y_5 + x_2x_5 - \lambda_4 |e_4|^r \operatorname{sgn}(e_4) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_4 + \hat{\gamma}_4) \operatorname{sgn}(s_4) + \hat{k}_4 \operatorname{sgn}(s_4)] \\ u_5 = -(c-1)e_5 + (b+1)e_4 - \lambda_5 |e_5|^r \operatorname{sgn}(e_5) - D_t^{q-1} [(\hat{\omega}_5 + \hat{\gamma}_5) \operatorname{sgn}(s_5) + \hat{k}_5 \operatorname{sgn}(s_5)] \end{cases} \quad (16)$$

4. 数值仿真

为了说明文中所给方法有效性, 通过 Matlab 程序以及 Simulink 工具箱对方法进行检验[26] [27]。

系统参数 $(a, b, c) = (0.9 \ 0.2 \ 1.2)$; $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5) = (2 \ 3 \ 5 \ 1 \ 2)$; 系统初始值为

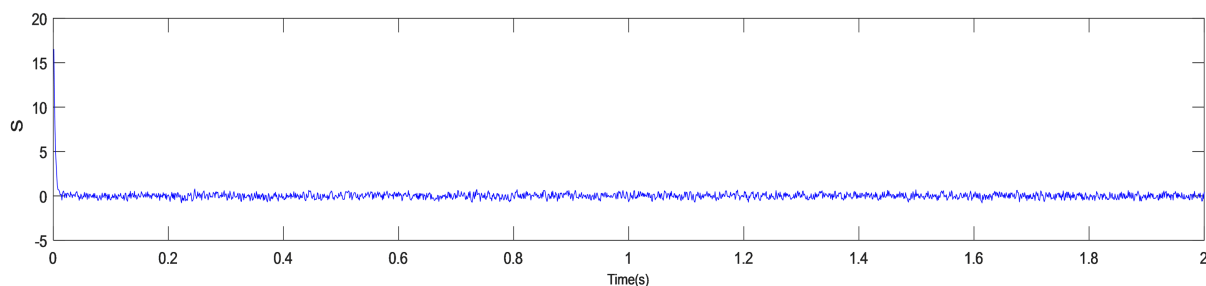
$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 1, x_3(0) = 3; x_4(0) = 1; x_5(0) = 3;$$

$$y_1(0) = 1, y_2(0) = 2, y_3(0) = 2; y_4(0) = 1; y_5(0) = 3;$$

自适应率 $(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \hat{\omega}_3, \hat{\omega}_4, \hat{\omega}_5) = (0.2 \ 0.1 \ 0.5 \ 1 \ 1)$; 外部扰动为

$$\Delta f(y) = [0.02 \sin(\pi y) \ 0.02 \sin(2\pi y) \ 0.02 \sin(3\pi y) \ 0.02 \sin(4\pi y) \ 0.02 \sin(5\pi y)]^T$$

在没有加入模糊规则下的控制器见图 2; 可以看到利用自适应终端滑模控制器, 驱动系统与响应系统可以在一段时间之后逐步达到同步状态, 进而误差系统达到稳定。但是无法规避地受到切换增益导致的抖振。通过加入模糊规则, 利用(16)式模糊控制器, 得到改进控制器以及切换增益函数时间历程图, 见图 3 驱动系统与响应系统的演化图, 见图 4~8; 可以看出通过采用模糊逻辑控制, 减小抖振, 在带有外部干扰和系统不确定性约束的情况下, 模糊滑模控制保证误差系统快速稳定, 实现驱动系统与响应系统的同步。



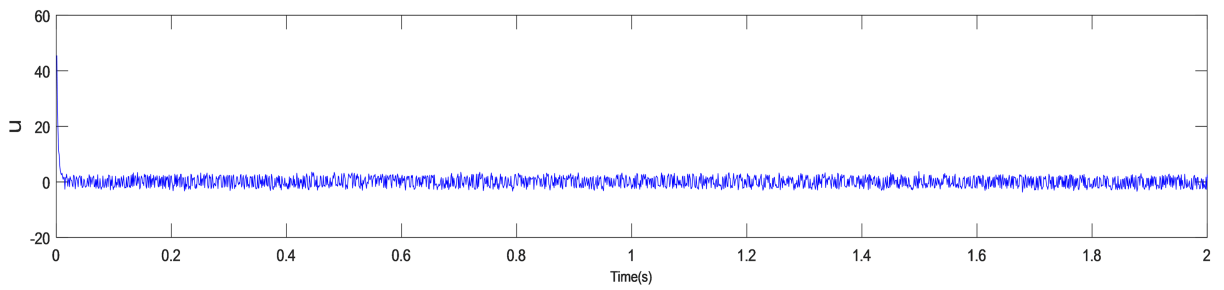


Figure 2. Time history diagram of traditional controller and switching gain function
图 2. 传统控制器及切换增益函数时间历程图

根据仿真结果, 传统控制器因切换增益项而存在抖振, 从而使系统的同步效果差强人意。

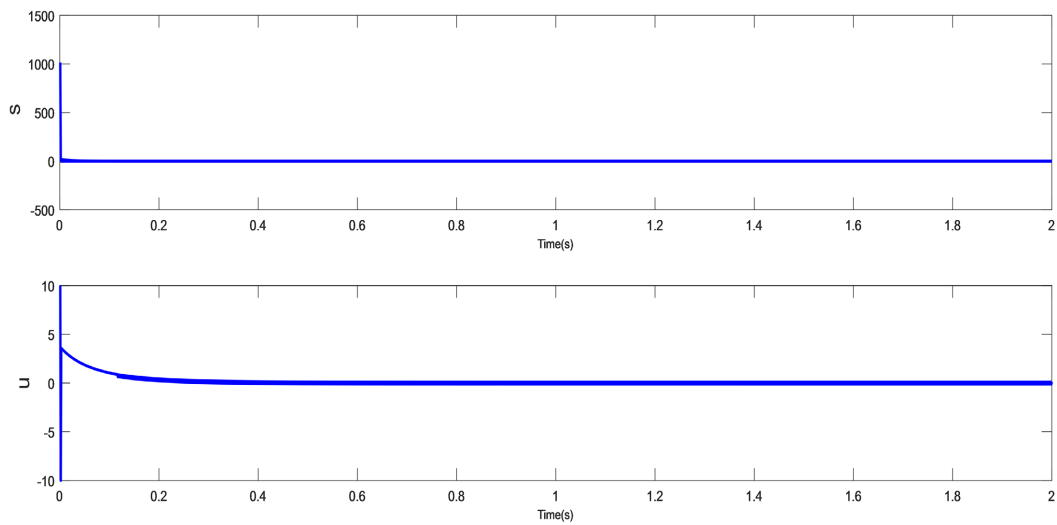


Figure 3. Time history diagram of improved controller and switching gain function
图 3. 改进控制器及切换增益函数时间历程图

根据仿真结果, 通过引入模糊控制策略改进传统控制器, 增强系统在有外界干扰和不确定项下的适应性。

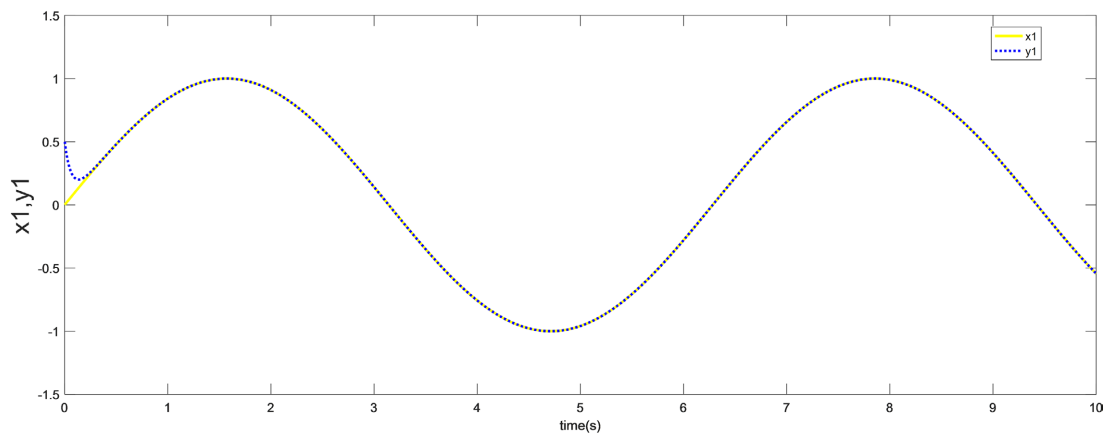


Figure 4. The synchronous time history diagram of state variables x_1, y_1
图 4. 状态变量 x_1, y_1 同步时间历程图

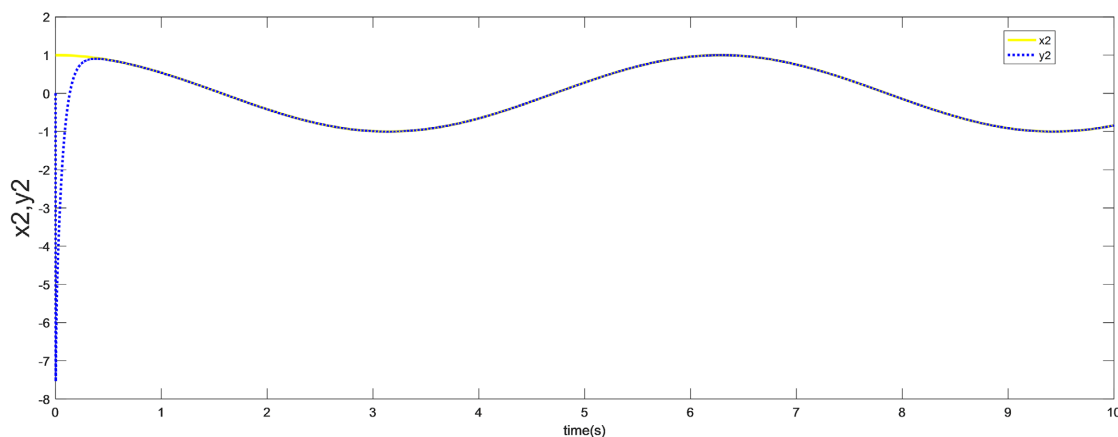


Figure 5. The synchronous time history diagram of state variables x_2, y_2

图 5. 状态变量 x_2, y_2 同步时间历程图

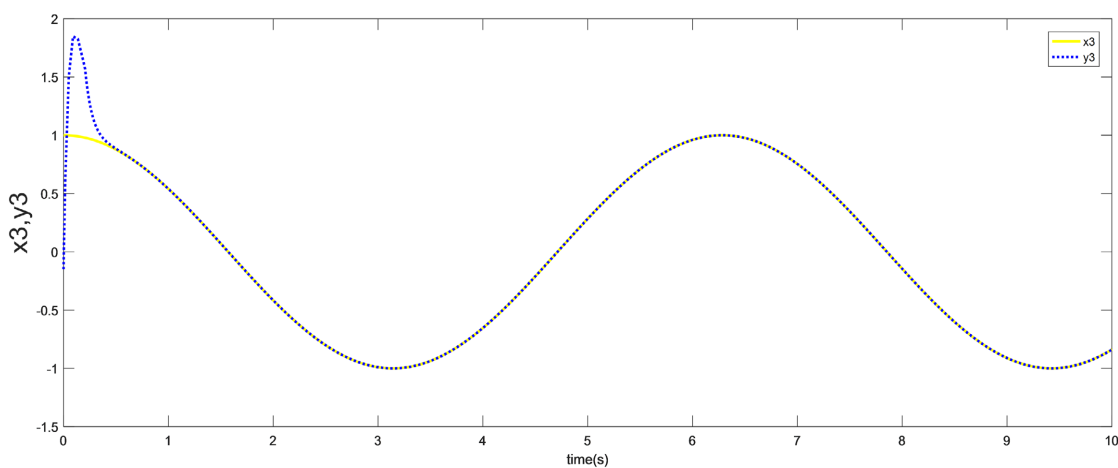


Figure 6. The synchronous time history diagram of state variables x_3, y_3

图 6. 状态变量 x_3, y_3 同步时间历程图

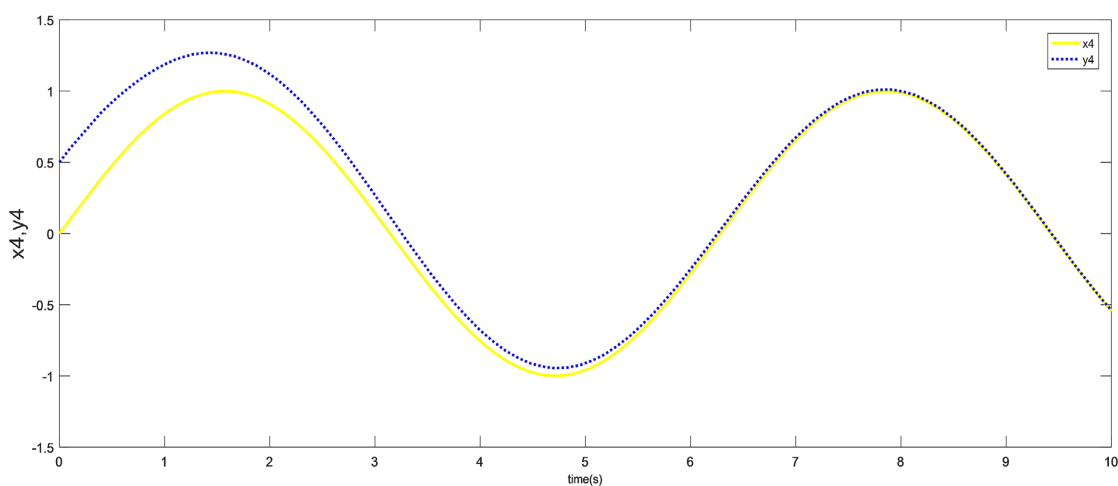


Figure 7. The synchronous time history diagram of state variables x_4, y_4

图 7. 状态变量 x_4, y_4 同步时间历程图

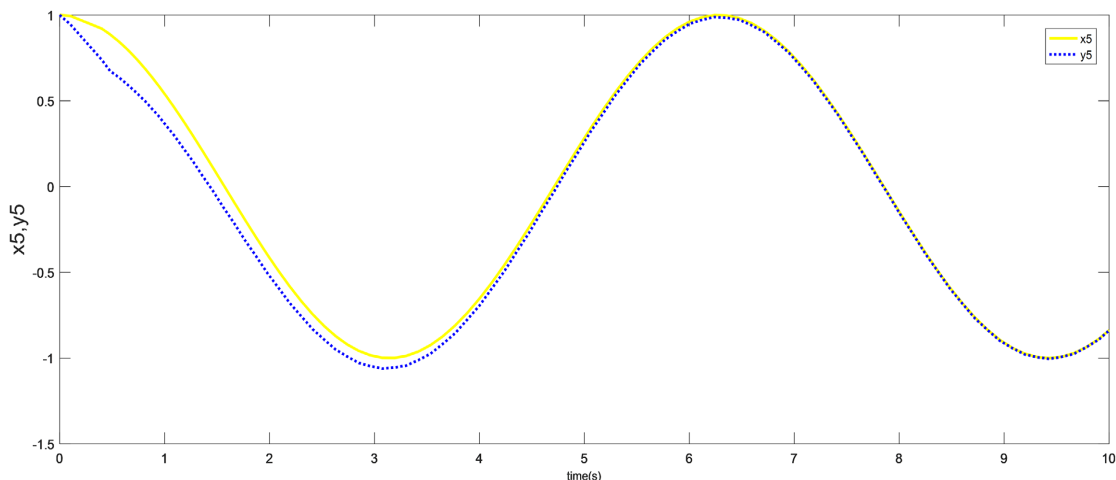


Figure 8. The synchronous time history diagram of state variables x_5, y_5

图 8. 状态变量 x_5, y_5 同步时间历程图

结果表明, 驱动系统与响应系统从任意初始条件出发, 在控制器的作用下达到逐步渐进稳定状态, 进而实现同步。

5. 结论

针对分数阶复数域金融混沌系统, 在考虑外部扰动以及不确定性因素二者同时存在的情况下, 将自适应滑模控制机制与模糊逻辑相结合, 设计出具有较强鲁棒性性能的控制器的, 从而实现分数阶复金融混沌系统的有效同步。通过研究发现, 与传统的滑模控制系统相比, 自适应模糊滑模控制系统能够有效削弱抖振, 使驱动系统与响应系统在有限时间内达到同步状态。为投资者和决策者提供更为可靠的信息, 从而在不稳定的市场中做出更加灵活的决策。但是, 引入的模糊策略主要依据专家经验。因此, 创建适合一般规律的自适应模糊滑模理论值得进一步研究。

基金项目

河北省科学研究项目(ZC2023095)、承德市应用技术与开发项目(202205B031)、承德市科技成果转化项目(202205B089)。

参考文献

- [1] 宋银芳. 一类混沌金融系统的反馈控制[J]. 重庆邮电学院学报(自然科学版), 2006(6): 796-799.
- [2] 孙梅, 田立新. 一类混沌金融系统的自适应同步[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2005(6): 488-491.
- [3] 段汉玉, 贾诺, 王涛. 带有不确定参数的一类混沌金融系统的广义投影同步[J]. 数学的实践与认识, 2017, 47(1): 161-167.
- [4] 张哲. 分数阶复杂系统的稳定性分析与控制[D]: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2021.
- [5] 方洁, 姜明浩, 李宗翰, 等. 新超混沌及其复混沌系统设计与电路实现[J]. 大连工业大学学报, 2021, 40(1): 57-66.
- [6] 徐品. 复动力系统的混沌控制与同步及其在通信中的应用[J]. 中阿科技论坛(中英阿文), 2020(6): 156-157.
- [7] 王越, 安新磊, 施倩倩, 等. 基于一个复混沌系统的图像加密算法[J/OL]. 复杂系统与复杂性科学, 1-9. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/37.1402.N.20230914.1039.002.html>, 2024-04-19.
- [8] 张晓青, 杜泽英. 分数阶复变量混沌系统的复投影同步[J]. 太原师范学院学报(自然科学版), 2022, 21(1): 65-69.
- [9] Ren, L., Li, S., Banerjee, S. and Mou, J. (2023) A New Fractional-Order Complex Chaotic System with Extreme Mul-

- tistability and Its Implementation. *Physica Scripta*, **98**, Article 055201. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/acc6a3>
- [10] Gao, X. (2023) Hamilton Energy of a Complex Chaotic System and Offset Boosting. *Physica Scripta*, **99**, Article 015244. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ad1739>
- [11] Pham, V., Ouannas, A., Volos, C. and Kapitaniak, T. (2018) A Simple Fractional-Order Chaotic System without Equilibrium and Its Synchronization. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, **86**, 69-76. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2018.01.023>
- [12] 高忠社. 一类分数阶非线性金融系统的复杂度仿真研究[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 2022, 46(2): 147-153.
- [13] 孟晓玲, 毛北行, 王东晓, 等. 不确定分数阶金融超混沌系统的自适应滑模同步[J]. 扬州大学学报(自然科学版), 2021, 24(5): 23-26, 35.
- [14] Sun, G. and Ma, Z. (2017) Practical Tracking Control of Linear Motor with Adaptive Fractional Order Terminal Sliding Mode Control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **22**, 2643-2653. <https://doi.org/10.1109/tmech.2017.2766279>
- [15] 毛北行, 王建军, 王东晓. 房地产风险投资复杂网络混沌系统的 H^∞ 同步控制[J]. 郑州轻工业学院学报(自然科学版), 2015, 30(2): 99-101.
- [16] 李博, 刘国欣, 张霞. 具有分数阶非线性金融风险系统模型的动力学行为控制[J]. 安徽大学学报(自然科学版), 2022, 46(6): 27-34.
- [17] 赵玥, 徐玉华, 谢承蓉. 一个新金融 Duffing-Holms 模型的动力学分析与控制[J]. 工程数学学报, 2022, 39(5): 835-844.
- [18] 付景超, 韩泽昱. 基于滑模的三维 Coulet 系统鲁棒控制[J]. 吉林大学学报(理学版), 2023, 61(4): 943-949.
- [19] Liu, S., Zhang, R., Wang, Q. and He, X. (2020) Sliding Mode Synchronization between Uncertain Watts-Strogatz Small-World Spatiotemporal Networks. *Applied Mathematics and Mechanics*, **41**, 1833-1846. <https://doi.org/10.1007/s10483-020-2686-6>
- [20] Johansyah, M.D., Sambas, A., Qureshi, S., Zheng, S., Abed-Elhameed, T.M., Vaidyanathan, S., et al. (2024) Investigation of the Hyperchaos and Control in the Fractional Order Financial System with Profit Margin. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*, **9**, Article 100612. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2023.100612>
- [21] Tusset, A.M., Fuziki, M.E.K., Balthazar, J.M., Andrade, D.I. and Lenzi, G.G. (2023) Dynamic Analysis and Control of a Financial System with Chaotic Behavior Including Fractional Order. *Fractal and Fractional*, **7**, Article 535. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7070535>
- [22] 于琪, 张静. 参数在线调整的模糊自适应 PID 控制研究[J]. 工业控制计算机, 2024, 37(3): 119-121, 124.
- [23] Li, M., Li, X., Zhang, Y., Dong, J., Han, Z. and Zhou, B. (2024) Variable Pressure Differential Fuzzy Control Method for the Multi-Split Backplane Cooling System in Data Center. *International Journal of Refrigeration*, **161**, 176-187. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2024.03.007>
- [24] Lai, G., Zou, S., Xiao, H., Wang, L., Liu, Z. and Chen, K. (2024) Fixed-Time Adaptive Fuzzy Control with Prescribed Tracking Performances for Flexible-Joint Manipulators. *Journal of the Franklin Institute*, **361**, Article 106809. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2024.106809>
- [25] Berir, M., Saadeh, R., Abdoon, A.M., et al. (2024) A Fractional Study for Solving the SIR Model and Chaotic System. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, **54**, 79-91.
- [26] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010: 22-177.
- [27] 王立新. 模糊系统与模糊控制教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 1.