

基于价值损耗的易腐类应急物资轮换研究

赵玉同*, 倪 静#

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年8月20日; 录用日期: 2024年9月16日; 发布日期: 2024年9月23日

摘 要

为了减少易腐产品在应急物资储备过程中面临的价值损耗和过期风险, 研究了不确定性需求背景下易腐类应急物资的最优轮换问题。以应急物资的轮换时间节点作为决策变量, 考虑到易腐产品的价值会随时间递减这一特性, 分别建立了以政府期望总成本减少和企业期望收益增加最大化为目标的随机非线性规划模型。主要分析了轮换时间节点比例、物资的易腐性等相关参数对轮换效益的影响。通过数值分析, 发现存在一个使轮换效益最大化的最优轮换时间节点。此外, 还发现产品易腐性越低, 轮换带来的效益越高。

关键词

易腐产品, 价值损耗, 不确定性需求, 最优轮换时间节点

Research on the Rotation of Perishable Emergency Supplies Based on Value Loss

Yutong Zhao*, Jing Ni#

Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Aug. 20th, 2024; accepted: Sep. 16th, 2024; published: Sep. 23rd, 2024

Abstract

To reduce the value loss and expiration risk of perishable products during the storage of emergency supplies, the optimal rotation problem of perishable emergency supplies under uncertain demand conditions was investigated. Using the rotation time nodes of emergency supplies as decision variables and considering the characteristic that the value of perishable products decreases over time, stochastic nonlinear programming models were established with the objectives of minimizing the

*第一作者。

#通讯作者。

expected total cost for the government and maximizing the expected profit for enterprises. The effects of rotation time node ratios, perishability of supplies, and other relevant parameters on rotation efficiency were mainly analyzed. Numerical analysis revealed the existence of an optimal rotation time node that maximizes rotation efficiency. Additionally, it was found that the lower the perishability of the product, the greater the benefits brought by considering rotation.

Keywords

Perishable Products, Value Loss, Uncertain Demand, Optimal Rotation Time

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在面对自然灾害、公共卫生事件等突发情况时, 应急物资的储备显得尤为重要。早在 2008 年, 联合国粮食及农业组织就发布了《应对粮食危机准则》: “建立粮食安全战略储备”, 鼓励各国政府和相关利益攸关方合作储备物资。我国《突发事件应对法》中也鼓励政府与企业合作进行物资储备, 其中, 由政企双方签订合作契约, 双方各自储备协议数量的物资的储备模式已被广泛应用[1]-[4]。

而政企联合储备有以下几种方式: 事前补贴、事后惩罚或奖励、数量柔性契约和期权契约。其中 EGAN MJ [5] 针对美国公共部门和私营企业的合作, 提出了事前补贴的方式来提高合作的可靠性, 之后 COSKUN A 等[6]通过事前补贴来提高机构间的合作效益; 高晓宁等人[7]则采用供应链契约激励的理论来建立了政企之间的利益博弈模型, 并在 2019 年[8]提出了针对委托代储企业的激励机制, 建立了相应的激励契约模型; TSAY A A [9]则首次提出由供应商根据预测客户需求来进行生产的数量柔性契约, 刘浪等人[10]则将数量柔性契约应用在了双边信息不对称参与者风险厌恶的储备模型中。上述事前补贴和事后惩罚或奖励是由政府委托企业代储应急物资, 数量柔性契约下往往由供应商负责物资储备, 都需要政府在储备期初决策, 会给政府带来很大的缺货或浪费风险。而文献[11][12]提出的期权契约则是由政府和企业签订期权合同, 由政府储备一部分实物物资, 企业储备一部分期权物资, 使采购方能够灵活地决定采购量的大小, 使得采购储备过程更具灵活性, 并证明了该储备方式可以有效缓解储备风险, 对对应应急物资需求量和需求时间的不确定性问题有很好的作用。本文以此为基础, 采用由政企各自储备部分应急物资的方式, 对易腐物资储备期内的库存管理问题展开了研究。

针对易腐物资的库存管理问题, 研究主要集中在缓解过期浪费方面。相关文献有两种方式来缓解物资的过期浪费, 第一种是通过积压需求以避免因变质而导致的成本, 这种库存模型大多数都是在库存跟随短缺(IFS)策略下建立的。文献[13][14]通过产品的短缺量来决定下一轮储备, 提出延迟交货, 这种方式可以有效减少产品因在储备库过期而造成的浪费。然而, 这并不适用于政府作为救灾的主体、政企联合储备物资来应对不确定灾害的情况。第二种缓解物资过期的方式是轮换。在储备库内物资低于某个阈值时进行补充政策。Meng Q C 等[15]则提出两种替换策略, 考虑事故发生时间及需求的不确定性, 以最小化成本为目标建立模型, 证明了带替换策略的模型的优越性, 这种轮换模型更适合来应对不确定性灾害的发生。而在考虑轮换时, 往往有定期审查和持续审查两种方式。在定期审查方面, 早期有学者提出了一种库存模型, 该模型以相等的时间间隔进行审查, 工厂将其库存补充到确定的目标水平。在此基础上, 有学者[16]-[18]通过调整订单规模, 以考虑到易腐性的影响; 在持续审查方面, Tekin 等人[19]开发了一

个模型, 该模型考虑了库存水平、物品的保质期和修改的批量(Q, r, T)政策。当库存水平低于指定数量或时间已过时, 会下订单 Q 。然而上述模型虽然可以有效缓解易腐产品的过期问题, 但对轮换的时间节点都是通过观察和经验而设定, 这可能会使得最终的成本减少量并不是最优的。

同时, 对易腐物资的研究需要考虑到其价值损耗问题。2001 年, Goyal and Giri [20]首次提出用指数时间衰减率来描述产品数量或质量的下降。在这种情况下, 大量文献对物资价值损耗进行研究, 并将价值损耗分别刻画为时间的线性增长函数, 双参数威布尔分布, 三参数威布尔分布和其他函数, 其中, 双参数威布尔分布由于能更好地刻画不同类型应急物资的价值损耗, 已被广泛应用到物品的变质研究中 [21]-[23]。王珂等[24]基于上述双参数 Weibull 分布将应急物资的价值损耗分为三类, 林勇等[25]以此为基础提出应急物资价值与储备时间函数关系式。然而, 目前很少有文献把对易腐产品价值损耗的研究应用在产品的轮换过程中。

本文采用由政企各自储备部分应急物资的方式, 通过考虑易腐物资的价值损耗, 用轮换来缓解易腐物资的过期问题, 进而最大化降低政府和企业的储备成本。本文的研究建立在政企合作、但分开储备易腐应急物资的储备模式基础之上, 更注重的是对轮换部分的考虑, 以期可以广泛应用在相关储备模型中。

2. 问题描述和相关假设

2.1. 问题描述

本文将政府的应急物资采购过程抽象为一个供应商和一个政府的应急物资采购供应链。政府与企业签订接近于物资保质期长的期权协议, 共同储备应急物资。且在储备期内, 政府仍能以合同契约价格向企业购入具有完整保质期的物资, 对储备库物资进行轮换更新。储备决策如图 1 所示:

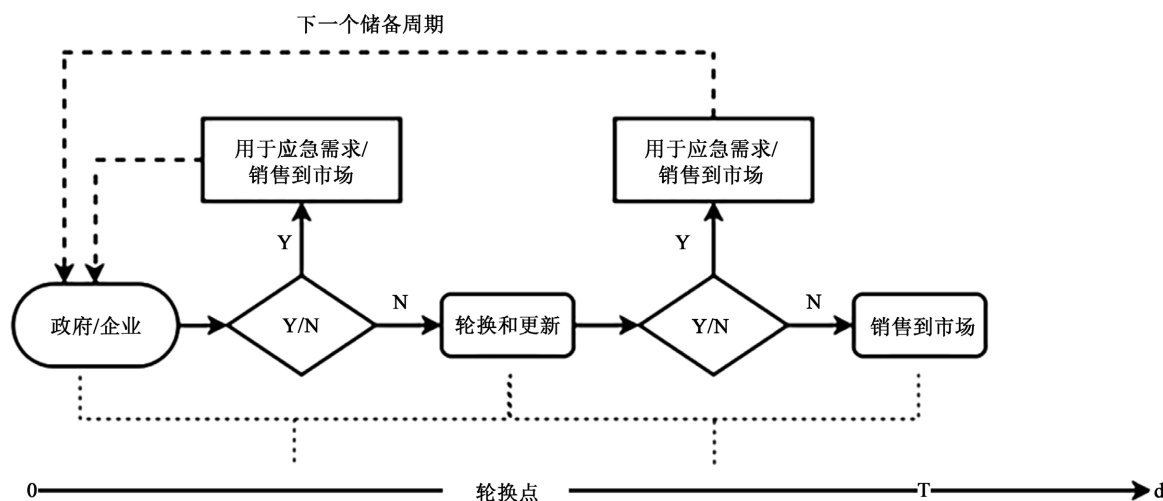


Figure 1. Government and enterprise rotation decision flowchart

图 1. 政企轮换决策流程图

在储备期初, 采购方为有效应对突发事件, 向供应商采购 Q 单位应急物资储备在应急储备库中。同时双方签订合作协议, 约定供应商为政府储备 q 单位的期权物资。在合同期内, 政府可以仍以采购价向企业采购轮换所需的物资。储备期内, 为了保证物资的常储常新, 本文某时刻对物资进行轮换更新, 该时刻记为轮换点。若轮换点前发生灾害, 则按照先政府实物后期权实物的顺序进行物资的使用, 政企无需参与轮换; 若轮换点后发生灾害, 则双方需在到达轮换点时各自对物资进行轮换。由此来缓解双方的保质期风险并增加轮换收益。

2.2. 相关符号和假设

Q ——政府储备库内应急物资储备量;

q ——企业协议应急物资储备量;

x ——应急物资的随机需求, $F(x)$ 为需求 x 的概率分布函数, $f(x)$ 为需求 x 的概率密度函数, 最大值为 U , 均值为 μ , x 服从均匀分布;

t ——灾害发生随机时间, $G(t)$ 为需求 t 的概率分布函数, $g(t)$ 为 t 的概率密度函数, 最大值为 d ;

c ——企业单位物资生产成本;

v ——单位应急物资保质期期末残值;

ω ——单位物资协议采购价格;

P_e ——物资初始价值;

P_t ——储备期间应急物资的实际价值;

T ——应急物资保质期(政府与企业的协议期限);

α ——轮换时间节点比例;

其中, $v < \alpha$, $v < P_t < P_e$ 。

假设一: 假设所有采购开始时, 购买的物资都具有完整的生命周期。

假设二: 假设每次轮换时购入的易逝性应急物资均为全新物资, 在保质期内, 物资的市场价值随储备时间递减, 但使用价值不变; 过了保质期物资的市场价值和使用价值用残值 v 表示。

假设三: 本文构建的模型中只包含一个政府和一个供应商, 双方签订的是以 $\min\{t, T\}$ 为时长的单周期契约, 其中 t 为公共危机发生时间, T 表示应急物资的保质期。

假设四: 在储备期间, 市场对商品仍有需求, 而且这种需求足以容纳通过政府和企业轮换释放的商品。

假设五: 一般来说, 突发事件发生概率较小, 故假设储备期内最多只有一次公共事件发生, 且灾害发生概率呈均匀分布。

3. 考虑轮换的应急物资储备问题数学模型

本研究的目的是调查政府和企业合同有效期内的最佳轮换过程。目标是确定轮换的最佳时机, 使政府成本最小化, 企业利润最大化。为实现这一目标, 本文提出了一个模型, 该模型考虑了相对于不轮换的政企合作而言, 轮换后政府成本的减少和企业利润的增加。

本研究根据林勇等[25]及李珍萍等[26]对应急物资的价值损耗特性的分析, 可得出应急物资价值与储备时间函数关系式来替代残值的计算, 在这里, 本文主要研究III类应急物资, 即价值随时间先缓慢后快速下降, 如: 应急食品、部分应急医疗物资等:

$$P_t = P_e (1 - \tau/T)^\beta, \quad 0 < \beta < 1 \quad (1)$$

式中, P_e 为应急物资的初始价值, 当应急物资预置储备达到保质期 T 时, 其价值为 0; T 为保质期; τ 为预置储备时间; β 为形状参数。

本文旨在构建相对于不考虑轮换的政府成本和企业收入的变化。由于轮换后双方持有的储备物资数量不会发生变化, 因此合同中规定的采购成本、储存成本和期权成本将保持不变。根据假设四, 市场有足够大的空间允许政府和企业轮换物品。实行轮换后, 剩余物品不再以残值价格处理, 从而导致政府成本和企业收入发生变化。

3.1. 考虑轮换的政府应急物资储备模型

让 t 表示灾害的实际发生时间。如果在储备期内发生了公共事件 ($0 \leq t \leq T$)，政府的残值收益为： $\int_0^Q v(Q-x)f(x)dx$ ；如果在储备期内没有发生公共事件 ($T < t \leq d$)，政府的残值收入为： vQ ；在考虑轮换之前，政府的残值收入为：

$$E\Pi_G^1 = \int_0^T \int_0^Q v(Q-x)f(x)g(t)dxdt + \int_T^d vQg(t)dt \quad (2)$$

考虑轮换后，政府需要根据物品的储备时间计算剩余物品的实际预期收入。本研究根据式(1)计算库存物资的实时价值。

如果公共事件发生在轮换点之前 ($0 \leq t \leq \alpha_1 T$)，则政府剩余物品的实际价值为： $\int_0^Q P_t(Q-x)f(x)dx$ ；如果公共事件发生在轮换点之后且储备期结束之前 ($\alpha_1 T < t \leq T$)，则政府需要在轮换点 $\alpha_1 T$ 轮换物品。灾后的轮换收入和剩余项目的实际价值为： $(P_{\alpha_1 T} - \omega)Q + \int_0^Q P_{t-\alpha_1 T}(Q-x)f(x)dx$ ；如果在储备期内没有发生公共事件 ($T < t \leq d$)，政府仍需在轮换点进行轮换。储备期结束时的轮换收入和剩余物品的实际价值为： $(P_{\alpha_1 T} - \omega)Q + P_{T-\alpha_1 T}Q$ 。因此，考虑到轮换，政府的收入为：

$$\begin{aligned} E\Pi_G^2 = & \int_0^{\alpha_1 T} \int_0^Q P_t(Q-x)f(x)g(t)dxdt + \int_{\alpha_1 T}^d Q(P_{\alpha_1 T} - \omega)g(t)dt \\ & + \int_{\alpha_1 T}^T \int_0^Q P_{t-\alpha_1 T}(Q-x)f(x)g(t)dxdt + \int_T^d P_{T-\alpha_1 T}Qg(t)dt \end{aligned} \quad (3)$$

则考虑轮换后，政府成本的变化量(减少量)为：

$$\begin{aligned} \Delta E\Pi_G = & E\Pi_G^2 - E\Pi_G^1 \\ = & \int_0^{\alpha_1 T} \int_0^Q (P_t - v)(Q-x)f(x)g(t)dxdt + \int_{\alpha_1 T}^d Q(P_{\alpha_1 T} - \omega)g(t)dt \\ & + \int_{\alpha_1 T}^T \int_0^Q (P_{t-\alpha_1 T} - v)(Q-x)f(x)g(t)dxdt + \int_T^d Q(P_{T-\alpha_1 T} - v)g(t)dt \end{aligned} \quad (4)$$

考虑到 $P_{\alpha_1 T} > v$ ，本研究可以得出 $\int_0^{\alpha_1 T} \int_0^Q (P_t - v)(Q-x)f(x)g(t)dxdt > 0$ ， $\int_{\alpha_1 T}^T \int_0^Q (P_{t-\alpha_1 T} - v)(Q-x)f(x)g(t)dxdt > 0$ ， $\int_T^d Q(P_{T-\alpha_1 T} - v)g(t)dt > 0$ 。

如果 $\int_{\alpha_1 T}^d Q(P_{\alpha_1 T} - \omega)g(t)dt \geq 0$ ，即 $(1 - \alpha_1)^\beta \geq \omega/P_e$ ，本文就能则可确保政府成本的有效减少。由此可得命题 1：

命题 1：当完整保质期内商品的批发价与市场价(即商品的初始价值)之比小于或等于某一临界值 $(1 - \alpha_1)^\beta$ 时，在保质期内设置轮换点总是对政府有利的。

命题 1 证明了建立轮换机制的合理性。政府采购物品时，价格低于市场价格(即物品的初始价值)。随着政府储备时间的延长，物品的价值也会下降。通过选择适当的轮换点，政府可以最大限度地增加轮换收入，从而降低成本。

3.2. 考虑轮换的企业应急物资储备模型

首先分析不考虑轮换时企业的收入情况。如果在储备期发生公共事件 ($0 \leq t \leq T$)，则企业的残值收入为： $\int_0^Q vqf(x)dx + \int_Q^{Q+q} v(Q+q-x)f(x)dx$ ；如果在储备期没有发生公共事件 ($T < t \leq d$)，则企业的残值收入为： vq 。在考虑轮换之前，企业的残值收入为：

$$E\Pi_S^1 = \int_0^T \left(\int_0^Q vqf(x)dx + \int_Q^{Q+q} v(Q+q-x)f(x)dx \right) g(t)dt + \int_T^d vqg(t)dt \quad (5)$$

考虑轮换后，企业需要根据物资的储备时间计算剩余物资的实际预期收入(企业在设定轮换点时假设政府也同时轮换)：

如果公共事件发生在轮换点之前 ($0 \leq t \leq \alpha_2 T$), 则企业剩余物品的实际价值为 $\int_0^Q P_t q f(x) dx + \int_0^{Q+q} P_t (Q+q-x) f(x) dx$; 如果公共事件发生在轮换点之后且储备期结束之前 ($\alpha_2 T < t \leq T$), 则企业需要在轮换点 $\alpha_2 T$ 首先轮换物品, 并提供政府轮换所需的物品。灾害发生后的轮换收入和剩余物品的实际价值为 $Q(\omega - c) + q(P_{\alpha_2 T} - c) + \int_0^Q P_{t-\alpha_2 T} q f(x) dx + \int_0^{Q+q} P_{t-\alpha_2 T} (Q+q-x) f(x) dx$; 如果在储备期内没有发生公共事件 ($T < t \leq d$), 企业和政府仍需在轮换点 $\alpha_2 T$ 时轮换物品。企业的轮换收入和储备期结束时剩余物品的实际价值分别为: $Q(\omega - c) + q(P_{\alpha_2 T} - c) + P_{T-\alpha_2 T} q$ 。因此考虑轮换后, 企业的收入为:

$$\begin{aligned} E\Pi_S^2 = & \int_0^{\alpha_2 T} \left(\int_0^Q P_t q f(x) dx + \int_0^{Q+q} P_t (Q+q-x) f(x) dx \right) g(t) dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^d \left[Q(\omega - c) + q(P_{\alpha_2 T} - c) \right] g(t) dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^T \left(\int_0^Q P_{t-\alpha_2 T} q f(x) dx + \int_0^{Q+q} P_{t-\alpha_2 T} (Q+q-x) f(x) dx \right) g(t) dt \\ & + \int_T^d P_{T-\alpha_2 T} q g(t) dt \end{aligned} \quad (6)$$

则考虑轮换后, 企业收益的变化量(增加量)为:

$$\begin{aligned} \Delta E\Pi_S = & E\Pi_S^2 - E\Pi_S^1 \\ = & \int_0^{\alpha_2 T} \int_0^Q (P_t - v) q f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_0^{\alpha_2 T} \int_0^{Q+q} (P_t - v) (Q+q-x) f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^d \left[Q(\omega - c) + q(P_{\alpha_2 T} - c) \right] g(t) dt + \int_{\alpha_2 T}^T \int_0^Q (P_{t-\alpha_2 T} - v) q f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^T \int_0^{Q+q} (P_{t-\alpha_2 T} - v) (Q+q-x) f(x) g(t) dx dt + \int_T^d q (P_{T-\alpha_2 T} - v) g(t) dt \end{aligned} \quad (7)$$

由于信息不完全对称, 作为供应方的企业在设定轮换点时假定政府也同时进行轮换。因此方程(7)中的第三项包含了政府轮换导致的企业利润变化。根据命题 1, 分析企业利润的增长, 发现(7)式结果总是大于 0, 因此, 设置轮换点总是对企业有利的。

命题 2: 当商品批发价与商品初始价值的比值小于或等于某一临界值 $(1 - \alpha_1)^\beta$ 时, 在保质期内设置轮换点总是对企业有利的。

4. 模型求解

求解方程(4)和(7)可以得到以下相关命题和推论:

命题 3: 存在一个唯一的最优轮换节点, 记为 α_1^* , 该节点在考虑轮换能最大限度地减少政府成本。 α_1^* 的解满足以下条件:

$$\begin{aligned} & \left(vG(T) - P_e \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T} \right)^\beta dG(t) \right) \left[QF(Q) - \int_0^Q x dF(x) \right] + \left(\beta P_e Q (1 - \alpha_1^*)^{-1+\beta} \right) [1 - G(\alpha_1^* T)] \\ & + \left(\beta P_e \left(1 - \frac{t}{T} + \alpha_1^* \right)^{-1+\beta} \right) \left[QF(Q) - \int_0^Q x dF(x) \right] [G(T) - G(\alpha_1^* T)] + (Q\beta P_e \alpha_1^{*-1+\beta}) [1 - G(T)] = 0 \end{aligned}$$

证明:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta E\Pi_G}{d\alpha_1} = & \int_0^T \int_0^Q (P_t - v) (Q - x) f(x) g(t) dx dt - \int_{\alpha_1 T}^d Q\beta P_e (1 - \alpha_1)^{-1+\beta} g(t) dt \\ & + \int_{\alpha_1 T}^T \left(\beta P_e \left(1 - \frac{t}{T} + \alpha_1 \right)^{-1+\beta} \right) (Q - x) f(x) g(t) dx dt + \int_T^d Q\beta P_e \alpha_1^{-1+\beta} g(t) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta E \Pi_G}{d\alpha_1^2} = & \left(Q\beta(\beta-1)P_e(1-\alpha_1)^{-2+\beta} \right) [1-G(\alpha_1 T)] \\ & + \int_{\alpha_1 T}^T \int_0^Q \left((\beta-1)\beta P_e \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_1 \right)^{-2+\beta} (Q-x) \right) f(x)g(t) dx dt \\ & + \left(Q\beta P_e \alpha_1^{-2+\beta} (\beta-1) \right) [1-G(T)] \end{aligned}$$

由于 $\frac{d^2 \Delta E \Pi_G}{d\alpha_1^2} < 0$, 因此可以推断出 $\Delta E \Pi_G$ 相对于 α_1 存在唯一的最优解, 最优值为一阶导数等于零时 α_1 的值。

命题 4: 存在一个唯一的最优轮换节点, 记为 α_2^* , 该节点在考虑轮换能最大限度地增加企业利润。 α_2^* 的解满足以下条件:

$$\begin{aligned} & qF(Q) \left(P_e \int_0^T \left(1-\frac{t}{T} \right)^\beta dG(t) - vG(T) \right) \\ & + \left(P_e \int_0^T \left(1-\frac{t}{T} \right)^\beta dG(t) - vG(T) \right) \left[(Q+q)(F(Q+q)-F(Q)) - \int_Q^{Q+q} x dF(x) \right] \\ & + q\beta P_e \left[F(Q) \int_{\alpha_2^* T}^T \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_2^* \right)^{-1+\beta} dG(t) - (1-\alpha_2^*)^{-1+\beta} [1-G(\alpha_2^* T)] \right] \\ & + \left[\beta P_e \int_{\alpha_2^* T}^T \left(1-\frac{t}{T} + \alpha \right)^{-1+\beta} dG(t) \right] \left[(Q+q)(F(Q+q)-F(Q)) - \int_Q^{Q+q} x dF(x) \right] \\ & + [q\beta P_e \alpha_2^{*-1+\beta}] [1-G(T)] = 0 \end{aligned}$$

证明:

$$\begin{aligned} \frac{d \Delta E \Pi_S}{d\alpha_2} = & \int_0^T \int_0^Q (P_t - v) q f(x) g(t) dx dt + \int_0^T \int_Q^{Q+q} (P_t - v) (Q+q-x) f(x) g(t) dx dt \\ & - \int_{\alpha_2 T}^d q\beta P_e (1-\alpha_2)^{-1+\beta} g(t) dt + \int_{\alpha_2 T}^T \int_0^Q q\beta P_e \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_2 \right)^{-1+\beta} f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^T \int_Q^{Q+q} \beta P_e \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_2 \right)^{-1+\beta} (Q+q-x) f(x) g(t) dx dt + \int_T^d q\beta P_e \alpha_2^{-1+\beta} g(t) dt \\ \frac{d^2 \Delta E \Pi_S}{d\alpha_2^2} = & \int_{\alpha_2 T}^d q(\beta-1)\beta P_e (1-\alpha_2)^{-2+\beta} g(t) dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^T \int_0^Q q(\beta-1)\beta P_e \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_2 \right)^{-2+\beta} f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_{\alpha_2 T}^T \int_Q^{Q+q} \left[(Q+q-x)(\beta-1)\beta P_e \left(1-\frac{t}{T} + \alpha_2 \right)^{-2+\beta} \right] f(x) g(t) dx dt \\ & + \int_T^d [q\beta(\beta-1)P_e \alpha_2^{-2+\beta}] g(t) dt \end{aligned}$$

由于 $\frac{d^2 \Delta E \Pi_S}{d\alpha_2^2} < 0$, 因此可以推断出 $\Delta E \Pi_S$ 相对于 α_2 存在唯一的最优解, 而最优值就是一阶导数等于零时 α_2 的值。

推论 1: $\frac{d\Delta E\Pi_G}{dP_e} > 0$; $\frac{d\Delta E\Pi_G}{dv} < 0$; $\frac{d\Delta E\Pi_G}{d\omega} < 0$.

推论 1 表明, 考虑轮换后的政府成本减少量随物资初始价格 P_e 的增加而增加; 随残值 v 和采购价格 ω 的增加而减少。

证明:

$$\frac{d\Delta E\Pi_G}{dP_e} = \frac{Q(d-T)\alpha_1^\beta}{d} + \frac{Q(1-\alpha_1)^\beta(d-T\alpha_1)}{d} + \frac{Q^2T(1-(1-\alpha_1)^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)} - \frac{Q^2T(-1+\alpha_1^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)}$$

式中 $\frac{Q(d-T)\alpha_1^\beta}{d} > 0$, $\frac{Q(1-\alpha_1)^\beta(d-T\alpha_1)}{d} > 0$, $\frac{Q^2T(1-(1-\alpha_1)^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)} > 0$, $\frac{Q^2T(-1+\alpha_1^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)} < 0$, 故 $\frac{d\Delta E\Pi_G}{dP_e} > 0$ 。

$$\frac{d\Delta E\Pi_G}{dv} = -\frac{Q(d-T)}{d} + \frac{Q^2T(-1+\alpha_1)}{2dU} - \frac{Q^2T\alpha_1}{2dU}$$

式中 $\frac{Q(d-T)}{d} > 0$, $\frac{Q^2T(-1+\alpha_1)}{2dU} < 0$, $\frac{Q^2T\alpha_1}{2dU} > 0$, 故 $\frac{d\Delta E\Pi_G}{dv} < 0$ 。

$$\frac{d\Delta E\Pi_G}{d\omega} = -\frac{Q(d-T\alpha_1)}{d} < 0$$

推论 2: $\frac{d\Delta E\Pi_s}{dP_e} > 0$; $\frac{d\Delta E\Pi_s}{dv} < 0$; $\frac{d\Delta E\Pi_s}{dc} < 0$; $\frac{d\Delta E\Pi_s}{d\omega} > 0$.

推论 2 表明, 考虑轮换后的供应商收益增加量随物资初始价格 P_e 和采购价格 ω 的增加而增加; 随残值 v 和批发价格 c 的增加而减少。

证明:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta E\Pi_s}{dP_e} = & \frac{q(d-T)\alpha_2^\beta}{d} + \frac{q(1-\alpha_2)^\beta(d-T\alpha_2)}{d} + \frac{q^2T(1-(1-\alpha_2)^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)} \\ & + \frac{qQT(1-(1-\alpha_2)^{1+\beta})}{dU(1+\beta)} - \frac{q^2T(-1+\alpha_2^{1+\beta})}{2dU(1+\beta)} - \frac{qQT(-1+\alpha_2^{1+\beta})}{dU(1+\beta)} \end{aligned}$$

式中每一项均为正值, 故 $\frac{d\Delta E\Pi_s}{dP_e} > 0$ 。

$$\frac{d\Delta E\Pi_s}{dv} = -\frac{q(d-T)}{d} + \frac{q^2T(-1+\alpha_2)}{2dU} + \frac{qQT(-1+\alpha_2)}{dU} - \frac{q^2T\alpha_2}{2dU} - \frac{qQT\alpha_2}{dU}$$

式中每一项均为负值, 故 $\frac{d\Delta E\Pi_s}{dv} < 0$ 。

$$\frac{d\Delta E\Pi_s}{dc} = \frac{(-q-Q)(d-T\alpha_2)}{d} < 0$$

$$\frac{d\Delta E\Pi_s}{d\omega} = \frac{Q(d-T\alpha_2)}{d} > 0$$

5. 敏感性分析

参数之间的关系复杂, 在实际情况下难以测量, 本实验不根据具体情况设定数值。但是, 为了保证

所得规律的通用性和适用性, 数值的设置遵循了几个一定的原则: (1) 变量之间的数值差距符合实际。(2) 各参数的数值设定遵循第 2 节的命题。由于本实验的重点是探索目标函数的演化趋势和变化规律, 因此可以根据上述原则设置数值来实现这一目标。

假设应急物资的需求量服从 $x \sim (0, 95000)$ 的均匀分布(单位: 件)。相关参数假设政府批发价 $\omega = 50$, 物资期末残值为 $v = 5$, 单位物资生产成本为 $c = 30$, 预期单位物资市场价格为 $P_e = 100$ (单位: 元/件), $T = 1, d = 3$ [15]; 在考虑轮换节点的情况下, 对供应商和政府的决策参数进行灵敏度分析。

5.1. α 的灵敏度分析

令 $Q = 60$, $q = 30$ (千件), $\beta = 0.5$, 根据图 2 的数据, 可以得出以下结论: 相对于不考虑轮换的期权合同, 考虑轮换更新的相关合同能够有效降低政府成本, 并存在唯一的最优轮换时间节点, 使政府成本的减少量最大化, 验证了命题 1。这意味着, 在合同期内考虑轮换可以有效帮助政府减少成本。同时, 相对于不考虑轮换的期权合同, 考虑轮换更新的相关合同能够提高供应商的收益, 并存在唯一的最优轮换时间节点, 使供应商的收益增加量达到最大值, 验证了命题 2。过早的轮换节点可能会导致当前节点的潜在利润未能充分实现, 这可能是因为该节点仍然具有较高的收益潜力, 但由于轮换而被取代, 从而导致利润减少。此外, 过晚的轮换节点还可能导致设备老化和维护成本的增加, 进一步降低利润。

从图 2 还可以看出, 轮换节点过早和过晚时, 企业收益的增加量会大于政府成本的减少量, 而当轮换节点适中时, 政府成本的减少量则更高。这是因为过早的轮换节点可能会使供应商因为提前获得订单而获益, 能够更快地销售新的物资。对于过晚的轮换节点, 供应商可能会因为政府需求增加而获益, 因为政府可能需要大量的物资来应对某种突发事件或需求增加。而当轮换节点适中时, 政府作为应对公共事件的主体, 面临更多的轮换可能, 因此此时获得的轮换收益相对更多。

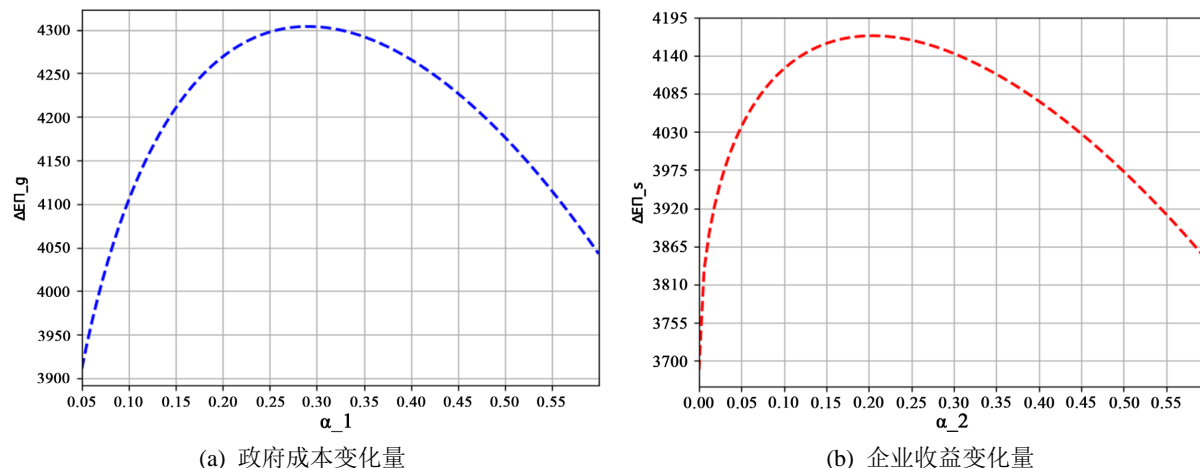


Figure 2. Government costs and enterprise benefits considering rotation over different rotation time nodes

图 2. 考虑轮换的政府成本和企业收益随轮换时间节点的变化情况

5.2. β 的灵敏度分析

图 3 显示了 $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_1 = 0.3$, $\alpha_1 = 0.5$ 和 $\alpha_2 = 0.1$, $\alpha_2 = 0.2$, $\alpha_2 = 0.5$ 的不同取值下考虑轮换的政府成本减少量及企业利润增值随 β 变化的情况。由图可知, β 值越小越有利于政府和企业双方进行轮换。本研究是以第三类应急物资为代表进行研究, 其中 $0 < \beta < 1$, β 的增加代表了物资价值损耗曲线的陡峭程度加剧, 物资价值将更快地减少到较低的水平, 这意味着本文的轮换模型对低易腐性产品有着更好的效用。同时, 从图 3 中本研究可以看到轮换节点比例 α 适中时, 轮换带来的效益大于轮换点过早或过晚的情况。

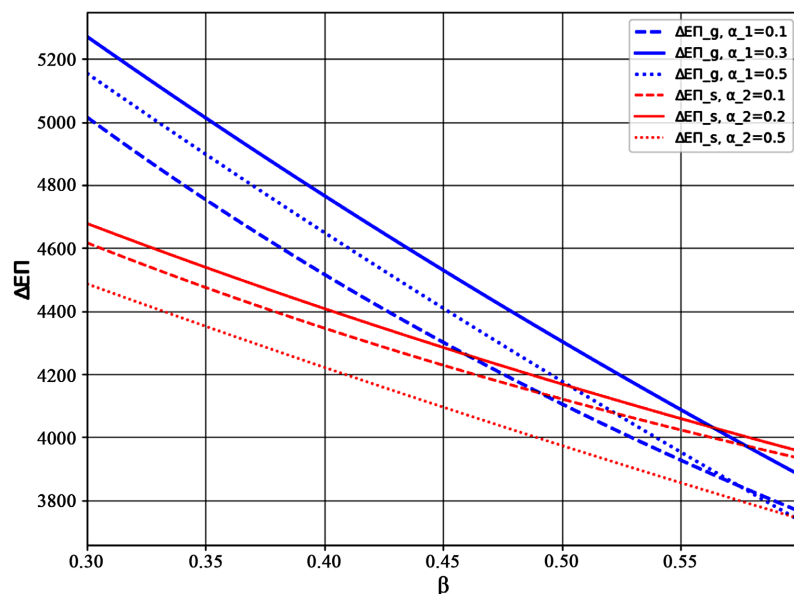


Figure 3. Government costs and enterprise benefits considering rotation over different levels of perishability
图 3. 考虑轮换的政府成本和企业收益随易腐性的变化情况

从图 3 中还可以看出, 对于低易腐性产品, 考虑轮换后的政府成本减少量要大于考虑轮换后企业收益的增加量; 而对于高易腐性产品则相反。出现的原因如下: (1) 低易腐性产品的政府成本减少量大于企业收益增加量: 对于低易腐性产品, 政府通过轮换能够有效减少产品浪费和损失, 从而降低整体成本。由于这类产品相对稳定, 轮换后的产品价值保持得较好, 政府可以更充分地利用这些产品, 减少采购新产品的支出, 因此政府成本的减少量会比企业收益增加量的效果更为显著。(2) 高易腐性产品的企业收益增加量大于政府成本减少量: 相对而言, 高易腐性产品在存储和运输过程中容易受到损耗, 产品价值会迅速下降。因此, 对于企业来说, 通过轮换能够及时将产品流入市场, 实现销售并获取较高的利润, 因此企业收益增加量会比政府成本减少量的效果更为显著。

5.3. 考虑轮换后 Q , q 对政企成本(收益)变化的影响

根据图 4 结果, 本研究可以得出以下结论: 在轮换过程中, 政府和企业的收益都会随着其储备数量的增加而增加。然而, 当储备数量过高时, 会导致期权费用、生产费用和储备成本等方面的高昂支出。因此, 一味地增加政府和企业各自的物资储备量并不一定能够降低总成本和提高总收益。本研究需要找到一个平衡点, 在该点上增加每单位储备量所带来的总收益大于其所支出的总成本。只有在这种情况下, 增加储备才是划算的。如果增加储备量的边际收益小于其边际成本, 就不宜再增加储备。

5.4. P_e 的灵敏度分析

根据图 5 的结果显示, 考虑轮换后的政府成本和供应商利润随着物资初始价格的增加而增加。对政府和供应商来说, 物资初始价格越高, 轮换时尽管价值会有所降低, 但所带来的收益也会更大, 并且这种影响是呈线性关系的。在市场中, 当一个物品的初始价格较高时, 即使因为保质期消耗而失去一部分价值, 但该物品的价格仍然相对较高, 存储这类产品所带来的轮换收益自然也更大。这一特征在低易腐性的物资中表现得更为明显。同时, 从图 5 中本文可以观察到政府对物资初始价格的敏感度高于企业, 从现实来讲, 这是因为政府需要在有限的预算内获取最大的物资数量或最好的物资质量, 因此, 为了维护良好的经济运行, 政府对物资初始价格的敏感度更高。

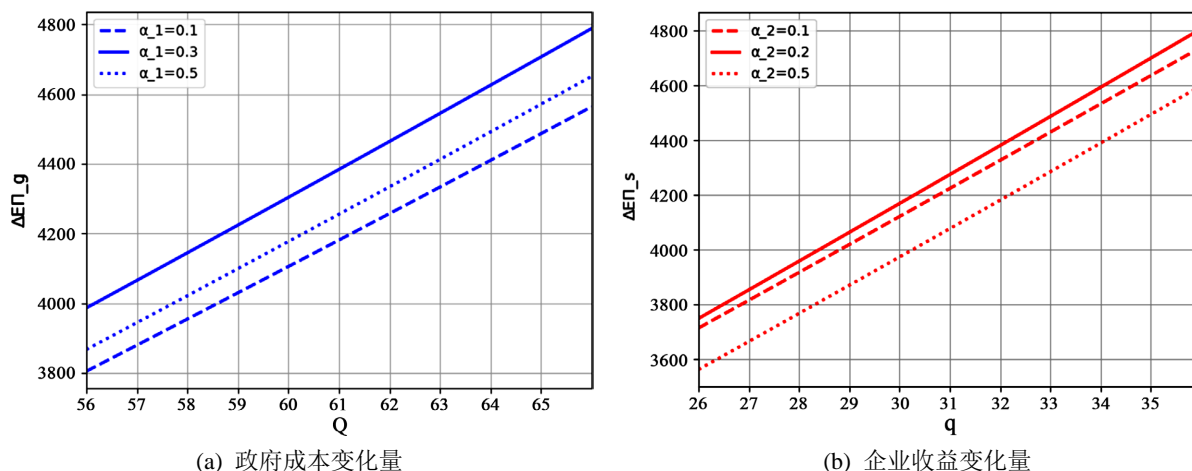


Figure 4. Government costs and enterprise benefits considering rotation over different reserve quantities
图 4. 考虑轮换的政府成本和企业收益随储备数量的变化情况

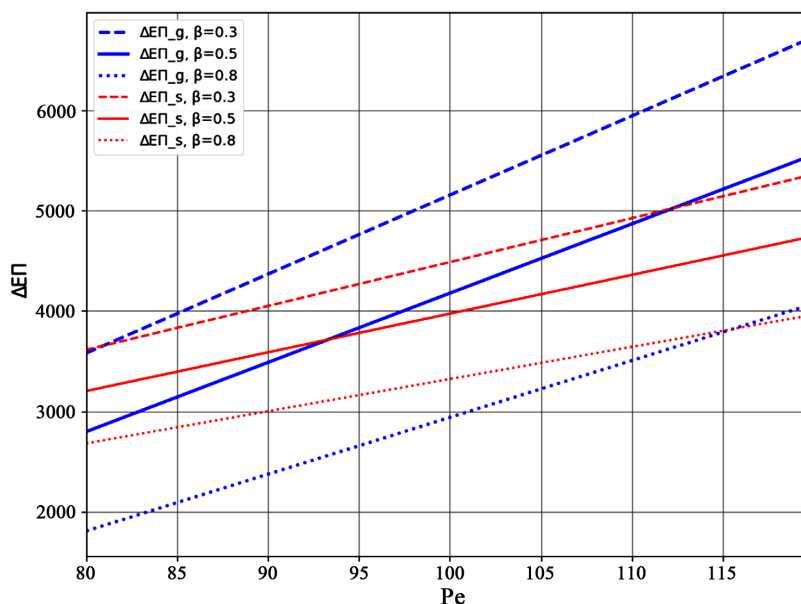


Figure 5. Government costs and enterprise benefits considering rotation over different initial prices of supplies
图 5. 考虑轮换的政府成本和企业收益随物资初始价格的变化情况

5.5. ω , c 的灵敏度分析

图 6 表明, 随着批发价格的提高, 政府降低成本的收益递减, 企业利润的收益递增。这意味着在降低政府成本和增加企业利润之间存在一个最佳批发价格。在这个最佳点上, 轮换可以产生最大收益。具体来说, 当批发价低于最优值时, 政府成本的降低速度会超过企业利润的增加速度。相反, 当批发价超过最优值时, 政府成本降低的速度会减慢, 而企业利润增加的速度会加快。因此, 确定最佳批发价格对于实现轮换效益最大化至关重要。

总之, 要实现轮换的最大效益, 关键是要确定最佳批发价格和轮换点。批发价的最优值应在降低政府成本和增加企业利润之间取得平衡。同样, 在选择轮换点时, 供应商应考虑生产成本的影响, 力求选择一个适度合适的点, 以实现供应商利益最大化。这些分析结果为制定轮换策略提供了重要启示, 有助于提高应急物资库存管理的效率和效益。

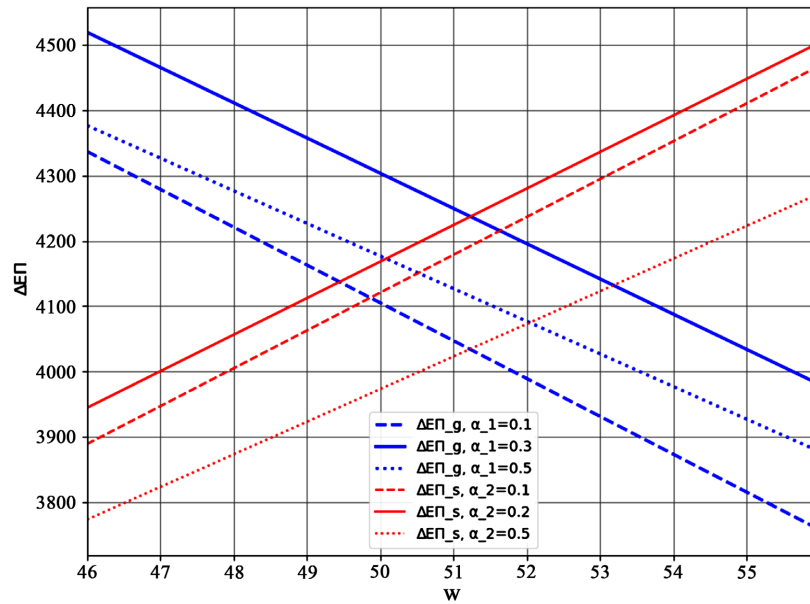


Figure 6. Government costs and enterprise benefits considering rotation over different wholesale prices of supplies
图 6. 考虑轮换的政府成本和企业收益随批发价格的变化情况

6. 结论

本研究以不确定性需求为背景, 探讨了易腐类应急物资的最优轮换问题。通过建立考虑轮换的随机非线性规划模型, 并以政府成本的减少和企业收益的增加为目标, 本研究分析了轮换时间节点比例、物资易腐性等参数对轮换效益的影响, 并得出以下结论:

首先, 本研究发现存在一个使得轮换效益最大化的最优轮换时间节点。通过数值分析, 研究人员可以确定在何时进行物资轮换, 以降低政府成本并提高企业收益。其次, 研究结果显示, 易腐产品的易腐性越低, 考虑轮换带来的效益越高。对于易腐性较低的物资, 可以更长时间地延迟轮换, 从而降低储备成本。此外, 高价值的物资在轮换过程中能够带来更大的收益, 特别是对于低易腐性的物资, 这一特点更加显著。最后, 制定适宜的批发价格可以使政企的轮换效益达到平衡, 使得政府成本的减少量等于企业收益的增加量。

综上所述, 本研究对于制定科学合理的易腐产品储备策略具有重要意义。通过建立考虑轮换的随机非线性规划模型, 并分析轮换时间节点比例、物资易腐性等参数对轮换效益的影响, 研究人员可以确定最优的轮换时间节点, 从而降低资源浪费, 并同时降低政府成本和提高企业收益。这些结论为应急物资储备管理提供了指导, 并为应急管理部门制定有效的易腐产品储备策略提供了科学依据。未来的研究可以进一步探讨其他因素对轮换效益的影响, 如供应链的延迟、物资运输成本和市场需求率等。

基金项目

国家社会科学基金资助项目(22BGL240, 19BJY099); 2023 年上海市哲学社会科学规划资助项目(2023BGL009)。

参考文献

- [1] 田军, 张海青, 汪应洛. 基于能力期权契约的双源应急物资采购模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(9): 2212-2219.

- [2] 扈衷权, 田军, 冯耕中. 基于看跌期权契约的应急物资采购储备模型[J]. 中国管理科学, 2020, 28(2): 69-79.
- [3] 刘阳, 田军, 冯耕中. 基于数量柔性契约与 Markov 链的应急物资采购模型[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(1): 119-133.
- [4] 李健, 李梦春, 董雪璠. 基于双向期权契约的应急物资采购储备模型[J]. 系统管理学报, 2023, 32(3): 463-475.
- [5] Egan, M.J. (2010) Private Goods and Services Contracts: Increased Emergency Response Capacity or Increased Vulnerability? *International Journal of Production Economics*, **126**, 46-56. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.10.005>
- [6] Coskun, A., Elmaghraby, W., Karaman, M.M. and Salman, F.S. (2019) Relief Aid Stocking Decisions under Bilateral Agency Cooperation. *Socio-Economic Planning Sciences*, **67**, 147-165. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2018.10.009>
- [7] 高晓宁, 田军, 冯耕中. 政府委托下应急物资代储系统激励契约设计[J]. 运筹与管理, 2017, 26(11): 7-14, 25.
- [8] 高晓宁, 田军, 冯耕中. 政府委托下应急物资生产能力代储系统激励契约设计[J]. 管理工程学报, 2019, 33(1): 182-188.
- [9] Tsay, A.A. (1999) The Quantity Flexibility Contract and Supplier-Customer Incentives. *Management Science*, **45**, 1339-1358. <https://doi.org/10.1287/mnsc.45.10.1339>
- [10] 刘浪, 黄冬宏, 汪惠. 双边信息不对称参与者风险厌恶的应急数量折扣契约[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(2): 224-234.
- [11] Luo, J., Zhang, X. and Wang, C. (2018) Using Put Option Contracts in Supply Chains to Manage Demand and Supply Uncertainty. *Industrial Management & Data Systems*, **118**, 1477-1497. <https://doi.org/10.1108/imds-09-2017-0393>
- [12] 田军, 葛永玲, 侯丛丛. 政府主导的基于实物期权契约的应急物资采购模型[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(10): 2582-2590.
- [13] Benkherouf, L. and Mahmoud, M.G. (1996) On an Inventory Model for Deteriorating Items with Increasing Time-Varying Demand and Shortages. *Journal of the Operational Research Society*, **47**, 188-200. <https://doi.org/10.1057/jors.1996.17>
- [14] Bhunia, A.K., Jaggi, C.K., Sharma, A. and Sharma, R. (2014) A Two-Warehouse Inventory Model for Deteriorating Items under Permissible Delay in Payment with Partial Backlogging. *Applied Mathematics and Computation*, **232**, 1125-1137. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2014.01.115>
- [15] Meng, Q.C., Guo, Y. and Zhao, P.X. (2017) Optimization and Simulation for Airport Emergency Inventory with Replacement. *International Journal of Simulation Modelling*, **16**, 133-144. [https://doi.org/10.2507/ijssimm16\(1\)col1](https://doi.org/10.2507/ijssimm16(1)col1)
- [16] Gürler, Ü. and Özkaya, B.Y. (2008) Analysis of the (s, s) Policy for Perishables with a Random Shelf Life. *IIE Transactions*, **40**, 759-781. <https://doi.org/10.1080/07408170701730792>
- [17] Broekmeulen, R.A.C.M. and van Donselaar, K.H. (2009) A Heuristic to Manage Perishable Inventory with Batch Ordering, Positive Lead-Times, and Time-Varying Demand. *Computers & Operations Research*, **36**, 3013-3018. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.01.017>
- [18] Pauls-Worm, K.G.J., Hendrix, E.M.T., Haijema, R. and van der Vorst, J.G.A.J. (2014) An MILP Approximation for Ordering Perishable Products with Non-Stationary Demand and Service Level Constraints. *International Journal of Production Economics*, **157**, 133-146. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.07.020>
- [19] Tekin, E., Gürler, Ü. and Berk, E. (2001) Age-Based vs. Stock Level Control Policies for a Perishable Inventory System. *European Journal of Operational Research*, **134**, 309-329. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(00\)00250-2](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(00)00250-2)
- [20] Goyal, S.K. and Giri, B.C. (2001) Recent Trends in Modeling of Deteriorating Inventory. *European Journal of Operational Research*, **134**, 1-16. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(00\)00248-4](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(00)00248-4)
- [21] Jolai, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., Rabbani, M. and Sadoughian, M.R. (2006) An Economic Production Lot Size Model with Deteriorating Items, Stock-Dependent Demand, Inflation, and Partial Backlogging. *Applied Mathematics and Computation*, **181**, 380-389. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.01.039>
- [22] Roy, T. and Chaudhuri, K.S. (2009) A Production-inventory Model under Stock-dependent Demand, Weibull Distribution Deterioration and Shortage. *International Transactions in Operational Research*, **16**, 325-346. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2008.00676.x>
- [23] 黄卫来, 黄松. Weibull 分布变质物品库存模型研究[J]. 工业工程与管理, 2007, 12(2): 72-75, 101.
- [24] 王珂, 吴丽瑶, 杨全. 基于价值损耗特性的应急物资储备轮换更新策略研究[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2017, 39(6): 654-659.
- [25] 林勇, 张立, 汪贻生, 等. 考虑轮换更新的应急物资政企协同预置储备优化研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2022, 18(5):205-209.
- [26] 李珍萍, 王越, 韩倩倩. 考虑轮换的易逝性应急物资储备策略研究[J]. 安全与环境学报, 2023, 23(5): 1505-1514.