

基于VMD-LSTM神经网络的有效停车泊位预测

高 宇, 韩 印

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年12月9日; 录用日期: 2025年1月2日; 发布日期: 2025年1月13日

摘 要

有效停车泊位预测是停车诱导系统的重要内容, 同时也是智能交通领域的重要问题之一, 然而当前大多数有效停车泊位预测模型针对停车泊位数据的非线性和非平稳性考虑不足, 预测误差较大, 预测精度较差。为了提高有效停车泊位预测精度, 针对有效停车泊位的变化特征, 提出了一种基于变分模态分解 - 长短时记忆网络(VMD-LSTM)的组合预测模型。以路边停车位历史有效泊位数据为基础, 先将有效停车泊位数据通过变分模态分解成若干个线性的、平稳的模态分量, 将各个分量分别划分为训练集和测试集, 然后使用长短时记忆网络分别预测各分量, 再对预测结果进行叠加、重构, 得到最终预测结果。为验证模型的有效性, 选取实际路边停车位数据作为研究对象进行了实例验证。结果表明, 所提出的变分模态分解 - 长短时记忆网络组合预测模型的 R^2 、平均绝对误差(MAE)、均方根误差(RMSE)、平均绝对百分比误差(MAPE)等指标均低于其他预测模型, 预测精度最高, 预测误差最小。研究表明, 变分模态分解方法可有效降低停车泊位数据的非线性和非平稳性, 与不使用模态分解方法的神经网络预测模型相比, 预测精度有40%~62%的提高, 精确度明显提高, 变分模态分解 - 长短时记忆网络组合预测模型能很好地反映有效停车泊位变化的规律和趋势。

关键词

智能交通, 有效停车泊位预测, 变分模态分解, 长短时记忆网络, 神经网络

A Method for Forecasting Available Parking Spaces Based on VMD-LSTM Neural Network

Yu Gao, Yin Han

Business School of University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 9th, 2024; accepted: Jan. 2nd, 2025; published: Jan. 13th, 2025

Abstract

Available Parking Spaces prediction constitutes a crucial component of parking guidance systems and represents one of the significant issues in the field of intelligent transportation. However, most current prediction models for available parking spaces inadequately address the nonlinearity and non-stationarity of parking spaces data, leading to substantial prediction errors and poor prediction accuracy. To enhance the prediction accuracy of available parking spaces, a hybrid prediction model based on Variational Mode Decomposition (VMD) and Long Short-Term Memory (LSTM) networks is proposed, tailored to the changing characteristics of available parking spaces. Using historical available parking spaces data from curbside parking as the foundation, the available parking spaces data is first decomposed into several linear and stationary modal components through VMD. Each component is then divided into training and testing sets, and LSTM networks are employed to predict each component separately. The prediction results are subsequently aggregated and reconstructed to obtain the final prediction. To validate the effectiveness of the model, actual curbside parking spaces data is selected for case verification. The results indicate that the proposed VMD-LSTM hybrid prediction model outperforms other prediction models in terms of metrics such as R^2 , Mean Absolute Error (MAE), Root Mean Square Error (RMSE), and Mean Absolute Percentage Error (MAPE), achieving the highest prediction accuracy and the smallest prediction error. The research reveals that the VMD method can effectively reduce the nonlinearity and non-stationarity of parking spaces data. Compared with neural network prediction models without modal decomposition, the prediction accuracy is improved by 40%~62%, demonstrating a significant increase in precision. The VMD-LSTM hybrid prediction model successfully captures the patterns and trends in the variation of available parking spaces.

Keywords

Intelligent Transportation, Available Parking Spaces Prediction, Variational Mode Decomposition, Long Short-Term Memory Network, Neural Network

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

中国经济蒸蒸日上, 人民生活水平日益提高的同时, 机动车保有量也节节攀升。交通拥堵、停车难的问题越来越凸显, 尤其是大城市。IBM 的一项调查表明, 由于车辆在道路上寻找空闲停车位, 导致城市道路交通拥堵的比例接近 40% [1]。为了解决居民停车需求增长和停车泊位供应不足的矛盾, 智慧交通系统引入了停车诱导[2]。停车诱导系统是一种有效改善停车压力的方式[3], 而短时有效停车泊位的准确预测是停车诱导系统的重要内容。停车场泊位预测本质上是一个时间序列预测问题, 目前已有不少研究成果。常用的预测方法可分为两类, 一类是以 ARIMA 模型、马尔科夫链为基础的传统时间序列预测方法; 另一类是以神经网络为基础的预测方法, 如以小波神经网络、长短时记忆网络为基础的预测方法。传统预测方法原理简单, 方便实现, 但对于非线性、不确定性高的停车泊位数据预测精度不够理想。近年来, 基于循环神经网络 RNN 及其变体的时间序列预测模型成为主流[4], 其方法的有效性在许多领域得到应用, 如交通流预测、电网负荷预测和风速预测等。但单一模型对于处理非线性非平稳数据的能力有限, 已有越来越多的学者使用组合预测模型来研究相关问题。对比表明, 在预测准确率上, 组合预测

模型要优于单一模型。为了更好地预测非线性非平滑的时间序列数据并取得良好效果,一些学者在时间序列预测问题中引入了信号分解的相关方法。在传统预测方法研究领域,Yu 等人利用 ARIMA 建立剩余泊位预测模型,预测中心商场停车场剩余泊位数,但是在剩余泊位数量变化较大时,难以保证预测的准确性,需要采用相应的方差分析方法[5]; Ji 等人提出了一种将小波分析与马尔科夫链结合的空闲停车占用率预测模型,先通过小波分解将原始时间序列分解为代表趋势的低频信号和代表扰动的高频信号,再利用马尔科夫模型分别预测低频和高频信号,最后综合得出预测结果,并利用算例分析来验证模型的适用性。但其准确性要看数据库的实时更新情况而定[6]; 韩印等人提出了灰色-小波神经网络的组合模型,能有效降低初始数据波动性干扰,从而大幅提高有效泊位预测精确度,但模型在应用时需要实时数据的积累和训练,只能进行短期预测[7]; 在使用神经网络模型预测方法领域,杨培红等人提出了一种基于 LightGBM-SVR-LSTM 的停车区剩余车位预测模型,该模型具有良好的提取特征能力,并且利用 LSTM 有效修正预测误差,提高模型的预测精度,增强鲁棒性[8]; 在组合预测模型研究领域,Zhou 等人为提高短时空中交通流量预测精度,利用基于贝叶斯优化和差分处理的互补集合经验模态分解和长短时记忆网络的组合模型,对短时空中交通流量进行预测,研究结果表明,该组合模型的预测精度和拟合度相较于经典时间序列预测模型有较大提高[9]; 田丰等人建立带自适应噪声的完全集合经验模态分解和门控循环单元相结合的组合预测模型,用于短期交通流预测,可以使交通流数据的非线性特征被充分挖掘,更好拟合交通流的变化趋势[10]。上述针对有效停车泊位预测的研究多采用预测模型直接进行预测,而不考虑停车泊位数据的非平稳性和非线性,因此预测结果难以达到较高精度,而其他领域的相关研究如交通流预测则验证了利用模态分解方法结合神经网络的组合预测模型可以应用于时间序列预测问题的研究。但实际应用于停车泊位预测的相关研究较少,因此,本研究基于先分解后预测的思想,探索采用变分模态分解方法结合长短时记忆网络的组合预测模型,构建有效停车泊位预测模型,提出基于 VMD-LSTM 的停车泊位组合预测模型。首先将非平稳非线性的停车泊位数据进行变分模态分解,得到几个线性稳定的分量,然后将各分量分别输入 LSTM 模型进行预测,再将预测结果进行叠加重构,得到最终的预测结果。

2. 基本理论

2.1. 变分模态分解

变分模态分解(VMD)方法是 Konstantin Dragomiretskiy 在 2014 年通过求解频域变分优化问题来估计各种信号分量而提出的一种新的时频分析方法[11]。VMD 一经提出便受到广泛关注,目前已经在交通流量预测,光伏功率预测,短期风力预测等领域得到应用。

变分模态分解的过程是变分问题的求解过程,它能自适应匹配每种模态的有限带宽和最佳中心频率,其算法的核心思想主要由构造变分问题和求解变分问题两部分组成[12]。变分模态分解的求解过程有两点要求:一是所有分解得到的模态分量中心频率的带宽相加之和最小;二是所有模态分量相加之和需要与原信号相等。其过程大致如下所示:

- ① 对每个模态函数 $u_k(t)$, 通过希尔伯特 Hilbert 变换求单边频谱;
- ② 将各个模态的单边频谱移动与估算的中心频率 $e^{-j\omega_k t}$ 相乘;
- ③ 通过梯度的平方 L^2 范数, 计算各的模态信号的带宽。

其变分约束模型为:

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \quad (1.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{k=1}^K u_k = f(t) \quad (1.2)$$

其中 $\delta(t)$ 为 Dirac 分布函数, K 为分量总数; $f(t)$ 为原始的停车泊位输出信号。

通过引入拉格朗日 Lagrange 算子 λ 和二次惩罚因子 α , 将不等式约束变换为等式约束, 相应的增广 Lagrange 表达式如下:

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = \alpha \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \|f(t) - u_k(t)\|_2^2 + \left\| \lambda(t), f(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\| \quad (1.3)$$

其中, α 降低了高斯噪声的影响, λ 保证了约束问题的严格性。

各分量 u_k 及相应中心频率 ω_k 通过交替方向乘子法优化求解[13], 其更新方法如下:

$$\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2} \quad (1.4)$$

$$\omega_k^{(n+1)} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega} \quad (1.5)$$

$$\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega) \leftarrow \hat{\lambda}^{(n)}(\omega) + \gamma \left(\hat{f}(\omega) - \sum_k \hat{u}_k^{(n+1)}(\omega) \right) \quad (1.6)$$

式中: $\hat{f}(\omega)$ 、 $\hat{u}_k(\omega)$ 和 $\hat{\lambda}(\omega)$ 分别为 $f(t)$ 、 $u_k(t)$ 和 $\lambda(t)$ 的傅里叶变换; ω 为频率; n 为迭代的次数, γ 为噪声容忍度, 满足信号分解的保真度要求, 对于含有强噪声的信号, 可设 $\gamma = 0$ 。

VMD 主要迭代求解过程如下:

初始化 $\hat{u}_k^1$, ω_k^1 , λ^1 和最大迭代次数 N , $n \leftarrow 0$;

利用公式(4)(5)更新 $\hat{u}_k$ 和 ω_k ;

利用公式(6)更新 $\hat{\lambda}$;

精度收敛判断依据 $\varepsilon > 0$, 若不满足 $\sum_k \frac{\|\hat{u}_k^{(n+1)} - \hat{u}_k^n\|_2^2}{\|\hat{u}_k^n\|_2^2} < \varepsilon$ 且 $n < N$, 则返回第二步, 否则完成迭代, 输出最终 $\hat{u}_k$ 和 ω_k 。

图 1 为 VMD 算法流程示意图。

2.2. 长短时记忆网络

循环神经网络 RNN 是一种适用于序列数据处理的神经网络结构, 长短时记忆网络 LSTM 是 RNN 的一种改进版本, 在处理长序列时表现出色, 主要用于解决 RNN 容易出现梯度消失和梯度爆炸的问题。

LSTM 主要通过遗忘门、输入门和输出门三个门来控制信息的传输, 从而解决长距离依赖问题。LSTM 中的门是用来控制数据的流向, 门状态为全开启(信息通过的机率为 1), 全闭合(信息通过的机率为 0), 半开启(信息通过的机率介于 0 到 1 之间)。在神经网络中, sigmoid 函数是一个介于 0 和 1 之间的表示, 可以用于 LSTM 中门的计算。LSTM 的内部结构如图 2 所示:

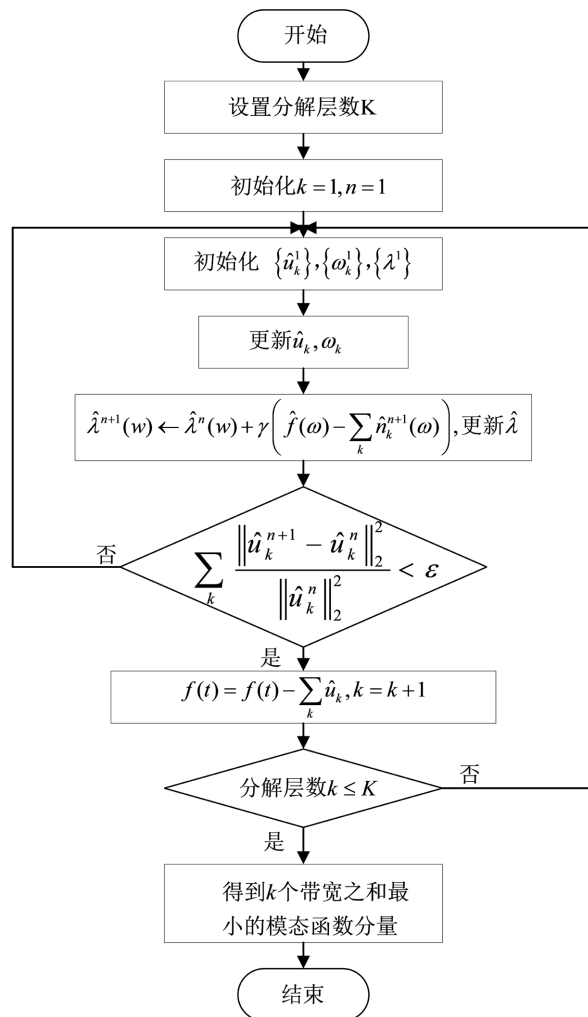


Figure 1. VMD algorithm process

图 1. VMD 算法流程示意图

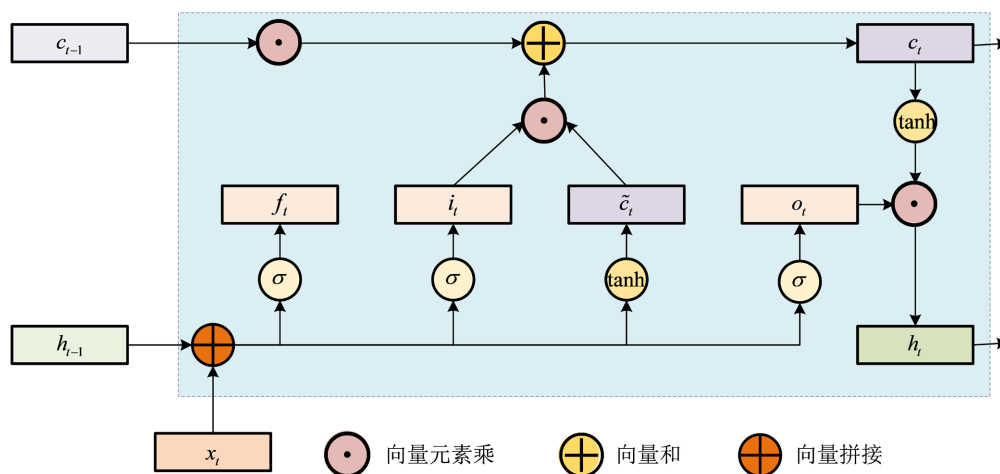


Figure 2. Internal structure of LSTM

图 2. LSTM 内部结构

其中, c_{t-1} 表示 $t-1$ 时刻的细胞状态, h_{t-1} 表示 $t-1$ 时刻的隐藏层状态, x_t 表示 t 时刻的输入, f_t 表示遗忘门, i_t 表示输入门, $\tilde{c}_t$ 表示候选值, o_t 表示输出门。数据流向的计算过程如下:

- ① 利用 $t-1$ 时刻的隐藏层 h_{t-1} 计算遗忘门 f_t 的结果, f_t 的计算公式为

$$f_t = \sigma(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f) \quad (1.7)$$

- ② 利用 $t-1$ 时刻的隐藏层 h_{t-1} 计算遗忘门 i_t 的结果, i_t 的计算公式为

$$i_t = \sigma(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i) \quad (1.8)$$

- ③ 利用 $t-1$ 时刻的隐藏层 h_{t-1} 计算遗忘门 $\tilde{c}_t$ 的结果, $\tilde{c}_t$ 的计算公式为

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c) \quad (1.9)$$

- ④ 利用 $t-1$ 时刻的隐藏层 计算遗忘门 o_t 的结果, o_t 的计算公式为

$$o_t = \sigma(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o) \quad (1.10)$$

- ⑤ 利用 $t-1$ 时刻的细胞状态 c_{t-1} , 遗忘门 f_t , 输入门 i_t 和候选值 $\tilde{c}_t$, 计算 t 时刻的细胞状态 c_t , c_t 的计算公式为

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t \quad (1.11)$$

- ⑥ 根据输出门 o_t 和细胞状态 c_t 计算外部状态 h_t , h_t 的计算公式为

$$h_t = o_t \odot \tanh(c_t) \quad (1.12)$$

其中 $f_t \odot c_{t-1}$ 表示使用遗忘门 f_t 对 $t-1$ 时刻的细胞状态 c_{t-1} 遗忘; $i_t \odot \tilde{c}_t$ 表示整体需要增加的信息, 两部分结合表示 t 时刻的细胞状态需要从 $t-1$ 时刻的细胞状态中保留的部分信息以及 t 时刻新增信息的总和。

3. VMD-LSTM 有效停车泊位预测模型构建

3.1. VMD-LSTM 模型

直接使用原始数据会影响空闲停车泊位预测的效果, 原因在于空闲停车泊位数据具有非线性和非平稳的特性, 使用 VMD 将非线性非平稳的泊车位数据序列分解成若干平顺序列, 以降低预测误差, 进一步提高预测的准确性。

对于分解后的分量, 先分成训练集和测试集, 在训练集上分别用 LSTM 来训练各分量, 在测试集上进行预测, 再将各分量的预测值叠加, 得出最后的预测结果。构建以 VMD-LSTM 为基础的有效泊位预测模型, 主要分为 5 个过程。

- ① 使用高位摄像机, 对路边停车位的空闲停车泊位数据进行采集, 分析数据特点, 进行数据处理, 获取合适的数据;
- ② 根据数据特征, 选取合适参数, 使用变分模态分解方法对空闲停车泊位数据进行分解, 得到 K 个分量;
- ③ 针对每个分量, 将其分为训练集和测试集, 分别将训练集数据输入到长短时记忆网络中进行训练;
- ④ 将测试集的数据分别输入到长短时记忆网络中, 得到不同分量的预测值, 将所以分量的预测值进行叠加重构, 得到最终的预测结果;
- ⑤ 对空闲停车泊位的最终预测结果进行误差分析, 并且分别与其他预测方法进行比较, 分析组合模型的预测效果。

VMD-LSTM 流程图如图 3 所示。

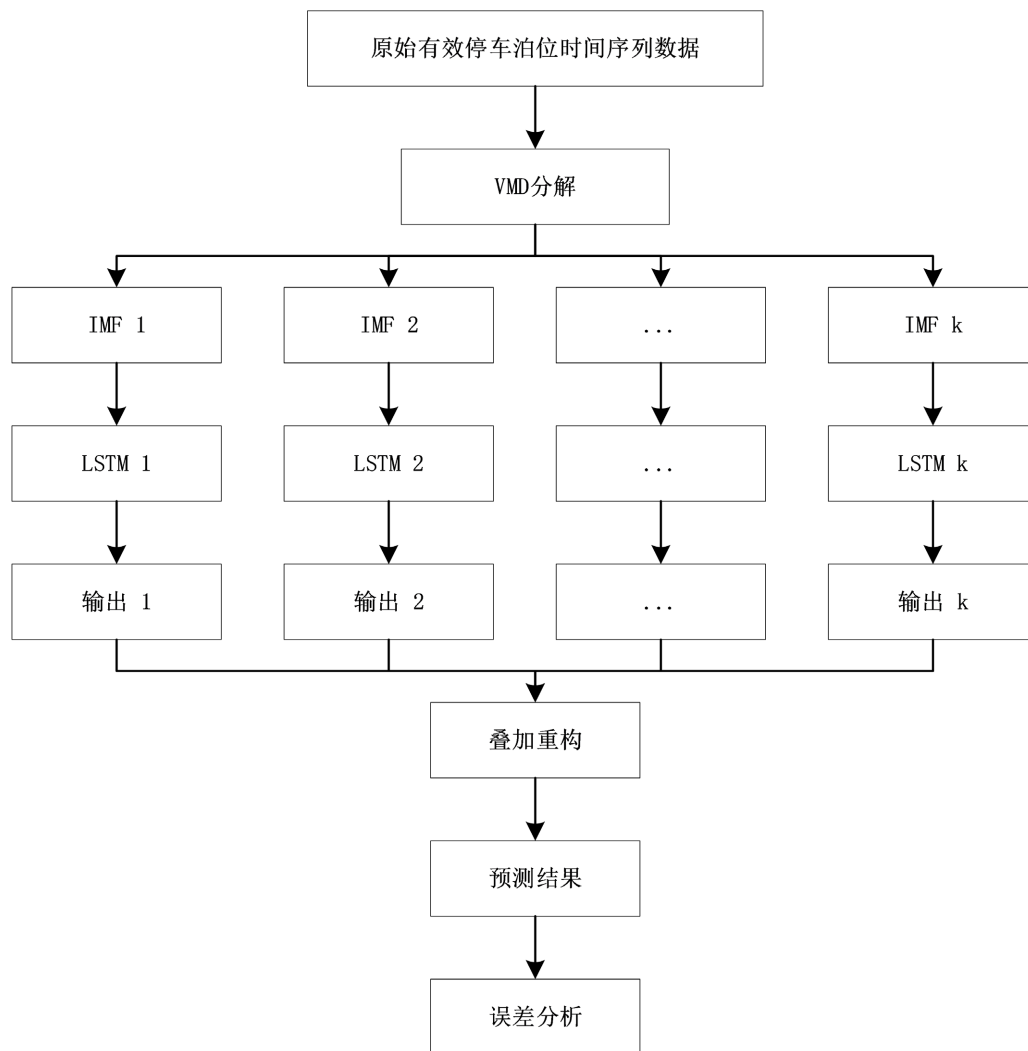


Figure 3. VMD-LSTM flowchart
图 3. VMD-LSTM 流程图

3.2. 评价指标

为了验证模型的预测效果, 本文采用平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE), 均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)和平均绝对百分比误差(Mean Absolute Percentage Error, MAPE)量化预测误差。其计算公式为:

$$MAE = \frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (2.1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2.2)$$

$$MAPE = \frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \quad (2.3)$$

其中 n 为停车泊位数据总采样数, m 为训练集样本数, y_i 为停车泊位实际值, $\hat{y}_i$ 为预测值。

4. 实例与结果分析

4.1. 实验准备

本实验数据选取上海市闵行区某区域路边停车车位数据为研究对象, 共涉及 19 个路段, 562 个停车位。对 2024 年 3 月 18 至 3 月 22 日的停车泊位进行分析, 时间间隔为 5 分钟。首先对高位摄像机采集到的数据进行预处理, 共得到 1440 个停车泊位数据点。以预测点前 60 分钟的数据作为模型输入, 以预测的停车泊位数据作为模型输出, 以前四个工作日的数据作为训练集, 最后一个工作日的数据作为测试集, 构建 R2, RMSE, MAE 和 MAPE4 个评价指标, 分别使用 LSTM, EMD-LSTM, CEEMDAN-LSTM 和 VMD-LSTM 四种预测模型, 对空闲停车泊位数据进行预测。

4.2. 基于 VMD 的停车泊位数据分解结果

停车泊位数据具有非平稳性和非线性, 采用变分模态分解对停车泊位原始数据进行分解, 得到线性的, 平稳的分量, 以消除偶然因素的影响, 并进一步挖掘停车泊位的特征。对于变分模态分解, 需要的参数是需要分解的变量个数 k 以及中心频率 α 。本研究以重构信号和原始信号的重构误差最小为目标, 经过多次实验确定变分模态分解的参数, 其中 τ , DC, init 和 tol 取默认值, 分别为 0.3, 0, 1 和 $1e-7$, k 的取值为 9, α 的取值为 1530 时, 重构误差最小。变分模态分解后各分量如图 4 所示。

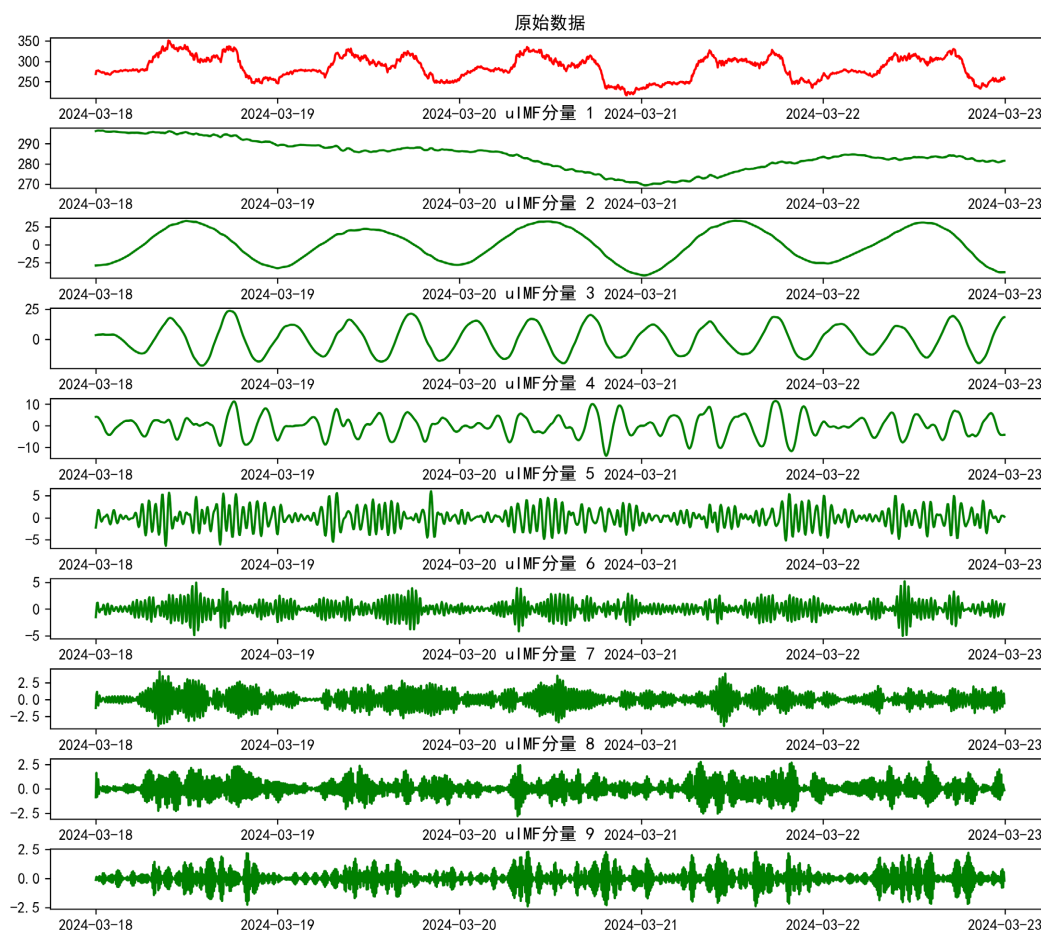


Figure 4. VMD components

图 4. VMD 各分量

分解之后, 得到九个分量, 非线性非稳定的停车泊位数据变得相对线性、稳定。其中低频分量反映了停车泊位的变化趋势, 高频分量反映了停车泊位受到偶然因素的影响, 分解后的分量既保持了原始停车泊位数据的特征, 又避免了模态混叠。

4.3. 基于 VMD-LSTM 模型预测结果

将变分模态分解得到的九个模态分量分为训练集和测试集后, 分别输入到长短时记忆网络中进行预测, 将各预测值进行叠加重构得到最终的预测结果。选取前 80%数据点用于训练, 后 20%数据点进行预测。长短时记忆网络设置为两层, 数据采样步长为 12, 即用前 1 小时的数据预测后五分钟的数据, 隐藏层神经元数量为 32, 损失函数采用 MSE, 优化器选择 Adam, 以均方误差作为损失函数, 迭代次数为 100, dropout 为 0.2 防止过拟合。预测结果如图 5 所示。



Figure 5. Actual values and VMD-LSTM model prediction results

图 5. 实际值和 VMD-LSTM 模型预测结果

由此可见, VMD-LSTM 模型预测的结果与实际值比较接近, 预测的结果较好。

4.4. 预测结果分析

为验证 VMD-LSTM 模型的性能, 将其与 LSTM 模型、EMD-LSTM 模型和 CEEMDAN-LSTM 模型预测结果对比, 各模型评价指标对比见表 1, 结果取 10 次平均值。

Table 1. Comparison of evaluation indicators for various models

表 1. 各模型评价指标对比

模型	R2	RMSE	MAE	MAPE
VMD-LSTM	0.9965	1.4518	1.1900	0.4293%
CEEMDAN-LSTM	0.9899	2.4855	2.0221	0.7231%
EMD-LSTM	0.9854	2.9909	2.4313	0.8704%
LSTM	0.9713	4.1919	3.2265	1.1359%

各预测模型未来一小时预测结果图如图 6 所示。

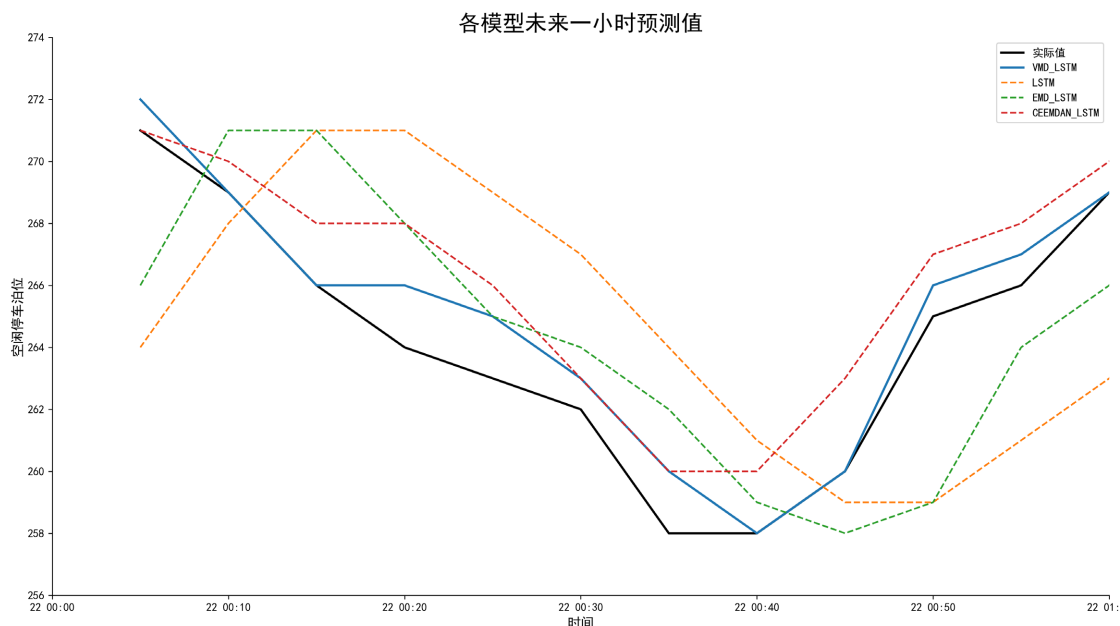


Figure 6. Forecast results of each model for the next hour

图 6. 各模型未来一小时预测结果图

在进行有效停车泊位的预测时, 引入变分模态分解方法使得预测模型的精度得到进一步提高。从表 1 可以看出, VMD-LSTM 模型的 RMSE 相比于 LSTM 模型、EMD-LSTM 模型和 CEEMDAN-LSTM 模型分别低 65.37%、51.46%和 41.59%; MAE 分别低 63.12%、51.06%和 41.15%; MAPE 分别低 62.21%、50.68%和 40.63%。说明只使用 LSTM 模型进行预测的结果最差, 使用了 LSTM 的改进模型 EMD-LSTM 和 CEEMDAN-LSTM 模型的效果均有提升, 但改善效果有限, 使用 VMD-LSTM 的结果改善幅度较大, 表明仅使用 LSTM 模型预测的结果是最糟糕的。这证明, 变分模态分解可以有效降低原停车泊位数据的非线性、非平稳性, 从而使预测结果有更显著的改善, 预测效果也更加精准。

5. 结束语

本文围绕有效停车泊位预测问题, 基于变分模态分解和长短时记忆网络设计并提出了一种组合预测模型 VMD-LSTM 模型, 并通过实证研究, 验证了其在预测有效停车泊位数量方面的有效性和优越性。模型的核心思路是利用 VMD 技术将非平稳、非线性的停车泊位原始数据分解为若干线性和平稳的分量, 针对每个分量分别建立 LSTM 网络进行预测, 并通过对各分量预测结果的叠加与重构, 生成最终的整体预测结果。通过使用实际采集的路边停车泊位数据对该模型进行训练和仿真, 实验结果表明, 与未采用模态分解的传统神经网络预测模型相比, VMD-LSTM 模型的预测精度显著提升, 达到 40%~62%的改进幅度, 充分验证了组合模型的优势和可靠性。

通过对 VMD-LSTM 模型的研究和实验分析, 得出如下结论:

(1) 变分模态分解方法的有效性: VMD 方法在处理非平稳、非线性时间序列数据方面具有显著优势, 能够有效分离出不同频率和特征的分量, 从而将复杂的原始数据转化为更适合预测建模的线性和平稳数据。这种方法为后续预测模型提供了更高质量的输入, 提高了预测模型的训练效率和稳定性。

(2) 组合预测模型的显著性能: 基于先分解后集成思想的 VMD-LSTM 模型, 通过对分解后的各分量

分别建模并最终整合预测结果, 能够更好地捕捉数据中的潜在特征, 相较于直接应用传统 LSTM 模型, 组合模型在预测精度和效果方面都有显著提升。

(3) VMD 与 LSTM 的协同创新: VMD 技术的引入, 为 LSTM 模型提供了更明确的目标和更清晰的特征结构, 两者的结合在有效停车泊位预测领域展现出较高的适用性。模型不仅适用于短期预测, 还能够长期趋势变化中表现出较强的鲁棒性, 为复杂环境下的停车泊位预测提供了可靠的解决方案。

参考文献

- [1] Awan, F.M., Saleem, Y., Minerva, R. and Crespi, N. (2020) A Comparative Analysis of Machine/Deep Learning Models for Parking Space Availability Prediction. *Sensors*, **20**, Article ID: 322. <https://doi.org/10.3390/s20010322>
- [2] Wang, B., Liu, Y., Hei, X., Wang, L. and Zhang, Z. (2014) A Parking Guidance Method Based on Parallel Particle Swarm Optimization Algorithm. 2014 10th International Conference on Computational Intelligence and Security, Kunming, 15-16 November 2014, 568-572. <https://doi.org/10.1109/cis.2014.150>
- [3] 梅振宇, 项贻强, 陈峻, 等. 基于模糊算法的停车诱导与交通流控制协同优化模型[J]. 中国公路学报, 2008, 21(2): 84-88.
- [4] 姚俊峰, 何瑞, 史童童, 等. 基于机器学习的交通流预测方法综述[J]. 交通运输工程学报, 2023, 23(3): 44-67.
- [5] Yu, F., Guo, J., Zhu, X. and Shi, G. (2015) Real Time Prediction of Unoccupied Parking Space Using Time Series Model. 2015 International Conference on Transportation Information and Safety (ICTIS), Wuhan, 25-28 June 2015, 370-374. <https://doi.org/10.1109/ictis.2015.7232145>
- [6] 季彦婕, 王炜, 邓卫. 停车场有效泊位占有率变化特性及其短时预测模型[J]. 东南大学学报(英文版), 2007, 23(4): 604-608.
- [7] 韩印, 郑喆, 赵靖, 等. 基于灰色-小波神经网络的有效泊位预测[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(5): 60-67+96.
- [8] 杨培红, 哈元元, 余智鑫, 等. 基于 LightGBM-SVR-LSTM 的停车区车位预测[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(20): 8954-8959.
- [9] Zhou, R., Qiu, S., Li, M., Meng, S. and Zhang, Q. (2024) Short-Term Air Traffic Flow Prediction Based on CEEMD-LSTM of Bayesian Optimization and Differential Processing. *Electronics*, **13**, Article No. 1896. <https://doi.org/10.3390/electronics13101896>
- [10] 田丰, 程志华, 侯天育. 基于 CEEMDAN-SE 和 LSSA-GRU 组合的短时交通流量预测[J]. 公路交通科技, 2023, 40(6): 194-202.
- [11] Dragomiretskiy, K. and Zosso, D. (2014) Variational Mode Decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **62**, 531-544. <https://doi.org/10.1109/tsp.2013.2288675>
- [12] 郑彩红, 申强, 邓思勉, 等. 基于优化 VMD 的悬索桥挠度温度效应分离方法[J]. 公路交通科技, 2021, 38(6): 88-96+119.
- [13] Majumder, I., Dash, P.K. and Bisoi, R. (2018) Variational Mode Decomposition Based Low Rank Robust Kernel Extreme Learning Machine for Solar Irradiation Forecasting. *Energy Conversion and Management*, **171**, 787-806. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2018.06.021>