Published Online January 2025 in Hans. https://doi.org/10.12677/mos.2025.141038

考虑旧产品质量分级的在线销售系统生产运营 决策研究

袁弘毅、韩小雅

上海理工大学管理学院,上海

收稿日期: 2024年12月15日; 录用日期: 2025年1月8日; 发布日期: 2025年1月16日

摘要

本文构建了一个由电子商务平台和翻新产品制造商组成供应链的决策模型。在考虑回收产品质量分级的情形下,从次新产品和翻新产品竞争的角度出发,建立Stackelberg博弈模型,分析了旧产品质量、补贴等因素对供应链决策的影响。平台作为博弈的领导者,选择不同质量的回收产品进行分类,将质量良好的产品直接卖给消费者,将质量有一定瑕疵的产品卖给制造商,制造商将产品翻新以后,通过平台将翻新产品卖给消费者,与此同时,政府会根据情况考虑是否对翻新产品进行补贴。研究结果表明:翻新度的提升能够有效刺激次新产品的需求,尤其是对于高翻新度的产品,价格较低的次新产品更受消费者青睐。此外,政府补贴政策显著促进了翻新产品的市场需求,通过降低消费者购买成本,激励其选择翻新商品。最后,政府补贴在供应链协调中发挥了关键作用,不仅优化了资源配置,还增强了平台与制造商之间的合作,推动了双方形成"双赢"的局面。

关键词

平台供应链,翻新产品,质量分级,政府补贴

Research on Production and Operation Decision-Making of Online Sales Systems Considering Quality Classification of Used Products

Hongyi Yuan, Xiaoya Han

School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 15th, 2024; accepted: Jan. 8th, 2025; published: Jan. 16th, 2025

文章引用: 袁弘毅, 韩小雅. 考虑旧产品质量分级的在线销售系统生产运营决策研究[J]. 建模与仿真, 2025, 14(1): 404-418, DOI: 10.12677/mos,2025,141038

Abstracta

This paper constructs a decision-making model for a supply chain composed of e-commerce platforms and manufacturers of refurbished products. Considering the quality grading of recovered products, a Stackelberg game model is established from the perspective of competition between new and refurbished products, analyzing the impacts of factors such as the quality of old products and subsidies on supply chain decisions. As the leader of the game, the platform categorizes recovered products based on their quality, selling high-quality products directly to consumers while reselling products with certain defects to manufacturers. The manufacturers then refurbish these products and sell the refurbished items to consumers through the platform. Meanwhile, the government considers whether to subsidize refurbished products based on the circumstances. The research findings indicate that an increase in the degree of refurbishment can effectively stimulate the demand for new products, particularly for highly refurbished items, where lower-priced new products are more favored by consumers. Furthermore, government subsidy policies significantly promote the market demand for refurbished products by reducing consumers' purchasing costs. thereby incentivizing them to choose refurbished goods. Finally, government subsidies play a crucial role in supply chain coordination, not only optimizing resource allocation but also enhancing cooperation between platforms and manufacturers, thus facilitating a win-win situation for both parties.

Keywords

Platform Supply Chain, Remanufactured Products, Quality Grading, Government Subsidies

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



Open Access

1. 引言

近年来,互联网经济迅猛发展,各大平台利用数据优势提升了消费者购物体验,促进了退货和购买次新产品的积极性[1]。制造商通过平台回收废旧品,降低了物流成本,提高了回收效率。国家政策支持旧产品回收,2024年国务院发布了相关行动方案,推动高质量发展。面对大量回收产品,合理分类和再利用成为重要问题。旧产品回收过程中,产品质量和数量的不确定性使得合理分类尤为重要。回收商对产品进行初步检查后,决定其淘汰或纳入库存,淘汰品通常被视为废品[2]。通过对回收产品的质量分级,企业可以减少生产过程中不必要的浪费,降低成本,提高资源利用效率。这为优化资源配置和可持续发展提供了理论基础。近年来,关于旧产品回收的补贴问题已经引起了广泛的关注,许多文献对此进行了深入研究[3][4]。研究表明回收有助于减少废弃物和环境污染,同时为产业发展提供原材料。政府对翻新产品的补贴能够激励企业投资技术和设施,促进消费升级。然而,补贴也可能面临资金来源不透明和不当竞争等问题。

本文在考虑回收产品质量分级及次新产品与翻新产品竞争关系的基础上,构建了由制造商和平台组成的供应链模型,分析政府补贴对翻新产品的影响。研究涉及次新产品与翻新产品市场竞争、消费者购买偏好及产品质量分级等文献,为本研究提供理论支持。

近年来,关于次新产品与翻新产品的研究已在国内外学术界取得了显著进展。郭强等学者基于品牌

优势,探讨了回收成本对回收商选择翻新模式的影响[5];卿前恺等则考虑了在电商平台上开辟二手市场的情境[6];此外,一些文献还关注了翻新产品的内部生产、外包与授权问题,并提出了在特定情境下应选择的模式[7]-[9]。在前人研究的基础上,本文在电商平台中开辟了次新产品市场与翻新产品市场,既考虑了这两类产品的市场动态,又从质量分级的角度对两种产品进行了分类分析。这一研究不仅丰富了相关领域的理论探讨,也为实际应用提供了新的视角。

近年来,翻新产品的可持续性研究受到广泛关注,主要集中在其对资源利用效率和环境影响的积极作用。研究表明,翻新产品能够有效延长产品生命周期并减少废物产生,因此消费者对翻新产品的购买偏好也引起了众多学者的关注。冯章伟等人分析了消费者偏好与政府补贴对翻新制造的影响[10];高鹏等则构建了传统供应链与区块链供应链下的产品创新及政府补贴决策模型,比较分析了区块链技术的采用对产品市场需求及经济利润的影响[11]。另外,Hong等研究了消费者的参考行为对翻新产品设计和定价决策的影响,当面对具有不同认知参考层次的消费者时,应调整产品设计和定价策略[12]。基于以上研究,本文将消费者对翻新产品的偏好、政府补贴政策与产品质量分级相结合,探讨了消费者偏好对平台与制造商利润的影响。这一研究不仅深化了对消费者行为的理解,也为相关政策的制定提供了理论依据。

国内外关于回收产品质量分级的研究相对较为有限。Han 等人探讨了在不同模式下质量分拣标准和两类分类错误对供应链决策及绩效的影响[13]; 张涛等则研究了翻新产品的库存容量限制与市场需求条件,指出制造商应根据可回收产品的质量价值进行分级,并分析了在不同质量需求等级下翻新产品的处理效益[2]马祖军等人则关注由制造商与网络平台构成的闭环供应链,研究了制造商如何通过网络平台同时进行新产品代销与废旧品回收[14]。本文不仅考虑回收产品的质量分级,还规划了分级后产品的销售路径,旨在优化回收产品的市场流通。

综上所述,现有文献对翻新产品和次新产品的比较较少,本文从消费者视角出发,研究平台系统中翻新产品与次新产品的定价决策,引入政府补贴构建供应链模型,创新点在于分析两个市场的定价决策、回收产品质量分级及销售路径,为平台与制造商的优化策略提供理论指导与决策依据。

2. 问题描述与符合说明

在市场中,存在一个平台(E)负责销售次新产品,以及一个制造商(R)专注于生产和销售翻新产品。次新产品和翻新产品的定价分别为 p_s 和 p_r 。在不失一般性的情况下,假设市场规模为 1。最初,电商平台从消费者手中回收已使用的产品,并将这些回收的产品视为原材料。由于回收产品在质量、颜色和使用程度等方面存在差异,平台需要对回收的产品进行质量分级。类似于相关文献,回收产品的质量服从 [0,1] 均匀分布。质量较好的产品将被电商平台直接销售给消费者,本文将这部分产品称为次新产品。与此同时,为了维护电商平台的商业信誉,质量存在瑕疵的产品将以价格 ω 出售给制造商,制造商在翻新后通过电商平台将这些产品销售给消费者,电商平台收取的佣金率为 ϕ ,而产品的翻新程度为 e。剩余质量较差的产品将被视为残值。制造商与平台之间既存在竞争关系,又有合作关系。在这个博弈模型中,平台作为 Stackelberg 博弈的领导者,制造商则为追随者。整体供应链的决策顺序为:首先,电商平台决定次新产品的价格 p_s 。然后制造商决定翻新产品的价格 p_r 。制造商和电商平台的目标均是实现利润最大化。模型中使用的符号及其含义详见表 1,整个流程的时序如图 1 所示。

在本文的第一部分,我们将首先探讨在常规情况下平台与制造商的决策模型,即假设政府部门未采取任何补贴策略。与以往许多文献相似,消费者对产品功能属性的评价表现出异质性,因此消费者面临三种选择:购买次新产品、购买翻新产品或选择不购买。消费者对次新产品的支付意愿可表示为 $(1+\alpha)/2\cdot v$,v 服从 [0,1] 均匀分布,密度函数为 f(v),分布函数为 F(v),因此,消费者购买次新产品所获得的效用为 $U_s^E=(1+\alpha)/2\cdot v-p_s^E$ 。与此同时,消费者对翻新产品的支付意愿为 $(\alpha+\beta)/2\cdot v$,考虑到产

品的翻新水平及消费者的认知水平,消费者购买翻新产品的效用可表示为 $U_r^E = (\alpha + \beta)/2 \cdot v - p_r^E + k \cdot e$,其中 $k \cdot e$ 代表消费者因产品翻新性能所获得的正效用。当 $U_r^E > U_r^E > 0$ 时,消费者倾向于购买翻新产品;当 $U_s^E > U_r^E > 0$ 时,消费者倾向于购买次新产品;当 $U_s^E < 0$ 和 $U_r^E < 0$ 时,消费者更可能选择不购买任何产品。

Table 1. Parameters and meanings 表 1. 参数及其含义

参数	含义	参数	含义
v	消费者支付意愿	S	回收产品残值部分的价格单价
α	回收产品的高质量水平	η	回收产品用作翻新部分的价格单价
β	回收产品的低质量水平	θ	回收产品用作次新部分的价格单价
ϕ	佣金率	$q_{\scriptscriptstyle s}$	次新产品的需求量
b	政府对于单件翻新产品的补助	$q_{_r}$	翻新产品的需求量
k	消费者对于翻新度的意识水平	$\Pi_{\scriptscriptstyle E}$	电商平台利润
ω	电商平台销售产品的平均价格	$\Pi_{\scriptscriptstyle R}$	制造商利润
c	电商平台销售产品的单价	e	翻新度
决策变量	含义	决策变量	含义
p_s	次新产品销售单价	p_r	翻新产品销售单价

注: 上标 "E" 和 "B" 分别表示模型 E 和模型 B 的场景; 上标 "*" 表示最优解且 $\omega = \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot c$ 。

3. 模型的构建与求解

通过翻新产品效用 U_r^E 和次新产品效用 U_s^E ,当 $U_s^E > U_r^E > 0$ 且 $U_s^E > 0$ 时,存在临界值 $v_1 = 2 \cdot \left(p_s^E - p_r^E + k \cdot e \right) / (1-\beta)$ 和 p_s^E ,消费者选择次新产品。当 $U_r^E > U_s^E > 0$ 且 $U_r^E > 0$ 时,存在临界值 v_1 和 $v_2 = 2 \cdot \left(p_r^E - k \cdot e \right) / (\alpha + \beta)$,消费者选择翻新产品。根据效用理论,可求得次新产品和翻新产品的需求分别为 $q_s^E = 1 - v_1$ 和 $q_r^E = v_1 - v_2$,即:

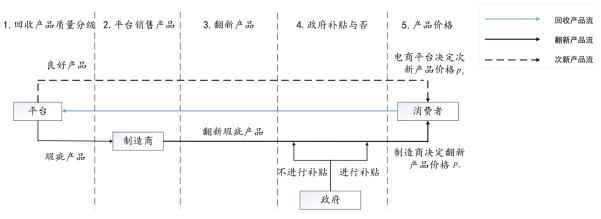


Figure 1. Sequence diagram 图 1. 时序图

$$\begin{cases} q_{s}^{E} = 1 - 2 \cdot \frac{p_{s}^{E} - p_{r}^{E} + k \cdot e}{1 - \beta}, \\ q_{r}^{E} = 2 \cdot \frac{p_{s}^{E} - p_{r}^{E} + k \cdot e}{1 - \beta} - 2 \cdot \frac{p_{r}^{E} - k \cdot e}{\alpha + \beta}. \end{cases}$$
(1)

在政府不对制造商进行补贴的情况下,平台和制造商的利润分别为

$$\begin{cases}
\Pi_E^E = p_s^E \cdot q_s^E + \phi \cdot p_r^E \cdot q_r^E + w \cdot q_r^E - s \cdot \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \eta \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \theta \cdot \left(\frac{1 + \alpha}{2}\right)^2, \\
\Pi_R^E = (1 - \phi) \cdot p_r^E \cdot q_r^E - w \cdot q_r^E - k \cdot e^2.
\end{cases} \tag{2}$$

对于平台而言,销售次新产品可以获得 $p_s^E \cdot q_s^E$ 的收益,收取翻新产品的佣金为 $\phi \cdot p_r^E \cdot q_r^E$,其中 ϕ 为佣金率,销售瑕疵产品作为翻新产品的原材料,收益为 $\omega \cdot q_r^E$,从消费者手中获取的回收产品,其价格根据回收质量的不同,分别为 $s \cdot \left(\frac{\beta}{2}\right)^2$, $\eta \cdot \left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2$, $\theta \cdot \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2$,其中 s,η,θ 分别表示回收产品残值部分的价格单价,回收产品用作翻新产品部分的价格单价,回收产品用作额新产品部分的价格单价,回收产品用作次新产品部分的价格单价。而对于制造商来说,通过平台销售翻新产品的收益为 $(1-\phi) \cdot p_r^E \cdot q_r^E$,为平台支付的原材料成本为 $\omega \cdot q_r^E$,产品的翻新努力成本为 $k \cdot e^2$,特别地,这里假设制造商翻新生产的基础成本为 0 而不影响主要结论。

定理 1. 平台和制造商销售次新产品和翻新产品价格的最优解分别为:

$$\begin{cases}
p_r^{E*} = \frac{2ke(2+\alpha-\beta)(1-\phi)+(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-2c-\phi)}{4(1-\phi)(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))}, \\
p_s^{E*} = \frac{1}{4}\left(1-2ke+c\alpha-(1-c)\beta+\frac{(1+\phi)(2ke(2+\alpha-\beta)(1-\phi)+(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-2c-\phi))}{2(1-\phi)(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))}\right).
\end{cases} (3)$$

最优次新产品和翻新产品需求为:

$$\begin{cases}
q_r^{E^*} = \frac{2ke(2+\alpha-\beta)(1-\phi) + (\alpha+\beta)((1-\beta)(1-\phi) + 2c(1+\alpha(1-\phi)-\beta\phi))}{4(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)}, \\
q_s^{E^*} = \frac{4 + (3-6c)\alpha - 5\beta - 6c\beta - \beta(3\alpha-\beta) - 3(1-\beta)(\alpha+\beta)\phi}{4(1-\beta)(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))} \\
+ \frac{2c(\alpha+\beta)(\beta(2+\phi)-\alpha(1-\phi)) - 2ke(2+\alpha-\beta-(2-\alpha-3\beta)\phi)}{4(1-\beta)(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))}.
\end{cases} (4)$$

命题 1. 生产商和制造商的最优定价策略具有以下性质:

命题 1.1.
$$\frac{\partial p_r^{E*}}{\partial e} > 0; \frac{\partial p_r^{E*}}{\partial \phi} > 0$$
。

命题 1.2. 当
$$\phi > \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$$
时, $\frac{\partial p_s^{E*}}{\partial e} > 0$; 当 $\phi < \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$ 时, $\frac{\partial p_s^{E*}}{\partial e} < 0$ 。

根据命题 1.1,翻新水平的提升会使消费者愿意支付更高价格,导致翻新产品价格上升。同时,佣金率的提高直接影响制造商利润,制造商往往选择提高翻新产品售价以维持利润。为促进消费者购买,电商平台应考虑降低佣金率,以减轻制造商负担并保持价格竞争力。根据命题 1.2,平台在次新产品与翻新产品之间的定价策略与佣金率显著相关。当佣金率较高时,平台可能会提高次新产品价格以维持利润,但这可能降低消费者购买意愿,尤其是对翻新产品认知增强的情况下。相反,佣金率较低时,平台可能

需降价以增强次新产品吸引力,从而提升销售量并缓解消费者对翻新产品的偏见,实现市场平衡。

命题 2. 两种产品的最优生产策略具有如下关系:

存在关键值阈值
$$\hat{\phi}_1(c)$$
, 当 $0 < \phi < \hat{\phi}_1(c)$ 时, $q_s^{E*} < q_r^{E*}$; 当 $\phi > \hat{\phi}_1(c)$ 时, $q_s^{E*} > q_r^{E*}$.

命题 2 强调了佣金率对平台和制造商生产策略的重要影响。如图 2 所示,当佣金率达到特定阈值时,翻新产品的需求显著高于次新产品;而低于该阈值时,次新产品需求则更高。这表明高佣金率迫使制造商提高翻新产品售价,消费者因质量和价值感知倾向选择翻新产品;低佣金率则使制造商能以更具竞争力的价格推出次新产品,吸引对性价比敏感的消费者。因此,电商平台和制造商应根据佣金率变化灵活调整定价策略,关注消费者需求变化,提升产品质量与品牌形象,同时加强信息透明与消费者教育,以适应市场动态,提升整体竞争力。

4. 政府补贴模型决策分析

在模型 E 的基础上,政府为鼓励消费者购买翻新产品,决定提供制造商产品补助。在此情境下,消费者购买次新产品和翻新产品的效用分别为: $U_s^B = \frac{1+\alpha}{2} \cdot v - p_s^B$, $U_r^B = \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot v - \left(p_r^B - b\right) + k \cdot e$ 。 当 $U_s^B > U_r^B \perp U_s^B > 0$ 时,存在临界值 $v_3 = 1 - 2 \cdot \frac{p_s^B - p_r^B + b + k \cdot e}{1-\beta}$ 和 p_s^B ,消费者选择次新产品。当 $U_r^B > U_s^B$ 且 $U_r^B > 0$ 时,存在临界值 v_3 和 $v_4 = 2 \cdot \frac{p_r^B - b - k \cdot e}{\alpha+\beta}$,消费者选择翻新产品。根据效用理论,可求得次新产品和翻新产品的需求分别为 $q_s^B = 1 - v_3$ 和 $q_r^B = v_3 - v_4$,即:

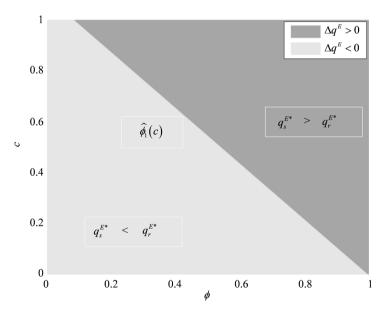


Figure 2. The relationship between the commission rate and $q_s^{E^*}$, $q_r^{E^*}$ **图 2.** 佣金率和 $q_s^{E^*}$, $q_r^{E^*}$ 之间的关系

$$\begin{cases} q_{s}^{B} = 1 - 2 \cdot \frac{p_{s}^{B} - p_{r}^{B} + b + ke}{1 - \beta}, \\ q_{r}^{B} = 2 \cdot \frac{p_{s}^{B} - p_{r}^{B} + b + ke}{1 - \beta} - 2 \cdot \frac{p_{r}^{B} - b - ke}{\alpha + \beta}. \end{cases}$$
(5)

在政府不对制造商进行补贴的情况下,平台和制造商的利润分别为:

$$\begin{cases}
\Pi_E^B = p_s^B \cdot q_s^B + \phi \cdot p_r^B \cdot q_r^B + w \cdot q_r^B - s \cdot \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \eta \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \theta \cdot \left(\frac{1 + \alpha}{2}\right)^2, \\
\Pi_R^B = (1 - \phi + b) \cdot p_r^B \cdot q_r^B - w \cdot q_r^B - k \cdot e^2.
\end{cases}$$
(6)

对于平台而言,收益和不考虑政府补贴的情况相同;而对于制造商,获得政府的补贴额为 $b \cdot p_r^B \cdot q_r^B$,其它情况也同样保持不变。

定理 2. 平台和制造商销售次新产品和翻新产品价格的最优解分别为:

$$\begin{cases}
p_r^{B^*} = \frac{1}{4} \left(\frac{c(\alpha + \beta)}{1 + b - \phi} + \frac{2b(2 + \alpha - \beta) + 2ke(2 + \alpha - \beta) + (\alpha + \beta)(1 + c\alpha - (1 - c)\beta)}{2 + \alpha(1 - \phi) - \beta(1 + \phi)} \right), \\
p_s^{B^*} = \frac{1}{4} \left(1 - 2b - 2ke + c\alpha - (1 - c)\beta \right) \\
+ \frac{1}{2} (1 + \phi) \left(\frac{c(\alpha + \beta)}{1 + b - \phi} + \frac{2b(2 + \alpha - \beta) + 2ke(2 + \alpha - \beta) + (\alpha + \beta)(1 + c\alpha - (1 - c)\beta)}{2 + \alpha(1 - \phi) - \beta(1 + \phi)} \right) \right).
\end{cases} (7)$$

最优次新产品和翻新产品需求为:

$$\begin{cases} q_s^{B*} = \frac{1}{4(\alpha+\beta)} \cdot \left(3(2b+2ek+\alpha) - \frac{2(b+ek)(1+\alpha)}{1-\beta} + 3\beta - \frac{bc(\alpha+\beta)^2}{(1-\beta)(1+b-\phi)} \right. \\ - \frac{4b(2+\alpha-\beta) + 4ek(2+\alpha-\beta) + 2(\alpha+\beta)(1+c\alpha-(1-c)\beta)}{2+\alpha(1-\phi) - \beta(1+\phi)} \right), \\ q_r^{B*} = \frac{2b^2(2+\alpha-\beta) + 2ek(2+\alpha-\beta)(1-\phi) + (1-\beta)(\alpha+\beta)(1-2c-\phi)}{4(1-\beta)(\alpha+\beta)(1+b-\phi)} \\ + \frac{+b(4+c\alpha^2 + 2ek(2+\alpha-\beta) - \beta - \beta^2 + c\beta^2 - 4\phi + 2\beta\phi + \alpha(3-\beta+2c\beta-2\phi))}{4(1-\beta)(\alpha+\beta)(1+b-\phi)}. \end{cases}$$
(8)

命题 3. 政府补贴对于产品最优价格的影响如下:

命题 3.1. 存在关键值阈值
$$\hat{b_1}(c)$$
, 当 $0 < \hat{b_1}(c) < b$ 时, $\frac{\partial p_r^{B*}}{\partial b} < 0$; 当 $\hat{b_1}(c) > b$ 时, $\frac{\partial p_r^{B*}}{\partial b} > 0$ 。

命题 3.2. 当
$$\phi < \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$$
时, $\frac{\partial p_s^{B*}}{\partial b} > 0$ 恒成立;当 $\phi > \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$ 时,存在关键值阈值 $\hat{b_2}(c)$,当

 $0 < \widehat{b_2}(c) < b$ 时,次新产品的最优价格和政府补贴成反比,当 $\widehat{b_2}(c) > b$ 时,次新产品的最优价格和政府补贴成正比。

命题 3 探讨了政府补贴对翻新产品和次新产品制造商定价策略的影响。如图 3 所示,政府补贴并不总利于提高产品价格。例如,当平台销售高质量产品且政府补贴较少时,制造商倾向于降低售价,以吸引更多消费者,无需依赖高额补贴。对于次新产品,政府补贴对定价的影响更为复杂,因其与产品质量和平台佣金密切相关。当平台佣金较低时,平台利润下降,可能会提高售价,且这一情况与补贴无关。相反,当佣金率较高时,制造商为保持利润可能提高售价,政府可能加大对翻新产品的补贴。如果补贴较少,消费者可能更倾向于选择次新产品,促使平台降低价格以争夺市场份额。反之,补贴增加时,消费者倾向于购买高质量且环保的翻新产品,平台可能提高售价以维持利润。因此,政府补贴在不同产品类型中的作用表现出多样性,影响制造商的定价策略和市场动态。

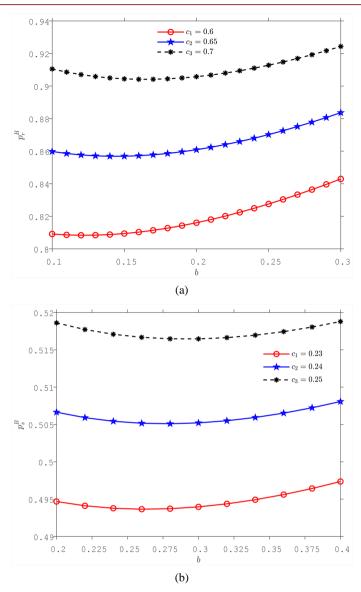


Figure 3. The relationship between government subsidies and optimal product pricing. (a) The relationship between government subsidies and p_r^B ; (b) The relationship between government subsidies and p_r^B

图 3. 政府补贴和产品最优价格之间的关系。(a) 政府补贴和 p_r^B 之间的关系;(b) 政府补贴和 p_s^B 之间的关系

命题 4. 政府补贴对于最优生产策略的影响如下:存在关键值阈值 $\hat{b_3}(c)$,当 $0 < \hat{b_3}(c) < b$ 时, $q_s^{B*} > q_r^{B*}$;当 $\hat{b_3}(c) > b$ 时, $q_s^{B*} < q_r^{B*}$ 。

命题 4 探讨了政府补贴对翻新产品和次新产品需求的影响。研究结果表明,如图 4 所示,次新产品和翻新产品需求之间存在一个关键值 $\hat{b}_3(c)$ 。当翻新产品获得的补贴超过关键值时,次新产品的需求低于翻新产品;反之,当补贴低于该关键值时,次新产品的需求则高于翻新产品。政府补贴策略的实施并不总对制造商有利。当补贴对翻新产品的影响较小时,补贴可能缩小其需求,因为补贴降低了翻新产品的成本,增强了其低价优势,导致消费者更倾向于选择价格较低的翻新产品。然而,随着翻新产品市场接受度的提高,补贴策略可能反而增加次新产品的需求,因为次新产品能弥补翻新产品在环保方面的劣势。此外,从环保角度来看,政府的补贴策略显著提升次新产品的市场需求,促使消费者更倾向于选择环保

产品,推动市场可持续发展。因此,政府在制定补贴政策时,应综合考虑不同产品类型的市场动态和消费者偏好,以实现资源的有效配置和市场健康发展。通过灵活调整补贴策略,政府可以更好地平衡翻新产品与次新产品之间的需求关系,促进整体市场繁荣。

5. 供应链最优决策

在以上过程中,基于翻新产品价格补贴外生的假设,本文讨论了决策变量之间的灵敏度变化。本部分本文将不同的两种模式进行比较,探讨政府的最优产品价格补贴决策如何对供应链造成影响,及其引起相关变化规律。

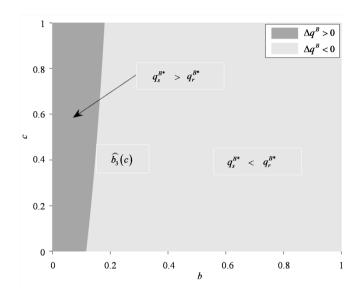


Figure 4. The relationship between government subsidies and demand gap ($\Delta q^B = q_s^{B^*} - q_r^{B^*}$)

图 4. 政府补贴和需求差($\Delta q^B = q_s^{B^*} - q_s^{B^*}$)之间的关系

命题 5. 次新产品和翻新产品的最佳需求量具有如下关系:

命题 5.1. 存在关键值阈值 $\hat{e_1}(\phi)$, $0 < \hat{e_1}(\phi) < e$ 时, $q_s^{E*} < q_s^{B*}$; 当 $\hat{e_1}(\phi) > e$ 时, $q_s^{E*} > q_s^{B*}$ 。

命题 5.2. $q_r^{E*} < q_r^{B*}$ 恒成立。

命题 5 探讨了翻新度和佣金率对次新产品需求的影响。如图 5 所示,翻新度越低,消费者更倾向于购买次新产品,因为次新产品具备较大的价格空间和低成本优势,能够有效应对翻新产品的竞争。在这种情况下,政府补贴可能对次新产品需求产生负面影响,因为消费者更愿意选择价格较低的次新产品。相反,翻新度提高时,消费者对翻新产品的偏好增强,导致次新产品的成本优势减小,从而对其需求产生负面影响。在这种情况下,政府补贴可能对次新产品需求产生积极增益,因为消费者可能会重新考虑购买决策,选择更环保的产品。因此,平台在制定市场策略时应考虑消费者对次新产品需求的变化,尤其是从环保属性和翻新度的角度进行分析。平台可通过优化产品组合和调整价格策略来提升次新产品的市场份额。同时,政府的补贴措施对翻新产品需求始终有助,能有效促进其市场接受度,推动可持续消费。因此,政策制定者应关注翻新度与佣金率之间的动态关系,以更好地引导市场发展和资源配置。

命题 6. 不同模式下电子商务平台的利润具有如下性质:

命题 6.1. 存在关键值阈值 $\hat{e_2}(\phi)$,在 $e > \hat{e_2}(\phi)$ 的条件下,满足 $\Pi_E^{E*} > \Pi_E^{B*}$ 。

命题 6.2. 存在关键值阈值 $\hat{e_3}(\phi)$, 在 $e > \hat{e_3}(\phi)$ 的条件下,满足 $\Pi_R^{E*} > \Pi_R^{B*}$ 。

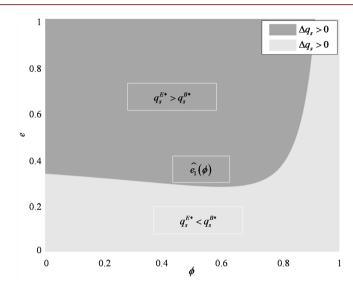


Figure 5. The relationship between refurbishment degree and q_s^{E*} , q_s^{B*}

图 5. 翻新度和 $q_s^{E^*}$, $q_s^{B^*}$ 之间的关系

命题 6 探讨了平台在不同情境下的利润情况。如图 6 所示,研究发现,政府补贴对平台利润的影响取决于翻新度水平,只有当翻新度低于特定阈值时,补贴才会产生积极影响。翻新度过高会导致制造商成本增加,使平台难以盈利。因此,平台需关注消费者对翻新度的需求,制定相应销售策略以优化利润结构。命题 6.2 进一步分析了制造商在不同情境下的利润情况。在考虑政府补贴时,平台佣金低于特定阈值或相对较高时,补贴才有利于制造商利润。然而,单纯依赖补贴并不总对制造商有利,佣金增加可能加剧平台与制造商之间的竞争,影响市场健康发展。因此,结合政府补贴政策,设定合适的翻新度和佣金阈值被视为最佳策略。平台应灵活调整佣金政策以创造更多利润,同时制造商可通过创新和技术提升降低翻新产品成本,增强消费者购买意愿,减少对补贴的依赖。通过建立长期合作关系,平台与制造商可实现互利共赢,提升市场竞争力,实现可持续发展。

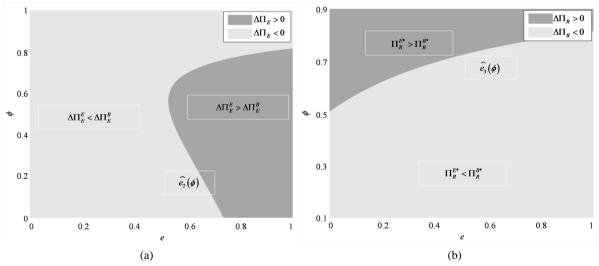


Figure 6. The comparative relationship between profits. (a) The comparative relationship between E-platform profits; (b) The comparative relationship between manufacture profits

图 6. 利润之间的比较关系。(a) 平台之间利润的比较; (b) 制造商之间利润的比较

6. 结论

在产品使用过程中,许多已使用的产品仍具备一定的使用和经济价值,因此平台决定统一收购这些产品。具体而言,瑕疵产品将出售给制造商用于生产翻新产品,而质量良好的产品则作为次新产品直接销售。本文构建了一个二级供应链博弈模型,研究次新产品与翻新产品竞争中的企业与平台经济效益最大化,分析不同补贴方式对产品定价及市场影响。我们推导了最优翻新产品定价,并深入分析了均衡解以得出次新产品定价。此外,本文探讨了翻新度对次新产品需求的影响,分析了政府补贴背景下翻新产品需求的变化,并强调了供应链协作与策略优化的重要性。

本文得出以下结论:首先,翻新度显著影响次新产品需求,提升翻新度通常伴随价格上涨,促使消费者更倾向于选择次新产品,推动销售增长。因此,企业应注重提升翻新产品的质量和市场认知,以增强消费者购买意愿。其次,在政府补贴背景下,翻新产品需求通常高于次新产品,制造商需重新评估生产策略,适度扩大翻新产品生产能力,并积极参与补贴政策的制定与实施,以争取更有利的市场环境。第三,供应链成员之间的协作是市场健康发展的关键。在面对补贴政策、翻新度及回收质量等挑战时,制造商应科学评估相关阈值,构建有效战略框架,推动市场可持续发展。最后,系统性策略调整可实现资源高效利用,增强市场竞争地位,促进整体经济发展。企业应探索循环经济理念等创新商业模式,以提升品牌形象和消费者信任。未来研究应关注优化补贴政策、提升回收效率及推动循环发展创新实践,以实现更广泛的社会效益。整合政府、企业和消费者的力量,构建高效可持续的旧产品回收体系,是实现循环经济目标的重要路径。

参考文献

- [1] 王玉燕,于兆青,申亮. 电商平台资金约束下电商闭环供应链的回收决策研究[J]. 中国管理科学, 2022, 30(3): 154-164.
- [2] 王文宾, 刘业, 全诗苑, 钟罗升, 吕佳. 双销售渠道闭环供应链的政府补贴模式研究[J]. 中国管理科学, 2024, 32(7): 258-269.
- [3] 王喜刚. 逆向供应链中电子废弃产品回收定价和补贴策略研究[J]. 中国管理科学, 2016, 24(8): 107-115.
- [4] 尉爽华, 孙浩. 基于参考价格效应的两周期制造/再制造系统产品定价策略[J]. 计算机集成制造系统, 2022, 28(12): 4022-4039.
- [5] 郭强, 张聪聪, 聂佳佳. 考虑品牌优势的回收商生产模式研究: 再制造或翻新[J]. 工业工程, 2024, 27(3): 130-137+158.
- [6] 卿前恺, 吴文湖, 邵嫄, 等. 考虑电商平台开辟二手市场的双渠道闭环供应链决策[J/OL]. 系统管理学报: 1-21. http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1977.N.20240311.1109.002.html, 2025-01-08.
- [7] Ma, Y., Du, G. and Jiao, R.J. (2024) Design for Product Upgradability Considering Remanufacturing Outsourcing: A Three-Level Joint Optimization Approach. *International Journal of Production Economics*, 272, Article ID: 109233. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2024.109233
- [8] Li, W., Tian, R. and Chen, J. (2024) Original Equipment Manufacturer with Remanufacturing: Outsourcing Strategy and Organizational Structure. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **187**, Article ID: 103575. https://doi.org/10.1016/j.tre.2024.103575
- [9] Lin, J., Naim, M.M. and Tang, O. (2024) In-House or Outsourcing? The Impact of Remanufacturing Strategies on the Dynamics of Component Remanufacturing Systems under Lifecycle Demand and Returns. *European Journal of Operational Research*, **315**, 965-979. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2024.01.006
- [10] 冯章伟, 肖条军, 牟善栋. 考虑绿色偏好和政府补贴/碳税的第三方再制造模式[J]. 运筹与管理, 2023, 32(8): 57-64.
- [11] 高鹏, 聂佳佳, 薛佳. 区块链下考虑消费者隐私关注的绿色产品研发创新及政府补贴策略[J]. 管理学报, 2024, 21(7): 1097-1106.
- [12] Hong, Z., Wang, H. and Gong, Y. (2019) Green Product Design Considering Functional-Product Reference. *International Journal of Production Economics*, 210, 155-168. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.01.008

- [13] Han, J., Wang, N., He, Z. and Jiang, B. (2023) Product Pricing and Recycling Mode Considering Competition under Used Product Error Classification. *Computers & Industrial Engineering*, 186, Article ID: 109735. https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109735
- [14] 马祖军,徐子琪,闫彦超.线上代销/回收下考虑废旧品质量分级的闭环供应链决策[J]. 工业工程与管理, 2024, 29(4): 148-157.

附录

附录 A. 证明

定理 1:

供应链的决策原理属于 Stackelberg 博弈和纳什均衡,采用逆向归纳法求解.首先将公式(2)对于 p_s 求导, 得 到 $\frac{\partial \Pi_E^E}{\partial p_s} = \frac{-1+2ke+4p_s-c\alpha+\beta-c\beta-2p_r(1+\phi)}{-1+\beta}$; $\frac{\partial^2 \Pi_E^E}{\partial p_s^2} = -\frac{4}{1-\beta} < 0$,令 $\frac{\partial \Pi_E^E}{\partial p_s} = 0$ 就 得 到 了 $p_s = \frac{1}{4} \Big(1-2ke+c\alpha+ \big(-1+c\big)\beta+2p_r\big(1+\phi\big) \Big)$ 将其带入到公式(2)中,就得到了 Π_R^E 关于 p_r 的式子,将其对于 p_r 求导,就得到了 $\frac{\partial \Pi_E^R}{\partial p_r} = \frac{(1-\phi) \Big(2ke(2+\alpha-\beta)+(\alpha+\beta) \Big(1+\alpha c-(1-c\big)\beta\Big)+2p_r\Big(-2-\alpha+\beta+(\alpha+\beta)\phi\Big) \Big)}{2(1-\beta)(\alpha+\beta)}$ 。

在满足以上条件的情况下,令 $\frac{\partial \Pi_R^E}{\partial p_r} = 0$,就得到了 p_r^E 最优解,再将这个解带入公式(2),就可以得到 p_r^E 和 p_s^E 的最优解公式(3)。将公式(3)带入公式(1)就可以得到 q_r^E 和 q_s^E 的最优解,即公式(4)。

证毕。 **命题 1:**

命题 1.1: 根据公式(3),有
$$\frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial e} = \frac{k(2+\alpha-\beta)}{2(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))};$$

$$\begin{split} \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} &= \frac{\left(\alpha + \beta\right) \left(2c \left(2 + \alpha^2 \left(1 - \phi\right)^2 - 2\beta \left(1 + \phi\right) + 2\alpha \left(1 - \phi\right) \left(1 - \beta \phi\right) + \beta^2 \left(1 + \phi^2\right)\right)\right)}{4 \left(1 - \phi\right)^2 \left(2 + \alpha \left(1 - \phi\right) - \beta \left(1 + \phi\right)\right)^2} & \quad \text{of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial e} > 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} \text{ of } \Rightarrow 0 \text{ of } \exists \frac{\partial p_r^{E^$$

因为
$$4(1-\phi)^2(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))^2>0$$
且 $(\alpha+\beta)>0$,所以只需要讨论

$$(2ke(2+\alpha-\beta)+(1-\beta)(\alpha+\beta))(1-\phi)^{2}+2c(2+\alpha^{2}(1-\phi)^{2}-2\beta(1+\phi)+2\alpha(1-\phi)(1-\beta\phi)+\beta^{2}(1+\phi^{2}))$$
的大

小,要使
$$\frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} > 0$$
,则式子应当满足

$$\left(2ke(2+\alpha-\beta) + (1-\beta)(\alpha+\beta) \right) (1-\phi)^2 + 2c(2+\alpha^2(1-\phi)^2 - 2\beta(1+\phi) + 2\alpha(1-\phi)(1-\beta\phi) + \beta^2(1+\phi^2)) > 0 ;$$

$$f(k) = (2ke(2+\alpha-\beta)+(1-\beta)(\alpha+\beta))(1-\phi)^{2}+2c(2+\alpha^{2}(1-\phi)^{2}-2\beta(1+\phi)+2\alpha(1-\phi)(1-\beta\phi)+\beta^{2}(1+\phi^{2})),$$

则当且仅当
$$k_1 = \frac{-2c(2+\alpha(2+\alpha)-(2-\beta)\beta)-(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)^2+4c(1+\alpha)(\alpha+\beta)\phi-2c(\alpha+\beta)^2\phi^2}{2e(2+\alpha-\beta)(1-\phi)^2}$$
的

时候,
$$f(k)=0$$
, 令

$$f(c) = \frac{-2c(2+\alpha(2+\alpha)-(2-\beta)\beta)-(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)^2+4c(1+\alpha)(\alpha+\beta)\phi-2c(\alpha+\beta)^2\phi^2}{2e(2+\alpha-\beta)(1-\phi)^2},$$
则有唯一

解 c_1 , 因为 $c_1 < 0$, 所以

$$f(c) = \frac{-2c(2+\alpha(2+\alpha)-(2-\beta)\beta)-(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)^2+4c(1+\alpha)(\alpha+\beta)\phi-2c(\alpha+\beta)^2\phi^2}{2e(2+\alpha-\beta)(1-\phi)^2}$$
 \pm 解即

$$f(k) < 0$$
, \diamondsuit

$$f(c) = \frac{-2c(2+\alpha(2+\alpha)-(2-\beta)\beta)-(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)^{2}+4c(1+\alpha)(\alpha+\beta)\phi-2c(\alpha+\beta)^{2}\phi^{2}}{2e(2+\alpha-\beta)(1-\phi)^{2}}$$
 无解,所以

$$\frac{\partial p_r^{E^*}}{\partial \phi} > 0 恒成立。$$

命题 1.2:
$$\frac{\partial p_s^{E^*}}{\partial e} = \frac{k(2+\alpha-\beta-(2+3\alpha+\beta)\phi)}{4(-2+\beta+\alpha(-1+\phi)+\beta\phi)}$$
, 因为 $\frac{\partial^2 p_s^{E^*}}{\partial e\partial \phi} = \frac{k(1+\alpha)(2+\alpha-\beta)}{2(-2+\beta+\alpha(-1+\phi)+\beta\phi)^2} > 0$,所以 $\frac{\partial p_s^{E^*}}{\partial e}$

相对与 ϕ 单调递增,令 $f(\phi) = \frac{k(2+\alpha-\beta-(2+3\alpha+\beta)\phi)}{4(-2+\beta+\alpha(-1+\phi)+\beta\phi)}$,因为分母恒小于0,所以只需讨论分子的大小,

当
$$\phi > \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$$
,分母也小于 0,即 $f(\phi) > 0$,所以 $\frac{\partial p_s^{E*}}{\partial e} > 0$; 当 $\phi < \frac{2+\alpha-\beta}{2+3\alpha+\beta}$, $\frac{\partial p_s^{E*}}{\partial e} < 0$ 。证毕。

命题 2:

根据公式(4),有
$$\Delta q^{E} = \frac{(1-\beta)(\alpha+\beta)\big(2c(1-\beta)+(1-\phi)\big(1+\alpha(1-\phi)-\beta\phi\big)\big)}{2(1-\beta)(\alpha+\beta)\big(1-\phi\big)\big(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi)\big)} \\ + \frac{2ke(1-\phi)\big(-2+\beta+\alpha^{2}(-1+\phi)+\beta^{2}\phi+\alpha(-3+\beta+2\beta\phi)\big)}{2(1-\beta)(\alpha+\beta)(1-\phi)\big(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi)\big)} , \quad \forall A \in \mathbb{R}$$

$$\Delta q^{E} \left(\Delta q^{E} = q_{s}^{E^*} - q_{r}^{E^*} \right) 求偏导,$$

$$\frac{\partial \Delta q^{E}}{\partial \phi} = \frac{-\left(\left(2ke\left(2+\alpha-\beta\right)+\left(1-\beta\right)\left(\alpha+\beta\right)\right)\left(1-\phi\right)^{2}\right)+4c\left(1-\beta\right)\left(1+\alpha\left(1-\phi\right)-\beta\phi\right)}{2\left(1-\phi\right)^{2}\left(2+\alpha\left(1-\phi\right)-\beta\left(1+\phi\right)\right)^{2}}, \text{ 分母恒大于 0, 我们只$$

需要讨论分子的大小,令
$$f(c) = -\left(\left(2ke\left(2+\alpha-\beta\right)+\left(1-\beta\right)\left(\alpha+\beta\right)\right)\left(1-\phi\right)^2\right) + 4c\left(1-\beta\right)\left(1+\alpha\left(1-\phi\right)-\beta\phi\right)$$

可得,
$$\frac{\partial f(c)}{\partial c} = \frac{2(1-\beta)(1+\alpha(1-\phi)-\beta\phi)}{(1-\phi)^2(2+\alpha(1-\phi)-\beta(1+\phi))^2}$$
恒大于 0,说明 $f(c)$ 单调递增,令 $f(c)=0$,可得

$$c_2 = \frac{\left(2ke\left(2+\alpha-\beta\right)-\left(1-\beta\right)\left(\alpha+\beta\right)\right)\left(1-\phi\right)^2}{4\left(1-\beta\right)\left(1+\alpha\left(1-\phi\right)-\beta\phi\right)}, \quad \stackrel{\text{def}}{=} c_2 < c \quad (\text{II} \frac{\partial \Delta q^E}{\partial \phi} < 0) \text{III},$$

$$-\Big(\big(2ke\big(2+\alpha-\beta\big)+\big(1-\beta\big)\big(\alpha+\beta\big)\big)\big(1-\phi\big)^2\Big)+4c\big(1-\beta\big)\big(1+\alpha\big(1-\phi\big)-\beta\phi\big)>0\;\;,\;\; \ \, \mathbb{P}\;\;q_s^{E^*}>q_r^{E^*}\;;\;\;\; \stackrel{.}{=}\;\;c_2>c \quad (\mathbb{P}^2)$$

$$\frac{\partial \Delta q^E}{\partial \phi} > 0 \text{) } \exists \text{ } , \quad - \Big(\Big(2ke \big(2 + \alpha - \beta \big) + \Big(1 - \beta \big) \Big(\alpha + \beta \big) \Big) \Big(1 - \phi \Big)^2 \Big) + 4c \big(1 - \beta \big) \Big(1 + \alpha \big(1 - \phi \big) - \beta \phi \Big) < 0 \text{ } , \quad \exists \text{ } P_s^{E^*} < q_r^{E^*} \text{ } .$$

证毕。

定理 2:

该定理的证明与定理1类似,故省略证明。

命题 3:

该命题的证明与命题2类似,故省略证明。

命题 4:

该命题的证明与命题2类似,故省略证明。

命题 5:

该命题的证明与命题1类似,故省略证明。

命题 6:

该命题的证明与命题1类似,故省略证明。

附录 B. 表格

Table B1. Solution results

表 B1. 求解结果

参数	结果		
$A_{_{\mathrm{l}}}$	$(1+\alpha)(-2-\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)^2\phi$		
A_2	$2ek(-1+\phi)((1+\alpha)(-2-\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)^{2}\phi)$ $+(-1+\beta)(\alpha+\beta)(-2c(-1+\beta)+(-1+\phi)(-1+\alpha(-1+\phi)+\beta\phi))$		
A_3	$4(-1+\phi) + c\alpha^{3}(-1+\phi) + 2ek(-(1+\alpha)(2+\alpha-\beta) + (\alpha+\beta)^{2}\phi) + \alpha^{2}((1+\beta-2\phi)(-1+\phi) + 3c(-1+\beta\phi))$		
$A_{\scriptscriptstyle 4}$	$\alpha \left(-5 + 6\phi + \beta \left(2 - \beta + 2(\beta - 2\phi)\phi + 3c(-2 + \beta + \beta\phi) \right) \right) + \beta \left(3 - 2\phi + \beta \left(-1 + \left(1 + \beta - 2\phi \right)\phi + c(-3 + \beta(2 + \phi)) \right) \right)$		
A	$\frac{\sqrt{8A_1*A_2+\left(A_3+A_4\right)^2}}{A_1}$		
$\hat{e_{_{1}}}(\phi)$	$\frac{k(2+\beta+6\phi-7\beta\phi-\beta^2(1+\phi)+\alpha(1+\beta+\phi-3\beta\phi))}{4(-1+\beta)(-2+\beta+\alpha(-1+\phi)+\beta\phi)}$		
$\widehat{e_2}(\phi)$	$\frac{4+3\alpha+2b(2+\alpha-\beta)-\beta+(\alpha+\beta)(-\beta+c(\alpha+\beta))}{2(2+\alpha-\beta)}$		
$\widehat{e_{\scriptscriptstyle 3}}(\phi)$	$\frac{4+3\alpha+2b(2+\alpha-\beta)-\beta-\beta(\alpha+\beta)+c(\alpha+\beta)^{2}-4\phi+2(-\alpha+\beta)\phi}{2k(2+\alpha-\beta)}$		