

执行器故障下的四旋翼无人机位置与姿态控制

池佳威, 项瑞雯

上海理工大学机械工程学院, 上海

收稿日期: 2025年1月28日; 录用日期: 2025年2月21日; 发布日期: 2025年2月28日

摘要

本文探究了存在建模不确定性和外部扰动以及存在执行器故障情况下的轨迹跟踪控制问题, 提出了一种基于径向基神经网络的模糊自适应容错控制策略。首先, 引入虚拟控制量对四旋翼无人机系统进行解耦, 使其转换为全驱动模型, 以简化系统的数学模型, 通过定义执行器故障函数, 推导出四旋翼无人机执行器故障下的动力学模型, 并利用径向基函数神经网络对未知非线性函数的逼近特性处理四旋翼无人机模型中的不确定性项和外部扰动。为了提高系统的收敛速度和稳定性, 利用模糊逻辑系统处理所提出的滤波变量, 从而优化系统控制器的设计。最后, 根据李雅普诺夫候选函数设计自适应控制律和参数更新律, 以确保本文所提控制算法的有效性和鲁棒性。通过MATLAB/Simulink仿真实验验证了所提出的模糊自适应容错控制策略的有效性。

关键词

容错控制, 轨迹跟踪, 执行器故障

Position and Attitude Control of a Quadrotor UAV under Actuator Faults

Jiawei Chi, Ruiwen Xiang

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jan. 28th, 2025; accepted: Feb. 21st, 2025; published: Feb. 28th, 2025

Abstract

In this paper, the trajectory tracking control problem in the presence of modelling uncertainty and external perturbation as well as in the presence of actuator faults is explored, and a fuzzy adaptive fault-tolerant control strategy based on radial basis neural network is proposed. Firstly, a virtual control volume is introduced to decouple the quadrotor UAV system so that it is converted to an all-drive model in order to simplify the mathematical model of the system, the dynamics model of the

quadrotor UAV under actuator failure is derived by defining the actuator failure function, and the approximation property of the radial basis function neural network on the unknown nonlinear function is used to deal with the uncertainty term and external perturbation in the quadrotor UAV model. In order to improve the convergence speed and stability of the system, a fuzzy logic system is used to handle the proposed filtering variables, thus optimizing the design of the system controller. Finally, the adaptive control law and parameter update law are designed based on the Lyapunov candidate function to ensure the effectiveness and robustness of the control algorithm proposed in this paper. The effectiveness of the proposed fuzzy adaptive fault-tolerant control strategy is verified by MATLAB/Simulink simulation experiments.

Keywords

Fault Tolerant Control, Trajectory Tracking, Actuator Faults

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

四旋翼无人机由于其结构简单、具有多功能性等特点，在农业、环境监测、搜救等领域有着广泛的应用[1]。然而，四旋翼无人机在飞行过程中常常面临外部扰动以及模型不确定性等挑战，也极易受驱动电机效率损失故障等原因造成的执行器故障影响，为了确保无人机在复杂和动态的环境中的稳定性与安全性，开发高效的容错控制方法至关重要[2]。

大多数关于多旋翼的研究都是基于线性数学模型，但多旋翼具有非线性飞行动力学，难以控制。已有众多研究转向容错控制系统，而不是对健康系统的控制设计。根据故障发生的位置，故障可分为执行器故障、传感器故障和被控对象故障。四旋翼飞行器控制系统通常考虑执行器故障[3]。执行器故障经常出现加性故障和乘性故障，乘性故障通常被视为执行器控制效能的部分损失。滑模控制能够应对参数不确定性、外部干扰与未建模动态，能够使被控系统实现稳定、抗干扰等性能[4]。虽然滑模控制有很多优点，但其存在“抖振现象”。文献[5]提出了一种基于固定时间线性自抗扰控制的主动容错控制技术，利用固定时间扩展状态观测器和连续输出反馈控制器应对执行器故障和外部干扰。上述控制方法都是针对四旋翼无人机系统单一故障，在实际场景中，获取有界故障的先验知识以及四旋翼无人机也可能同时出现执行器部分失效以及偏置故障，为了解决这个问题，文献[6]采用自适应的容错控制方案，该方案不依赖于故障信息或不确定的边界，旨在补偿执行器故障和模型不确定性。文献[7]提出了自适应预设性能自适应控制方案，能够有效解决执行器故障下无人机稳定控制问题，但该方案并未解决时变故障下的轨迹跟踪问题。

一般来说，在不断变化的环境中，不可避免地存在风扰，考虑到鲁棒性文献[8]中提出了一些用于四旋翼姿态稳定的反馈控制算法，然而这些文献没有讨论位置跟踪控制问题。基于神经网络的控制方法也被广泛应用于四旋翼无人机系统的容错控制[9]，这些研究通常使用神经网络、直接近似系统的不确定性，导致计算量很大，板载成本较高。

本文主要研究四旋翼无人机在同时存在建模不确定性和外部扰动以及执行器故障的情况下轨迹跟踪稳定性问题，明确考虑了执行器有效性损失故障，提出了一种模糊自适应容错控制方案，该方案无需故障检测和诊断单元，能够自适应的补偿外部扰动和故障。利用 MATLAB/Simulink 仿真实验，验证了执

行器故障下本文所设计的模糊自适应容错控制器能够完成轨迹跟踪任务, 验证了该控制算法的有效性以及控制策略的合理性。

2. 模型建立与初步分析

四旋翼无人机是一种有四个马达和四个螺旋桨的系统, 能够垂直起降。发动机和螺旋桨的组合被称为转子, 可被设计用来产生推力。四旋翼无人机的动力学模型能够用牛顿欧拉公式推导。为了准确描述四旋翼无人机的运动, 通过引入两个坐标系, 地球坐标系 (x_e, y_e, z_e) 和固定于四旋翼无人机重心的机体坐标系 (x_b, y_b, z_b) , 图1所示为无人机系统坐标系示意图, 其中 (F_1, F_2, F_3, F_4) 表示四旋翼无人机的四个转子产生的升力。四旋翼无人机的绝对位置可以通过三个坐标 (x, y, z) 表示, 三个姿态角可以分别通过横滚角 (ϕ) , 俯仰角 (θ) 和偏航角 (ψ) 表示。

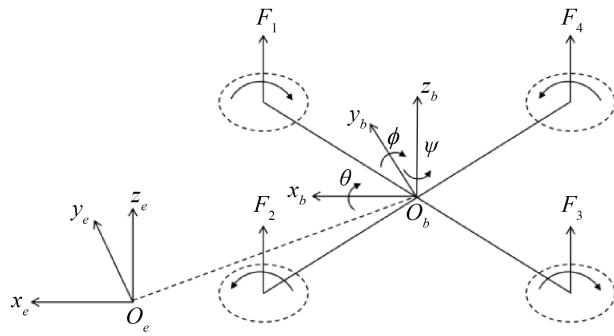


Figure 1. Coordinates of the quadrotor unmanned aerial vehicle system

图1. 四旋翼无人机系统坐标示意图

考虑沿 (x, y, z) 轴的阻力、气动摩擦力矩和陀螺仪效应引起的力矩, 四旋翼无人机的动力学方程如式(1)所示[10]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}((\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)u_1 - K_x \dot{x}) \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}((\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi)u_1 - K_y \dot{y}) \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}((\cos \varphi \cos \theta)u_1 - K_z \dot{z}) - g \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x}(\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - I_r \dot{\theta}\bar{\omega} - K_\phi \dot{\phi} + u_2) \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y}(\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - I_r \dot{\phi}\bar{\omega} - K_\theta \dot{\theta} + u_3) \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}(\dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y) - K_\psi \dot{\psi} + u_4) \end{cases} \quad (1)$$

其中, m 为四旋翼无人机的总质量; g 为重力加速度常数; I_x, I_y, I_z 为相对于机体坐标系的正定惯性矩, I_r 为转子惯性矩。 K_x, K_y, K_z 为沿 x, y, z 轴的气动摩擦系数。 K_ϕ, K_θ, K_ψ 为转动阻力系数; u_1, u_2, u_3, u_4 表示系统的控制输入; $\bar{\omega}$ 为由于转子不平衡引起的扰动, $\bar{\omega} = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$ 。其中, $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 为各转子角速度。 u_1, u_2, u_3, u_4 可以由下式(2)表示:

$$\begin{cases} u_1 = k(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ u_2 = kl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ u_3 = b(\omega_2^2 - \omega_1^2 + \omega_4^2 - \omega_3^2) \\ u_4 = kl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \end{cases} \quad (2)$$

其中, k 为推力系数, b 为阻力系数, l 为四旋翼质量中心和螺旋桨旋转轴之间的距离。

备注 1: 横滚角和俯仰角被限制在 $(-\pi/2, \pi/2)$, 避免了无人机系统在 $\varphi = \pm\pi/2$ 或者 $\theta = \pm\pi/2$ 的奇点。

针对存在建模不确定性和外部扰动以及执行器故障的四旋翼无人机系统, 本文给出位置参考信号 $P_d = [x_d, y_d, z_d]^T$ 和期望的偏航角 ψ_d 。考虑四旋翼无人机在飞行时, 位置和姿态会受到外部扰动的影响。将位置受外部扰动表示为 $d_a(t) = [d_x(t), d_y(t), d_z(t)]^T$, 姿态受外部扰动表示为 $d_b(t) = [d_\varphi(t), d_\theta(t), d_\psi(t)]^T$, 结合动力学方程, 同时考虑四旋翼无人机系统的欠驱动特性, 为了降低控制器设计的复杂性, 引入虚拟控制变量。则四旋翼无人机系统可以被表示为如下两个子系统:

位置动力学系统

$$\ddot{p} = Au_s(t) + f_1(\cdot) + d_a(t) \quad (3)$$

姿态动力学系统

$$\ddot{\Theta} = Bu_r(t) + f_2(\cdot) + d_b(t) \quad (4)$$

其中, $u_s = [u_x, u_y, u_z]^T$, $u_r = [u_2, u_3, u_4]^T$; u_x, u_y, u_z 表示虚拟控制输入,

$$\begin{cases} u_x = (\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\psi\sin\varphi)u_1 \\ u_y = (\cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\sin\psi)u_1 \\ u_z = (\cos\varphi\cos\theta)u_1 \end{cases} \quad (5)$$

其他相关参数定义如下:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \in R^{3 \times 3}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{pmatrix} \in R^{3 \times 3}, \quad f_1(\cdot) = \begin{pmatrix} -K_x \dot{x} \\ -K_y \dot{y} \\ -K_z \dot{z} \end{pmatrix} \in R^3,$$

$$f_2(\cdot) = \begin{pmatrix} [(I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} - K_\varphi\dot{\varphi} - I_r\dot{\theta}\bar{\omega}] / I_x \\ [(I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} - K_\theta\dot{\theta} - I_r\dot{\phi}\bar{\omega}] / I_y \\ [(I_z - I_y)\dot{\phi}\dot{\psi} - K_\psi\dot{\psi}] / I_z \end{pmatrix} \in R^3$$

假设 1: 上述四旋翼无人机系统的相关参数都是未知且有界的。

假设 2: 外部扰动 d_a, d_b 是连续且有界的, 且满足 $\|d_a\| \leq d_1, \|d_b\| \leq d_2$, 其中 d_1, d_2 是未知的正常数。

假设 3: 期望的位置参考信号 P_d 和期望的偏航角参考信号 ψ_d 及其一阶、二阶导数是连续且有界的, 且系统状态可以被用于控制器的设计。

结合式(5), 如果给定期望偏航角 ψ_d , 期望的横滚角 φ_d 和期望的俯仰角 θ_d 也能被解算, 同时实际期望推力 u_1 也能够被表示如下, 从而使无人机系统实现全驱动控制[11]。期望的横滚角 φ_d 和期望的俯仰角

θ_d , 实际推力 u_1 表示如下:

$$\varphi_d = \arcsin\left(\frac{u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)}{\|u_s\|}\right) \quad (6)$$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d)}{u_z}\right) \quad (7)$$

$$u_1 = \|u_s\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \quad (8)$$

四旋翼无人机的执行器故障可能是由螺旋桨的结构损坏或者转子材料的自然损耗引起的。这将导致相应转子产生部分推力损失, 这使得实际驱动子系统的输入 u_{ia} 与期望的输入 u_i 不再相同, 可以由以下关系表示:

$$u_{ia} = \sigma_i(t)u_i + \delta_i(t) \quad (9)$$

其中, $\delta_i(t), \sigma_i(t)$ 分别表示执行器的加性和乘性故障。

假设 4: $\delta_i(t), \sigma_i(t)$ 是未知, 可能是快速时变且不可测量的, 但是其是有界的, 且存在两个常数 $\bar{\delta}_i, \bar{\sigma}_i$ 满足, $0 < \bar{\sigma}_i \leq |\sigma_i(t)| \leq 1$, $|\dot{\delta}_i(t)| \leq \bar{\delta}_i < \infty$ 。

备注 2: 在许多实际的系统中, 测量误差仍然是不可避免的。本文考虑了四旋翼装置执行器故障, 这些故障同时发生在陀螺仪、加速度计和无人机的转子中。

考虑式(8)所描述的故障, 并结合式(3)和式(4)的动力学模型, 可以得到故障条件下无人机动力学模型: 位置动力学:

$$\ddot{p} = A\sigma_1(t)u_s(t) + AK_\omega\delta_1(t) + f_1(\cdot) + d_a(t) \quad (10)$$

姿态动力学:

$$\ddot{\Theta} = B\sigma_r(t)u_r(t) + B\delta_r(t) + f_2(\cdot) + d_b(t) \quad (11)$$

其中, $\sigma_r(t) = \text{diag}\{\sigma_2(t), \sigma_3(t), \sigma_4(t)\}, \delta_r(t) = [\delta_2(t), \delta_3(t), \delta_4(t)]^\top$ 。

3. 控制器设计和稳定性分析

为了完成控制器的设计, 首先定义四旋翼无人机的位置和姿态角的误差变量。给定参考位置信号 P_d 和姿态参考信号 Θ_d 。则位置误差 e_p 和姿态误差 e_Θ 可以表示为下式:

$$\begin{cases} e_p = P - P_d \\ e_\Theta = \Theta - \Theta_d \end{cases} \quad (12)$$

式(12)关于时间的导数为:

$$\begin{cases} \dot{e}_p = \dot{P} - \dot{P}_d \\ \dot{e}_\Theta = \dot{\Theta} - \dot{\Theta}_d \end{cases} \quad (13)$$

针对二阶非线性系统的控制问题, 为了便于完成控制器的设计, 设计如下滤波变量:

$$\begin{cases} s_1 = \lambda_1 e_p + \dot{e}_p \\ s_2 = \lambda_2 e_\Theta + \dot{e}_\Theta \end{cases} \quad (14)$$

其中, λ_1, λ_2 为未知正常数。

可以得到式(14)关于时间的导数, 并将式(3)、式(4)、式(12)和式(13)得:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = A\sigma_1(t)u_s + D_a(\cdot) \\ \dot{s}_2 = B\sigma_2(t)u_r + D_b(\cdot) \end{cases} \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} D_a(\cdot) &= AK_\omega\sigma_1(t) + f_1(\cdot) + d_a(t) - \ddot{P}_d + \lambda_1\dot{\epsilon}_p \\ D_b(\cdot) &= B\sigma_2(t) + f_2(\cdot) + d_b(t) - \ddot{\Theta}_d + \lambda_2\dot{\epsilon}_\Theta \end{aligned}$$

$D_a(\cdot), D_b(\cdot)$ 是非线性项, 不可直接用于控制器的设计。

径向基函数神经网络由于其良好的逼近能力, 且具有足够的精度, 能够用来近似非线性函数。针对四旋翼无人机的参数不确定性以及集总扰动等非线性项, 考虑构造恰当的径向基函数神经网络对其逼近处理。利用径向基函数神经网络逼近处理无人机系统中的非线性项, 以 $D_a(\cdot)$ 为例, 将其改写为:

$$D_a(\cdot) = (W_1^*)^T h_1(x_1) + \varepsilon(x_1) \quad (16)$$

式中: $x_1 = [P, P_d]^T$ 为径向基函数神经网络的输入, $h_1(x_1)$ 为逼近误差, $\varepsilon(x_1)$ 为神经网络逼近误差, $(W_1^*)^T$ 为理想权重, 其中 $\varepsilon(x_1)$, $(W_1^*)^T$ 都是有界的, 且满足 $\|\varepsilon(x_1)\| \leq \varepsilon_{\max}$, $\|(W_1^*)^T\| \leq W_m$ 。 W_1^* , $h_1(x_1)$ 定义如下:

$$W_1^* = \arg \min \left\{ \sup_{x \in \Re} \left| D_a(\cdot) - (W_1^*)^T h_1(x_1) \right| \right\} \quad (17)$$

$$h_j(x) = \exp \left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2b_j^2} \right), \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (18)$$

其中, c_j, b_j 分别表示高斯函数的中心和宽度。

由于式(14)中存在参数的不确定性, 很难获得精确的等效控制, 因此采用模糊逻辑系统的输出等效 s 。利用模糊逻辑系统估计未知连续函数 s , 设计基于 T-S 模型的模糊控制规则, 其表述形式如下:

$$R^k : \text{if } x_1 \text{ is } G_1^k, x_2 \text{ is } G_2^k, \dots, x_n \text{ is } G_l^k, \text{then } y \text{ is } Q^k, k = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_l)^T \in \Re^l$ 和 y 为模糊逻辑系统的输入和输出, N 代表模糊规则的数目, G_i^k 和 Q^k 为模糊集合。

模糊系统的输出可以表示为:

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \bar{y}^k \prod_{i=1}^l \mu_{G_i}^k(x_i)}{\sum_{k=1}^N \prod_{i=1}^l \mu_{G_i}^k(x_i)} \quad (20)$$

其中 $\mu_{G_i}^k$ 和 $\mu_{Q^k}^k$ 表示第 k 个规则的模糊隶属度函数, $\bar{y}^k = \max_{y \in R} \mu_{Q^k}(y)$ 。

模糊逻辑系统的输入为 e, \dot{e} , 隶属度函数根据经验选取, 本文选择的隶属度函数如图 2~图 4 所示, \dot{e} 的隶属度函数与 e 相同。根据系统设计要求, 输入的模糊论域选择 $E = [-3, 3]$, $EC = [-3, 3]$, 输出的模糊论域选择为 $S = [-6, 6]$ 。模糊集合划分为{负大, 负中, 负小, 零, 正小, 正中, 正大}, 分别用{NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB}表示。

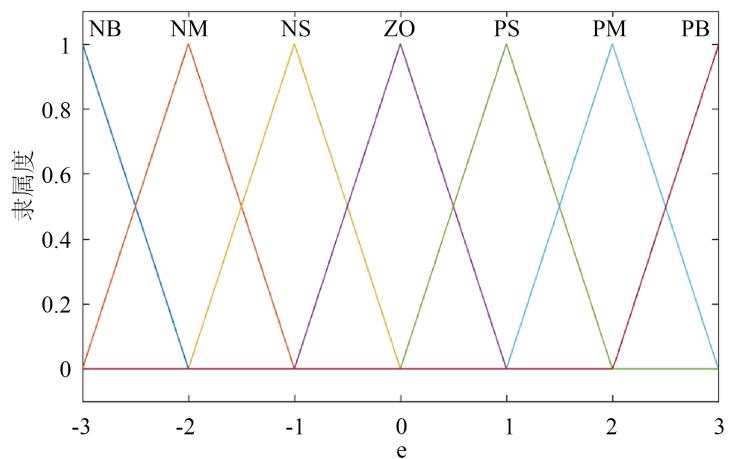


Figure 2. The affiliation function of the error e

图 2. 误差 e 的隶属度函数

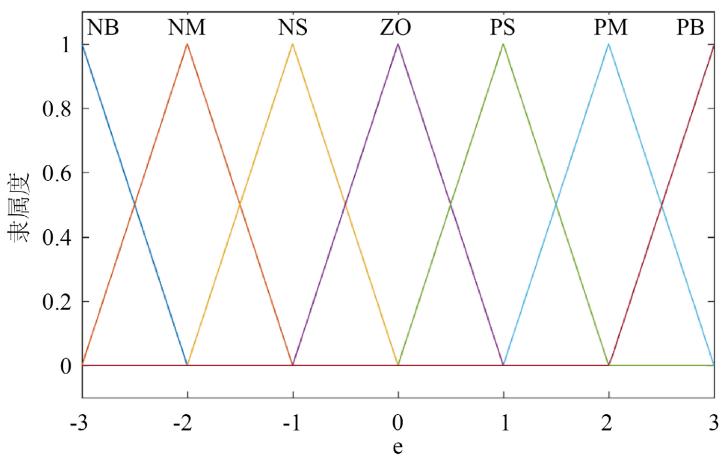


Figure 3. The affiliation function of the error derivative \dot{e}

图 3. 误差导数 \dot{e} 的隶属度函数

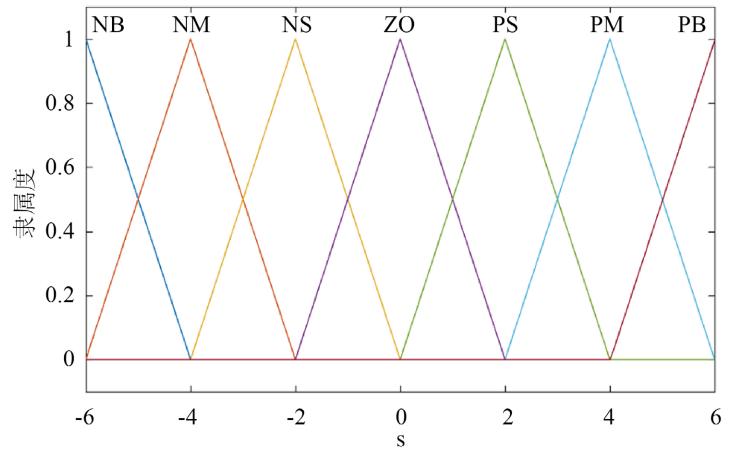


Figure 4. The affiliation function of the filtered variable s

图 4. 滤波变量 s 的隶属度函数

模糊规则表如下表 1 所示:

Table 1. Fuzzy rule table
表 1. 模糊规则表

E	EC						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

定理 1 针对具有执行器故障的四旋翼无人机位置子系统(10), 且假设 1~4 成立时, 如果应用以下自适应控制律(21)和参数更新律(22), 确保闭环系统中所有的信号都是有界的, 则能够确保跟踪误差 e_p 在有限时间内收敛到平衡点附近的小邻域。

$$u_s = -\left(k_1 + \frac{1}{2}\right)s_1 - c_1 \hat{\alpha}_1 s_1 h_1^2 \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_1 = -\sigma_1 \hat{\alpha}_1 + c_1 \|s_1\|^2 h_1^2, \quad \hat{\alpha}_1(0) \geq 0 \quad (22)$$

其中 $k_1 > 0, c_1 > 0$, $\sigma_1 > 0$ 是设计参数, $\hat{\alpha}_1$ 是 $\alpha_1 = W_m^2$ 的估计值。

证明如下:

考虑如下的李雅普诺夫候选函数:

$$L_1 = \frac{1}{2} s_1^T s_1 + \frac{1}{2\lambda_a} \tilde{\alpha}_1^2 \quad (23)$$

其中 $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 - \lambda_a \hat{\alpha}_1$ 为虚拟参数估计误差。结合式(14)、式(16)和式(21)、式(22), L_1 对时间的导数:

$$\dot{L}_1 = s_1^T A \left(-\left(k_1 + \frac{1}{2}\right)s_1 - c_1 \hat{\alpha}_1 s_1 h_1^2 + W^{*T} h_1 + \varepsilon \right) - \tilde{\alpha}_1 \dot{\hat{\alpha}}_1 \quad (24)$$

假设 $0 < \lambda_a \leq \lambda_{\min}\{A\}$, 其中 λ_{\min} 为正定且对称矩阵 A 的最小特征值。

利用不等式 $s^T A s \geq \lambda_a \|s\|^2$, 可以得到:

$$\dot{L}_1 \leq -\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda_a \|s_1\|^2 - c_1 \lambda_a \hat{\alpha}_1 \|s_1\|^2 h_1^2 + s_1^T W^{*T} h_1 + s_1^T \varepsilon - \tilde{\alpha}_1 \dot{\hat{\alpha}}_1 \quad (25)$$

利用杨氏不等式, 可以得到:

$$s_1^T W^{*T} h \leq c_1 \alpha_1 \|s_1\|^2 h_1^2 + \frac{1}{4c_1} \quad (26)$$

$$s_1^T \varepsilon \leq \frac{1}{2} \lambda_a \|s_1\|^2 + \frac{1}{2\lambda_a} \varepsilon_m^2 \quad (27)$$

结合上述式子, 可以得到:

$$\dot{L}_1 \leq -k\lambda_a \|s_1\|^2 + \frac{1}{4c_1} + \frac{1}{2\lambda_a} \varepsilon_m^2 + \sigma_1 \tilde{\alpha}_1 \hat{\alpha}_1 \quad (28)$$

则可以得到:

$$\dot{L}_1 \leq -k\lambda_a \|s_1\|^2 - \frac{\sigma_1}{\lambda_a} \tilde{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2\lambda_a} \varepsilon_m^2 + \frac{1}{4c_1} + \frac{\sigma_1}{\lambda_a} \alpha_1^2 \quad (29)$$

$$\leq -l_1 L_1 + \Delta \quad (30)$$

其中, $l_1 = \min\{2k\lambda_a, 2\sigma_1\} > 0$, $\Delta < \infty$ 。

根据定理 1 可知, 当闭环系统中的所有信号都是有界的, 通过适当调整设计参数能够确保轨迹追踪误差收敛到原点附近的足够小邻域内, 至此证明完毕。

定理 2: 针对具有执行器故障的四旋翼无人机姿态子系统(11), 且假设 1~4 成立时, 如果采用以下自适应控制律(31)和参数更新律(32), 确保闭环系统中所有的信号都是有界的, 则能够确保姿态跟踪误差 e_Θ 在有限时间内收敛到平衡点附近的小邻域。

$$u_r = -\left(k_2 + \frac{1}{2}\right)s_2 - c_2 \hat{\alpha}_2 s_2 h_2^2 \quad (31)$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_2 = -\sigma_2 \hat{\alpha}_2 + c_2 \|s_2\|^2 h_2, \hat{\alpha}_2(0) \geq 0 \quad (32)$$

其中, $k_2 > 0, c_2 > 0, \sigma_2 > 0$ 为设计的参数, $\hat{\alpha}_2$ 为 $\alpha_2 = W_r^2$ 估计值, W_r^2 为未知正常数。

证明: 可以采用类似式(21)的方法完成相应的证明过程。

4. 仿真结果与分析

为了验证本文所提出的模糊自适应容错控制算法的有效性, 通过 MATLAB/Simulink 平台进行了各仿真测试, 其中姿态和位置动力学在执行器存在故障的情况下受到外部干扰。所提出的控制方案将在数值测试中实施, 以确保四旋翼无人机系统在飞行任务期间即使存在这些故障也能保持固定时间稳定性。设置仿真时间 $t = 60s$, 期望的轨迹定义为:

$$P_d = [\sin(t), \sin(t), \sin(t)]^T$$

选择的设计参数如下所示:

$$\begin{cases} k_1 = 200, c_1 = 0.1, \sigma_1 = 0.7 \\ k_2 = 230, c_2 = 0.1, \sigma_2 = 0.7 \\ c_j = 0, b_j = 2 \end{cases}$$

系统状态的初始条件为: $P_0 = [0.5, 0.5, 0]^T$, $\Theta_0 = [0, 0, 0.6]^T$, 期望的偏航角设定为 $\psi_d = 0^\circ$ 。仿真实验所用四旋翼飞行器的物理参数参考[12], 如表 2 所示。

Table 2. Parameters of the UAV mathematical simulation model

表 2. 无人机数学仿真模型参数

参数名	符号	数值	单位
无人机质量	m	2.00	kg
无人机轴距	l	0.20	m
重力加速度	g	9.81	m/s ²
阻力系数	b	$1.14 * 10^{-7}$	N·s ² /rad

续表

推力系数	k	$2.98 * 10^{-6}$	N·s ² /rad
气动摩擦系数	K_x, K_y, K_z	$1.20 * 10^{-2}$	N·s/rad
气动摩擦系数	K_ϕ, K_θ, K_ψ	$1.20 * 10^{-2}$	N·s/rad
绕 x 轴的转动惯量	I_x	1.25	N·s ² /rad
绕 y 轴的转动惯量	I_y	1.25	N·s ² /rad
绕 z 轴的转动惯量	I_z	2.50	N·s ² /rad

测试一：首先在没有执行器故障的情况下，测试所提出的自适应控制算法的精确性以及在扰动情况下的鲁棒性。图 5 和图 6 为外部干扰示意图。

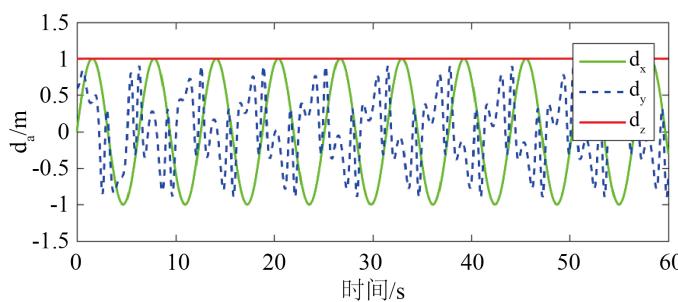


Figure 5. External disturbances

图 5. 外部扰动

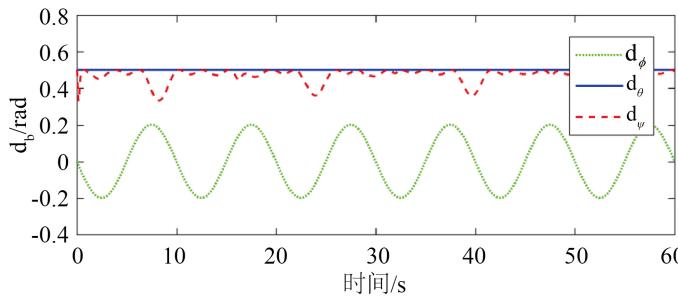


Figure 6. External disturbances

图 6. 外部扰动

图 7 为本文所提控制算法三维跟踪结果，能够看出，在致动器没有故障的情况下，本文所提控制算法能够很好的跟踪到期望轨迹。图 8 为四旋翼无人机在干扰存在情况下的位置跟踪误差曲线，图 9 为姿态跟踪误差曲线。图 10 为无人机系统的控制输入，能够看出控制输入表现出快速响应以及具有很强的稳定性，能够及时调整以抵消外部扰动。

测试二：为了验证所提控制器的自适应容错能力，考虑各控制通道的执行器效率变量如图 11 所示，且不可控部分的故障为 $\delta(t) = [\sin(\pi/3), 0.1\cos(t), \sin(5t/2), \cos(t)]^T$ 。四旋翼的参数列在表 2。初始状态设置为 $P_0 = [0.5, 0.5, 0]^T$ ， $\Theta_0 = [0, 0, 0.7]^T$ 。控制参数选择如下：

$$\begin{cases} k_1 = 300, c_1 = 0.2, \sigma_1 = 0.8 \\ k_2 = 300, c_2 = 0.2, \sigma_2 = 0.8 \\ c_j = 0, b_j = 3 \end{cases}$$

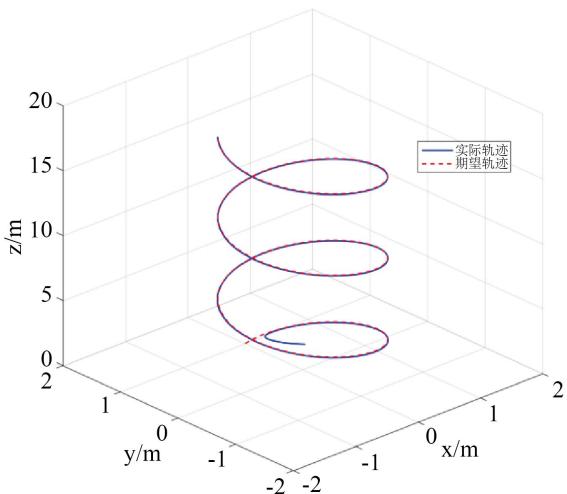
**Figure 7.** Three dimensional tracking process

图 7. 三维轨迹跟踪结果

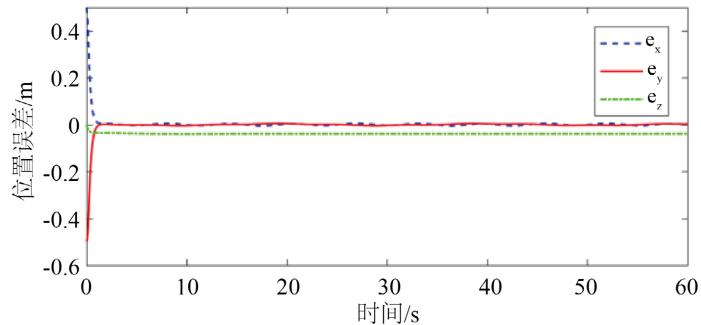
**Figure 8.** Position tracking error

图 8. 位置跟踪误差

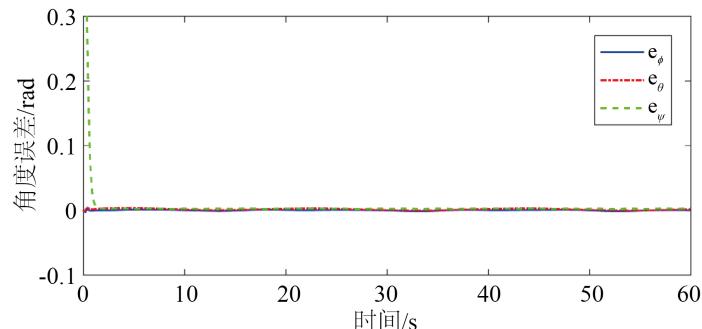
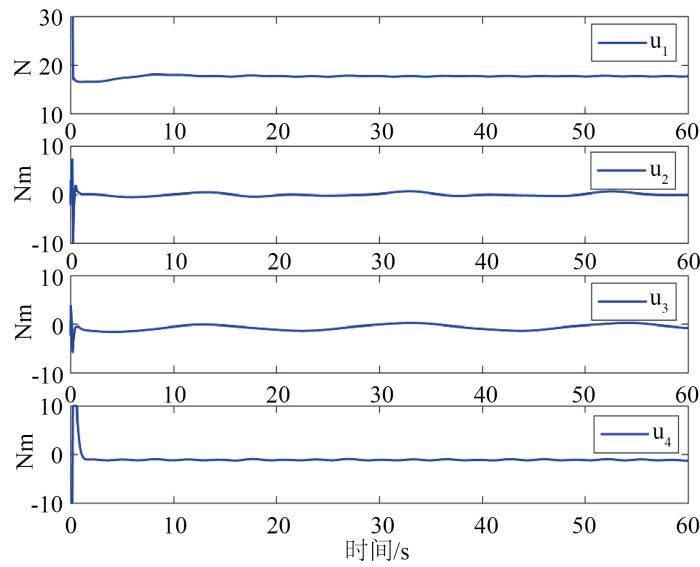
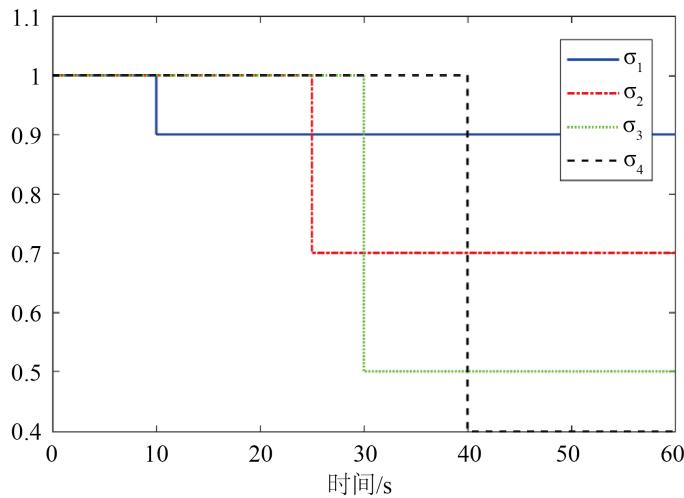
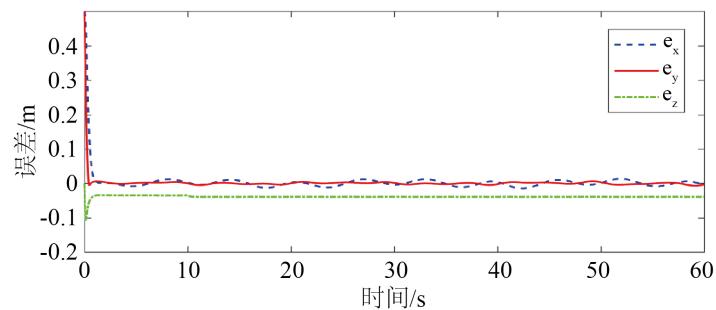
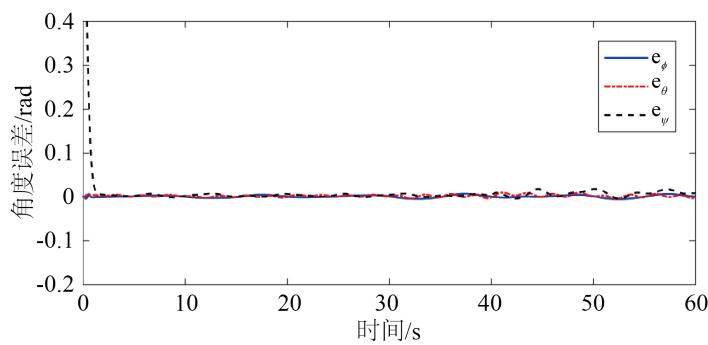
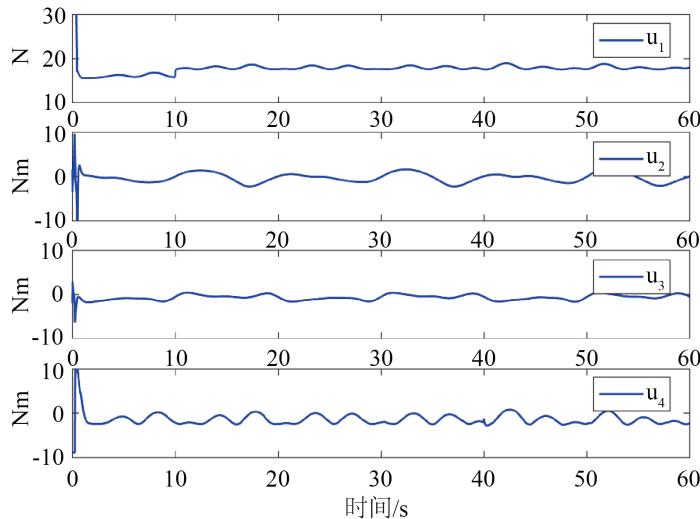
**Figure 9.** Attitude tracking error

图 9. 姿态跟踪误差

图 12 为无人机在干扰存在情况下的位置跟踪误差曲线, 图 13 为姿态跟踪误差曲线。图 14 为系统的控制输入, 能够看出控制输入表现出快速响应以及具有很强的稳定性, 能够及时调整以抵消外部扰动。

由图 12 和图 13 可知, 在故障发生前(0~10 s)和故障发生之后(10~60 s), 位置和姿态都能准确地跟踪到期望状态, 跟踪误差都保持在零邻域很小的范围内。这表明, 即使在存在执行器故障的情况下, 本文所设计的模糊自适应容错控制策略, 也能够有效的跟踪到期望轨迹, 且具有稳定性。由图 14 能够看出,

**Figure 10.** Control inputs**图 10.** 控制输入**Figure 11.** Profile of the actuator efficiency variables**图 11.** 执行器效率变量的占比情况**Figure 12.** Position tracking error**图 12.** 位置跟踪误差

**Figure 13.** Attitude tracking error**图 13.** 姿态跟踪误差**Figure 14.** Control inputs**图 14.** 控制输入

控制输入能够自适应调整, 以 u_1 为例, $t < 10\text{s}$ 和 $t > 10\text{s}$ 时控制输入有所变化, 当 $t < 10\text{s}$ 时致动器为健康的, 能够正常工作, $t > 10\text{s}$ 时致动器效率降低, 因此需要增加控制输入的大小来平衡相应效率的损失。综上所述, 通过仿真验证了所提出的自适应容错控制策略在处理实际执行器故障方面的有效性, 提高了四旋翼在实际应用中的可靠性和鲁棒性。

5. 结论

本文研究了存在扰动和执行器故障情况下四旋翼无人机的模糊自适应容错控制方法, 并证明了控制设计中涉及的所有变量都是有界的, 利用 MATLAB/Simulink 仿真进行了验证。结果表明, 本文所提的模糊自适应控制算法在没有执行器故障的情况下, 能够精确、稳定、快速的跟踪到期望轨迹, 位置和姿态跟踪误差保持在零邻域很小范围内。在存在外部扰动以及执行器效率损失的条件下, 也能够保持轨迹跟踪的稳定性和控制的精确性, 位置和姿态跟踪误差也能够保持在零邻域很小范围内。综上所述, 本文所提控制算法在执行器故障条件下能够提高轨迹跟踪的稳定性和精确性。

虽然本文所提控制算法在理论与仿真实验上有较好的效果, 但是缺乏实际情况下的实验。未来, 将会进一步研究四旋翼无人机在实际飞行环境中的轨迹跟踪控制问题。

参考文献

- [1] 刘重, 何玉庆, 谷丰, 等. 四倾转旋翼无人机无源控制与飞行实验[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(8): 1287-1298.
- [2] 郑俊哲, 宋占魁. 时变故障下四旋翼无人机的自适应容错控制[J]. 大连工业大学学报, 2021, 40(3): 222-229.
- [3] 陈河江, 李俊丽, 王安琪, 等. 具有执行器故障的四旋翼无人机姿态容错控制[J]. 飞行动力, 2024, 42(3): 52-59.
- [4] Yang, P., Wang, Z., Zhang, Z. and Hu, X. (2021) Sliding Mode Fault Tolerant Control for a Quadrotor with Varying Load and Actuator Fault. *Actuators*, **10**, Article 323. <https://doi.org/10.3390/act10120323>
- [5] Liu, L., Liu, J., Li, J., Ji, Y., Song, Y., Xu, L., et al. (2022) Fault-Tolerant Control for Quadrotor Based on Fixed-Time Eso. *Mathematics*, **10**, Article 4386. <https://doi.org/10.3390/math10224386>
- [6] Wang, B., Zhu, D., Han, L., Gao, H., Gao, Z. and Zhang, Y. (2023) Adaptive Fault-Tolerant Control of a Hybrid Canard Rotor/wing UAV under Transition Flight Subject to Actuator Faults and Model Uncertainties. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **59**, 4559-4574. <https://doi.org/10.1109/taes.2023.3243580>
- [7] 赵广磊, 高儒帅, 陈健楠. 具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预设性能控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2103-2122.
- [8] Dong, J., Zhang, Y. and Liu, X. (2022) Attitude Compensation Control for Quadrotor under Partial Loss of Actuator Effectiveness. *IEEE Access*, **10**, 22568-22576. <https://doi.org/10.1109/access.2022.3149211>
- [9] Roshanravan, S. and Shamaghdari, S. (2024) Adaptive Fault-Tolerant Tracking Control for Affine Nonlinear Systems with Unknown Dynamics via Reinforcement Learning. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, **21**, 569-580. <https://doi.org/10.1109/tase.2022.3223702>
- [10] Zhang, Y., Wu, G., Yang, X. and Song, S. (2022) Appointed-Time Prescribed Performance Control for 6-DOF Spacecraft Rendezvous and Docking Operations under Input Saturation. *Aerospace Science and Technology*, **128**, Article ID: 107744. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107744>
- [11] Zuo, Z. and Wang, C. (2014) Adaptive Trajectory Tracking Control of Output Constrained Multi-Rotors Systems. *IET Control Theory & Applications*, **8**, 1163-1174. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2013.0949>
- [12] Chen, F., Jiang, R., Zhang, K., Jiang, B. and Tao, G. (2016) Robust Backstepping Sliding Mode Control and Observer-Based Fault Estimation for a Quadrotor UAV. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **63**, 5044-5056. <https://doi.org/10.1109/tie.2016.2552151>