

基于光线追迹仿真的自由曲面反射镜像质量管控方法研究

张卓南

上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

收稿日期: 2025年6月30日; 录用日期: 2025年7月23日; 发布日期: 2025年7月31日

摘 要

抬头显示器(HUD)自由曲面反射镜凭借其大视场角、高成像质量与紧凑化光路布局的优势, 已成为智能汽车与航空座舱光学系统的核心元件。当前工业界主要采用基于面型高度误差(PV值、斜率误差)的管控方法, 但此类方法仅能反映镜片几何误差的静态统计特性, 无法评价误差分布趋势(如梯度突变或空间相关性)对动态光路传播的累积影响, 导致具有相近PV值的镜片在实装后呈现显著成像差异。另一方面, 基于光学设计系统(如Zemax、Code V)的仿真分析方法虽能关联误差与成像性能, 但其依赖原始光路设计文件(包含镜片参数、光源坐标等敏感信息), 而设计文件受厂商知识产权保护难以获取, 严重制约了该方法的工程适用性。针对上述问题, 本文提出一种基于光线追迹仿真的HUD自由曲面反射镜质量管控新方法: 通过将实测镜面点云嵌入参数化虚拟光路模型, 规避对原始设计文件的依赖; 同时, 以屏幕投影网格畸变量取代传统高度域指标, 直接量化制造误差对终端成像的偏移效应。实验结果表明, 该方法可有效区分传统方法难以辨别的镜片性能差异(PV值差异 $2\text{ }\mu\text{m}$ 的两块镜片的畸变量相差 7 mm), 且无需依赖保密性设计文件, 为HUD自由曲面反射镜的质量管控提供了高精度、强泛化性的解决方案。

关键词

抬头显示器(HUD), 自由曲面反射镜, 质量管控, 光线追迹, 点云三维比对, 成像质量, 虚拟成像

Optical Quality Assurance of Freeform Reflectors via Virtual Ray Tracing Simulation

Zhuonan Zhang

School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jun. 30th, 2025; accepted: Jul. 23rd, 2025; published: Jul. 31st, 2025

文章引用: 张卓南. 基于光线追迹仿真的自由曲面反射镜像质量管控方法研究[J]. 建模与仿真, 2025, 14(7): 332-343.
DOI: 10.12677/mos.2025.147541

Abstract

The freeform reflector in head-up displays (HUD) has become a core optical component in intelligent vehicles and aviation cockpits due to its wide field of view, high imaging quality, and compact optical path layout. Current industrial quality control methods predominantly rely on height-domain error metrics (e.g., PV [Peak-to-Valley] values and slope errors), which only reflect static statistical characteristics of geometric errors. However, these methods fail to evaluate the cumulative impact of error distribution trends (e.g., gradient discontinuity or spatial correlations) on dynamic light propagation, leading to significant imaging discrepancies between mirrors with similar PV values after installation. Meanwhile, optical design software-based simulations (e.g., Zemax, Code V) can correlate manufacturing errors with imaging performance but depend on original optical design files (containing sensitive parameters like mirror coefficients and light source coordinates). Restricted by intellectual property protection, such files are rarely accessible, severely limiting the engineering applicability of these methods. To address these challenges, this paper proposes a ray tracing simulation-based quality control method for HUD freeform reflectors. By embedding measured mirror point clouds into a parameterized virtual optical path model, our method eliminates dependency on proprietary design files. Additionally, it replaces traditional height-domain metrics with screen-projected grid distortion quantification to directly evaluate the imaging offset caused by manufacturing errors. Experimental results demonstrate that this method effectively distinguishes performance differences imperceptible to conventional approaches (e.g., a 7 mm distortion gap between two mirrors with only 2 μm PV difference) while requiring no confidential design files. The proposed solution offers high-precision and generalizable quality control for HUD freeform reflectors.

Keywords

Head-Up Display (HUD), Freeform Reflector, Quality Control, Ray Tracing, 3D Point Cloud Registration, Imaging Quality, Virtual Imaging

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

抬头显示器(Head-Up Display, HUD)作为增强驾驶安全性与交互体验的核心技术,在汽车与航空领域得到广泛应用[1]。自由曲面反射镜是 HUD 光机系统的关键光学元件[2],其面型精度直接影响虚像的畸变、亮度及视场角等核心性能指标[3]。目前,工业界普遍采用 PV 值(镜面高度误差的峰谷值)、norm_PV (斜率误差的峰谷值)、High_pass (对镜面高度误差进行高频滤波后,对残差数据进行截线统计)指标等评价方法作为质量管控指标[4]。然而,在实际生产使用过程中发现,具有相近 PV 值的镜片可能在装车后呈现显著的成像质量差异,一部分镜片因误差分布特性(如梯度突变或空间相关性)导致虚像偏移超出容差范围,而传统高度域评价方法无法有效识别此类问题[5]。

近年来,在高度域上,研究者尝试通过引入误差分布趋势的对称性、高频误差截线统计指标、条纹畸变量化指标等多种优化评价体系,但这些方法仍局限于镜片本身的几何特征描述,未能建立制造误差与终端成像性能的直接映射关系。本质上,传统指标反映的是加工工艺的“静态”偏差,而 HUD 成像质量更依赖于光线在动态传播过程中对局部面型误差的敏感性。

而在光线追迹评价方法上,研究者尝试从多角度突破传统评价体系:

1) Sieber 团队(2016) [6] [7]通过将实测镜面点云数据与 Zemax 光路模型融合,开发出制造误差-光学性能映射模型,验证微注射成型工艺优化可使镜片 MTF 值提升至理论值的 98% (RMS 误差 $< 0.15 \mu\text{m}$);

2) 墨西哥 UNAM 团队(2021) [8] [9]创新性采用非均匀 Null-Screen 方法,通过动态光线追迹分析反射光斑畸变,实现自由曲面斜率突变检测精度达 0.068 mrad ,显著优于传统 Hartmann 测试。

然而,现有方法仍存在局限——Sieber 模型依赖原始光路参数,无法适应供应链保密需求;墨西哥团队技术尚未建立误差动态传播的量化模型。

本质上,传统指标反映的是加工工艺的“静态”偏差,而 HUD 成像质量更依赖于光线在动态传播过程中对局部面型误差的敏感性[10]。本文提出一种基于光线追踪的仿真驱动质量评价方法,突破传统高度域评价框架,从光学系统性能反推镜片容差需求。具体而言,通过将实测镜面点云嵌入虚拟 HUD 光路模型,量化制造误差在屏幕投影中的累积偏移量,进而建立与终端用户体验直接关联的质量判据。

本文提出一种基于光线追踪的仿真驱动质量评价方法,突破传统高度域评价框架,从光学系统性能反推镜片容差需求。具体而言,通过将实测镜面点云嵌入虚拟 HUD 光路模型,量化制造误差在屏幕投影中的累积偏移量,进而建立与终端用户体验直接关联的质量判据。

2. 光线追迹理论建模

2.1. 光路结构设计

如图 1 所示,理论模型中的核心部件有点光源、测量点云、屏幕,仿真系统根据导入的测量点云[11],算法自动将三者位置调整到同轴状态,具体调整方法如下:通过对点云进行刚体变换,自动将点云的最佳拟合平面与 XOY 平面重合,点云几何中心与世界坐标系原点重合,并保持镜片的反光面朝上。计算测量点云最佳拟合球曲率半径 $R/2$,在 Z 轴正方向上距离原点 R 距离的位置放置点光源,在距离原点 R 距离的位置放置屏幕,保持测量点云、点光源、屏幕三者呈同轴关系分布。该放置方法可保证从点光源发出的光线较为均匀地反射到屏幕上,从而放大细微面型变化对光线偏折的影响,提高系统灵敏度。

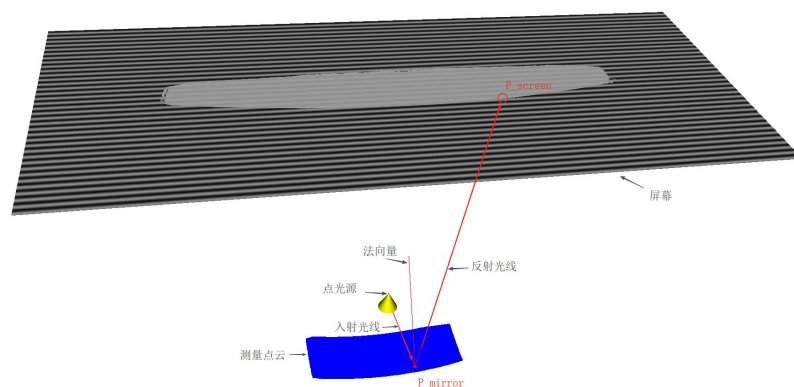


Figure 1. Optical system model schematic
图 1. 光学系统模型图

2.2. 正向光线追迹建模

如图 1 所示,从点光源发出的入射光线经过测量点云上一点 P_{mirror} ,经过镜片反射后的反射光线与屏幕交于点 P_{screen} ,根据反射定律可知,三维空间中入射光线与反射光线的角平分线与点 P_{mirror} 的法向量方向重合。

正向光线追迹是指：已知镜片反射点 P_mirror 空间坐标和法向量，求解其反射光线与屏幕交点 P_screen 。将点光源简化为点 $O=(x_o, y_o, z_o)$ ， $P_mirror=(x_p, y_p, z_p)$ ，记 $\vec{n}$ 为 P_mirror 的法向量， $\vec{d}_i$ 为入射光线向量， $\vec{d}_r$ 为反射光线向量。

其中：

$$\vec{d}_i = \frac{P_mirror - O}{\|P_mirror - O\|} \quad (1)$$

根据反射定律可知：

$$\vec{d}_r = \vec{d}_i - 2(\vec{d}_i \cdot \vec{n})\vec{n} \quad (2)$$

从而得到反射光线的直线方程：

$$\mathbf{r}(t) = P_mirror + t \cdot \vec{d}_r \quad (3)$$

记屏幕方程为：

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (4)$$

将公式(3)带入公式(4)得到：

$$a(x_p + d_{r,x}t) + b(y_p + d_{r,y}t) + c(z_p + d_{r,z}t) + d = 0 \quad (5)$$

解得参数 t ：

$$t = -\frac{ax_p + by_p + cz_p + d}{ad_{r,x} + bd_{r,y} + cd_{r,z}} \quad (6)$$

因此， P_screen 坐标为：

$$P_screen = P_mirror + t\vec{d}_r \quad (7)$$

2.3. 逆向镜片反射点求解

逆向反射点求解是指：光线经过镜片反射后与屏幕的交点已知，并且知道镜片反射点的初始坐标，从而求解出镜片反射点准确坐标的过程。

通常而言，屏幕交点可对应任意方向的入射光线，无唯一解析解，但由于提供了误差相对较小的初始解，因此在初始解附近寻找一个精度较高的数值解成为可能。

首先需要知道位于反射点邻域内，任意镜片上一点的空间坐标与法向量，但由于自由曲面轮廓测量仪的采样间隔约为 0.2~0.5 mm，点云密度相对较低，因此需要对测量点云进行细分插值，这通常导致结果容易受测量噪声影响，并且计算成本较高。本文为了兼顾鲁棒性与求解速度，采用了局部 7 阶 XY 多项式拟合的方法替代细分插值，提供邻域内任意点的位置描述和法线坐标表达式，7 阶 XY 多项式公式如下：

$$P(x, y) = \sum_{i+j \leq 7} a_{ij} x^i y^j \quad (8)$$

建立完整测量点云的 KDTree (k-dimensional tree)，这是一种用于多维空间数据的搜索数据结构，可以在 $O(\log N)$ 的时间复杂度内实现最近邻搜索，并搜索得到反射点初始坐标附近的邻域点云，如图 2 所示，蓝色点云为完整测量点云，红色点云为邻域点云。

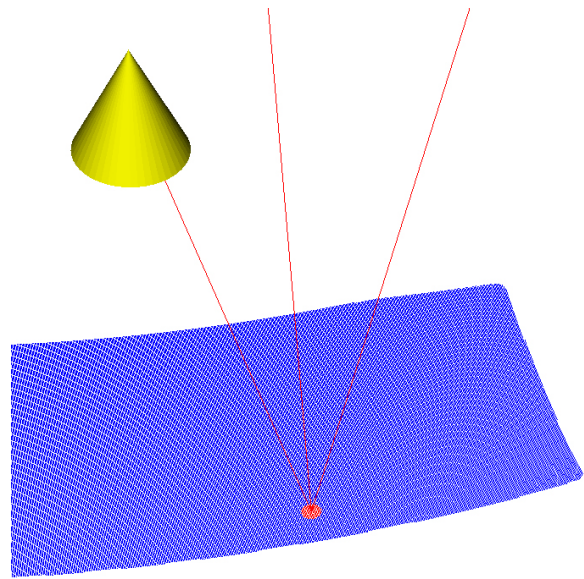


Figure 2. Neighborhood point cloud diagram
图 2. 邻域点云示意图

采用 numpy 对构造的多项式方程系数矩阵和数值矩阵进行求解[12]，具有速度快精度高的特点，对邻域点云拟合的误差如图 2 所示，拟合精度小于 $0.1\ \mu\text{m}$ ，满足仿真要求。

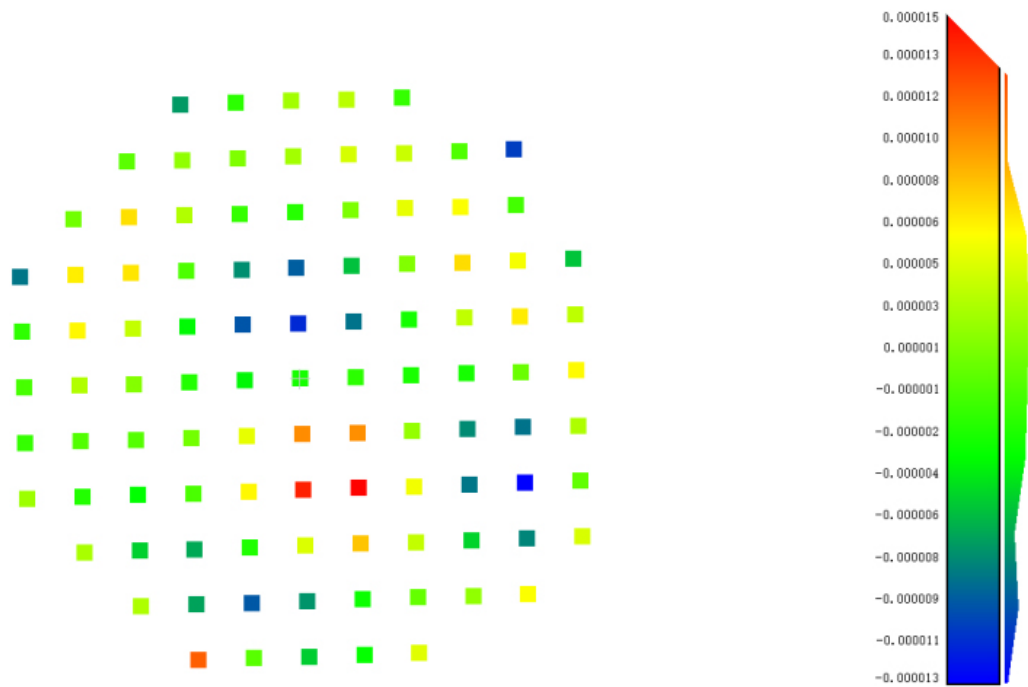


Figure 3. Residuals from 5th-order polynomial fit
图 3. 邻域点云 5 阶多项式拟合残差图

曲面方程上任意一点的法线坐标，推导过程如下：
给定隐式曲面方程：

$$F(x, y, z) = z - P(x, y) = 0 \quad (9)$$

曲面上一点 $p(x, y, z)$ 的法向量 $\mathbf{n}$ 由梯度 ∇F 确定:

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \right) = \left(-\frac{\partial P}{\partial x}, -\frac{\partial P}{\partial y}, 1 \right) \quad (10)$$

将五次多项式的偏导数代入法向量表达式, 完整展开形式为:

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} \left(\sum_{i+j \leq 5} i \cdot a_{ij} x^{i-1} y^j \right) \\ \left(\sum_{i+j \leq 5} j \cdot a_{ij} x^i y^{j-1} \right) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

理论上, 入射光线与反射光线的角平分线应该与镜片反射点的法向量同方向, 即两向量之间的夹角为 0, 于是可以构造损失函数: 输入为曲面方程上一反射点 $P(x, y)$, 输出为入射光线、反射光线角平分线和该点法向量之间的夹角。本文采用 L-BFGS-B 算法(有限内存有界约束拟牛顿法)对构造的损失函数进行求解, 该算法结合拟牛顿更新与边界约束投影, 通过梯度信息高效逼近目标函数的海森矩阵。实验表明, 该方法在目标函数的非凸性和参数有界条件下表现出快速收敛性, 迭代次数小于 10 次时即达到相对误差容限 $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$, 显著提升了逆向求解反射点的优化效率。

2.4. 入射光线与镜片交点求解

入射光线与自由曲面镜的交点求解是光线追迹的核心步骤之一。由于自由曲面镜由离散点云表征, 且采样精度有限, 全局点云方程化难以表征镜片的局部异常面型突变, 而基于 mesh 网格的光线追迹算法又容易受点云噪声影响, 鲁棒性差。因此本文使用“2.3 逆向镜片反射点求解”中使用的局部拟合方法, 在入射光线与镜面交点的初始坐标附近寻找邻域点云, 并对邻域点云进行方程化, 将求解入射光线与镜片的交点, 转化为求解直线方程与多项式曲面方程的公共解。

入射光线表示为:

$$\mathbf{r}(t) = O + t \cdot \mathbf{d}, t \geq 0, \mathbf{d} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0) \quad (12)$$

联立公式(9)(12)得:

$$f(x_0 + td_x, y_0 + td_y) - (z_0 + td_z) = 0 \quad (13)$$

将(13)展开为关于参数 t 的高次(≤ 7 阶)代数方程:

$$\mathcal{F}(t) = \sum_{k=0}^7 c_k t^k = 0 \quad (14)$$

由于 5 次方程无普遍解析解, 采用牛顿-拉夫逊法(Newton-Raphson Method)进行数值逼近, 结合初值敏感性与局部收敛定理(Kantorovich 条件), 牛顿法在邻域内具二阶收敛速度。实测结果表明, 该优化算法可将近似点反射点的误差从 30 微米, 经过 6 次迭代, 下降到 0.01 纳米以内。

3. 论仿真过程与结果

自由曲面光线追迹仿真流程图如图 4 所示:

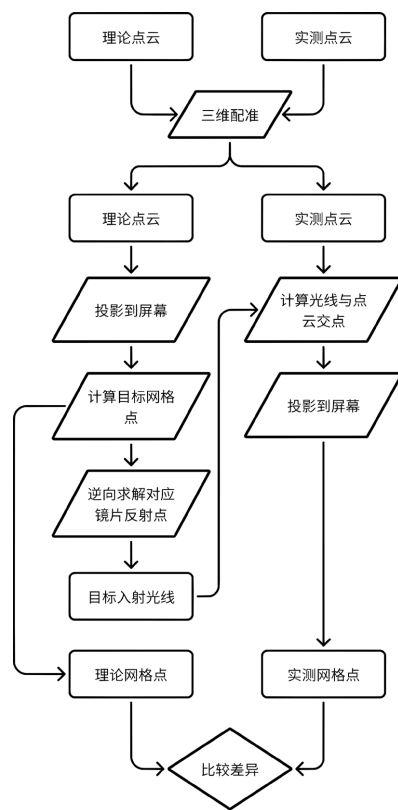


Figure 4. Simulation process flowchart
图 4. 仿真流程图

3.1. 数据准备

本文使用苏州瑞霏光电生产的自由曲面轮廓测量仪[13]，型号为 FF2000，设备最大测量视场 650 * 400 mm，最大倾角范围±35°，光学面型单次测量不确定度为±3 μm，设备产品图如图 5 所示。



Figure 5. Freeform 3D profiler
图 5. 自由曲面轮廓测量仪

理论点云由 HUD 镜片的设计图档中转换得到(如图 6 中蓝色点云), 测量点云由 FF2000 设备测量获得(如图 6 中红色点云), 初始状态下, 因为设计坐标系和测量坐标系的不一致, 因此两者并没有完全贴合, 因此需要使用三维配准算法[14], 对点云进行最佳配准, 本文不再展开, 完成配准后, 理论点云与实测点云完全贴合, 配准前后的点云对齐状态如图 6 所示。

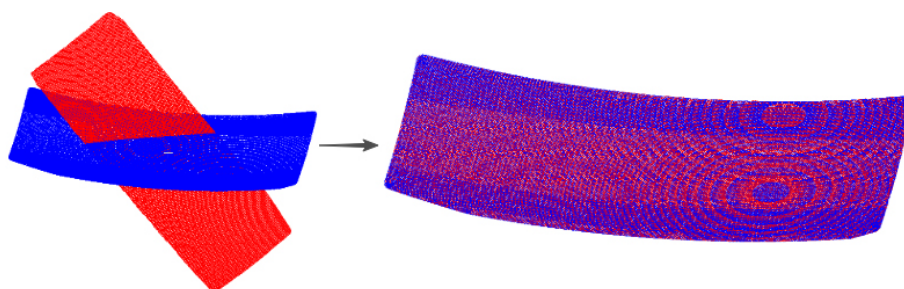


Figure 6. 3D Registration between theoretical and measured point clouds

图 6. 理论点云 - 测量点云三维配准示意图

根据镜片曲率半径和口径, 设置初始仿真参数见表 1:

Table 1. System data

表 1. 系统参数

项目	数值	单位
屏幕规格	5000 * 2160	/
屏幕像素尺寸	0.2451	mm
屏幕几何中心坐标	(0, 50, 500)	mm
屏幕法向量	(0, 0.3, 1)	/
光源坐标	(0, -50, 150)	mm

3.2. 理论点云仿真

理论点云仿真的目的在于寻找一组特定的入射光线, 能经过理论镜片反射后, 在屏幕上能投影出规则的网格点, 以此表征 HUD 成像的过程。

计算理论点云上每个点作为反射点时, 对从光源指向反射点的光线反射后与屏幕相交点的坐标(如图 7 所示)。当镜片取样点足够多时, 屏幕反射光线交点的点集构成了屏幕有效投影区域, 即经过光源发出的任意光线, 经过曲面镜反射后, 都会落到有效投影区域内。

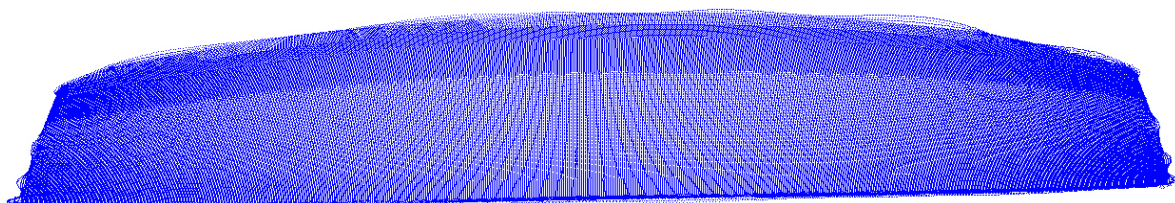


Figure 7. Reflected ray-screen intersection points

图 7. 反射光线与屏幕交点

对离散的屏幕交点进行形态学处理, 得到屏幕有效投影区域如图 8 中的白色部分所示, 在这个投影

区域内寻找最大内接矩形, 按设置在矩形中生产个规则网格点(本文选取生成 $7 * 5$ 规则网格)如图 8 所示:

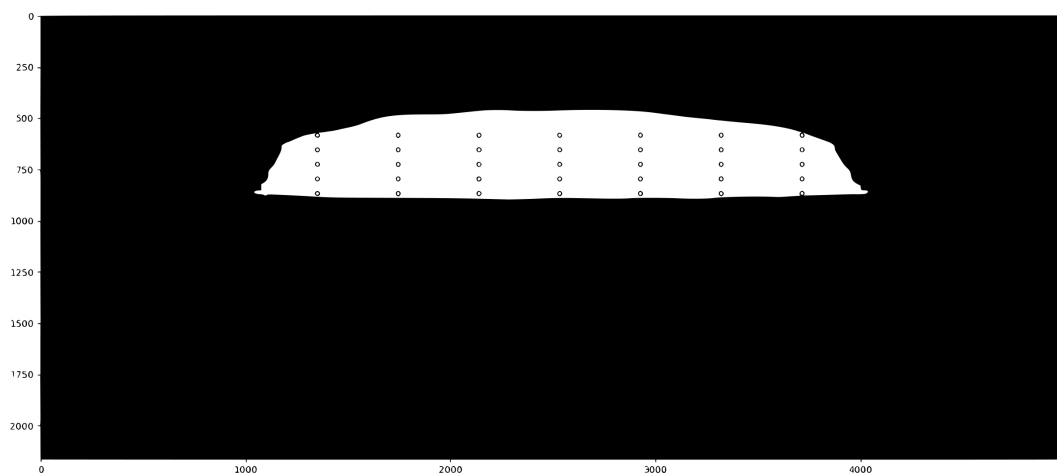


Figure 8. Screen effective projection zone

图 8. 屏幕有效投影区域

寻找每个规则网格点附近最近的已知理论点云反射光线的交点, 因为这些光线的完整传递过程已知, 因此它们的镜片反射点可做为逆向求解屏幕网格点的镜片反射点的初值, 然后精确求解目标网格点对应的镜片反射点。

至此, 从光源发出若干光线, 经过理论点云反射后, 在屏幕上得到规则的个规则网格点的光线追迹过程已建立, 光线反射过程如图 9 所示。

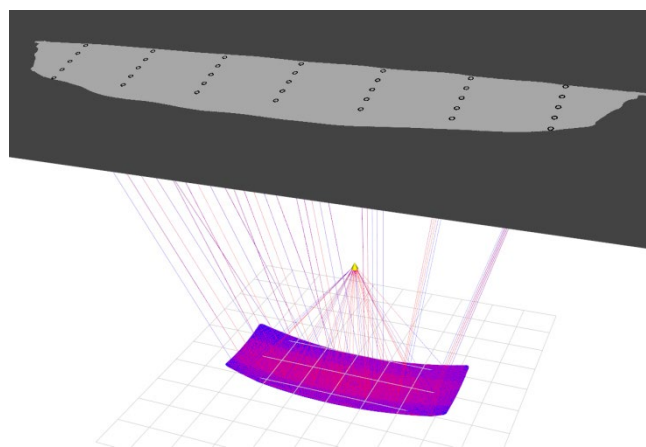


Figure 9. Theoretical point cloud ray tracing diagram

图 9. 理论点云光线追迹图

3.3. 实测点云仿真

理论点云与实测点云配准到同一坐标系下, 达到最小二乘贴合后, 假设实测点云无加工误差, 则对上一步求解的入射光线经过实测点云反射后, 应该能在屏幕上得到完全一致的个规则网格点, 而由于加工误差的存在, 带入实测点云仿真得到的网格相比理论点云得到的网格会存在偏移, 这种偏移就是我们

期望用于描述实测点云误差的指标。

由于实测点云与理论点云的偏差通常在 $300\ \mu\text{m}$ 以内, 因此采用上一步记录的理论点云网格反射点作为入射光线与实测点云的初始交点, 优化成功得到唯一解表示理论点云与实测点云对于该网格点的成像作用在容忍接受范围内, 若优化失败, 则表示实测点云误差完全超过设计要求。

在优化求解入射光线与镜面的交点过程中, 能根据局部多项式拟合输出最终求解点的高精度法线坐标, 可求得实测点云对理论入射光线反射后与屏幕的交点坐标。

使用屏幕坐标系变换矩阵可将理论点云和实测点云仿真得到的屏幕交点坐标从世界坐标系(三维坐标)转换到屏幕坐标系(二维坐标), 将理论网格与实测网格绘制到同一坐标下可得到网格误差图如图 10。

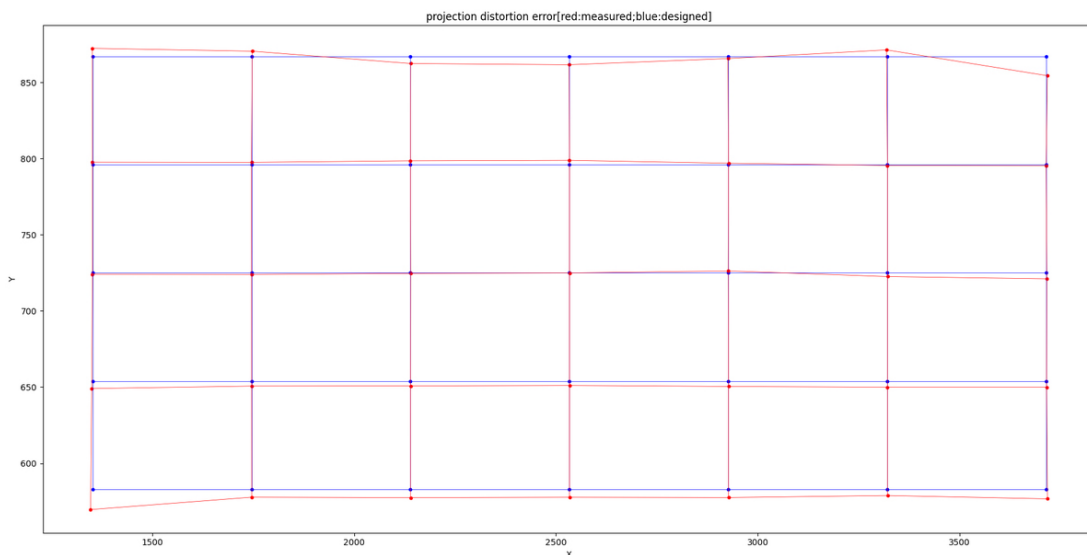


Figure 10. Projection grid distortion diagram

图 10. 投影网格畸变图

从投影网格图中可以分析以下结论:

1) 镜片水平方向的偏移较小, 实测点云的投影网格在水平方向基本重合, 但误差网格在竖直方向上存在较大偏差, 并且表现为中间误差小, 上下边缘误差较大;

2) 左下角出现了极大的竖直偏移, 这有可能带来局部的图像拉伸;

3) 上边缘出现了波浪形的波动, 这可能导致难以矫正的图像畸变和模糊。

为了将投影网格误差量化, 我们定义两投影网格的全局距离和 gs 如下:

$$gs = \sum_{i=1}^{m \times n} \sqrt{\left(x_i^{(T)} - x_i^{(M)}\right)^2 + \left(y_i^{(T)} - y_i^{(M)}\right)^2} \quad (15)$$

式中, $\left(x_i^{(T)}, y_i^{(T)}\right)$ 为第 i 个理论投影网格点的屏幕坐标, $\left(x_i^{(M)}, y_i^{(M)}\right)$ 为第 i 个实测投影网格点的屏幕坐标。

投影误差即可描述实测镜片对于光线的反射作用与理论镜片的差异, 数值简单, 且具有物理意义, 方便制造方对镜片成像质量进行先验管控。

4. 实验结果分析

按照第三章所述方法, 我们对两片同规格 HUD 大反射镜进行测量, 左侧图片为产品#1 结果, 右侧为产品#2 结果, 详见图 11 所示:

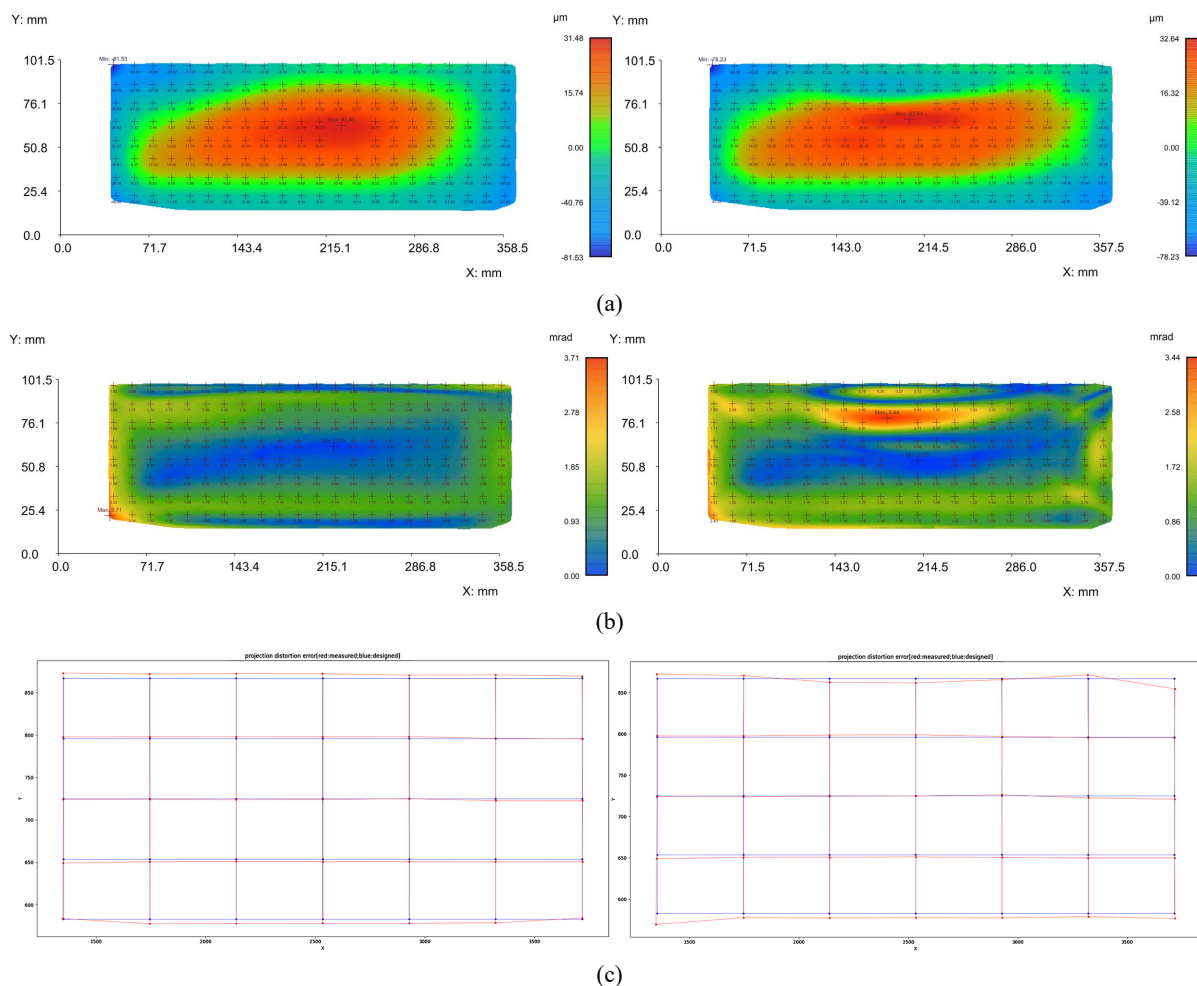


Figure 11. (a) Height error maps; (b) Slope error maps; (c) Grid distortion diagrams

图 11. (a) 高度误差图对比; (b) 斜率误差图对比; (c) 网格畸变图对比

两片均为同型号的 AR-HUD 反射镜主镜, 其中编号#1 的镜片经实装后发现边缘成像质量较差, 存在比较大的成像畸变和重影, 编号#2 的镜片成像质量相对#1 较好, 边缘无明显的异常, 图像畸变比较平缓, 在可接受范围内。在轮廓仪测量结果中, 两镜片的高度误差相差较小, 难以分辨。斜率误差的图像存在明显差异, 但从数值上无法量化这种差异。本文实现的投影畸变网格图不但可以清楚分辨两者的成像误差, 并且也能从数值上做出明显的区分, 对于 PV 值接近, 误差趋势不同的镜片, 本文方法有着更优的管控意义。

5. 结论

本文提出了一种基于光线追迹仿真的 HUD 自由曲面反射镜成像质量管控方法, 搭建了完整的光线追迹模型, 提出了一种不依赖 HUD 光路设计文件的自动光路搭建规则, 可以根据测量点云曲率, 自动调整光学元件的位置, 让光线受测量点云细微形变造成的偏折较为灵敏; 设计了一套合理的仿真方法, 合理利用初值条件, 在光线追迹精度和速度上达到了良好的平衡。经实验证明, 本文所述的方法在自由曲面反射镜的成像管控上有其独特的优势, 它不依赖于光学设计文件, 易于推广, 可以作为传统基于高度域的评价体系的良好补充, 在自由曲面镜片质量管控上提出了新的思路, 具有一定的参考和推广价值。

参考文献

- [1] 倪江楠. 光学自由曲面检测光路方案及关键部件设计研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京理工大学, 2011.
- [2] 程颖. 光学自由曲面设计方法及应用研究[D]: [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 2013.
- [3] 李利. 光学自由曲面加工误差对光学性能的影响[D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [4] 宾博逸. 条纹投影反射法关键技术研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海理工大学, 2018.
- [5] Fang, F.Z., Zhang, X.D., Weckenmann, A., Zhang, G.X. and Evans, C. (2013) Manufacturing and Measurement of Freeform Optics. *CIRP Annals*, **62**, 823-846. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2013.05.003>
- [6] Sieber, I., Li, L., Gengenbach, U., Beckert, E., Steinkopf, R. and Yi, A.Y. (2016) Optical Performance Simulation of Freeform Optics for an Eye Implant Based on a Measurement Data Enhanced Model. *Applied Optics*, **55**, 6671-6679. <https://doi.org/10.1364/ao.55.006671>
- [7] Li, L., Raasch, T. W., Sieber, I., Beckert, E., Steinkopf, R., Gengenbach, U. and Yi, A. Y. (2018) Fabrication of Microinjection Molded Miniature Freeform Alvarez Lenses. *Applied Sciences*, **8**, 2338.
- [8] García-Rodríguez, M., *et al.* (2021) Slope Error Detection of Freeform Surfaces Using Dynamic Null-Screen Method. *Optics Express*, **29**, 23021-23035.
- [9] López-López, R., *et al.* (2021) Null-Screen Testing for Solar Concentrator Freeform Reflectors. *Solar Energy*, **225**, 1011-1022.
- [10] 朱进. 光学自由曲面面形描述方法和光线追迹模型的研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京理工大学, 2012.
- [11] Yang, X.T., Zhang, G.Y., Zhang, J., Chong, W., Duan, Z.T. and Niu, Z.J. (2022) Optimization of Freeform Reflector for Solar Radiation Measurement Based on Evolutionary Strategy. *Acta Optica Sinica*, **42**, Article ID: 0921014.
- [12] 冯婕, 白瑜, 邢廷文. Zernike 多项式波面拟合精度研究[J]. 光电技术应用, 2011, 26(2): 31-34.
- [13] 袁婷, 张峰, 陶小平, 等. 条纹反射法检测光学反射镜面形[J]. 光子学报, 2015, 44(9): 912004.
- [14] Besl, P.J. and McKay, N.D. (1992) A Method for Registration of 3D Shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **14**, 239-256. <https://doi.org/10.1109/34.121791>