

基于改进小龙虾优化算法的最大似然DOA估计

赵 军, 潘逸飞, 孔维宾*, 魏亦董, 朱洋辰

盐城工学院信息工程学院, 江苏 盐城

收稿日期: 2025年4月23日; 录用日期: 2025年5月16日; 发布日期: 2025年5月26日

摘 要

针对传统最大似然波达方向估计存在高计算量和低计算精度的缺点, 文章提出了一种改进小龙虾优化算法(GSCOA)的最大似然估计算法。引入迁移机制、改进正弦算法和融合人工大猩猩优化器(GTO)增强了小龙虾算法的全局探索能力和局部开发能力, 提升了小龙虾优化算法的收敛性能的同时也避免了陷入局部最优。实验结果表明, 与基于小龙虾优化算法(COA)、粒子群优化算法(PSO)、蛇优化算法的最大似然估计算法相比, 基于改进小龙虾优化算法的最大似然估计算法具有更强的收敛性能和更高的收敛精度。

关键词

最大似然估计, 波达方向, 改进的小龙虾优化算法

Maximum Likelihood DOA Estimation Based on Improved Crayfish Optimization Algorithm

Jun Zhao, Yifei Pan, Weibin Kong*, Yidong Wei, Yangchen Zhu

School of Information Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng Jiangsu

Received: Apr. 23rd, 2025; accepted: May 16th, 2025; published: May 26th, 2025

Abstract

In response to the drawbacks of high computational complexity and low computational accuracy in traditional maximum likelihood direction of arrival estimation, this paper proposes an improved crayfish optimization algorithm (GSCOA) for maximum likelihood estimation. The introduction of a transfer mechanism, improved sine algorithm, and integrated artificial gorilla optimizer (GTO)

*通讯作者。

文章引用: 赵军, 潘逸飞, 孔维宾, 魏亦董, 朱洋辰. 基于改进小龙虾优化算法的最大似然 DOA 估计[J]. 建模与仿真, 2025, 14(5): 745-753. DOI: 10.12677/mos.2025.145430

have enhanced the global exploration and local development capabilities of the crayfish algorithm, improved the convergence performance of the crayfish optimization algorithm, and avoided falling into local optima. The experimental results show that compared with the maximum likelihood estimation algorithms based on the crayfish optimization algorithm (COA), particle swarm optimization algorithm (PSO), and snake optimization algorithm, the maximum likelihood estimation algorithm based on the improved crayfish optimization algorithm has stronger convergence performance and higher convergence accuracy.

Keywords

Maximum Likelihood Estimation, Direction of Arrival, Improved Crayfish Optimization Algorithm

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在现代信号处理领域, 波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计是一个重要的研究课题[1] [2], 广泛应用于无线通信、声源定位和雷达系统等多个领域。有许多经典算法被运用于 DOA 估计中, 其中具有代表性的有多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC) [3]、旋转不变子空间(Estimated Signal Parameters via Rotational Invariance Technique, ESPRIT) [4]、扰动法(Perturbation Method, PM) [5]、最大似然估计(Maximum Likelihood, ML) [6]等, 而最大似然估计因其在低信噪比条件下仍能保持较高的估计精度而受到青睐。但 ML 方法的计算复杂度较高, 尤其是在多维非线性搜索的情况下, 计算量随信源数量的增加而显著上升, 这使得其在实际工程应用中面临挑战。

为了解决这一问题, 研究者们开始探索将智能优化算法与 ML 方法相结合, 以降低计算复杂度并提高估计精度。近年来, 随着智能优化算法的不断发展, 诸如遗传算法(Genetic Algorithm, GA) [7]、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO) [8]等智能优化算法被广泛应用于 ML-DOA 估计中。然而, 这些方法在全局搜索能力和收敛性能方面仍存在不足, 容易陷入局部最优解, 导致估计结果的准确性受到影响。因此, 需要探索新的优化方法以提升估计精度和降低计算复杂度。

为此, 本文提出了一种改进的小龙虾优化算法[9], 旨在优化 ML-DOA 估计过程中的搜索策略。通过引入迁移机制、改进正弦算法[10]和融合大猩猩优化器[11]来增强算法的探索能力和收敛速度, 从而有效降低计算量并提高估计精度。

2. 最大似然 DOA 估计

2.1. 阵列信号模型

假设存在一个均匀线阵, 阵元数为 M , 阵元间距为 d , 入射信号为平面波, 其波长为 λ , 方向角为 $\theta_i (i=1, 2, \dots, N)$ 。在时刻 t , 接收到的矢量数据可以表示为:

$$X(t) = A(\theta)S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中, $A(\theta) = [\alpha(\theta_1), \alpha(\theta_2), \dots, \alpha(\theta_N)]$ 为 $M \times N$ 维的阵列流型矩阵, $\alpha(\theta_i)$ 为方向矢量, 其表达式为:

$$\alpha(\theta_i) = [1, e^{j\omega\theta_i}, \dots, e^{j(M-1)\theta_i}]^T \quad (2)$$

式中, $\omega(\theta_i) = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta_i)$, $S(t)$ 为时刻 t 的信号矢量, $N(t)$ 为背景噪声矢量。假设其为 0 均值的高斯白噪声, 则接收数据的协方差矩阵为:

$$R = E[X(t)X(t)^H] = A(\theta)R_s A(\theta)^H + R_N \quad (3)$$

式中, R_s 为信号的协方差矩阵, R_N 为噪声协方差矩阵。

2.2. ML 估计方法

在进行 ML 估计时, 假设采集了 K 次独立观测样本的集合 $\{X_1, X_2, \dots, X_K\}$, 这些观测样本的联合概率密度函数为:

$$f\{X_1, X_2, \dots, X_K\} = \prod_{i=1}^K \frac{\exp\left(-|X_i - A(\theta)S|^2 / \sigma^2\right)}{\det\{\pi\sigma^2 I\}} \quad (4)$$

式中, σ^2 表示噪声的方差; K 是快拍数; θ 是目标入射角矢量; I 为归一化下噪声 $N(t)$ 的相关矩阵。经推导, 角度 θ 的最大似然估计为:

$$\tilde{\theta} = \arg \max_{\theta} [g(\tilde{\theta})] \quad (5)$$

$$g(\tilde{\theta}) = -\text{tr}(P_A \hat{R}) \quad (6)$$

式中 $\tilde{\theta}$ 和 P_A 的表达式为:

$$\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_N]^T \quad (7)$$

$$P_A = A(A^H A)^{-1} A^H \quad (8)$$

3. 小龙虾优化算法的原理与改进

3.1. 小龙虾优化算法

小龙虾优化算法(Crawfish Optimization Algorithm)是一种受自然界中小龙虾的觅食行为、避暑行为和竞争行为启发的群体智能优化算法。

3.1.1. 小龙虾的温度和摄食量

小龙虾会随着温度的变化而表现出不同的行为, 将进入不同行为阶段小龙虾所处的环境温度定义为 temp, 在温度合适时小龙虾会进行觅食行为, 并且小龙虾的摄食量也会受到温度的影响而变化, 摄食量定义为 p 。具体公式如下:

$$\text{temp} = \text{rand} \times 15 + 20 \quad (9)$$

$$p = C_1 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times \sigma} \times \exp\left(-\frac{(\text{temp} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \right) \quad (10)$$

式中, C_1 和 σ 都是常数, μ 表示最适合小龙虾摄食的环境温度。

3.1.2. 避暑阶段

当小龙虾所处的环境温度 > 30 摄氏度时, 小龙虾会进入洞穴避暑, 洞穴位置 X_{shade} 定义如下:

$$X_{\text{shade}} = (X_G + X_L) / 2 \quad (11)$$

式中 X_G 表示迭代过程到目前位置的最优位置, X_L 表示当前种群的最优位置。当 $\text{rand} < 0.5$ 时, 表示没有其他小龙虾来争夺洞穴, 小龙虾会直接进入洞穴避暑:

$$X_{ij}^{t+1} = X_{ij}^t + C_2 \times \text{rand} \times (X_{\text{shade}} - X_{ij}^t) \quad (12)$$

式中, t 表示当前迭代次数, C_2 为一个递减曲线, 公式如下:

$$C_2 = 2 - (t/T) \quad (13)$$

式中 T 表示最大迭代次数。

3.1.3. 竞争阶段

当环境温度 > 30 摄氏度且 $\text{rand} \geq 0.5$ 时, 会有其他小龙虾争夺洞穴:

$$X_{ij}^{t+1} = X_{ij}^t - X_{zj}^t + X_{\text{shade}} \quad (14)$$

式中, z 为随机的小龙虾个体:

$$z = \text{round}(\text{rand} \times (N-1)) + 1 \quad (15)$$

3.1.4. 觅食阶段

当环境温度 ≤ 30 摄氏度时, 为适合觅食的温度, 此时小龙虾会寻找食物的位置并判断食物的大小:

$$X_{\text{food}} = X_G \quad (16)$$

$$Q = C_3 \times \text{rand} \times (\text{fitness}_i / \text{fitness}_{\text{food}}) \quad (17)$$

其中 C_3 是一个值为 3 的食物因子, fitness_i 表示第 i 只小龙虾的适应度, $\text{fitness}_{\text{food}}$ 表示食物位置的适应度值。当食物大小 $Q > (C_3 + 1)/2$ 时, 食物太大, 小龙虾会撕扯食物:

$$X_{\text{food}} = \exp\left(-\frac{1}{Q}\right) \times X_{\text{food}} \quad (18)$$

当食物撕扯变小后, 小龙虾会使用第二个和第三个爪子交替进食:

$$X_{ij}^{t+1} = X_{ij}^t + X_{\text{food}} \times p \times (\cos(2 \times \pi \times \text{rand}) - \sin(2 \times \pi \times \text{rand})) \quad (19)$$

当 $Q \leq (C_3 + 1)/2$ 时, 小龙虾可以直接进食:

$$X_{ij}^{t+1} = (X_{ij}^t - X_{\text{food}}) \times p + p \times \text{rand} \times X_{ij}^t \quad (20)$$

3.2. 改进小龙虾优化算法

3.2.1. 随机迁移参数

设置了一个随机迁移参数 p , 当 $\text{rand} < p$ 时, 小龙虾会进行随机的迁移:

$$X_{ij}^{t+1} = (ub - lb) \times \text{rand} + lb \quad (21)$$

式中, p 为常数 0.03, ub 为搜索角度的上限, lb 为搜索角度的下限。

3.2.2. 改进的正弦算法

改进的正弦算法借鉴了正余弦算法、正弦算法和指数正余弦函数等改进算法的想法, 利用正弦函数引导迭代过程, 使其具备良好的全局探索能力, 同时在迭代过程中引入自适应的可变权重系数 ω_t , 从而实现算法全局探索和局部开发能力之间的平衡。改进的正弦算法的具体位置更新公式如下:

$$x_i(t+1) = \omega_t x_i(t) + r_1 x_i \sin(r_2) \times [r_3 p_i(t) - x_i(t)] \quad (22)$$

式中, r_1 是非线性递减函数, r_2 是区间 $[0, 2\pi]$ 的随机数, r_3 是区间 $[-2, 2]$ 上的随机数。 r_1 的具体表示如下:

$$r_1 = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{2} \cos\left(\frac{\pi t}{T_{\max}}\right) + \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (23)$$

而 ω_i 表示为:

$$\omega_i = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \frac{t}{T_{\max}} \quad (24)$$

3.2.3. 融合大猩猩优化器的小龙虾优化算法

融合算法的思想来源于人工大猩猩优化器中年轻的大猩猩进入青春期后, 雄性大猩猩间会竞争雌性大猩猩以扩大他们的群体。类似地, 雄性小龙虾也会因繁衍而存在竞争, 基因较好的小龙虾因其适应力强, 能有更多繁衍后代的机会, 它的种群也会更容易扩大:

$$X_{ij}^{t+1} = X_G - (X_G \times Q - X_{ij}^j \times Q) \times A \quad (25)$$

式中 $Q = 2 \times \text{rand} - 1$, $A = \beta \times E$, 当 $\text{rand} \geq 0.5$ 时 $E = N_1$, 当 $\text{rand} < 0.5$ 时 $E = N_2$, β 为常数 3。

4. 实验与结果

4.1. 收敛性分析

适应度函数的收敛速度是评价一个优化算法的重要指标之一, 为了测试改进的小龙虾优化算法(GSCOA)的性能, 将其与传统的小龙虾优化算法(COA)、粒子群优化算法(PSO)以及蛇优化算法(SO)进行对比, 并将这些算法同样应用于最大似然 ML-DOA 估计问题。在 MATLAB 仿真实验平台上进行收敛性能测试, 验证其在不同入射信号源数目实验条件下的表现。不同优化算法的参数设置见表 1。

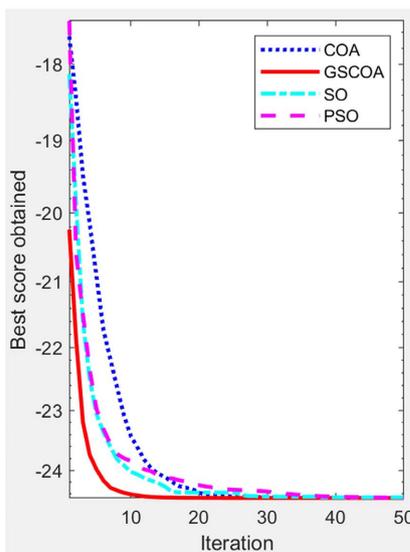


Figure 1. Comparison of convergence between the improved crayfish optimization algorithm and other optimization algorithms when the number of incident signal sources is 2

图 1. 入射信号源数为 2 时, 改进小龙虾优化算法与其他优化算法的收敛性比较

阵列模型采用线性阵列, 阵元数为 10, 阵元间距取波长的一半, 快拍数为 100, 噪声为 0 db 的高斯噪声, 搜索角度范围 $[-90, 90]$, 最大迭代次数为 50, 种群数量为 40。在 Matlab 仿真平台中进行 100 次 Monte Carlo 实验, 取每次迭代最小值的平均值作为每次迭代的最小值。本研究选用了几种优化算法包括: 粒子群

优化算法(PSO)、小龙虾优化算法(COA)、蛇优化算法(SO)、以及改进的小龙虾优化算法(GSCOA)。

Table 1. Parameter setting of different optimization algorithms

表 1. 不同优化算法的参数设置

优化算法	参数设置
PSO	$c_1 = 2, c_2 = 2$
SO	$c_1 = 0.5, c_2 = 0.05, c_3 = 2$
COA	$c_1 = 0.2, c_3 = 3, \sigma = 3$
GSCOA	$c_1 = 0.2, c_3 = 3, \sigma = 3, p = 0.03, \text{Beta} = 3$

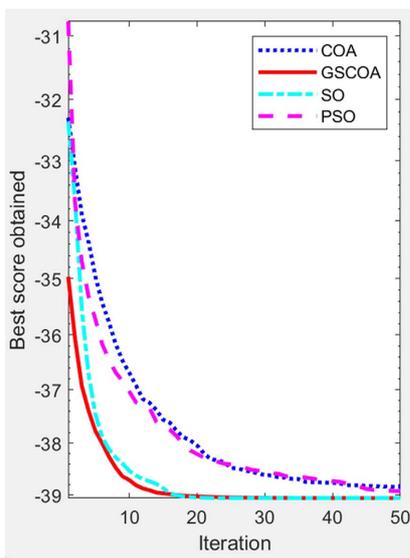


Figure 2. Comparison of convergence between the improved crayfish optimization algorithm and other optimization algorithms when the number of incident signal sources is 3

图 2. 入射信号源数为 3 时，改进小龙虾优化算法与其他优化算法的收敛性比较

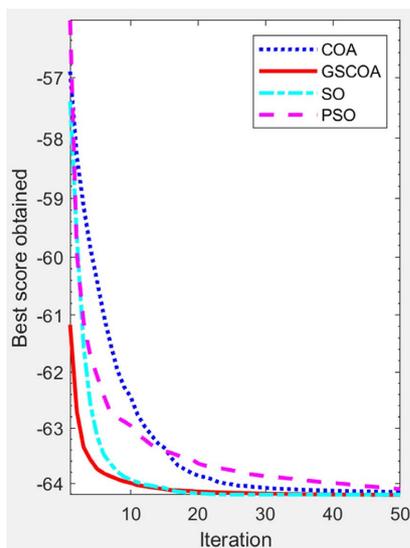


Figure 3. Comparison of convergence between the improved crayfish optimization algorithm and other optimization algorithms when the number of incident signal sources is 4

图 3. 入射信号源数为 4 时，改进小龙虾优化算法与其他优化算法的收敛性比较

为了进一步验证各算法在不同信号源数目下的性能表现,实验分别设置了当入射信号源数目为2个、3个和4个时的情况。当入射信号源数为2时: $\theta = [10^\circ, 30^\circ]$ 。当入射信号源数为3时: $\theta = [10^\circ, 30^\circ, 40^\circ]$ 。当入射信号源数为4时: $\theta = [10^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ]$ 。

如图1~3所示,改进的小龙虾优化算法(GSCOA)在最少的迭代次数内就成功收敛到了最优解,明显优于其他优化算法。随着信号源数量的增加,PSO和COA均出现了陷入局部最优解的现象,导致估计精度下降,而GSCOA始终能够保持稳定的收敛性,并最终收敛到全局最优解。实验结果验证了GSCOA在多信号源环境下的优势。

4.2. 估计精度实验

为了更好地测试算法的性能,本实验选用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)测试各算法DOA估计精度,通过计算能有效分辨信号源的估计角度与真实角度之间的误差,从而衡量算法的分辨精度。RMSE的公式表示为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{TN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^T (\hat{\theta}_i(t) - \theta_i)^2} \quad (26)$$

其中: N 为种群数量, T 为迭代次数, θ_i 为第 i 个信号源的真实到达角度, $\hat{\theta}_i(t)$ 为第 i 个信号源的第 t 次估计值。

信噪比(SNR)范围从-20 dB到5 dB,入射信号源角度为: $\theta = [10^\circ, 20^\circ]$,进行100次独立的Monte Carlo实验。选用的算法是前面的四种算法,通过对比不同优化算法的估计误差曲线,验证其精度,见图4。

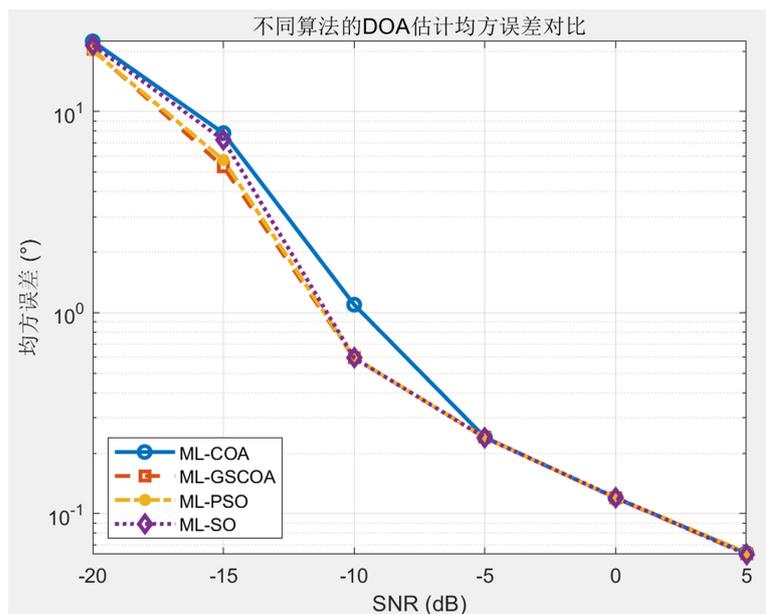


Figure 4. Comparison of root-mean-square error between improved crayfish optimization algorithm and other optimization algorithms

图4. 改进小龙虾优化算法与其他优化算法的均方根误差比较

4.3. 算法的复杂度分析

为了验证改进小龙虾优化算法(GSCOA)的计算效率,本研究对其计算量进行了分析,并将其与最大似然估计(ML)方法进行对比。最大似然DOA估计的计算量主要与搜索方式相关,以下分别讨论传统网

格搜索方法和改进小龙虾优化算法(GSCOA)的计算量。

传统的最大似然估计(ML)算法采用的是网格搜索法的计算量为:

$$O\left(\left[\left(\theta_{\max} - \theta_{\min}\right)/\text{step}\right]^m\right) \quad (27)$$

式中 θ_{\max} 和 θ_{\min} 为搜索角度区间的上下限, step 为搜索步长, m 为入射信号源的个数。而改进的小龙虾优化算法的计算量为:

$$O(NT + N) \quad (28)$$

式中, N 为种群数量, T 为迭代次数。通过表 2 中计算量的对比可知, 改进的小龙虾优化算法的计算量较小, 并且其计算量只与 N 和 T 相关, 与信号源个数无关, 所以当信号源个数增加时, ML 算法的计算量会呈指数增长, 而改进的小龙虾优化算法的计算量只与种群数量和迭代次数线性相关, 由此表明, 改进的小龙虾优化算法可以有效地减少 DOA 估计的计算量。

Table 2. Comparison of computation amount between ML and GSCOA for different number of signal sources
表 2. 不同信号源数目时, ML 和 GSCOA 计算量对比

信号源数目(m)	ML 计算量(O)	GSCOA 计算量(O)
2	3.24×10^6	2.04×10^3
3	5.83×10^9	2.04×10^3
4	1.07×10^{13}	2.04×10^3

5. 结论

针对传统最大似然 DOA 估计方法在估计精度和计算复杂度上的不足, 本文提出了一种改进的小龙虾优化算法(GSCOA), 该算法通过引入迁移机制、改进正弦算法以及融合人工大猩猩优化器, 增强了算法的全局探索能力和局部开发能力。实验结果表明, 在不同入射信号源数目条件下, GSCOA 能够成功收敛到最优解。随着信号源数量的增加, 与其他智能算法相比, GSCOA 能够保持稳定的收敛性, 并最终收敛到全局最优解, 具有控制参数少、优化速度快等特点。最后, 还对 GSCOA 优化最大似然估计的计算量进行了分析。

基金项目

大学生创新创业训练计划资助项目(202410305127Y, 2024453)。

参考文献

- [1] Ruan, N., Wang, H., Wen, F. and Shi, J. (2022) DOA Estimation in B5G/6G: Trends and Challenges. *Sensors*, **22**, Article 5125. <https://doi.org/10.3390/s22145125>
- [2] 白婷婷. DOA 估计方法研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2024.
- [3] Wong, K.T. and Zoltowski, M.D. (1999) Root-MUSIC-Based Azimuth-Elevation Angle-of-Arrival Estimation with Uniformly Spaced but Arbitrarily Oriented Velocity Hydrophones. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **47**, 3250-3260. <https://doi.org/10.1109/78.806070>
- [4] Roy, R. and Kailath, T. (1989) Esprit-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **37**, 984-995. <https://doi.org/10.1109/29.32276>
- [5] Zhang, L. and Zhang, H. (2014) A Perturbation Method for Direction-of-Arrival Estimation in Array Signal Processing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **62**, 1253-1263.
- [6] Stoica, P. and Sharman, K.C. (1990) Maximum Likelihood Methods for Direction-of-Arrival Estimation. *IEEE Transactions*

-
- on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **38**, 1132-1143. <https://doi.org/10.1109/29.57542>
- [7] Cao, W. and Chen, F. (2025) Optimization of Railway Transportation Planning by Combining TST Model and Genetic Algorithm. *IEEE Access*, **13**, 53266-53275. <https://doi.org/10.1109/access.2025.3554677>
- [8] Sharma, A. and Mathur, S. (2018) Comparative Analysis of ML-PSO DOA Estimation with Conventional Techniques in Varied Multipath Channel Environment. *Wireless Personal Communications*, **100**, 803-817. <https://doi.org/10.1007/s11277-018-5350-0>
- [9] Jia, H., Rao, H., Wen, C. and Mirjalili, S. (2023) Crayfish Optimization Algorithm. *Artificial Intelligence Review*, **56**, 1919-1979. <https://doi.org/10.1007/s10462-023-10567-4>
- [10] 潘劲成, 李少波, 周鹏, 等. 改进正弦算法引导的蜚螂优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2023, 59(22): 92-110.
- [11] Abdollahzadeh, B., Soleimanian Gharehchopogh, F. and Mirjalili, S. (2021) Artificial Gorilla Troops Optimizer: A New Nature-Inspired Metaheuristic Algorithm for Global Optimization Problems. *International Journal of Intelligent Systems*, **36**, 5887-5958. <https://doi.org/10.1002/int.22535>