

基于Vlasov地基和Timoshenko梁耦合模型的盾构掘进诱发既有隧道非线性变形解析解

李嘉轩

上海理工大学环境与建筑学院, 上海

收稿日期: 2025年5月26日; 录用日期: 2025年6月19日; 发布日期: 2025年6月26日

摘要

在工程实践中, 盾构隧道施工诱发既有隧道变形脱空后, 将会产生危及其结构安全的严重问题。基于Vlasov地基和Timoshenko梁耦合模型, 构建了考虑既有隧道-土体界面脱空影响的盾构穿越既有隧道响应解析解。首先, 采用Loganathan和Polous公式计算盾构开挖诱发的土体自由位移场, 并将既有隧道看作置于Vlasov双参数地基上的具有恒定截面的Timoshenko梁模型。然后, 根据隧道连续条件建立隧道位移控制方程, 通过有限差分法求解隧道纵向变形, 建立脱空判断条件, 带入线弹性解求解考虑脱空发生的解析解。最后, 将本文解析解与三组工程实测数据进行对比验证, 取得了较好的一致性。此外, 考虑地层损失率、地基压缩参数、地基剪切参数等因素进行敏感性分析。结果表明, 考虑脱空作用的理论解更为符合实际, 不考虑脱空所得隧道位移结果偏小; 地基压缩参数和地基剪切参数对既有隧道-土体界面脱空行为具有显著影响; 当地基剪切参数越大, 既有隧道-土体界面更易脱空, 产生更大的脱空范围; 地基压缩参数越小, 既有隧道沉降越大, 既有隧道-土体界面越容易脱空。

关键词

盾构隧道, Vlasov地基, Timoshenko梁, 非线性变形

Analytical Solution of Nonlinear Deformation Induced by Shield Tunneling Based on Vlasov Foundation and Timoshenko Beam Coupling Model in Existing Tunnels

Jiaxuan Li

School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: May 26th, 2025; accepted: Jun. 19th, 2025; published: Jun. 26th, 2025

文章引用: 李嘉轩. 基于 Vlasov 地基和 Timoshenko 梁耦合模型的盾构掘进诱发既有隧道非线性变形解析解[J]. 建模与仿真, 2025, 14(6): 353-369. DOI: 10.12677/mos.2025.146503

Abstract

In engineering practice, shield tunnel construction can induce deformation and cavitation in existing tunnels, which can pose serious problems that threaten their structural safety. Firstly, the Loganathan and Polous formulae are employed to calculate the free soil displacement field induced by shield excavation. The existing tunnel is considered as a Timoshenko beam model with constant cross-section placed on Vlasov two-parameter foundation. Subsequently, the tunnel displacement control equations are established in accordance with the tunnel continuity condition. The longitudinal deformation of the tunnel is then solved by the finite difference method in order to establish the judgement condition of deholloving. This is subsequently brought into the linear elastic solution in order to solve the analytical solution, taking into account the occurrence of deholloving. Finally, the analytical solution presented in this paper is compared and verified with three groups of engineering measured data, and a satisfactory level of agreement is achieved. Furthermore, sensitivity analyses is conducted, taking into account the rate of formation loss, foundation compression parameters, foundation shear parameters. The results show that the theoretical solution considering the caving effect is more in line with the reality, while the tunnel displacement result obtained without considering caving is smaller. The compression parameters of the foundation and the shear parameters of the foundation have a significant influence on the voids behavior of the existing tunnel-soil interface. When the shear parameters of the foundation are larger, the existing tunnel-soil interface is more likely to voids, resulting in a larger voids range. The smaller the compression parameters of the foundation are, the greater the settlement of the existing tunnel will be, and the more likely the interface between the existing tunnel and the soil will be to voids.

Keywords

Shield Tunnel, Vlasov Foundation, Timoshenko Beam, Nonlinear Deformation

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近 10 年来, 盾构下穿诱发既有隧道 - 土体相互作用问题在工程界和学术界均引起了极大关注。在以往研究中, 通常假设土与既有隧道完全接触, 从而便于既有隧道挠曲计算。然而, 隧道 - 土体界面脱空, 已被大量试验证实。在工程实践中, 隧道脱空后将失去地基支撑, 通常视为危及其结构安全的严重问题。然而目前大部分数值模拟和理论方法都没有考虑间隙形成的影响。

已有研究中针对盾构隧道诱发既有隧道结构变形问题, 采取的研究方法主要有: 现场实测法[1]-[3], 模型试验法[4]-[6], 数值模拟法[7] [8]与理论解析法[9]-[14]。应宏伟等[1]进行了顶管隧道上穿既有粉砂地层中地铁隧道的现场实测数据监测。姜海波等[2]报告了深圳地铁 5 号线上穿既有地铁 11 号线监测结果。邓声君等[3]对苏州地铁 S1 号线盾构推进过程进行了现场实测。在模型试验方面, 黄大维等[4]使用模型盾构机进行了盾构渣土出土率与周围地层沉降关系的缩尺试验。罗维平等[5]基于离心机试验探究了盾构开挖面支护力对地层变形的影响。魏纲和赵得乾麟[6]完成了新建类矩形盾构隧道对既有隧道稳定性影响的缩尺试验。数值模拟法被广泛应用于既有隧道受新建盾构施工影响分析。张佩等[7]建立了考虑卵石倾斜角度影响的土体变形模型。李然等[8]分析了三孔小净距隧道开挖顺序对

围岩稳定性的影响。

在隧道内力和变形的理论计算方面,张治国等[9]基于 Winkler 地基模型采用两阶段法研究了基坑开挖时邻近盾构隧道的纵向变化,并与现场实测进行了对比验证,得到了较好的一致性。周泽林等[9]根据 Pasternak 弹性地基梁理论和 Mindlin 基本解,给出了基坑开挖卸载效应引起下穿双洞隧道变形大小的理论分析方法。宗翔[10]基于可考虑土壤变形连续性的 Kerr 基础梁理论,把现有的隧道分别简单化为 Timoshenko 梁和 Euler-Bernoulli 梁,得到了基坑开挖时下卧盾构隧道变形的计算公式,并分析了隧道变形与剪切刚度之间的关系。梁荣柱等[11]针对 Winkler 地基模型无法考虑相邻地基弹簧彼此影响而高估隧道剪力和弯矩的弊端,提出了可以考虑盾构隧道弯曲和剪切效应的 Timoshenko 梁来模拟盾构隧道。张治国等[13]采用弹性层状半空间地基模型模拟隧道-土相互作用,将隧道视为 Euler-Bernoulli 梁,将隧道开挖引起的应力施加在邻近隧道上,研究了多层土中隧道开挖对邻近隧道的影响。魏纲等[14]采用两阶段法,在第一阶段采用统一土体移动模型土体竖向位移,结合 Pasternak 模型模拟管-土相互作用,得到了单、双线隧道开挖引起的管道变形解析解,分析结果表明对管线变形影响最大的是管线材质和埋深。

在界面脱空方面,国内外一些学者开展了一些探索工作[15]-[19]。林存刚等[15]基于无拉力 Pasternak 地基和 Winkler 地基模型,提出了考虑界面脱空的隧道开挖上覆管线变形计算方法。程霖[16]基于双层弹簧弹性地基梁模型,推导了管土接触与脱空区的荷载表达式。杨成永等[17]采用有限元软件 ANSYS 建立了考虑管土脱空的隧道垂直下穿管线的有限元模型,通过设置接触单元模拟了管土之间的相互作用,计算了管线刚度、土体刚度、隧道直径、管隧间距等因素对管线沉降和内力的影响。王霆等[18]依托北京地铁 10 号线黄庄站工程,建立隧道-管线-地层三维有限元模型,研究了车站洞桩法施工对柔性接头管线变形的影响。付大喜等[19]假定脱空区管线承担上覆土重,建立了管土协调区与脱开区的控制微分方程,并根据管土位移差进行脱空范围迭代求解。

考虑到实际情况中当下穿既有隧道的盾构隧道施工时,既有隧道存在脱空现象,而已有的线弹性解忽视了既有隧道-土体界面脱空对既有隧道沉降的影响。同时, Pasternak 地基模型相对于 Winkler 地基模型虽然把弹簧之间的相互影响考虑在内,但地基反力系数和土体剪切层参数只能通过经验确定,缺少依据。除此之外, Winkler 地基模型和 Pasternak 地基模型都不能合理确定盾构隧道开挖导致地基参数沿着隧道纵向的变化情况。Vlasov 地基模型可以将这一问题考虑在内,故本文采用 Vlasov 地基模型模拟土体与隧道的相互作用,将既有隧道简化为考虑剪切变形的 Timoshenko 梁。

2. 新建盾构隧道诱发自由位移场

为求解新建盾构开挖下穿诱发既有隧道的纵向变形,本文作基本假定如下:① 既有隧道可视为置于半空间无限弹性体内的 Timoshenko 梁,并考虑隧道管片接头的局部刚度削弱作用;② 隧道管片与土体均视为各向同性的连续线弹性材料;③ 使用两阶段分析法,不考虑既有隧道对土体自由场位移的影响。本文计算模型如图 1 所示。其中, z_0 为既有隧道埋深, D_1 为既有隧道半径, H 为新建盾构埋深, R 为新建盾构衬砌半径。

新建盾构开挖诱发的土体自由位移场可使用 Loganathan 和 Poulos [20]提出的公式计算,对于分层土体参数采用加权平均方式得出[20],如式(1)所示:

$$u(x) = R^2 \varepsilon_0 e^{-\left[\frac{1.38x^2 + 0.69z_0^2}{(H+R)^2 + H^2} \right]} \cdot \left\{ -\frac{z_0 - H}{x^2 + (z_0 - H)^2} - \frac{2z_0 \left[x^2 - (z_0 + H)^2 \right]}{\left[x^2 + (z_0 + H)^2 \right]^2} + (3 - 4\nu) \frac{z_0 + H}{x^2 + (z_0 + H)^2} \right\} \quad (1)$$

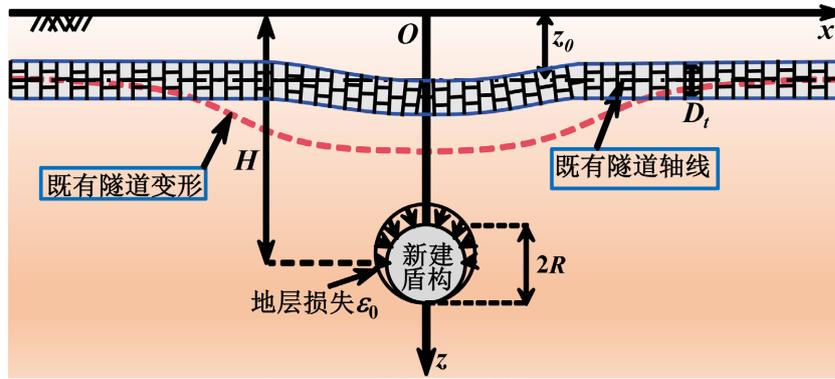


Figure 1. Interaction model of new tunnel and existing tunnel
 图 1. 新建盾构与既有隧道相互作用模型

其中, $u(x)$ 为土体内一点(x)处的纵向位移, ε_0 为地层损失率, ν 为土体泊松比, z_0 为既有隧道轴线深度, H 为新建盾构埋深, R 为新建盾构衬砌半径。

根据 Vlasov 地基模型, 隧道开挖引起在既有隧道轴线上的附加应力 $q(x)$ 为:

$$q(x) = ku(x) - 2t \frac{d^2u(x)}{dx^2} \quad (2)$$

3. Vlasov 地基上既有隧道变形解析解

3.1. Timoshenko 梁理论

本文提出应将既有隧道当作同时考虑弯曲变形和接头剪切受力的 Timoshenko 梁模型, 其变形如图 2 所示, 进而进行脱空分析。

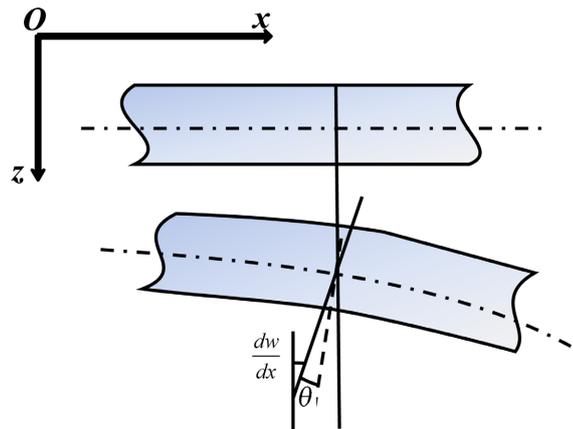


Figure 2. Deformation of Timoshenko beam
 图 2. Timoshenko 梁变形示意图

如图 3, 对于 Timoshenko 梁而言, 梁中的弯矩 M 和剪力 Q 的物理方程分别为:

$$M(x) = -EI \frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

$$Q(x) = GA \left(\frac{dw}{dx} - \theta \right) / f_s \quad (4)$$

式中： w 、 $M(x)$ 、 $Q(x)$ 分别为既有隧道的挠度、弯矩、剪力； EI 、 GA 分别为梁的抗弯刚度和抗剪刚度； θ 为梁截面转角， $dw/dx - \theta$ 为由剪切变形引起的截面剪切角； f_s 为截面剪应力的非均匀分布系数[22]。

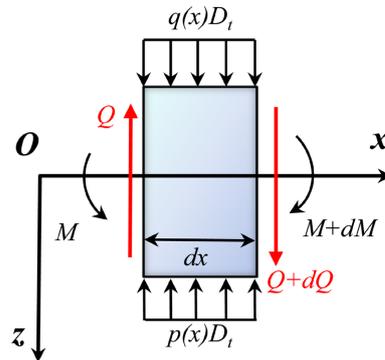


Figure 3. Forces of Timoshenko beam
图 3. Timoshenko 梁受力示意图

3.2. Vlasov 双参数地基

将既有隧道看作置于 Vlasov 双参数地基上的具有恒定截面的 Timoshenko 梁模型(VTM)，同时考虑了地基的压缩性和相邻土弹簧单元间的连续性，其受力示意图如图 4 所示。

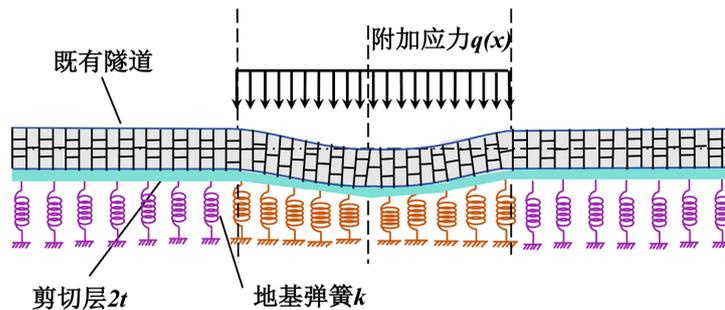


Figure 4. Timoshenko beam model on Vlasov foundation
图 4. Vlasov 地基上的 Timoshenko 梁模型图

Vlasov 双参数地基中的地基压缩参数 k 及地基剪切参数 $2t$ 的表达式为：

$$k = \frac{E_0}{1-V_0^2} \int_0^H \left(\frac{dh}{dz} \right)^2 dz \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} 2t &= \frac{E_0}{2(1+V_0)} \int_0^H h^2 dz \\ E_0 &= \frac{E_s}{1-\nu_s^2}, V_0 = \frac{\nu_s}{1-\nu_s}, h(z) = 1 - \frac{z}{h} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： $h = h(z)$ ，为描述 z 方向位移变化的函数，一般可取为线性或指数变化的函数，此处取为线性函数； E_s 为土体压缩模量； ν_s 为地基的泊松比。

3.3. 隧道平衡微分方程

假设隧道开挖引起的既有隧道位移为 $w(x)$ ，地基反力 $p(x)$ 与隧道挠度 $w(x)$ 的关系如下：

$$p(x) = kw(x) - 2t \frac{dw^2(x)}{dx^2} \tag{7}$$

取隧道长为 dx 的微段进行受力分析。根据材料力学理论,可以得到力平衡方程和弯矩平衡方程如下:

$$Q + p(x)D_i dx = Q + \frac{dQ}{dx} dx + q(x)D_i dx \tag{8}$$

$$M + Qdx + p(x)D_i \frac{(dx)^2}{2} = M + \frac{dM}{dx} dx + q(x)D_i \frac{(dx)^2}{2} \tag{9}$$

式中: $q(x)$ 和 $p(x)$ 分别为盾构隧道开挖引起既有隧道上的附加荷载和地基反力, D_i 为既有隧道外径。

对式(9)进行一阶求导并略去高阶微量 $q(x)D_i \frac{(dx)^2}{2}$ 和 $p(x)D_i \frac{(dx)^2}{2}$ 可得:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = [p(x) - q(x)]D_i \tag{10}$$

联立式(2)、(8)和(10), 可得:

$$p(x) = \frac{1}{D_i} \frac{d^2M}{dx^2} + ku(x) - 2t \frac{d^2u(x)}{dx^2} \tag{11}$$

由 Vlasov 地基模型的二维方程(7)联立式(11)可得:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = kD_i [w(x) - u(x)] - 2tD_i \left[\frac{d^2w(x)}{dx^2} - \frac{d^2u(x)}{dx^2} \right] \tag{12}$$

对于连续隧道, 满足微分方程:

$$M = -EI \frac{d^2w(x)}{dx^2} = -\frac{EI}{l^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) \tag{13}$$

将式(3)、(4)、(7)代入式(8)、(9), 得到基于 Vlasov 地基模型上 Timoshenko 梁的平衡微分方程:

$$q(x)D_i + \frac{GA}{f_s} \left(\frac{d^2w(x)}{dx^2} - \frac{d\theta}{dx} \right) = \left(kw(x) - 2t \frac{d^2u(x)}{dx^2} \right) D_i \tag{14}$$

$$\frac{GA}{f_s} \left(\frac{dw(x)}{dx} - \theta \right) + EI \frac{d^2\theta}{dx^2} = 0 \tag{15}$$

通过有限差分法求解式(12), 将隧道分成 $n + 5$ 个长度为 l 的单元, 分别在隧道两端增加额外的 2 个虚拟元素, 如图 5 所示。

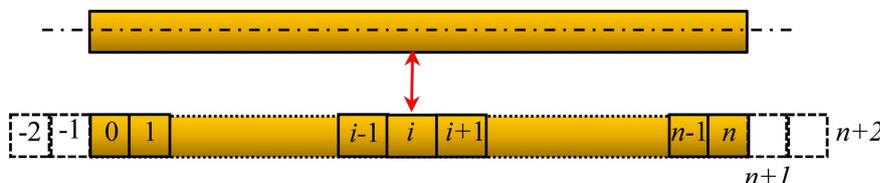


Figure 5. Finite difference element partition
图 5. 有限差分单元划分

在既有隧道构建的 $(n + 1)$ 个有限差分结点, 由式(12)、(13)可得连续既有隧道位移方程为:

$$-EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = kD_t [w(x) - u(x)] - 2tD_t \left[\frac{d^2 w(x)}{dx^2} - \frac{d^2 u(x)}{dx^2} \right] \quad (16)$$

将一阶中心差分公式代入式(16)可表示为:

$$\frac{EI [6w_i - 4(w_{i+1} + w_{i-1}) + (w_{i+2} + w_{i-2})]}{l^4} = kD_t (w_i - u_i) + 2tD_t [(w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) - (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1})] \quad (17)$$

通过上式可以列出 $n + 1$ 个独立方程, 但是共有 $n + 5$ 个未知量, 盾构隧道两端是自由的, 所缺的 4 个独立方程可以根据隧道两端边界条件求出:

$$Q_0 = Q_n = 0 \quad (18)$$

$$M_0 = M_n = 0 \quad (19)$$

Vlasov 地基模型上 Timoshenko 梁的平衡微分方程(14)、(15)可以写成:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{q(x)D_t f_s}{GA} - \frac{f_s D_t}{GA} \left[kw(x) - 2t \frac{d^2 u}{dx^2} \right] \quad (20)$$

$$\frac{dw(x)}{dx} - \theta = -\frac{EIf_s}{GA} \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad (21)$$

将式(20)、(21)代入(3)、(4)中, 可以得到剪力和弯矩的表达式为:

$$Q = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + 2tD_t \right) \frac{d^3 w(x)}{dx^3} - kD_t w(x) + \frac{dq(x)}{dx} D_t \right] \quad (22)$$

$$M = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + 2tG_c D_t \right) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} - kD_t w(x) + D_t q(x) \right] \quad (23)$$

当节点 i 等于 0 或 n 时, 结合等式(14)、(15), (18)、(19)可以用有限差分格式书写, 表达如下:

$$Q_0 = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + G_c D_t \right) \frac{w_2 - 2w_1 + 2w_{-1} - w_{-2}}{2l^3} - kD_t \frac{w_1 - w_{-1}}{2l} + \frac{q_1 - q_{-1}}{2l} D_t \right] = 0 \quad (24)$$

$$Q_n = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + G_c D_t \right) \frac{w_{n+2} - 2w_{n+1} + 2w_{n-1} - w_{n-2}}{2l^3} - kD_t \frac{dw(x)}{dx} \frac{w_{n+1} - w_{n-1}}{2l} + \frac{q_{n+1} - q_{n-1}}{2l} D_t \right] = 0 \quad (25)$$

$$M_0 = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + G_c D_t \right) \frac{w_1 - 2w_0 + 2w_{-1}}{l^2} + q_0 D_t - kD_t w_0 \right] = 0 \quad (26)$$

$$M_n = -\frac{EIf_s}{GA} \left[\left(\frac{GA}{f_s} + G_c D_t \right) \frac{w_{n+1} - 2w_n + 2w_{n-1}}{l^2} + q_n D_t - kD_t w_n \right] = 0 \quad (27)$$

对每个节点的离散方程进行组合, 得到整个盾构隧道的矩阵矢量形式的有限差分公式:

$$([K_1] - [K_2] + [K_3])\{w\} = \{Q_1\} - \{Q_2\} + \{Q_3\} \quad (28)$$

其中, 矩阵 $[K_1]$ 、 $[K_2]$ 和 $[K_3]$ 分别定义为隧道的位移刚度矩阵、剪切刚度矩阵和弯曲刚度; $\{w\}$ 为沿隧道纵向的位移矢量; $\{Q_1\}$ 定义为沿隧道纵向施加的卸载应力矢量; $\{Q_2\}$ 和 $\{Q_3\}$ 分别定义为修正卸载应力矢量和补充矢量。

令 $[K] = [K_1] - [K_2] + [K_3]$, $\{Q\} = \{Q_1\} - \{Q_2\} + \{Q_3\}$, 则式(28)可解为:

$$\{w\} = [K]^{-1} \{Q\} \tag{29}$$

将矩阵表达式代入(48)可以得到隧道开挖引起隧道位移的数值解 $\{w\}$ 。此外将采用有限差分形式所得到的隧道位移 $\{w\}$ 代入公式(22)和(23)中，可以得到隧道相应的剪力 Q 和弯矩 M 。

4. 界面脱空判断

隧道开挖地层损失引起上覆地层位移，进而导致既有隧道挠曲，部分工况下隧道 - 土体界面存在局部脱空和土体屈服。由于既有隧道的刚度较大，对上部土体的抵抗作用大于下部土体的抵抗而与下部接触土体产生隧道 - 土体分离，从而影响地层对其支撑作用。此时既有隧道失去下部支撑处于脱空状态产生更大的位移，从而安全性极大地降低，如图 6 所示。这种隧道 - 土体分离的危险状况值得进行更深入的研究，以便更好地维护既有隧道结构安全。

当既有隧道一侧地基产生的地基抗力大于另一侧新建盾构开挖诱发的附加荷载及最大静摩擦力值之和，既有隧道将与周围支撑土体产生脱离。隧道与周围支撑土体发生脱离前后的微元受力分析如图 7。

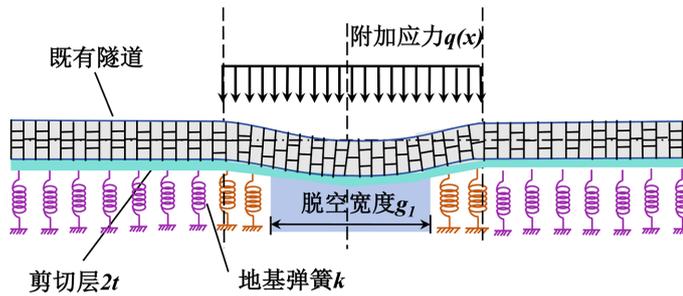


Figure 6. Cavitation of existing tunnel induced by shield tunnel excavation
图 6. 盾构隧道开挖诱发既有隧道脱空

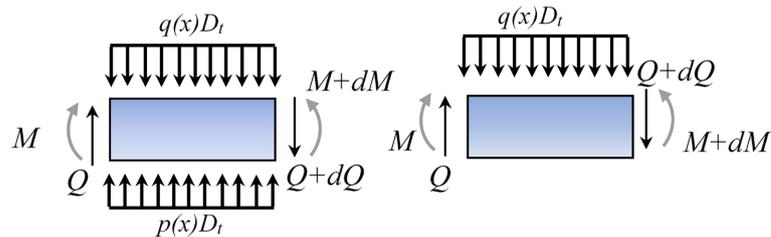


Figure 7. Force analysis of tunnel unit before and after emptying
图 7. 隧道单元脱空前后受力分析

隧道 - 土体分离判别条件为：

$$kD_t w(x) - 2tD_t \frac{d^2 w(x)}{dx^2} > q(x)D_t + 2F_s \tag{30}$$

其中， $Q(x)$ 由公式(18)求得； F_s 为每延米隧道侧的最大静摩擦力。将式(49)化成中心差分格式：

$$kD_t w_i - \frac{2tD_t (w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}))}{l^2} > D_t q_i + 2F_s \tag{31}$$

$$F_s = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_0 \tan \varphi \tag{32}$$

其中， γ 为既有隧道周围土体的重度； H 为既有隧道上方土体厚度； φ 为土体内摩擦角； K_0 为静止土压

力系数, $K_0 = 1 - \sin \varphi$ 。

当式(31)左右项数值相等时, 此时为脱空判断临界位置, 取正数位置 x_i , 则脱空区宽度 $g_i = 2x_i$, 具体判断公式见式(33):

$$kD_t w_i - \frac{2tD_t(w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}))}{l^2} = D_t q_i + 2F_s \quad (33)$$

当既有隧道周围土体与其分离时, 既有隧道失去地基支撑, 对其内力方程式(12)、(13)联立变形:

$$-EI \frac{d^4 w}{dx^4} = \begin{cases} -D_t \left[ku(x) - 2t \frac{d^2 u(x)}{dx^2} \right] (\text{分离}) \\ kD_t [w(x) - u(x)] - 2tD_t \left[\frac{d^2 w(x)}{dx^2} - \frac{d^2 u(x)}{dx^2} \right] (\text{接触}) \end{cases} \quad (34)$$

将式(34)替代式(17)代入隧道 - 土体始终接触假设下既有隧道的位移方程式, 即可得到考虑隧道 - 土体分离的既有隧道内力和变形计算方程:

$$\begin{aligned} & \frac{EI}{l^4} (w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2}) \\ & = \begin{cases} D_t [ku_i - 2t(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1})] (\text{隧道-土体分离区}) \\ -kD_t (w_i - u_i) + 2tD_t [(w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) - (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1})] (\text{隧道-土体接触区}) \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

5. 算例验证

采用 MATLAB 对有限差分法进行编程, 为验证计算方法的正确性, 结合现场实测数据进行验证。

5.1. 算例一

Gan 等[21]进行了杭州文一路大直径盾构施工下穿既有地铁 2 号线期间的隧道变形监测。两条隧道交角为 81° , 可认为垂直下穿。文一路隧道外径为 11.36 m, 埋深为 27.3 m, 盾构开挖地层损失率 ε_0 为 0.57%。既有地铁 2 号线外径 D_t 为 6.2 m, 埋深为 13.4 m。计算可得隧道等效抗弯刚度 $EI = 1.42 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 等效剪切刚度 $\frac{GA}{f_s} = 2.2 \times 10^6 \text{ kN}$ 。根据经验取土体压缩模量为 5 倍压缩模量(24.9 MPa), 泊松比取为 0.3。由式(6)计算得地层剪切参数 $2t$ 为 2.774 MN/m, 地基弹簧系数 k 为 3.252 MN/m³。

图 8 为本文理论方法所得隧道位移结果与现场实测数据对比图。其中, 将基于 Vlasov 地基与 Timoshenko 梁耦合模型但不考虑脱空发生的计算值一并加入图中作为对比。由图 8 可见, 考虑脱空的理论计算结果与工程实测值较为接近。基于式(44)的理论方法, 不考虑脱空的计算结果相较本文结果与实测值更大。考虑脱空计算模型所得隧道最大位移略大于实测值, 这是由于理论计算得出的脱空区范围是连续的, 而实际工程中会出现因土体不均匀产生非连续脱空带, 因此理论模型产生的位移稍大于实测值。

5.2. 算例二

深圳轨道交通 9 号线上梅林站 - 梅村站区间盾构下穿既有深圳轨道交通 9 号线莲花北站 - 上梅林站区间隧道[22], 为消除施工顺序带来的影响, 本文对先进行施工的深圳 9 号线右线下穿既有深圳 4 号线右线隧道工程进行分析。9 号线 2015 年开工建设, 采用盾构法修建, 隧道外径 R 为 6.0 m, 内径为 5.4 m。隧道轴线处埋深 H 约为 20.0 m, 掘进地层主要由砾质黏性土组成, 泊松比约为 0.3, 施工过程中地层损失率 ε_0 为 0.38%。既有深圳 4 号线隧道与新建 9 号线类似, 同样为盾构隧道, 外径为 6.0 m、内径为 5.4

m, 轴线处理深为 11.5 m, 与新建隧道最小净距仅为 2.5 m, 所处地层由砾质黏性土和少量砂土组成, 土体压缩模量 E_s 约为 17.2 MPa, 泊松比取为 0.3。由式(6)计算得地层剪切参数 $2t$ 为 3.258 MN/m, 地基弹簧系数 k 为 3.637 MN/m³; 计算得深圳既有 4 号线隧道等效抗弯刚度 EI 为 1.67×10^8 kN·m, 但由于新建 9 号线下穿施工前对既有隧道进行了管片壁后注浆加固, 加强了既有隧道刚度, 计算可得隧道等效抗弯刚度 $EI = 1.90 \times 10^8$ kN·m, 等效剪切刚度 $\frac{GA}{f_s} = 2.74 \times 10^6$ kN。

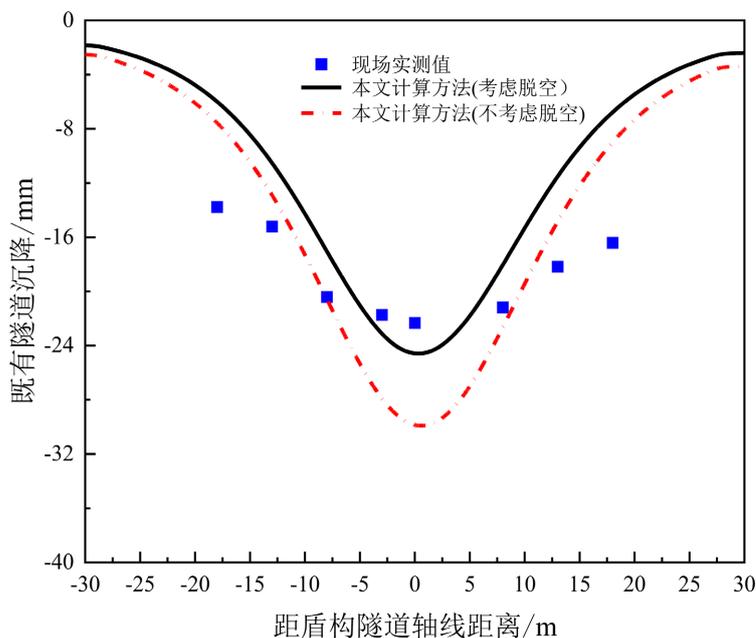


Figure 8. Theoretical results and measured values of tunnel displacement
图 8. 隧道位移理论结果与实测值

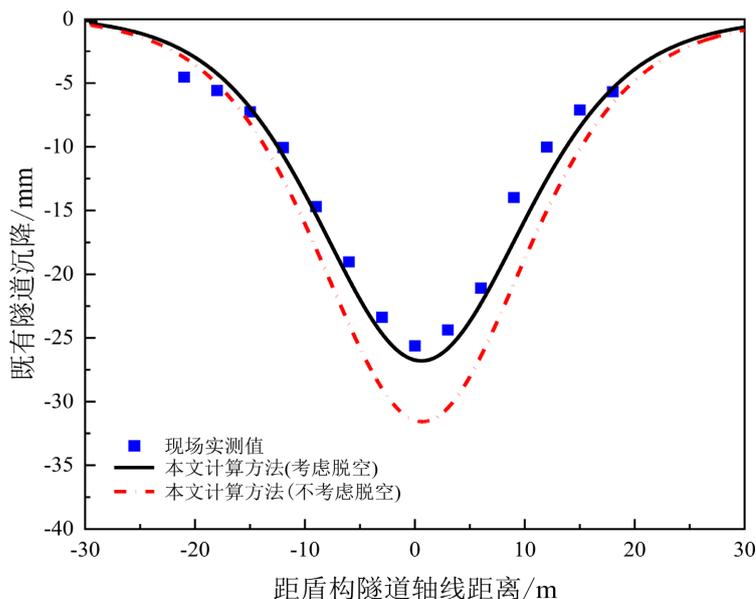


Figure 9. Theoretical results and measured values of tunnel displacement
图 9. 隧道位移理论结果与实测值

图9为本文理论方法所得隧道位移结果与现场实测数据对比图。其中,基于 Vlasov 地基与 Timoshenko 梁耦合模型但不考虑脱空发生的结果一并加入图中作为对比。由图9可见,考虑脱空的理论计算结果与工程实测值较为接近。基于式(44)的理论方法,不考虑脱空的计算结果相较本文结果差异更大。考虑脱空计算模型所得既有隧道沉降略大于实测值,这是由于理论计算得出的脱空区范围是连续的,而实际工程中会出现因土体不均匀产生非连续脱空带,因此理论模型产生的位移稍大于实测值。

5.3. 算例三

济南市轨道交通1号线王府庄站一大杨站区间为隧道施工[23],盾构隧道段外径 D_t 为6.0 m,开挖面半径 R 为6.68 m。隧道中心埋深 H 为19 m。施工过程中地层损失率 ε_0 为0.68%,区域内土体泊松比为0.25,土体压缩模量 E_s 约为19.5 MPa。由式(6)计算得地层剪切参数 $2t$ 为3.866 MN/m,地基弹簧系数 k 为4.176 MN/m³。计算可得隧道等效抗弯刚度 $EI=1.69\times 10^8$ kN·m,等效剪切刚度 $\frac{GA}{f_s}=2.45\times 10^6$ kN。

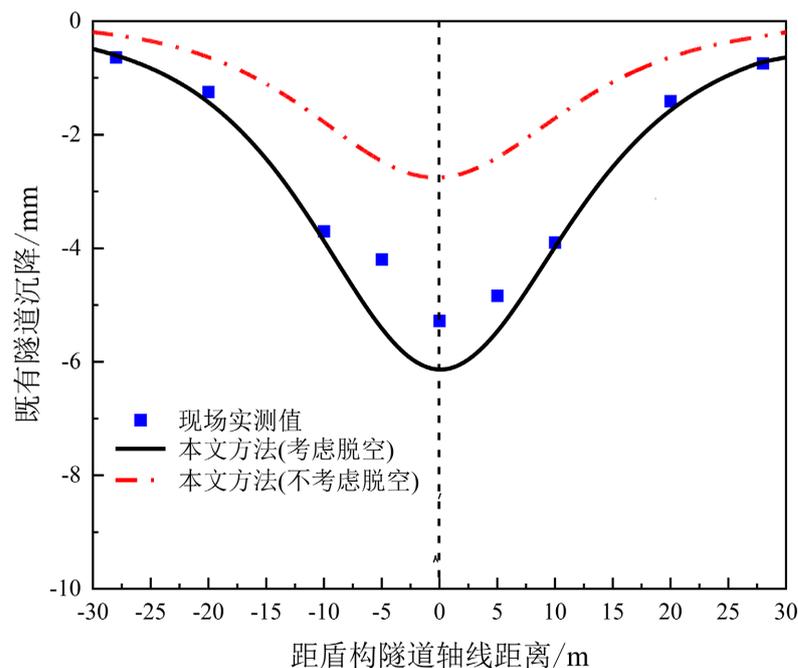


Figure 10. Theoretical results and measured values of tunnel displacement

图10. 隧道位移理论结果与实测值

图10表明,新建盾构隧道引起的地层沉降最大值位于隧道中心线。其中,基于 Vlasov 地基与 Timoshenko 梁耦合模型但不考虑脱空发生的结果一并加入图中作为对比。由图10可见,考虑脱空的理论计算结果与工程实测值较为接近。基于式(44)的理论方法,不考虑脱空的计算结果相较本文结果更大。不考虑脱空计算模型所得既有隧道最大位移小于实测值。这是由于不考虑脱空导致将既有隧道与下部土体视为协调变形,与既有隧道接触的下部土体为既有隧道提供了支持力,导致最终沉降结果偏小。

6. 参数分析

考虑到既有隧道受新开挖盾构影响造成的变形主要受到地层损失率 ε_0 、地基压缩参数 k 、地基剪切参数 $2t$ 等因素控制,本文对上述参数进行敏感性分析。计算模型具体参数为:新建盾构外径 R 为3.5 m,埋深为25 m,盾构开挖诱发地层损失率 ε_0 为0.5%。既有隧道外径 D_t 为6 m,埋深 z_0 为12 m。既有隧道

管节等效抗弯刚度 $EI = 1.13 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ，等效剪切刚度 $\frac{GA}{f_s} = 1.85 \times 10^6 \text{ kN}$ 。土体压缩模量 $E_s = 20.2 \text{ MPa}$ ，土体泊松比为 0.3。具体参数取值如表 1。

Table 1. Changed parameter value

表 1. 参数取值

工况	地层损失率 ε_0	地基压缩参数 k (kN/m ³)	地基剪切参数 $2t$ (kN/m ³)
1	0.2%	2.43×10^3	2.1×10^4
2	0.5%	2.43×10^3	2.1×10^4
3	1%	2.43×10^3	2.1×10^4
4	2.5%	2.43×10^3	2.1×10^4
5	0.5%	1.22×10^3	2.1×10^4
6	0.5%	2.43×10^3	2.1×10^4
7	0.5%	4.86×10^3	2.1×10^4
8	0.5%	1.22×10^4	2.1×10^4
9	0.5%	2.43×10^3	2.1×10^4
10	0.5%	2.43×10^3	1.1×10^4
11	0.5%	2.43×10^3	2.1×10^4
12	0.5%	2.43×10^3	4.2×10^4
13	0.5%	2.43×10^3	8.4×10^4

6.1. 地层损失率对隧道沉降的影响

地层损失率影响新建隧道开挖引起的附加应力，进而对既有隧道变形产生影响。在保持其他参数不变的情况下，地层损失率 ε_0 取 0.2%、0.5%、1%、2.5%。

图 11 绘制了不同地层损失率下新建隧道开挖对既有隧道沉降的影响。可以看出随着地层损失率的增加，既有隧道沉降增大，这是由于随着地层损失率的增加，开挖引起的沉降增大。从图中可以看出在不同水平距离处沉降均随着地层损失率的增大而增大，考虑脱空作用下的沉降大于未考虑脱空作用的沉降。由图 12 可见，当地层损失率 $\varepsilon_0 < 0.5\%$ 时，该阶段既有隧道 - 土体界面无脱空或脱空范围较小，线弹性算法和本文算法计算结果比较接近；随地层损失增大，既有隧道底部底脱空宽度呈增大趋势。当 $\varepsilon_0 > 0.5\%$ 时，界面脱空使得既有隧道响应随地层损失的变化呈非线性，此时忽略脱空影响的线弹性计算偏于保守；随着既有隧道 - 土体界面脱空范围的进一步扩大，既有隧道上下地基刚度差异的影响也开始彰显。

6.2. 地基压缩参数 k 对隧道沉降的影响

地基压缩参数 k 一方面影响新建盾构开挖造成的附加应力，另一方面直接影响新建盾构隧道开挖引起的既有隧道位移。在保持其他参数不变的情况下，地基压缩参数 k 取 $1.22 \times 10^3 \text{ kN/m}^3$ 、 $2.43 \times 10^3 \text{ kN/m}^3$ 、 $4.86 \times 10^3 \text{ kN/m}^3$ 、 $1.22 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 。

如图 13 所示，当地基压缩参数较小时，既有隧道 - 土体界面无脱空或脱空范围较小，此时线弹性算法和本文算法的计算结果较接近；伴随地基压缩参数增大，界面脱空宽度和既有隧道最大沉降递增。此时若忽略脱空影响，计算结果都与实际偏差较大，且偏差随地基压缩参数刚度增大而渐涨，这反映出既有地基压缩参数越大越容易发生既有隧道 - 土体界面脱空，如图 14。

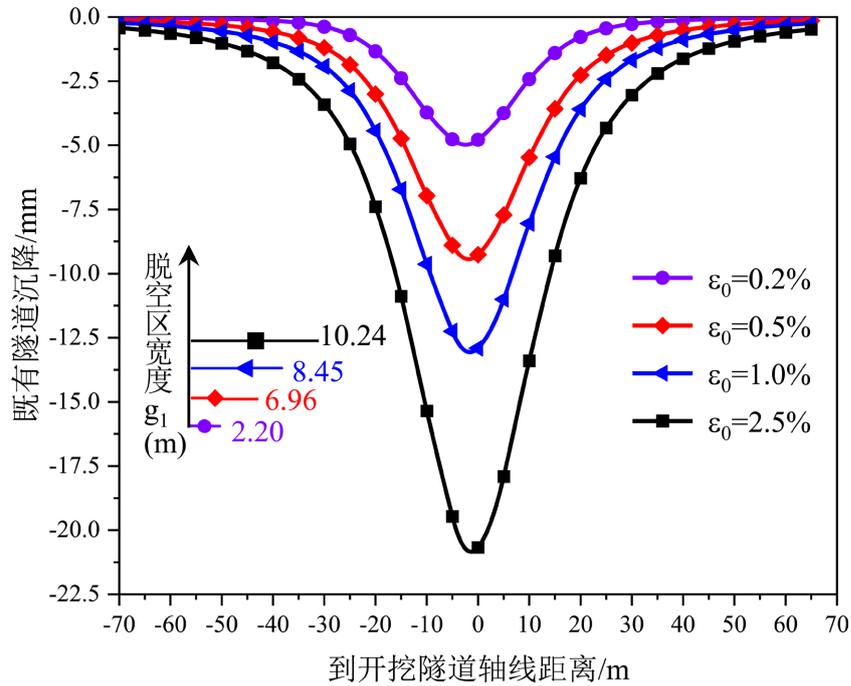


Figure 11. Width of cavitation area and settlement of existing tunnel
 图 11. 脱空区宽度及既有隧道沉降

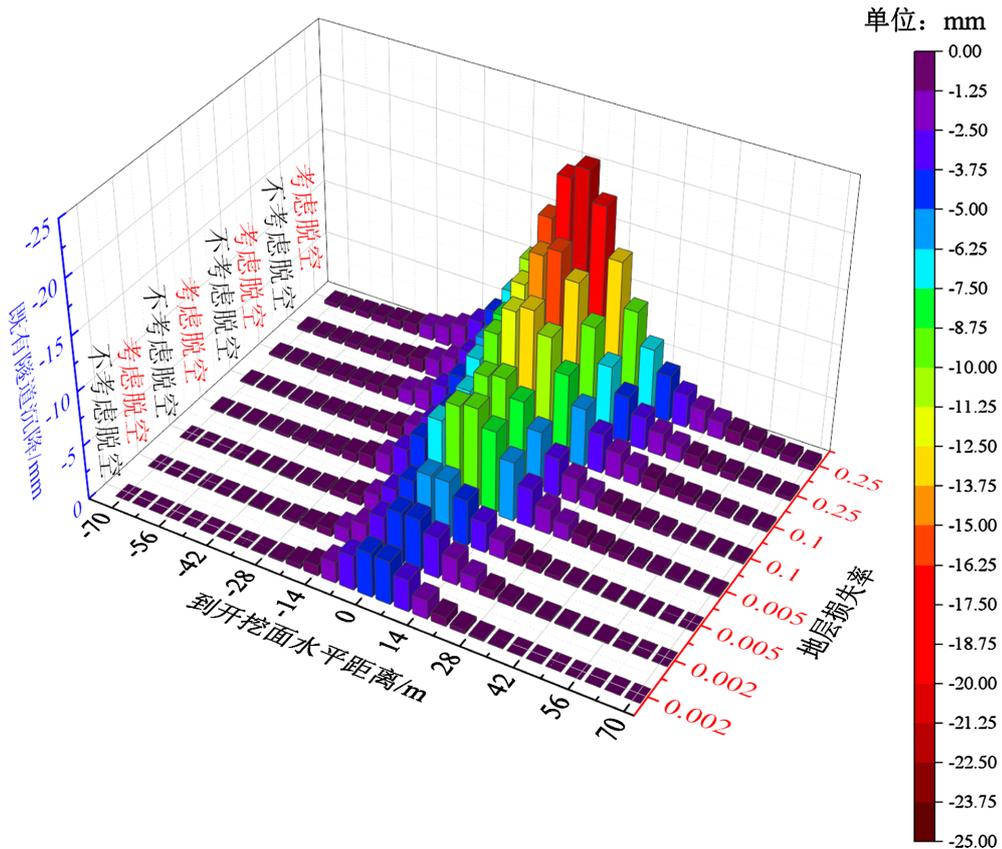


Figure 12. Settlement of existing tunnel with different cavitation calculations
 图 12. 考虑脱空与否的既有隧道沉降

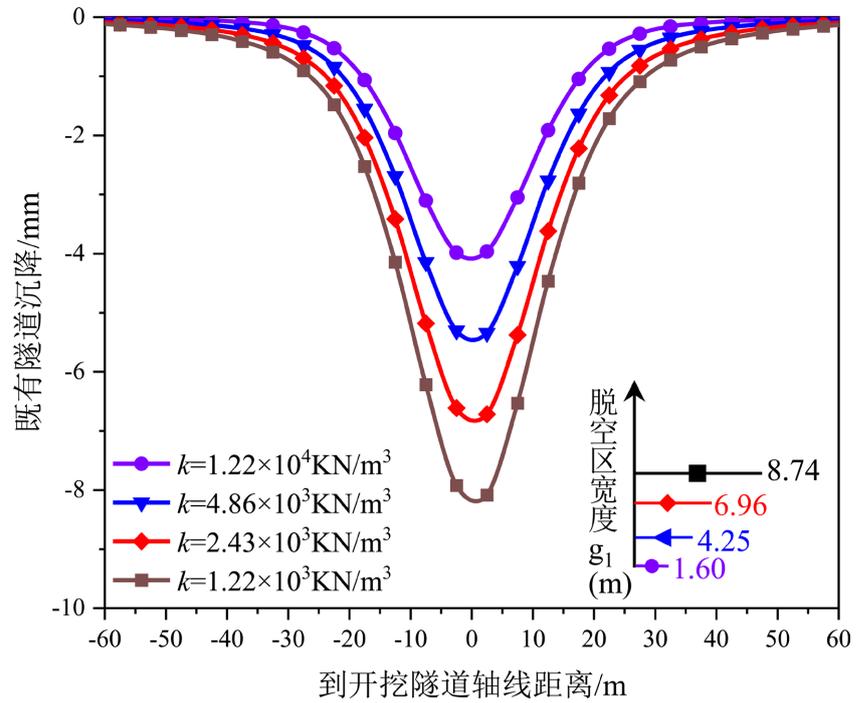


Figure 13. Width of cavitation area and settlement of existing tunnel
 图 13. 脱空区宽度及既有隧道沉降

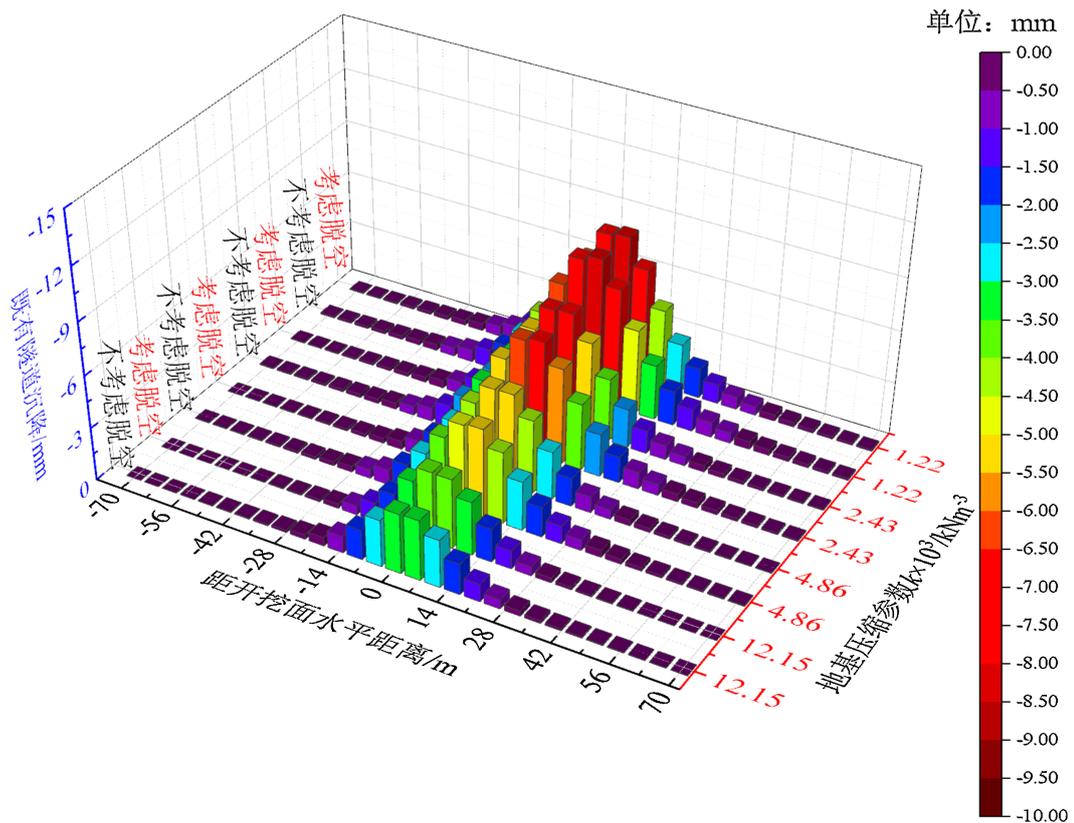


Figure 14. Settlement of existing tunnel with different cavitation calculations
 图 14. 考虑脱空与否的既有隧道沉降

6.3. 地基剪切参数 $2t$ 对隧道沉降的影响

地基剪切参数 $2t$ 一方面影响新建盾构隧道开挖造成的附加应力，另一方面直接影响新建盾构隧道开挖引起的既有隧道位移。在保持其他参数不变的情况下，地基剪切参数 $2t$ 取 $1.1 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 、 $2.1 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 、 $4.2 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 、 $8.4 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 。

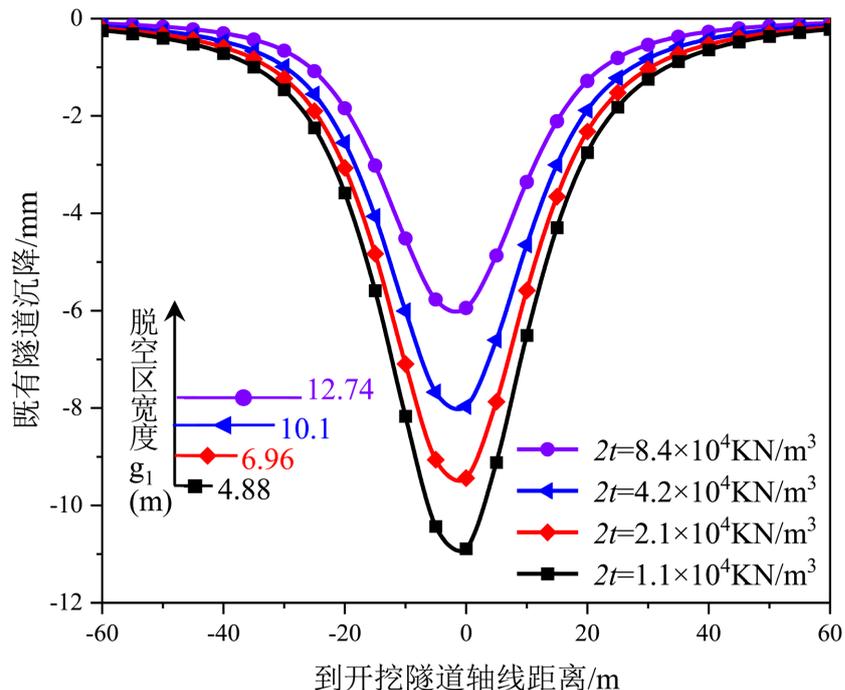


Figure 15. Width of cavitation area and settlement of existing tunnel

图 15. 脱空区宽度及既有隧道沉降

如图 15 所示，当地基剪切参数较小时，既有隧道 - 土体界面无脱空或脱空范围较小，此时线弹性算法和本文算法的计算结果较接近；伴随地基剪切参数增大，界面脱空宽度和既有隧道最大沉降递增。此时若忽略脱空影响，计算结果都与实际偏差较大，且偏差随地基剪切参数刚度增大而渐涨，这反映出既有地基剪切参数越大越容易发生既有隧道 - 土体界面脱空，如图 16。

7. 结论

本文基于 Vlasov 地基和 Timoshenko 梁耦合模型，构建了考虑既有隧道 - 土体界面脱空影响的盾构穿越既有隧道响应有限差分算法，并进行了算例验证与参数分析。主要结论如下：

(1) 本文计算理论适用于盾构下穿既有隧道挠曲和脱空计算，能够计算既有隧道沉降、既有隧道 - 土体界面脱空范围；当既有隧道土体界面脱空区域较宽时，本文计算理论对比线弹性解更符合实际监测数据。

(2) 地基压缩参数 k 和地基剪切参数 $2t$ 对既有隧道 - 土体界面脱空行为具有显著影响。当既有地基剪切参数增大，既有隧道 - 土体界面更易脱空，产生更大的脱空范围。既有地基压缩参数越小，既有隧道 - 土体界面更易脱空，产生更大的脱空范围。

(3) 当隧道开挖地层损失率较小 ($<0.5\%$) 时，因既有隧道 - 土体界面未脱空或脱空范围较小，考虑脱空的解析计算与线弹性解相差不大；伴随地层损失增大，既有隧道 - 土体界面脱空范围递增，其对既有隧道响应的影响愈发显著，既有隧道挠曲和弯矩发展呈非线性增长，此时线弹性计算较实际偏大，此时

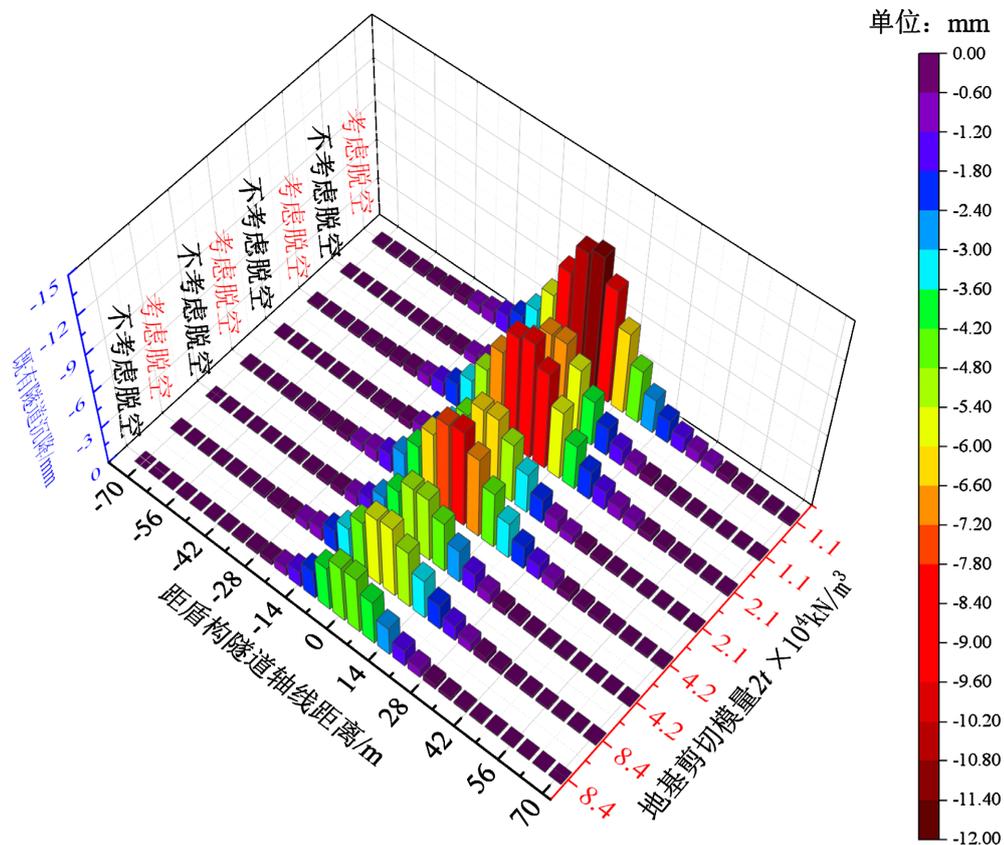


Figure 16. Settlement of existing tunnel with different cavitation calculations
 图 16. 考虑脱空与否的既有隧道沉降

建议使用本文计算理论。新建盾构隧道开挖引起的既有隧道沉降最大值位于隧道轴线。不考虑脱空的影响会导致地层沉降预测值偏小。

参考文献

- [1] 应宏伟, 姚言, 王奎华, 等. 双线平行顶管上跨地铁盾构隧道施工环境影响实测分析[J]. 上海交通大学学报, 2023, 57(12): 1639-1647.
- [2] 姜海波, 狄宏规, 周顺华. 旋喷加固淤泥层近距离交叠隧道施工扰动分析[J]. 公路, 2023, 68(1): 407-416.
- [3] 邓声君, 何杨, 陈浩林, 等. 复杂环境软土地层盾构隧道推进实时动态仿真及变形预测研究——以苏州地铁 S1 号线盾构区间为例[J]. 隧道建设(中英文), 2022, 42(12): 2024-2035.
- [4] 黄大维, 石海斌, 徐长节, 等. 盾构施工控制对刀盘扭矩及地表沉降影响试验研究[J]. 铁道学报, 2022, 44(11): 154-160.
- [5] 罗维平, 袁大军, 金大龙, 等. 富水砂层盾构开挖面支护压力与地层变形关系离心模型试验研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(S2): 345-354.
- [6] 魏纲, 赵得乾麟. 类矩形盾构穿越既有隧道引起土体沉降的模型试验研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(1): 222-232.
- [7] 张佩, 刘泽昊, 齐吉琳, 等. 卵石倾角对砂卵石地层隧道开挖影响的细观力学研究[J]. 工程力学, 2022, 39(10): 48-60.
- [8] 李然, 陈平, 张顶立, 等. 大断面三孔小净距隧道围岩稳定性数值研究及工程实践[J]. 土木工程学报, 2022, 55(11): 83-95.
- [9] 张治国, 张孟喜, 王卫东. 基坑开挖对临近地铁隧道影响的两阶段分析方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2085-2092.

- [10] 周泽林, 陈寿根, 张海生, 等. 明挖卸荷对下卧地铁双洞隧道变形影响的计算方法研究[J]. 铁道学报, 2016, 38(9): 109-117.
- [11] 宗翔. 基坑开挖卸载引起下卧已建隧道的纵向变形研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(S2): 571-577.
- [12] Liang, R., Xia, T., Huang, M. and Lin, C. (2017) Simplified Analytical Method for Evaluating the Effects of Adjacent Excavation on Shield Tunnel Considering the Shearing Effect. *Computers and Geotechnics*, **81**, 167-187. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.08.017>
- [13] 张治国, 黄茂松, 王卫东. 层状地基中隧道开挖对临近既有隧道影响分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 600-608.
- [14] 魏纲, 赵城丽. 基坑开挖引起邻近既有地铁隧道位移计算的研究[J]. 现代隧道技术, 2018, 55(1): 124-132.
- [15] Lin, C., Zheng, J., Ye, Y., Nadim, F., Liu, Z., Zhao, C., et al. (2024) Analytical Solution for Tunnelling-Induced Response of an Overlying Pipeline Considering Gap Formation. *Underground Space*, **15**, 298-311. <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2023.07.006>
- [16] 程霖. 地铁隧道开挖引起地下管线变形的理论分析和试验研究[D]: [博士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2021.
- [17] 杨成永, 董焱, 程霖, 等. 穿越施工中管线与土层共同变形规律分析[J]. 铁道工程学报, 2020, 37(1): 93-100.
- [18] 王霆, 罗富荣, 刘维宁, 等. 地铁车站洞桩法施工引起的地表沉降和邻近柔性接头管道变形研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(2): 155-161.
- [19] 付大喜, 杨明辉, 郑彬彬. 浅埋隧道开挖诱发上覆管道管底脱离范围求解及判定[J]. 工程力学, 2025, 42(6): 117-125.
- [20] Loganathan, N. and Poulos, H.G. (1998) Analytical Prediction for Tunneling-Induced Ground Movements in Clays. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **124**, 846-856. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)1090-0241\(1998\)124:9\(846\)](https://doi.org/10.1061/(asce)1090-0241(1998)124:9(846))
- [21] Gan, X., Yu, J., Gong, X. and Zhu, M. (2020) Characteristics and Countermeasures of Tunnel Heave Due to Large-Diameter Shield Tunneling Underneath. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, **34**, Article 04019081. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cf.1943-5509.0001362](https://doi.org/10.1061/(asce)cf.1943-5509.0001362)
- [22] 金大龙. 盾构隧道群下穿既有地铁运营隧道变形机理及控制研究[D]: [博士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2018.
- [23] Li, P., Du, S., Wang, Y. and Zhao, H. (2015) Timoshenko Beam Solution for the Response of Existing Tunnels Because of Tunneling Underneath. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **40**, 766-784. <https://doi.org/10.1002/nag.2426>