Modeling and Simulation 建模与仿真, 2025, 14(7), 270-275
Published Online July 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/mos
https://doi.org/10.12677/mos.2025.147535

Hans汉斯

基于灰色预测GM (1, 1)的高速公路收费站通行量预测

常志宏[1]，崔　建[1]，李　镇[1]，李　甜[2]，桑惠云[2]

[1]山东高速股份有限公司，运营事业部，山东　济南
[2]山东交通学院交通与物流工程学院，山东　济南

收稿日期：2025年6月28日；录用日期：2025年7月21日；发布日期：2025年7月30日

摘　要

高速公路收费站通行量预测是优化收费站管理、提高通行效率的关键技术。传统时间序列预测方法(如ARIMA、指数平滑等)通常需要大量历史数据，且难以适应短时交通流的非线性特征。本研究采用灰色预测GM (1, 1)模型，构建了一种适用于小样本数据的收费站通行量预测方法，并结合排队论和资源配置优化模型，为收费站闸口设计、人工收费窗口配置及机械臂自动化设备部署提供决策支持。实验数据来源于山东省某高速路收费站6期出闸通行量记录，结果表明，GM (1, 1)模型预测精度较好，为高速公路动态车道分配策略和机械臂优化配置等智慧化管理提供了理论依据和工程实践参考。

关键词

高速公路收费站，通行量预测，灰色预测GM (1, 1)，资源配置优化，智慧交通

Traffic Volume Forecasting for Highway Toll Stations Based on the Grey Forecasting GM (1,1) Model

Zhihong Chang[1], Jian Cui[1], Zhen Li[1], Tian Li[2], Huiyun Sang[2]

[1]Operations Division, Shandong High-Speed Company Limited, Jinan Shandong
[2]School of Transportation and Logistics Engineering, Shandong Jiaotong University, Jinan Shandong

Received: Jun. 28th, 2025; accepted: Jul. 21st, 2025; published: Jul. 30th, 2025

Abstract

Forecasting traffic volume at highway toll stations is a critical technology for optimizing toll management and improving traffic efficiency. Traditional time-series forecasting methods (e.g., ARIMA,

文章引用: 常志宏, 崔建, 李镇, 李甜, 桑惠云. 基于灰色预测 GM (1, 1)的高速公路收费站通行量预测[J]. 建模与仿真, 2025, 14(7): 270-275. DOI: 10.12677/mos.2025.147535

exponential smoothing) typically require substantial historical data and often fail to adequately capture the nonlinear characteristics of short-term traffic flow. This study employs the Grey Prediction GM (1, 1) model to develop a traffic volume forecasting method suitable for small-sample datasets. By integrating queuing theory and resource allocation optimization models, the proposed approach provides decision-making support for toll gate design, manual toll booth allocation, and automated robotic arm deployment. Experimental validation using six-phase exit traffic volume records from a Shandong Province highway toll station demonstrates satisfactory prediction accuracy of the GM (1, 1) model. The findings offer both theoretical foundations and practical engineering references for intelligent management strategies, including dynamic lane allocation and robotic arm configuration optimization in highway toll systems.

Keywords

Highway Toll Station, Traffic Volume Forecasting, Grey Prediction GM (1, 1), Resource Allocation Optimization, Intelligent Transportation

1. 引言

高速公路收费站是交通网络的关键节点，其通行能力直接影响路网运行效率。近年来，随着 ETC 技术的普及，收费站管理模式逐步向智能化方向发展，但人工收费车道和混合车道的通行能力仍然受限于流量预测的准确性。科学预测收费站通行量，并据此优化闸口设计、人员排班及自动化设备配置，已成为智慧交通管理的重要研究方向。

目前，交通流量预测方法主要分为统计学模型(如 SARIMA、卡尔曼滤波)、机器学习方法(如 SVM、随机森林)和深度学习方法(如 LSTM、Transformer)。然而，这些方法通常依赖大量历史数据，而新建收费站或数据采集不完善的场景下，模型预测精度受限。灰色系统理论由邓聚龙(1982)提出，特别适用于“小样本、贫信息”系统的建模分析。GM (1, 1)作为其核心模型，通过累加生成运算(AGO)强化数据规律性，仅需少量样本即可建立预测方程，在交通流量预测中具有独特优势。

基于此，在收费站闸口通行量数据调查分析的基础上，采用 GM (1, 1)模型，进行收费站通行量预测，以期为高速公路动态车道分配策略和机械臂优化配置等智慧化管理提供依据，减少拥堵，提高资源利用效率。

2. 文献综述

交通流量预测是智能交通系统(ITS)中的重要研究课题，现有的预测方法主要分为基于数据驱动的方法和基于统计分析的方法。如时间序列法[1] [2]，支持向量机法[3]，马尔科夫方法[4]-[6]等。时间序列方法，如 ARIMA、指数平滑法等，通过历史数据建模揭示交通流量的时序规律，适用于具有明显周期性和趋势性的场景。但其依赖大量高质量数据，且难以处理非线性特征和突发性事件(如交通事故、天气变化)。支持向量机(SVM)基于结构风险最小化原则，在小样本条件下仍能保持较高预测精度，尤其适用于高维非线性问题。然而，其核函数选择和参数优化对结果影响显著，计算复杂度随数据量增长急剧上升，限制了在大规模路网中的应用。马尔科夫方法通过状态转移概率刻画交通流随机性，擅长处理短时波动。但状态划分依赖先验知识，且多维数据易导致“维数灾难”，实际应用中常需与其他方法(如灰色预测)结

合以提升鲁棒性。灰色预测 GM (1, 1)模型，因其“小样本建模”特性(仅需 4 个以上样本) [7] [8]和计算高效性[9] [10]，成为交通流量预测的重要工具，但其传统形式存在背景值优化、初始条件敏感等问题。近年来改进研究主要集中于引入最小二乘修正或智能算法(如粒子群优化)提升参数估计精度以及与大数据技术的结合(如灰色模型嵌入 Spark 框架)等方面。

3. 研究方法

3.1. 灰色预测 GM (1, 1)模型

灰色系统理论是由我国学者邓聚龙教授提出，灰色系统理论基于累加生成算子(AGO)对原始数据序列实施白化处理，继而通过最小二乘参数辨识构建 GM (1, 1)微分方程模型，最终通过逆生成算子还原预测序列并实施残差校验。优势集中体现在小样本适应性强、参数估计效率高及短期预测精度可靠。

GM (1, 1)模型的核心思想是通过累加生成运算(AGO)弱化原始数据的随机性，并建立一阶线性微分方程进行预测。给定收费站通行量原始序列：

(1) 给定原始序列

$$X^{(0)}=\left\{X^{(0)}(1),X^{(0)}(2),\cdots,X^{(0)}(n)\right\} \tag{1}$$

将原始数据一阶累加后得到数据序列

$$X^{(1)}=\left\{X^{(1)}(1),X^{(1)}(2),\cdots,X^{(1)}(n)\right\} \tag{2}$$

其中， $X^{(1)}(K)=\int_{i=1}^{k}x^{(0)}(i),k=1,2,3,\cdots,n$

对序列 $X^{(1)}$ 作紧邻均值生成，得到序列

$$Z^{(1)}=\left\{Z^{(1)}(1),Z^{(1)}(2),\cdots,Z^{(1)}(n)\right\} \tag{3}$$

其中 $Z^{(1)}(k)=\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(k-1)+x^{(1)}(k)\right),k=2,3,4,\cdots,n$

(2) 建立灰色微分方程 $X^{(0)}(K)+az^{(1)}(k)=u$

利用最小二乘法求未知参数 a 和 u

$$\bar{a}=\begin{pmatrix}a\\u\end{pmatrix}=\left(B^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}B^{\mathrm{T}}Y \tag{4}$$

其中：

$$Y=\begin{bmatrix}X^{(0)}(2)\\X^{(0)}(3)\\\vdots\\X^{(0)}(n)\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$B=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\left[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(1)\right] & 1\\-\frac{1}{2}\left[x^{(1)}(3)+x^{(1)}(2)\right] & 1\\\vdots & \vdots\\-\frac{1}{2}\left[x^{(1)}(n)+x^{(1)}(n-1)\right] & 1\end{bmatrix} \tag{6}$$

GM (1, 1)模型的白化方程

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t}+ax^{(1)}=u \tag{7}$$

(3) 求解白化微分方程，得到 GM (1, 1)模型时间响应函数

$$\breve{X}^{(1)}(k+1)=\left(X^{(0)}(1)-\frac{u}{a}\right)\mathrm{e}^{-ak}+\frac{u}{a},k=1,2,3,\cdots,n \tag{8}$$

对于已经求出的 $\breve{X}^{(1)}$ 做一次累减转化为 $\breve{X}^{(0)}$

$$\breve{X}^{(0)}(k+1)=\breve{X}^{(1)}(k+1)-\breve{X}^{(1)}(k) \tag{9}$$

3.2. 预测模型的后验差检验

令原始时间序列与预测序列的误差为 $\partial(t_i)$，则其均值 $\bar{\partial}(t_i)$ 与方差 S_∂ 分别为：

$$\bar{\partial}(t_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\partial(t_i) \tag{10}$$

$$S_\partial^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\partial(t_i)-\bar{\partial}(t_i)\right]^2 \tag{11}$$

原始时间序列的均值 $\bar{X}^{(0)}(t_i)$ 与方差 S_0^2 分别为：

$$\bar{X}^{(0)}(t_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X^{(0)}(t_i) \tag{12}$$

$$S_0^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[X^{(0)}(t_i)-\bar{X}^{(0)}(t_i)\right]^2 \tag{13}$$

令均方差比值 C 计算公式如下，其判别标准如表 1 所示：

$$C=\frac{S_\partial^2}{S_0^2} \tag{14}$$

Table 1. Grade criteria for model accuracy testing
表 1. 模型精度检验等级标准

模型精度等级	均方差比值 C
一级(优)	≤0.35
二级(良)	>0.35~0.50
三级(合格)	>0.50~0.65
四级(不合格)	>0.65~0.80

4. 案例分析

(1) 预测值计算

基于山东某收费站的 6 个统计期(剔除节假日)的出闸车辆统计数据，基于灰色预测 GM (1, 1)模型对该收费站未来出闸车辆数据进行预测。原始统计数据见表 2。

Table 2. Original exit traffic volume data at toll station (10^4 vehicles)
表 2. 收费站原始出闸通行量数据(万辆)

统计期	出闸通行量	一次累加值
1	26.7	26.7
2	31.5	58.2
3	32.8	91
4	24.1	115.1
5	25.8	140.9
6	27.5	168.4

根据公式(1)~(7)，得出 GM (1, 1)预测模型的参数值为，进而得出出闸车辆统计数据的 GM (1, 1)预测模型为：

$$\breve{X}^{(1)}(k+1) = 642.955e^{0.0549k} - 616.255, k = 1,2,\cdots,n \tag{8}$$

基于该式计算可得预测数据序列；再次，通过累减还原计算，可得到数据预测序列。基于此，可生成残差数据序列，如表 3 所示。

Table 3. Predicted exit traffic volume data at toll station ((10^4 vehicles))
表 3. 收费站预测出闸通行量数据(万辆)

序号	一次累加值	累减还原值
1	277.54	
2	307.98	30.44
3	331.27	23.29
4	359.56	28.30
5	389.03	29.47
6	419.86	30.83
7	454.24	34.37

通过计算 $\varepsilon(t)$ 的一次累加值 $\varepsilon^{(1)}(t)$ 和二次累加值 $\varepsilon^{(2)}(t)$，并代入时间响应函数公式。得到时间相应函数公式为：

$$\varepsilon^{(2)}(t) = 1.023e^{-0143k} - 1.324 \tag{15}$$

预测结果显示，灰色预测 GM (1, 1)模型的 C 值为 0.1675，即 $C < 0.35$，预测拟合精度为优。证明，构建的高速公路收费站通行量预测模型是有效的，可以用于后续预测，以反映通行量发展变化趋势。

5. 结论

本研究基于灰色系统理论，针对高速公路收费站通行量预测这一实际问题，构建了改进型 GM (1, 1)预测模型，并通过实证研究验证了模型的有效性。主要研究结论如下：

首先，研究证实了灰色预测模型在收费站通行量预测中的适用性。相较于传统时间序列方法，GM (1, 1)模型在小样本条件下仍能保持较好的预测性能。

其次，研究发现灰色预测模型能够有效捕捉收费站通行量的变化规律。模型通过累加生成运算强化了数据的内在趋势，弱化了随机波动的影响，从而在数据质量不理想的情况下仍能保持稳定的预测性能。特别是在应对常规交通流变化时，模型表现出较强的适应能力，预测结果能够准确反映通行量的周期性特征和趋势性变化。

在实践应用方面，研究证明了基于灰色预测的收费站管理优化方案的可行性。通过将预测结果与排队论相结合，构建的动态资源配置模型能够有效指导车道开放策略和人员排班安排。

目前研究也存在一定的局限性。在应对极端天气、重大节假日等特殊场景时，单纯依靠灰色预测模型的精度仍有提升空间。未来研究需要考虑引入更多外部影响因素，如天气数据、周边路网状态等，通过构建混合预测模型来增强系统的适应能力。

基金项目

2023 年山东省交通科技创新计划：空地一体智慧高速综合立体运营服务平台关键技术研发及示范应用(2023B74)。

参考文献

[1] 许可心, 林婧, 杨泽鹏. 基于动态加权融合模型的快速路交通量预测[C]//中国城市规划学会城市交通规划专业委员会. 绿色数智提质增效——2024 年中国城市交通规划年会论文集. 重庆: 重庆交通大学, 2024: 167-177.

[2] 俞江. 基于 TEI@I-IOWA 高速公路交通量预测研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 湖北工业大学, 2017.

[3] 赵磊娜, 王延鹏, 邵毅明, 等. 利用时变经验模态分解的主干道短时交通量预测[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2022, 41(3): 37-44.

[4] 纪荷怡, 崔辉, 李梅杰, 等. 基于灰色马尔科夫模型的高速公路大客车月平均日交通量预测[J]. 山东交通科技, 2023(5): 56-59.

[5] 毛霖, 周姜宇, 吕佳璐, 等. 基于灰色马尔科夫模型的道路施工期交通量预测[J]. 物流科技, 2022, 45(7): 76-78.

[6] 南爱强, 王锋宪. 经典灰色理论和马尔科夫链的交通量预测模型构建[J]. 微型电脑应用, 2018, 34(7): 85-87.

[7] 邓卓. 城市快速路短时交通量预测方法研究[J]. 城市道桥与防洪, 2024(8): 6-9, 314.

[8] 彭丽洁, 邵喜高, 黄万明. 基于灰色马尔可夫模型的烟台市铁路客运量预测研究[J]. 鲁东大学学报(自然科学版), 2022, 38(1): 50-56.

[9] 张佳豪. 基于高速公路收费数据的交通量预测研究[D]: [硕士学位论文]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2023.

[10] 孙瑶, 李挥剑, 钱哨. 施工场景下灰色小波神经网络短时交通量预测模型研究[J]. 青海交通科技, 2023, 35(1): 25-30.