

# 花键磨削热力耦合状态数值模拟方法研究

孙光照<sup>1</sup>, 孙 浩<sup>1</sup>, 于金宝<sup>1</sup>, 管浩宇<sup>2</sup>, 王渊彬<sup>2</sup>, 崔敏超<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国航发哈尔滨东安发动机有限公司, 黑龙江 哈尔滨

<sup>2</sup>西北工业大学航空发动机高性能制造工业和信息化部重点实验室, 陕西 西安

收稿日期: 2025年7月25日; 录用日期: 2025年8月17日; 发布日期: 2025年8月26日

## 摘 要

花键联接因具有大接触面积、高承载能力、低应力集中等优势, 已广泛应用于汽车、航空航天以及重型装备等行业, 成为传递力和扭矩的重要功能部件。磨削加工工艺虽然能够有效提升花键的表面性能, 但加工过程复杂, 影响因素较多, 采用传统解析法的应力应变分析仅能够对一些简单的问题做出估计, 无法应用于复杂零部件的加工。本文基于有限元方法对工件的变形规律进行研究, 介绍了有限元分析的原理, 并利用DEFORM-3D平台对花键齿形成过程热力耦合状态进行了数值模拟, 结果表明, 成形的最大应力发生在齿槽处, 且轴向力、切向力、径向力均随着变形温度的升高和应变速率的下降而明显下降。该研究有助于深入理解花键磨削过程中的应力应变演化特征, 为复杂齿形结构的磨削烧伤抑制提供理论支持。

## 关键词

花键, 磨削, 数值模拟, 热力耦合, 烧伤抑制

# Research on Numerical Simulation Method of Thermal Coupling State of Spline Grinding

Guangzhao Sun<sup>1</sup>, Hao Sun<sup>1</sup>, Jinbao Yu<sup>1</sup>, Haoyu Guan<sup>2</sup>, Yuanbin Wang<sup>2</sup>, Minchao Cui<sup>2</sup>

<sup>1</sup>AECC Harbin Dongan Engine Co., Ltd., Harbin Heilongjiang

<sup>2</sup>Key Laboratory of High-Performance Manufacturing for Aero Engine (MIIT), Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi

Received: Jul. 25<sup>th</sup>, 2025; accepted: Aug. 17<sup>th</sup>, 2025; published: Aug. 26<sup>th</sup>, 2025

## Abstract

Spline coupling has been widely used in automotive, aerospace and heavy equipment industries as an important functional component for transmitting force and torque due to its advantages of large

文章引用: 孙光照, 孙浩, 于金宝, 管浩宇, 王渊彬, 崔敏超. 花键磨削热力耦合状态数值模拟方法研究[J]. 建模与仿真, 2025, 14(8): 276-285. DOI: 10.12677/mos.2025.148566

contact area, high load carrying capacity and low stress concentration. Although the grinding process can effectively improve the surface performance of the spline, the processing is complex, with many influencing factors, and the stress-strain analysis using the traditional analytical method can only estimate some simple problems, which can not be applied to the processing of complex parts. This paper is based on the finite element method to study the deformation law of the workpiece, introduces the principle of finite element analysis, and uses the DEFORM-3D platform to numerically simulate the thermal coupling state of the spline tooth forming process, and the results show that the maximum stress of the forming occurs in the tooth groove, and the axial, tangential, and radial forces all decrease significantly with the rise of the deformation temperature and the decrease of the strain rate. This study helps to deeply understand the stress-strain evolution characteristics in the spline grinding process, and provides theoretical support for the grinding burn inhibition of complex tooth structures.

## Keywords

Spline, Grinding, Numerical Simulation, Thermal Coupling, Burn Inhibition

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着我国装备制造业的快速发展,工业产品对高精度、复杂结构零部件的需求持续增长,相关零件在技术性能方面的要求也日益严格[1]。在现代民用与军用制造领域中,花键联接因具有大接触面积、高承载能力、低应力集中等优势[2],已广泛应用于汽车、航空航天以及重型装备等行业,成为传递力和扭矩的重要功能部件[3]。

花键加工方法为铣削、滚齿或插齿等切削加工方式,不但生产效率低、浪费材料,而且由于切削加工会破坏金属内部的纤维组织流线,生产出来的花键强度弱、寿命短、承载能力低。据统计,在花键的所有失效形式中,由花键表面性能不足所引起的疲劳、磨损和腐蚀等占了70%以上[4]。为了提高花键的表面完整性,当前花键加工领域的发展趋势是采用一些少、无切削的精密冷成形新工艺加工。这种工艺不破坏零件表面纤维,所制备的花键齿面具有金属纤维连续性好、齿面强度高、耐磨性好,形成效率高和节约材料等优点,有效地提高零件表面性能,因此在大批量高强度、高精度的花键类零件的生产中,塑性成形工艺受到越来越多的重视与应用[5]。

花键成形磨削是一种优质、高效、低成本的少切削加工工艺,其作为金属加工的一个重要分支,具有节省材料、加工效率高、所需时间短、力学性能好,表面精度高、环保、耗能少等塑性成形所具有的一般优点。美国霍华德代表肯尼福公司起草了相关成形磨削专业的美国国家技术标准,并编著了美国机械加工成形磨削工艺手册,为先进精密成形磨削加工技术的发展做出了杰出的贡献[6]。瑞士 EmstGrob 公司也已开发生产出成形磨削设备,其开发的 C6 和 C9 系列磨削机床及其改进型 12/14NC 和 KRM12/14NC 具有调整时间短,精度和生产效率高,成本低及可调性等优点[7]。日本九州大学、三菱重工的 R. Matsunaga 和 R. Kamashita 等人采用成形磨削工艺制造了离合器中的花键套筒,并对其开展了相关的研究分析工作[8]。

花键成形磨削加工过程虽然比较短暂,但由于花键表面本身结构复杂,磨削成形时的影响因素很多,使得加工过程具有较大的不确定性。传统解析法的应力应变分析仅能够对一些简单的问题做出估计,但

无法应用于复杂零部件的加工。本文借助有限元分析工具对工件的变形规律进行分析计算, 介绍有限元方法的原理, 并利用 DEFORM-3D 软件对花键齿形的成形过程进行数值模拟, 获得成形过程中应力、应变的分布特征, 同时进一步探究变形温度、应变速率对齿面塑性成形的影响。

## 2. 磨削成形数值模拟技术简介

金属塑性成形是一个非常复杂的过程, 包括晶粒生长演化和位错运动等。从连续介质力学的观点来看是一个强烈的非线性过程, 包括材料非线性、几何非线性、边界非线性等。鉴于这些现象的复杂性, 早期塑性成形的应力应变分析仅能够对一些简单的问题采用解析法、主应力法或极限分析法等做出估计, 但无法将其应用于复杂零部件的加工。在数值分析方法出现后, 尤其是有限单元法出现, 塑性加工得到了迅速的发展和应用。有限元法为塑性加工中的一些参数设置提供了一种计算依据, 大大减少了开发周期, 提高了设计效率[9]。

有限元分析(FEA, Finite Element Analysis)是以变分原理为基础发展起来的计算方法, 它利用离散近似的方法对真实物理系统(几何和载荷工况)进行模拟, 从而得到近似解。有限元法可以模拟金属塑性成形过程中复杂的塑性变形过程, 在模拟过程中研究材料特性、应变速率、变形温度、摩擦条件、坯料形状及尺寸、模具形状等因素对成形过程的影响; 也可以得到塑性成形制品在各塑性变形阶段的金属流动规律、工件内部的应力、应变和温度分布规律; 分析工件微观结构的变化, 如马氏体质量分数、晶粒大小等; 预测金属的填充性, 如未充满金属的部位、缺陷的生成及扩展等。金属塑性成形有限元分析可分成三个阶段, 前处理、处理和后处理。前处理是建立有限元模型, 完成单元网格划分; 后处理则是采集处理分析结果, 使用户能简便提取信息, 了解计算结果。

DEFORM-3D 是由 SFTC 公司于 1998 年推出的有限元分析软件, 具有自动网格生成与重划分、多因素耦合分析以及多工步成形模拟等功能优势, 为金属塑性成形工艺的数值模拟提供了高效而可靠的平台[10]。本文基于该软件对花键成形磨削过程进行模拟分析, 以揭示成形过程中的应力应变演化规律并优化相关工艺参数。

## 3. 前处理

### 3.1. 有限元建模

根据成形磨削的加工原理可知, 有限元分析模型主要由以下几部分组成: (1) 在圆周方向上均布的三个模具; (2) 位于模具对称中心轴线上的毛坯件; (3) 进给机构。

因为 DEFORM-3D 的前处理不具备建立几何模型的功能, 必须从别的 CAD 软件中建立几何模型之后导入, DEFORM-3D 软件模块提供的常用文件接口包括: IGES、STL、VDA、AMG 等。本文建立花键轴成形磨削有限元模型的时候, 在 Pro/E 中建立磨具、毛坯件以及进给机构的三维几何模型, 然后再以 STL 格式导入到 DEFORM-3D 中。在建模的过程中, 有必要对某些次要特征元素进行简化, 只保留参与塑性成形的一些特征元素。

本文为方便建模和确定模拟参数, 材料选用 DEFORM-3D 提供的材料数据库中 10CrNi2Mo3Cu2V 本构模型, 该本构是在 Q/GYB 822-2020 标准下测试获得的。取模具齿数为工件齿数的 2.25 倍, 即  $z^m = 2.25 \times 40 = 90$ 。对应模具分度圆直径为  $d^m = mz^m = 112.5$ 。根据工件齿根高  $h_f = 0.65$  mm 对应磨具齿顶高为  $h_a^m = h_f = 0.65$  mm; 根据工件齿顶高  $h_a = 0.65$  mm 对应磨具齿根高  $h_f^m = h_a = 0.875$  mm; 磨具齿顶圆直径为  $d_a^m = d^m + 2h_a^m = 113.8$  mm, 磨具齿根圆直径为  $d_f^m = d^m - 2h_f^m = 110.75$  mm, 磨具与工件之间的标准中心距为  $a = (d + d^m) / 2 = 81.25$  mm; 取磨具长度  $l^m = 50$  mm。

轴向增量式三磨具花键成形工艺共采用三个磨具, 其简化模型如图 1 所示。磨具均布在以毛坯轴线

为中心的圆周方向上, 且为保证与工件上齿形的对应关系, 三个磨具之间的齿形相互成一定的角度  $\alpha$  ( $\alpha$  大小与磨具数目以及传动比有关), 同步同方向旋转来成形毛坯件, 见图 2。

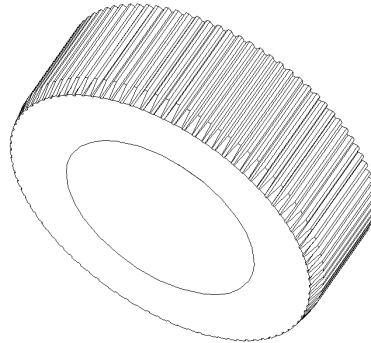


Figure 1. Simplified mold model  
图 1. 磨具的简化模型

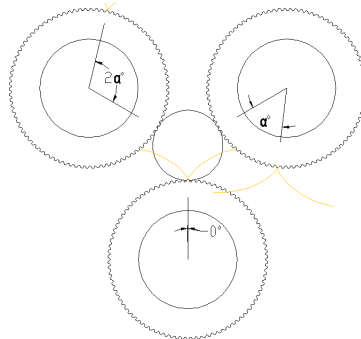


Figure 2. The relative angle between the tooth profiles of three molds  
图 2. 三个磨具间齿形的相对夹角

### 3.2. 边界条件设置

在设置有限元模拟前处理时, 最关键的就是边界条件的设置, 边界条件的设置要充分考虑实际的工况, 其设置的正确与否, 将直接影响模拟结果的正确性[11]。模拟时的边界条件包括多个方面, 其中最重要的便是接触判定问题与摩擦问题。接触问题的处理一直是金属塑性成形过程数值模拟的一个重点。结合实际加工情况, 成形磨削工艺模拟需要定义的接触面主要包括三个模具 - 毛坯、进给机构 - 毛坯之间的接触。摩擦问题同样是塑性变形研究的热点。摩擦状态直接关系到产品的质量、设备寿命、模具磨损和生产效率。在实际加工中, 摩擦条件受到多方面因素的作用, 机理十分复杂, 难以准确描述[12]。考虑毛坯件的材料类型以及花键成形磨削的实际工况特点, 本文定义花键成形磨削的摩擦类型为剪切摩擦模型, 该理论认为接触面间的摩擦力与金属剪切屈服极限之比为常数, 将剪切摩擦力的大小定义为:

$$f_s = mk \quad (3-1)$$

式中  $f_s$  表示接触表面上的摩擦切应力,  $m$  表示剪切摩擦系数,  $k$  表示塑性变形材料的剪切屈服强度, 对于本文, 摩擦因数  $m = 0.12$ 。

### 3.3. 模拟参数设置

花键成形磨削过程模拟所需的主要模拟参数设置如表 1 所示, 各参数之间保持一定的相对关系。

**Table 1.** Simulation parameters for spline shaft rolling forming  
**表 1.** 花键成形磨削过程模拟参数

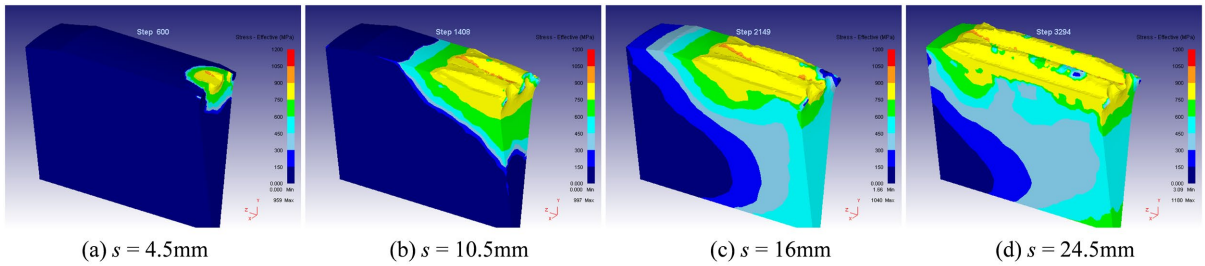
| 参数名称                                   | 参数大小      | 参数名称       | 参数大小    |
|----------------------------------------|-----------|------------|---------|
| 磨具旋转速度/ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ | $32/9\pi$ | 总模拟步数      | 3200    |
| 毛坯旋转速度/ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ | $8\pi$    | 轴向进给总行程/mm | 24      |
| 轴向进给速度/ $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$  | 6         | 总模拟时间/s    | 4       |
| 圆周进给增量/ $^\circ$                       | 1.8       | 单步时间增量/s   | 0.00125 |
| 轴向进给增量/mm                              | 0.0075    | 存储增量       | 20      |

#### 4. 后处理

DEFORM-3D 模拟软件提供工件变形形状、模型表面或任意剖面上的应力、应变分布云图，温度变化云图、各点的受力状态变化，能量曲线、各方向载荷(力、扭矩)曲线、模具速度(位移)变化曲线、各单元位移变化、单元速度矢量变化、工件体积变化、变形过程的动画显示、预测成形质量和成形缺陷等。

##### 4.1. 应力分布

通过模拟得到随工件的轴向进给量  $s$  增加而变化的应力分布云图，如图 3 所示。

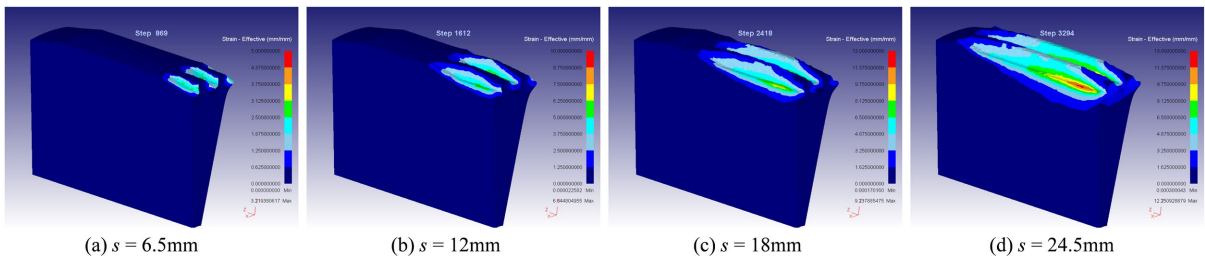


**Figure 3.** The stress distribution cloud map of the workpiece that continuously changes with the increase of axial feed rate  
**图 3.** 随轴向进给量增加而不断变化的工件应力分布云图

从应力分布云图可以看出：

- (1) 在成形的各个阶段，应力值沿径向方向逐渐减小，其最大值始终发生在齿槽处；
- (2) 随轴向进给量的增加，变形区应力值均匀且变化不大，说明磨削过程应力状态稳定。

##### 4.2. 应变分布



**Figure 4.** The strain distribution cloud map of the workpiece that continuously changes with the increase of axial feed rate  
**图 4.** 随轴向进给量增加而不断变化的工件应变分布云图

通过模拟亦可得到随工件的轴向进给量  $s$  增加而不断变化的应变分布云图，如图 4 所示。从应力分

布云图可以看出：应变最大值发生在齿槽处，沿径向方向逐渐减小；而且随轴向进给量的增加，变形区应变不断增大。

将图 4 中的应变分布云图进行处理，可得到在不同方向上的应变分布云图，图 5 是分离得到的轴向应变云图，图 6 是分离得到的径向应变云图。

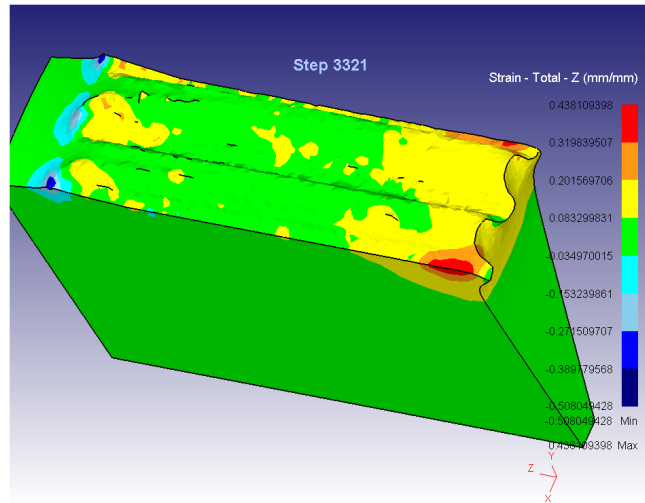


Figure 5. Axial strain cloud map  
图 5. 轴向应变云图

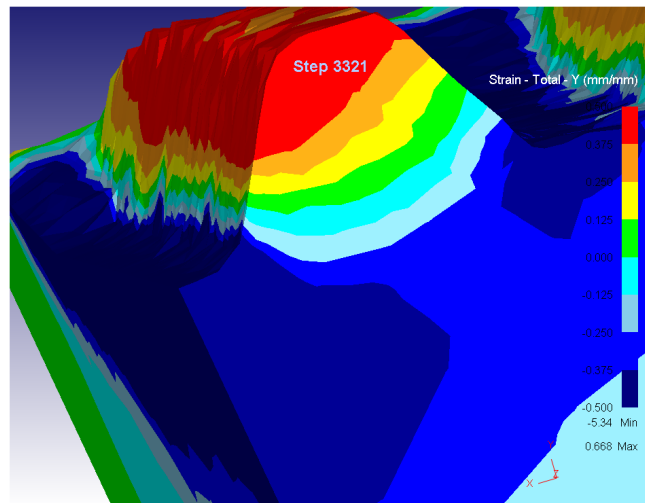


Figure 6. Radial strain cloud map  
图 6. 径向应变云图

从中可看出：

- (1) 齿槽处的应变主要由材料的径向流动引起，而非轴向流动；
- (2) 毛坯头部的轴向应变较大，严重影响了工件端部的成形尺寸，对最终的成形质量是不利的，因此，需要在塑性成形后，将端部达不到成形尺寸标准的材料切除，并且在毛坯长度设计时，留出足够的切除余量；
- (3) 齿顶处和齿根处应变方向相反，齿顶处应变方向向外，齿根处的应变方向指向轴心，而分度圆处的径向应变较小；

(4) 齿面金属流线为“凹”形，即两侧高中间低，这与以往通过挤压工艺获得的齿面流线正好相反，说明在成形中，工件表面切向流动趋势显著，材料从两侧向中间变形。

### 4.3. 金属流动速度分布

通过模拟可得到不同加工阶段的金属流动速度分布云图，图7为轴向进给量  $s = 12 \text{ mm}$  时的金属流动速度分布云图，以及沿轴向、径向以及切向的速度分量。

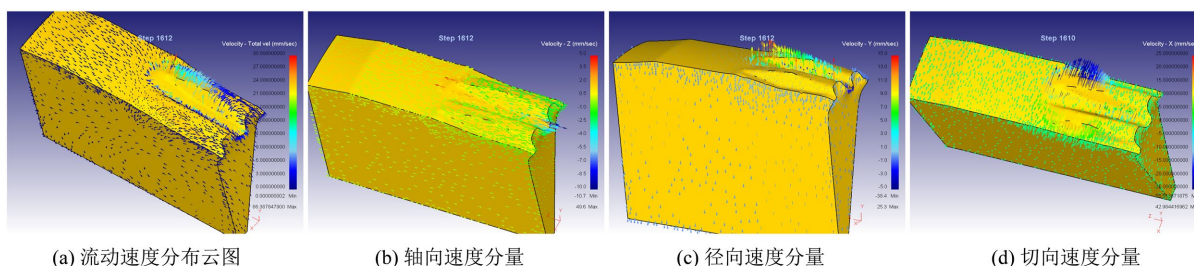


Figure 7. The Cloud map of metal flow velocity distribution at axial feed rate  $s = 12 \text{ mm}$

图7. 轴向进给量  $s = 12 \text{ mm}$  时的金属流动速度分布云图

从图中可以看出：

- (1) 加工变形区的轴向流动最严重，材料沿进给方向流动，造成头部的突起。
- (2) 尾部未成形区处的材料稍稍隆起，主要是由变形区材料的轴向流动引起压应力所致。
- (3) 在工件成形区齿槽处，材料向两侧流动，以填充模具型腔。

### 4.4. 各方向磨削力变化曲线

通过模拟可得出在室温条件下磨具在三个方向上的磨削力变化曲线，以及扭矩变化曲线。图8分别为磨具随工件的轴向进给量变化而变化的切向、径向、轴向磨削力变化曲线以及扭矩变化曲线。

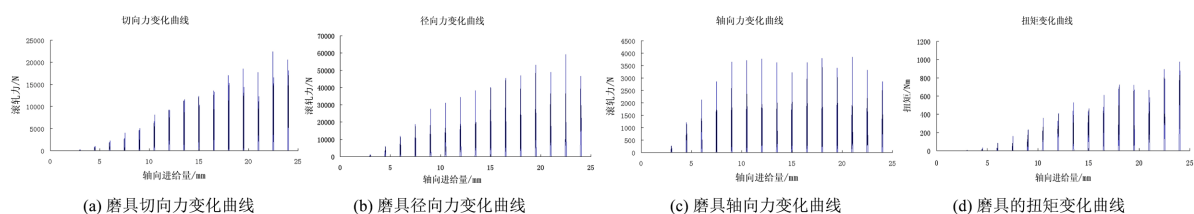


Figure 8. Curve of rolling force variation along various directions of the mold at room temperature

图8. 磨具在室温条件下沿各个方向上成形力变化曲线

从图中可以看出：

- (1) 切向磨削力、径向磨削力随锻件进给量增加而不断变大，可以说明磨具整形区对锻件已成形表面有一定的约束力。
- (2) 在开始阶段，轴向磨削力不断升高，当锻件前端进给到整形区后，轴向力基本保持不变，说明磨具整形区长度不影响轴向进给力大小。

## 5. 变形温度和应变速率对塑性成形的影响

由于变形温度、应变速率是影响金属塑性的关键因素，所以在成形磨削加工时，在不同的变形温度和不同的应变速率下，得到的有限元模拟结果也不相同。

### 5.1. 变形温度

取应变速率  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$  并保持不变, 通过模拟可得到在不同变形温度( $850^\circ\text{C}$ ,  $950^\circ\text{C}$ ,  $1050^\circ\text{C}$ ,  $1150^\circ\text{C}$ )下的切向力变化曲线(见图 9)、径向力变化曲线(见图 10)、轴向力变化曲线(见图 11)以及扭矩变化曲线(图 12)。

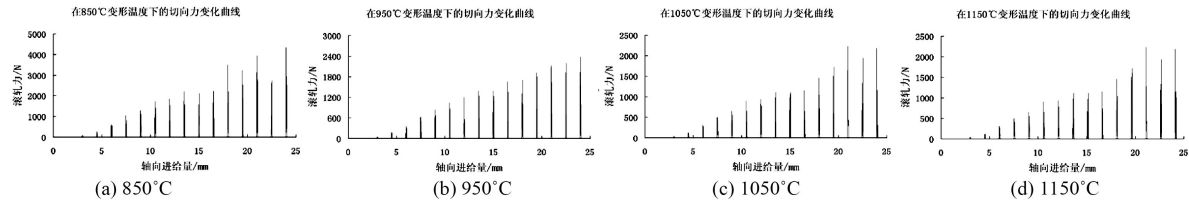


Figure 9. The variation curve of tangential force at different deformation temperatures (strain rate  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

图 9. 不同变形温度下切向力变化曲线(应变速率  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

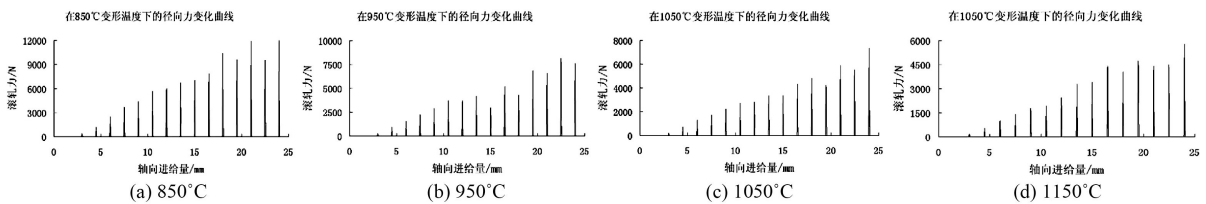


Figure 10. Radial force variation curve at different deformation temperatures (strain rate  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

图 10. 不同变形温度下径向力变化曲线(应变速率  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

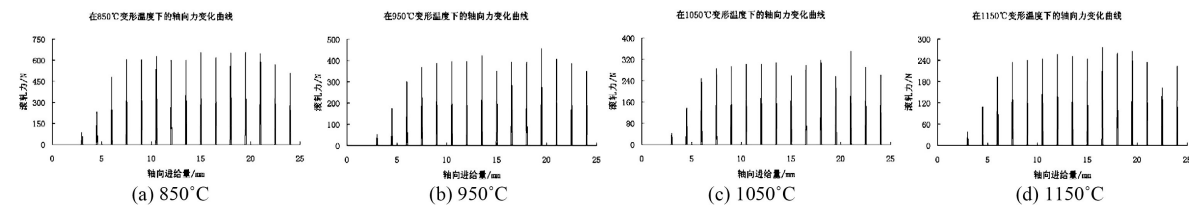


Figure 11. Axial force variation curve at different deformation temperatures (strain rate  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

图 11. 不同变形温度下轴向力变化曲线(应变速率  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

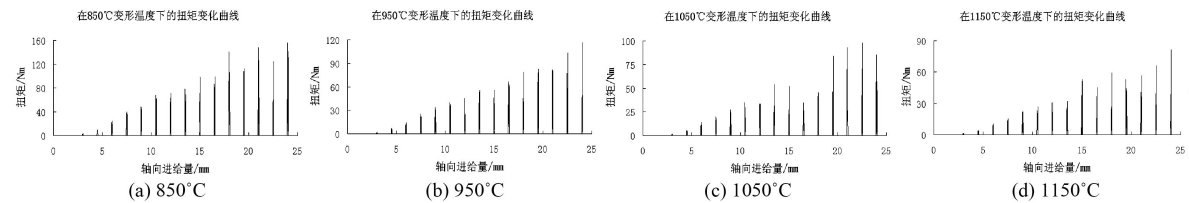


Figure 12. The torque variation curve at different deformation temperatures (strain rate  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

图 12. 不同变形温度下扭矩变化曲线(应变速率  $\nu = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )

从图 9~12 中可看出, 当应变速率不变时, 随着变形温度的升高, 工件磨削加工时的轴向、径向、切向磨削力以及扭矩均有明显下降, 和金属的应力应变曲线随温度的变化趋势保持一致, 说明变形温度对变形过程有较大的影响。将上述结果与图 8 相比, 可看出在热锻条件下模具轴向推力和扭矩明显减小, 磨具的磨损小, 可完成大模数花键的成形磨削。

### 5.2. 应变速率

取变形温度  $T = 950^\circ\text{C}$  并保持不变, 通过模拟可得到在不同应变速率( $0.01 \text{ s}^{-1}$ ,  $0.1 \text{ s}^{-1}$ ,  $1 \text{ s}^{-1}$ ,  $10 \text{ s}^{-1}$ )下的

切向力变化曲线(见图 13)、径向力变化曲线(见图 14)、轴向力变化曲线(见图 15)以及扭矩变化曲线(见图 16)。

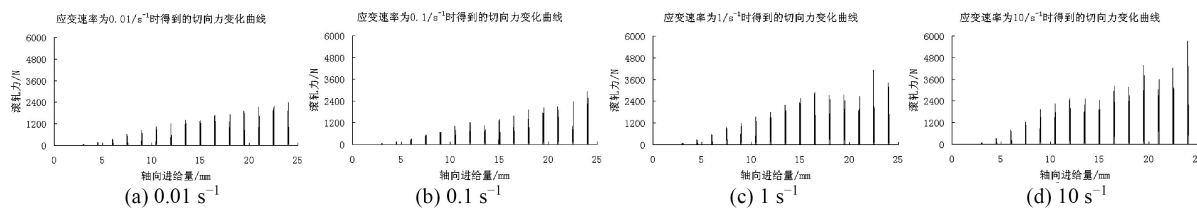


Figure 13. The variation curve of tangential force under different strain rates (deformation temperature  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

图 13. 不同应变速率下切向力的变化曲线(变形温度  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

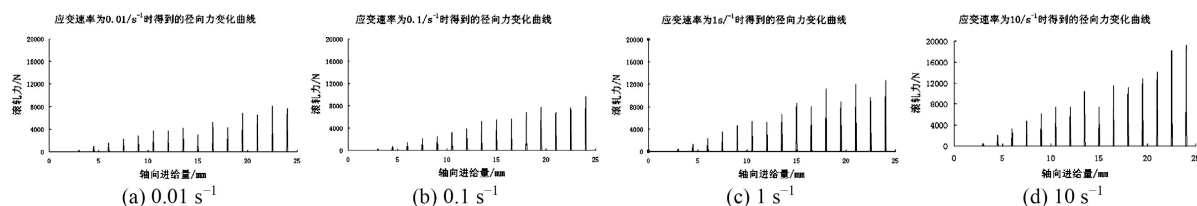


Figure 14. The variation curve of radial force under different strain rates (deformation temperature  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

图 14. 不同应变速率下径向力的变化曲线(取变形温度  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

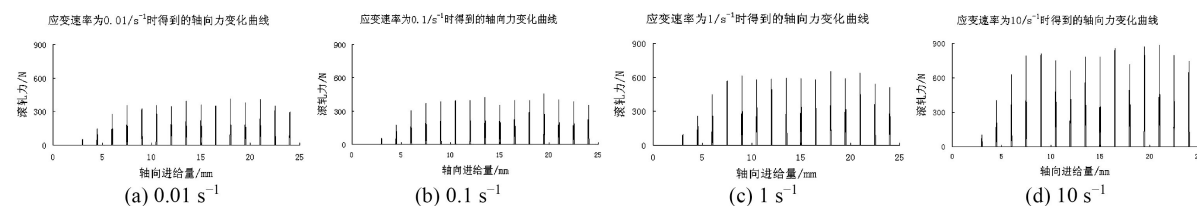


Figure 15. The variation curve of axial force under different strain rates (deformation temperature  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

图 15. 不同应变速率下轴向力的变化曲线(取变形温度  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

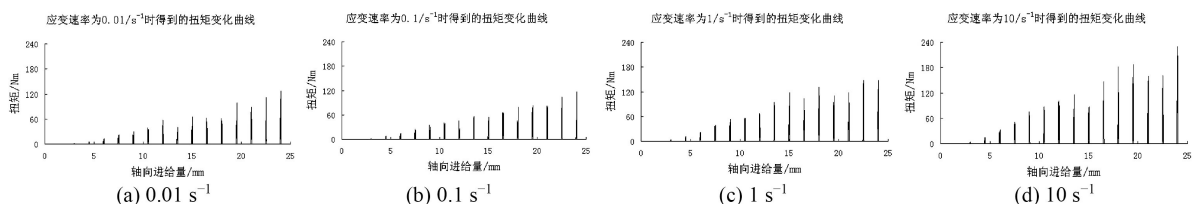


Figure 16. The torque variation curve under different strain rates (deformation temperature  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

图 16. 不同应变速率下扭矩变化曲线(取变形温度  $T = 950^{\circ}\text{C}$ )

从图 13~16 中可看出, 当变形温度不变, 随着应变速率的提高, 工件磨削加工时的轴向、径向、切向磨削力以及扭矩均明显增加, 和金属塑性随应变速率变化的变化规律保持一致, 说明应变速率对表面变形过程有较大的影响。

## 6. 结论

本文基于塑性成形基本理论, 采用有限元方法对花键成形磨削过程进行数值模拟, 预测了成形质量和成形缺陷。研究发现磨削产生的轴向金属流动现象会对成形质量产生不利影响。针对该问题, 提出了增加毛坯长度并去除毛坯头部未完全成形材料的改进措施。进一步对不同变形温度、不同应变速率下的

成形模拟结果进行对比分析, 结果表明: 随着变形温度升高、应变速率降低, 磨具所承受的径向力、轴向力、切向力及扭矩均明显减小。该研究为优化花键成形磨削工艺参数与控制磨削烧伤提供了理论依据。

## 基金项目

中国航发哈尔滨东安发动机有限公司《内花键表面完整性磨削工艺及烧伤抑制技术研究》资助。项目编号: 202504171213-005-001。

## 参考文献

- [1] 侯彦军, 贺玉岭, 陈天野. 基于程序优化的花键数控磨床加工效率提升[J]. 金属加工: 冷加工, 2023(9): 63-71.
- [2] Li, X., Xu, Y., Liu, J., Liu, J., Pan, G. and Shi, Z. (2025) Dynamic Modelling of a Floating Spline-Coupling Shaft System with Parallel Misalignment and Tooth Backlash. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **226**, Article 112363. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2025.112363>
- [3] 范良成, 魏刚. M8612A 型花键磨金剛筆数控修整渐开线成形砂轮[J]. 金属加工: 冷加工, 2023(1): 108-111.
- [4] Bian, J., Wang, C., Sun, X., Wang, G., Hou, W. and Zhang, P. (2025) Strength Analysis of Transmission Shaft Spline Pair under Wide-Area Load. In: *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, Springer, 1239-1254. [https://doi.org/10.1007/978-981-97-7887-4\\_109](https://doi.org/10.1007/978-981-97-7887-4_109)
- [5] 王永协, 陈永奎, 李辉, 等. 基于主动式的非连续表面工件磨削加工尺寸在线测量方法[J]. 机床与液压, 2025, 53(10): 108-114.
- [6] 李泳峰, 赵升吨, 孙振宇, 等. 花键轴零件高效精密批量化生产工艺的合理性探讨[J]. 锻压技术, 2012, 37(3): 1-6.
- [7] 李佳. 渐开线花键拉刀外圆磨削技术优化分析[J]. 机械管理开发, 2021, 36(12): 80-82.
- [8] 闫科, 李精华, 贾武, 等. 浅析内花键感应淬火变形[J]. 金属加工: 热加工, 2021(6): 98-99+103.
- [9] 许冠军. 非圆形件摩擦焊接过程中的数值模拟及工艺参数优化[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 2011.
- [10] Scientific Forming Technologies Corporation (2007) DEFORM-3D Version 6.1(sp1) User's Manual.
- [11] Li, X., Liu, J., Liu, J., Xu, Y., Pan, G. and Shi, Z. (2025) Dynamic Modeling of a Spline-Shaft System Including Time-Varying Fretting Friction. *International Journal of Mechanical Sciences*, **294**, Article 110192. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2025.110192>
- [12] Liu, S., Li, H., Wang, C., Lian, F., Miao, J. and Hu, Z. (2024) Noncontact Measurement of Rectangular Splines Shaft Based on Line-Structured Light. *Measurement Science and Technology*, **35**, Article 115008. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ad66fd>