

# 变比例与CAO粗粒化方法在石英砂震荡压实模拟中的对比研究

傅星宇, 王剑松

沈阳理工大学机械工程学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2025年12月7日; 录用日期: 2025年12月30日; 发布日期: 2026年1月7日

## 摘要

本研究针对离散元(DEM)模拟中颗粒规模庞大导致的计算效率难题, 以及恒定绝对重叠(CAO)粗粒化模型统一粗粒比缩放引发的级配失衡、模拟失真等问题, 将变比例广义粗粒化模型与CAO粗粒化模型应用于石英砂震荡压实模拟, 以原始级配模拟结果为参照, 从颗粒堆形态、颗粒分布等维度展开对比验证。研究中设置不同粗粒比工况, 系统分析两种模型的模拟精度与适用边界。结果表明, 变比例粗粒化模型通过差异化粗粒比分配, 有效规避了级配差距扩大问题, 在不同粗粒比条件下均能精准复现原始级配的压实形态与颗粒分布规律, 具有更宽的放大边界与更强的稳定性, 验证了该模型在震荡压实工况下的适用性; CAO模型则适用于窄粗粒比、小粒径范围场景。该研究为大规模颗粒震荡压实模拟提供了高效可靠的粗粒化解决方案, 对提升工程模拟计算效率与精度具有重要实践意义。

## 关键词

离散元, 粗颗粒法, 震荡压实, 变比例粗粒化模型, CAO粗粒化模型

# Comparative Study on Variable-Ratio and CAO Coarse-Graining Methods in the Simulation of Vibratory Compaction of Quartz Sand

Xingyu Fu, Jiansong Wang

School of Mechanical Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang Liaoning

Received: December 7, 2025; accepted: December 30, 2025; published: January 7, 2026

文章引用: 傅星宇, 王剑松. 变比例与 CAO 粗粒化方法在石英砂震荡压实模拟中的对比研究[J]. 建模与仿真, 2026, 15(1): 127-145. DOI: 10.12677/mos.2026.151012

## Abstract

Aiming at the problem of low computational efficiency caused by the large particle scale in Discrete Element Method (DEM) simulations, as well as issues such as gradation imbalance and simulation distortion induced by the uniform coarse-grain ratio scaling of the Constant Absolute Overlap (CAO) coarse-graining model, this study applies the variable-ratio generalized coarse-graining model and the CAO coarse-graining model to the simulation of vibratory compaction of quartz sand. With the simulation results of the original gradation as a reference, comparative verification is conducted from dimensions including particle pile morphology and particle distribution. In the study, different coarse-grain ratio working conditions are set up to systematically analyze the simulation accuracy and applicable boundaries of the two models. The results show that the variable-ratio coarse-graining model effectively avoids the problem of expanded gradation gap through differentiated coarse-grain ratio allocation. It can accurately reproduce the compaction morphology and particle distribution law of the original gradation under different coarse-grain ratio conditions, and has a wider scaling boundary and stronger stability, which verifies the applicability of this model under vibratory compaction conditions. In contrast, the CAO model is only suitable for scenarios with narrow coarse-grain ratios and small particle size ranges. This study provides an efficient and reliable coarse-graining solution for large-scale particle vibratory compaction simulations, and holds important practical significance for improving the computational efficiency and accuracy of engineering simulations.

## Keywords

Dem, Coarse-Graining, Vibratory Compaction, Variable Ratio Coarse-Graining Model, CAO Coarse-Graining Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

离散元(DEM)是 Cundall 和 Strack 于 1979 年提出的一种离散颗粒运动模拟方法, 该方法的特点之一是能够追踪每个颗粒的状态[1]。如今, DEM 模拟的颗粒规模往往十分庞大, 这使得计算效率成为该领域日益严峻的挑战。

DEM 模拟的加速策略有很多[2], 其中基于代表性颗粒的粗粒化方法由于其物理机理明晰, 已成为当前研究的焦点。粗粒化方法的关键参数包括粗粒比  $l_r = r_g / r_p$  (粗晶颗粒半径  $r_g$  与原始颗粒半径  $r_p$  之比)和代表颗粒数  $N_{rep}$  (满足  $N_{rep} = l_r^3$ )。该理论要求建立的粗粒化系统与原始系统之间存在质量守恒、动量守恒以及能量守恒关系。其中, 采用  $l_r^3$  的流体力和体积力缩放准则已得到广泛认可[3]。恒定绝对重叠模型(CAO 粗粒化模型)作为粗粒化离散元法中一种基础而重要的建模方法, 其核心思想在于通过保持颗粒接触过程中的绝对重叠量不变来实现尺度缩放。该模型假设一个粗粒化粒子在碰撞中产生的法向重叠量应当等于其所代表的多个原始粒子在相同条件下产生的重叠量之和。这一物理图像直观地体现了力的叠加原理: 由于粗粒化粒子代表了若干原始粒子的集合, 其所受的接触力自然应为各个原始粒子受力的总和。在数学表达上, 这一原理体现为接触力的缩放比例与代表粒子数成正比, 即当半径缩放比为  $l_r$  时, 接触力缩放比为  $l_r^3$ 。

然而, CAO 模型要求使用相同粗粒比  $l_r$  缩放各粒径颗粒, 这可能导致以下三种问题: 粗粒比  $l_r$  统一

不可变使得无法按需放大特定颗粒；进一步扩大级配差距，可能导致模拟失真、结论不可靠；级配差距的扩大导致大颗粒与小颗粒的接触复杂度上升。为此，方延玮等提出了变比例广义粗粒化方法，通过引入了“ $N$  对 1 接触”假设，构建了更符合物理实际的变比例接触模型，并通过调整等效杨氏模量减小几何误差[4]。该方法从颗粒堆积过程、休止角测试和单轴压缩模拟三个方面验证了变比例广义粗粒化模型的适用性。

震荡压实作为工程实践中广泛应用的颗粒致密化手段，其核心作用在于通过周期性震荡载荷驱动颗粒发生高效重排、碰撞与孔隙收缩，显著降低颗粒堆体孔隙率，提升堆体密实度与结构稳定性，直接保障相关工程的质量与安全性。在土木工程中，该工况可强化地基、路基压实效果，提高承载能力与抗变形能力，避免后期沉降病害；矿业领域中，通过震荡压实可优化充填体密实度，减少采空区塌陷风险；化工与冶金行业里，其能提升颗粒物料储存稳定性与成型质量，如高炉炼焦煤粉捣固中可增强煤饼强度，保障冶炼过程连续高效。合理的震荡压实参数可大幅缩短压实工期、降低能耗，减少传统压实工艺的试错成本与资源浪费，对提升工程施工效率与经济性具有重要现实作用。

在本研究中，将变比例广义粗粒化模型和 CAO 粗粒化模型分别应用至沙箱中石英砂震荡压实的模拟中，通过与原始级配模拟结果的对比验证两种模型的差异和变比例广义粗粒化模型在震荡压实工况下的适用性。

## 2. 粗颗粒法

粗粒化(Coarse-Graining, CG)技术的核心是用少量粗颗粒(CG 颗粒)等效替代大量原始颗粒，同时通过“无量纲接触方程一致性”保证微观接触力学与宏观运动规律的等效性，避免因颗粒数量减少导致的物理失真。

单个 CG 颗粒替代  $N_{rep}$  个原始颗粒，因颗粒密度  $\rho$  不变(质量守恒)，体积缩放比等于数量缩放比：

$$N_{rep} = \frac{V_g}{V_p} = \left( \frac{r_g}{r_p} \right)^3 = l_r^3 \quad (1)$$

其中， $V_p$ 、 $V_g$  代表原始颗粒体积和粗粒化颗粒体积， $r_p$ 、 $r_g$  代表原始颗粒半径和粗粒化颗粒半径。

### 2.1. CAO 粗粒化模型

恒定绝对重叠模型作为粗粒化离散元法中一种基础而重要的建模方法，其核心思想在于通过保持颗粒接触过程中的绝对重叠量不变来实现尺度缩放[5]。该模型假设一个粗粒化粒子在碰撞中产生的法向重叠量应当等于其所代表的多个原始粒子在相同条件下产生的重叠量之和。这一物理图像直观地体现了力的叠加原理：由于粗粒化粒子代表了若干原始粒子的集合，其所受的接触力自然应为各个原始粒子受力的总和。在数学表达上，这一原理体现为接触力的缩放比例与代表粒子数成正比，即当半径缩放比为  $l_r$  时，接触力缩放比为  $l_r^3$ 。

在广义粗粒化理论框架中，恒定绝对重叠模型可通过时间缩放指数  $x=0$  来表征。这一特定取值使得该模型在时间尺度上表现出独特性质：粗粒化系统的特征时间与原始系统保持一致。该特性带来的直接优势是数值计算中无需调整时间步长，从而简化了计算流程。然而，这种时间尺度不变性也伴随着相应的代价，主要体现在材料参数的需要调整上。为了保持接触力学的一致性，杨氏模量按  $l_r^{2.5}$  缩放，这些调整在一定程度上影响了模型的物理真实性。

通过系统验证表明，恒定绝对重叠模型在单颗粒碰撞层面能够较好地复现原始系统的力学行为。在双粒子斜碰撞模拟中，该模型展示出了与原始粒子高度一致的法向力 - 重叠关系曲线以及相对运动演化

过程。然而, 当扩展到多颗粒系统时, 该模型表现出明显的局限性。在颗粒堆积问题的模拟中, 恒定绝对重叠模型系统性地低估了堆积密度, 这一偏差随着缩放比的增大而愈加显著。深入分析表明, 这种误差源于模型推导过程中对法向单位向量时间导数项的忽略, 导致碰撞过程中的方向性预测出现偏差。

相较于其他粗粒化模型, 恒定绝对重叠模型在计算效率方面具有一定优势。由于其时间步长无需调整, 在相同物理时长模拟中所需的计算步数较少。同时, 该模型在流体-颗粒耦合模拟中也显示出特定价值, 因为在以流体相为主导的系统中, 保持总作用力的准确性往往比精确再现颗粒微观运动更为重要。然而, 这些优势需要与其在预测宏观性质方面的不足进行权衡。特别是在大缩放比或高粘附性颗粒系统的模拟中, 该模型可能引发显著误差。

综上所述, 恒定绝对重叠模型作为粗粒化方法谱系中的重要一员, 适合用于缩放比较小的非粘性颗粒系统, 或是对力的准确性要求高于宏观几何特征的快速估算场景。然而, 在需要精确预测堆积结构、休止角等宏观性质的情况下, 特别是在大缩放比条件下, 其他粗粒化模型可能提供更为可靠的结果。

## 2.2. 变比例广义粗粒化模型

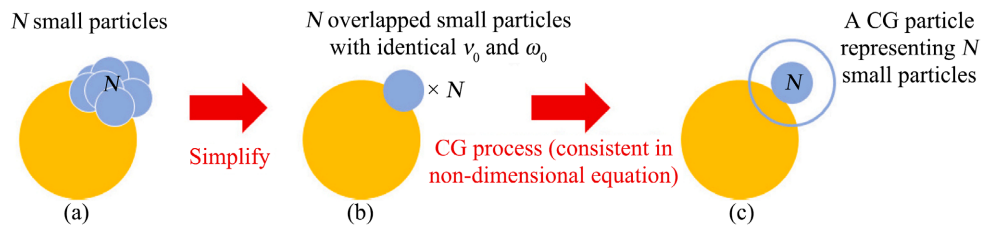
变比例广义粗粒化模型包含三个部分: 材料固有属性的修正、极限状态的缩放准则和粗颗粒在力计算环节中的力与力矩的修正系数。该理论认为, 粗粒化的颗粒并非真实的物理颗粒, 因此追求的是宏观整体上的一致, 不必严格遵循原始颗粒的力与力矩模型。

该模型在力与力矩的修正系数部分引入了力矩修正系数  $K_M$  和修正系数  $Q$ , 其在粗粒化颗粒的运用体现为:

$$F_g = Q_{F,s} (F_{n,s} n_{ij} + F_{s,s} t_s) + Q_{F,d} (F_{n,d} n_{ij} + F_{s,d} t_s) \quad (2)$$

$$M_g = r_{g,d} F_s (n_{ij} * t_s) + K_M \{ Q_{R,s} M_{R,s} (t_s * n_{ij}) + (Q_{T,s} M_{T,s} + Q_{T,d} M_{T,d}) n_{ij} \} \quad (3)$$

在上述公式中,  $K_M = l_R^{1-x}$ , 这里的  $x$  表示真实颗粒与粗粒化颗粒的接触特征时间之比的指数, 即  $l_t = l_R^x$ ,  $t$  是颗粒接触特征时间。  $F_{n,s}$  和  $F_{n,d}$  是式(2)中法向力的弹簧分量和阻尼分量。  $F_{s,s}$  和  $F_{s,d}$  是式(2)中滑动力的弹簧分量和阻尼分量。  $M_{R,s}$  是式(3)中滚动力矩的弹簧分量。  $M_{T,s}$  和  $M_{T,d}$  是式(3)中扭转力矩的弹簧分量和阻尼分量。修正系数  $Q$  使得粗晶颗粒的等效接触方程与“ $N$  对 1 接触”过程的等效接触方程相同, 图 1, “ $N$  对 1 接触”是变比例广义粗粒化模型中提出的不同粗粒比颗粒接触简化模型[6]。  $Q_{F,s}$  和  $Q_{F,d}$  分别是力的弹簧分量和阻尼分量的修正系数。  $Q_{R,s}$  是滚动力矩弹簧分量的修正系数。  $Q_{T,s}$  和  $Q_{T,d}$  分别是扭转力矩的弹簧分量和阻尼分量的修正系数。修正系数  $Q$  受  $s$ 、 $\beta_p$  和  $\beta_g$  控制, 其具体计算方式为:



**Figure 1.** Schematic diagram of the variable ratio generalized coarse-graining model: (a) Physical process of one large particle in contact with  $N$  small particles, (b) Simplified model of  $N$ -to-1 contact, (c) Contact relationship between coarse-grained particles with variable ratio scaling. Here, solid circles represent the original particles; hollow circles and the solid circles inside them respectively represent the coarse-grained particles (CG particles) and their corresponding original particles.  $N$  indicates the number of small particles; particle colors are used to distinguish particle types (i.e., the size of the original particles). **图 1.** 变比例广义粗粒化模型示意图: (a) 一个大颗粒与  $N$  个小颗粒接触的物理过程, (b)  $N$  对 1 接触简化模型, (c) 变比例缩放粗颗粒间的接触关系。其中, 实心圆代表原始颗粒; 空心圆及其内部的实心圆分别代表粗颗粒(CG 颗粒)及其对应的原始颗粒。  $N$  表示小颗粒的数量; 颗粒颜色用于区分颗粒类型(即原始颗粒的尺寸)



$$Q_{F,s} = \frac{s^3(1+\beta_g)^3}{(1+\beta_p)^3} \quad (4)$$

$$Q_{F,d} = Q_{F,s} \left( \frac{(1+\beta_g^3)(1+\beta_p)^3}{(1+\beta_p^3)(1+\beta_g)^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$Q_{R,s} = \frac{(\beta_p^4 + s^3)(1+\beta_g)^4}{(1+\beta_g^4)(1+\beta_p)^4} \quad (6)$$

$$Q_{T,s} = \frac{(\beta_p^5 + s^3)(1+\beta_g)^5}{(1+\beta_g^5)(1+\beta_p)^5} \quad (7)$$

$$Q_{T,d} = Q_{T,s} \left( \frac{(1+\beta_g^3)(1+\beta_p)^3}{(1+\beta_p^3)(1+\beta_g)^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

其中,  $\beta_p = r_{p,j}/r_{p,i} > 1$  为原始颗粒的粒径比,  $\beta_g = r_{g,j}/r_{g,i} > 1$  为粗粒化颗粒的粒径比。为保证无量纲速度和角速度的一致性, 角速度采用原始粒径计算。

$$(\omega_{ij})_g = \frac{\omega_i l_{r,i} - \omega_j l_{r,j}}{l_R} \quad (9)$$

$$(v_R)_g = -\frac{1}{2}(r_{g,i}\omega_i - r_{g,j}\omega_j) * n_{ij} - \frac{1}{2} \frac{r_{p,i} - r_{p,j}}{r_{p,i} + r_{p,j}} v_t \quad (10)$$

并且, 极限状态的缩放准则是  $l_{\mu_s} = 1$ ,  $l_{\theta_R} = Q_{R,s}/Q_{F,s}$ ,  $l_{\mu_T} = l_R^{0.5(1-x)} Q_{T,s}/Q_{F,s}$ 。

### 3. 沙箱的离散元模拟

该节将分别使用 CAO 粗粒化模型和变比例粗粒化模型进行沙箱的震荡压实模拟。DEM 模拟采用如下参数: 容器底部面积为  $0.227 \text{ m} \times 0.167 \text{ m}$ , 容器密度  $1250 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $4.992\text{e}6 \text{ pa}$ , 恢复系数 0.3, 泊松比 0.4, 剪切模量  $1.92\text{e}6 \text{ pa}$ , 静态摩擦系数 0.5, 滑动摩擦系数 0.4; DEM 颗粒密度  $2650 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $3.8685\text{e}5 \text{ pa}$ , 恢复系数 0.1, 泊松比 0.4, 剪切模量  $1.3816\text{e}5 \text{ pa}$ , 静态摩擦系数 0.7, 滑动摩擦系数 0.6。

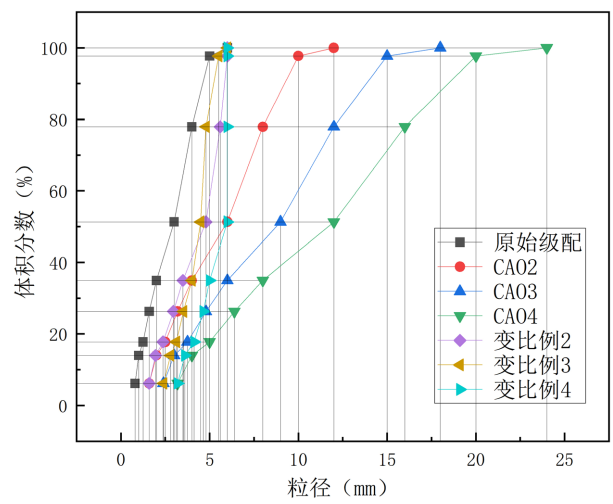
模拟中, 容器沿坐标系  $x$  轴方向进行单自由度正弦振荡运动, 其加速度按正弦规律变化。运动周期为  $0.2 \text{ s}$ , 振幅为  $0.04 \text{ m}$ , 共 16 个周期。

#### 3.1. 原始级配模拟

原始级配模拟的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 245,886 个颗粒, 计算总耗时 112.6 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高  $35.1 \text{ mm}$ , 如图 3。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为  $26.5 \text{ mm}$ , 震荡后的形态如图 3。

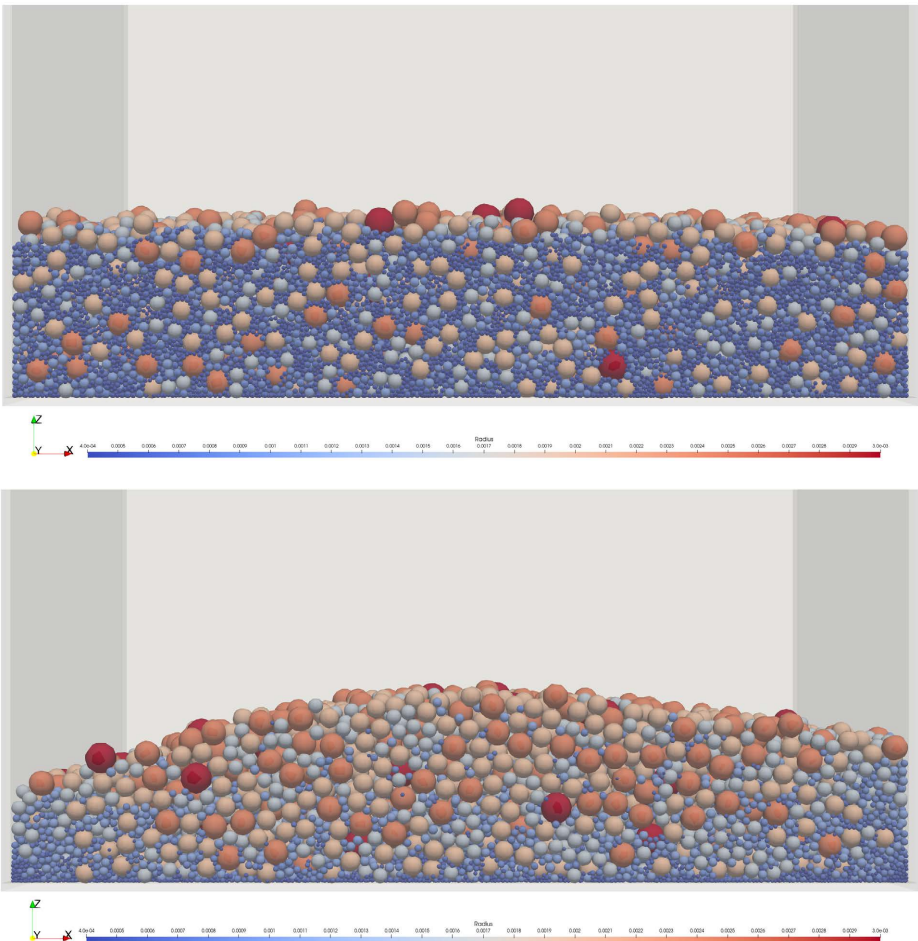
#### 3.2. CAO 粗粒化模型模拟

CAO 粗粒化模型是一种基础且重要的粗粒化技术, 其应用极其广泛。在该节中, 将采用数个粗粒比  $l_r$  (分别为 2、3、4) 进行沙箱震荡压实模拟, 观察 CAO 粗粒化模型放大颗粒后的模拟效果, 确定在该模拟中合理的粗粒比  $l_r$  放大边界。



**Figure 2.** Grading diagram. Among them, CAO 2, CAO 3, and CAO 4 respectively represent the CAO models with coarse particle ratios of 2, 3, and 4; Variable Ratio 2, Variable Ratio 3, and Variable Ratio 4 respectively represent the variable ratio models with maximum coarse particle ratios of 2, 3, and 4

**图 2.** 级配图。其中，CAO 2、CAO 3、CAO 4 分别表示粗粒比为 2、3、4 的 CAO 模型；变比例 2、变比例 3、变比例 4 分别表示最大粗粒比为 2、3、4 的变比例模型



**Figure 3.** Simulated snapshot of the original gradation

**图 3.** 原始级配的模拟快照

根据 CAO 粗粒化模型的放大准则, 在碰撞中产生的法向重叠量应当等于其所代表的多个原始粒子在相同条件下产生的重叠量之和, 其所受的接触力自然应为各个原始粒子受力的总和。由此, 可以得到 CAO 粗粒化模型下各个关键参数的放大系数, 如表 1。

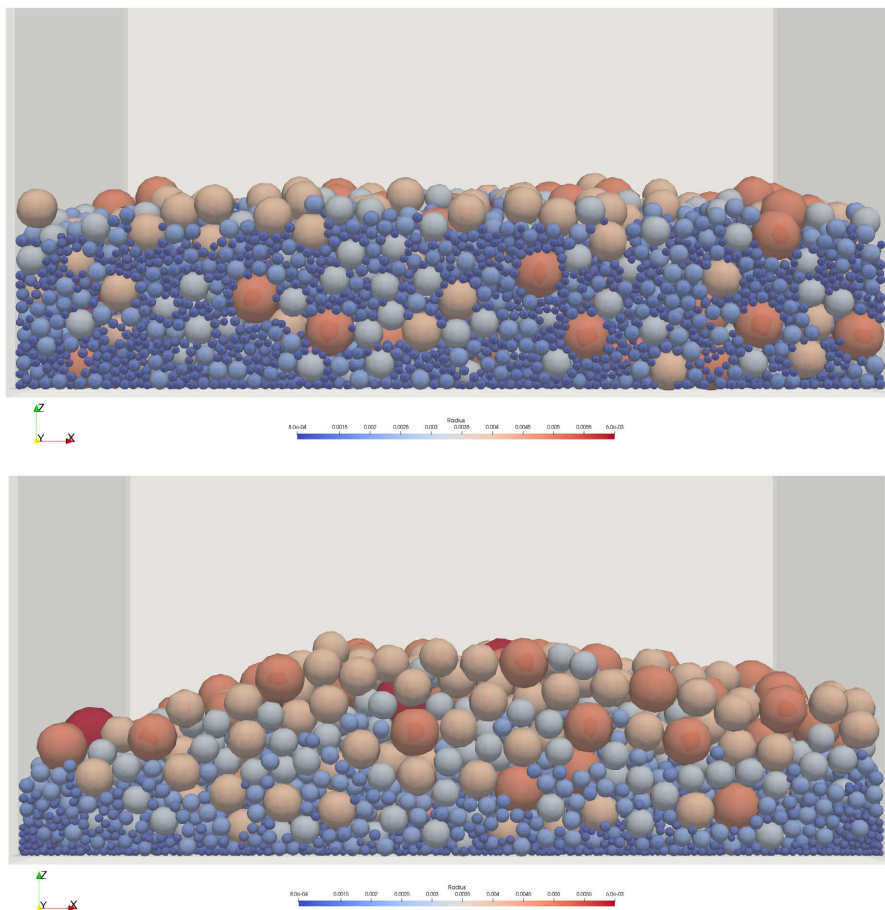
**Table 1.** Scaling criteria for coarse-grained models

**表 1.** 粗粒化模型的缩放准则

粗粒化模型	$x$	$l_v$	$l_\omega$	$l_E$	$K_M$	$l_{\mu_s}$	$l_{\theta_R}$	$l_{\mu_T}$	$l_t$
CAO	0	1	$l_R^{-1}$	$l_R^{2.5}$	$l_R$	1	1	$l_R^{0.5}$	1
变比例	2	1	$l_R^{-1}$	$l_R^{-2.5}$	$l_R^{-1}$	1	1	$l_R^{-0.5}$	$l_R^2$

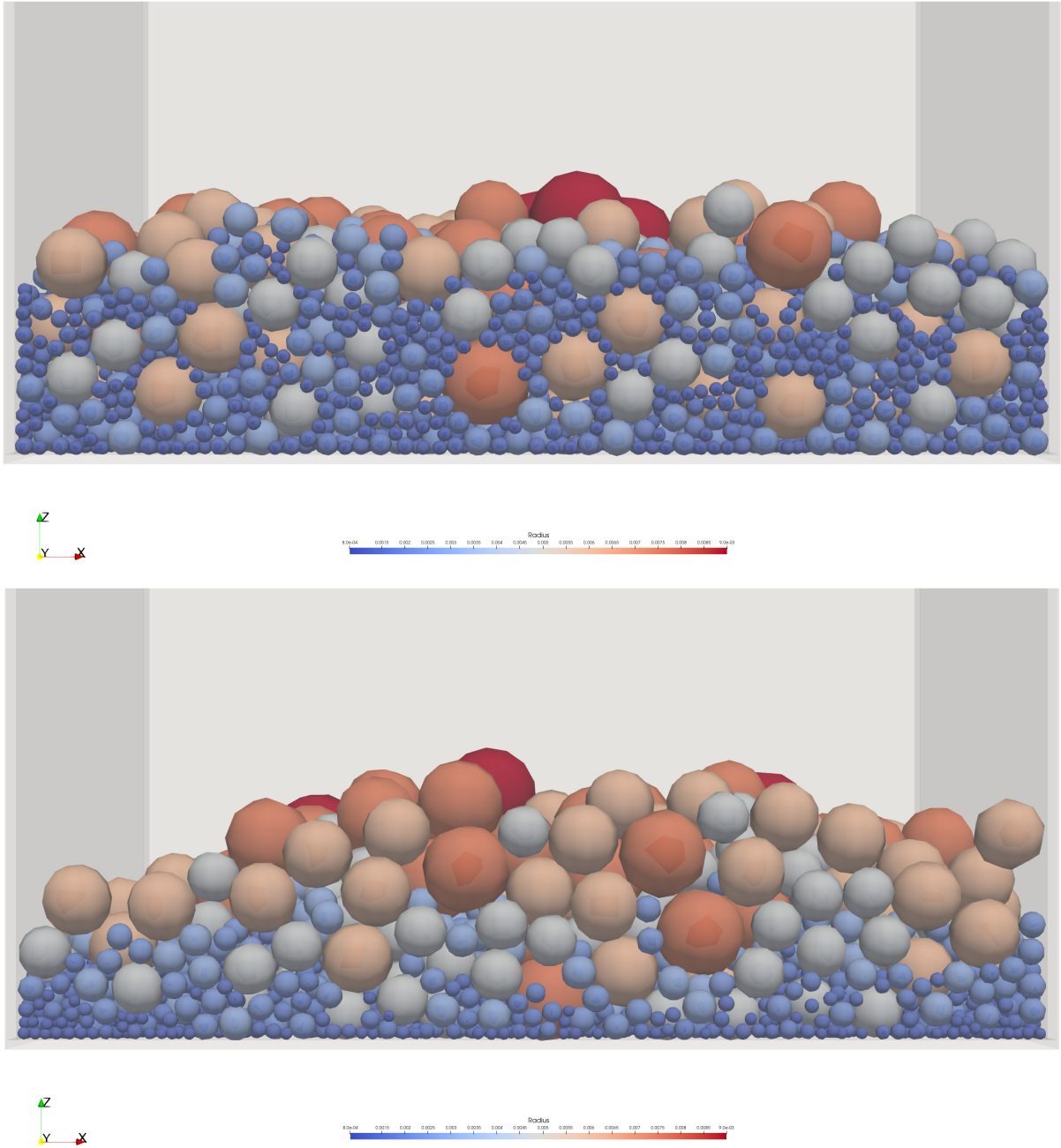
其中,  $l_R$  是等效半径的缩放系数,  $l_v$  是颗粒平移速度的缩放系数,  $l_\omega$  是颗粒角速度的缩放系数,  $l_E$  是杨氏模量的缩放系数,  $l_{\mu_s}$  是滑动摩擦系数的缩放系数,  $l_{\theta_R}$  是临界滚动角的缩放系数,  $l_{\mu_T}$  是扭转摩擦系数的缩放系数,  $l_t$  是接触特征时间的缩放系数。

首先是粗粒比  $l_r$  为 2 的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 34,924 个颗粒, 计算总耗时 12.6 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 35.5 mm, 如图 4。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27 mm, 震荡后的形态如图 4。



**Figure 4.** Simulation snapshot of the CAO coarse-grained model with a coarse-grained ratio of 2  
**图 4.** 粗粒比为 2 的 CAO 粗粒化模型模拟快照

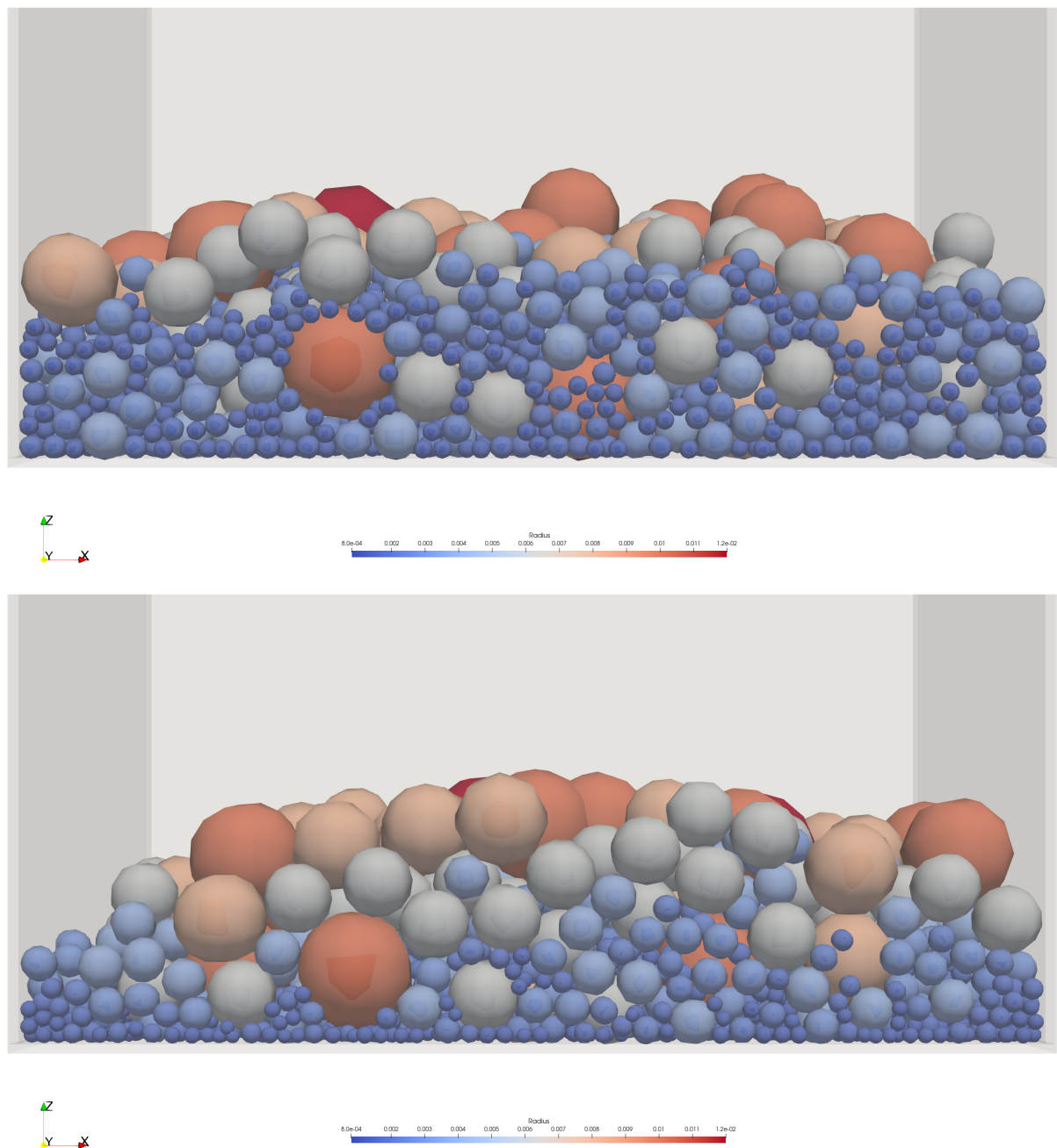
接着是粗粒比  $l_r$  为 3 的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 10,196 个颗粒, 计算总耗时 4.5 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 35.8 mm, 如图 5。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27.2 mm, 震荡后的形态如图 5。



**Figure 5.** Simulation snapshot of the CAO coarse-grained model with a coarse-grained ratio of 3  
**图 5.** 粗粒比为 3 的 CAO 粗粒化模型模拟快照

最后是粗粒比  $l_r$  为 4 的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 4451 个颗粒, 计算总耗时 1.2 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 35.9 mm, 如图 6。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27.6 mm, 震荡后的形态如图 6。





**Figure 6.** Simulation snapshot of the CAO coarse-grained model with a coarse-grained ratio of 4  
**图 6.** 粗粒比为 4 的 CAO 粗粒化模型模拟快照

在使用 CAO 粗粒化模型放大颗粒的模拟中, 颗粒数量、模拟时间随着粗粒比  $l_r$  变大而减少, 颗粒堆堆高误差率随着粗粒比  $l_r$  变大而变大。

### 3.3. 变比例粗粒化模型模拟

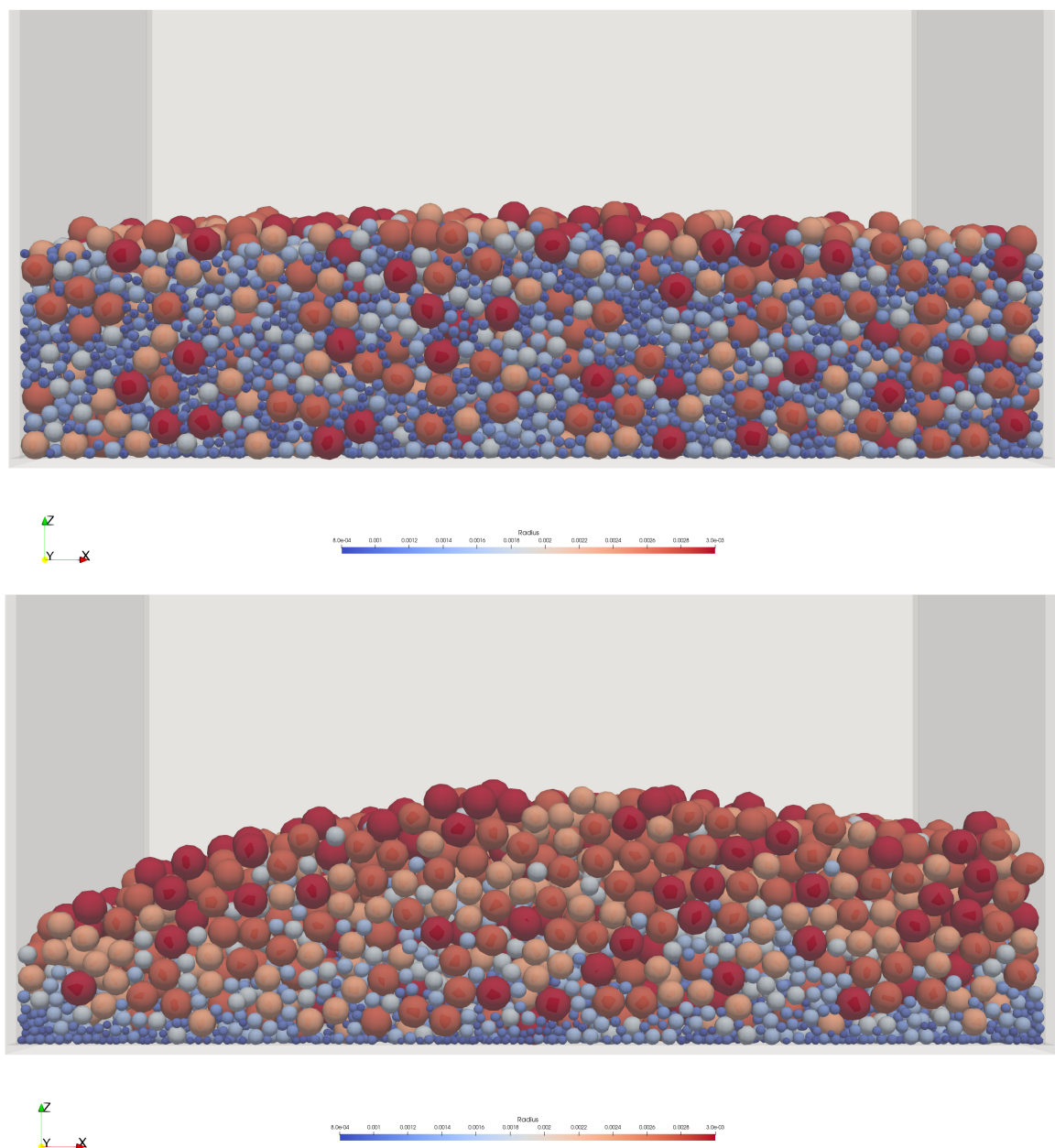
变比例粗粒化模型的出现使得粗粒比  $l_r$  不必再维持为一常值, 在模拟中可以为不同粒径级别的原始颗粒分配不同的粗粒比  $l_r$ 。在单次模拟中, 该模型这使得颗粒的粗粒化更为灵活, 细小的颗粒可以采用较大的粗粒比, 大颗粒则可以采用较小的粗粒比。这种粗粒比分配方法与 CAO 粗粒化模型相比, 有效减



小了颗粒堆的级配差距, 降低了大颗粒与小颗粒的接触复杂度。

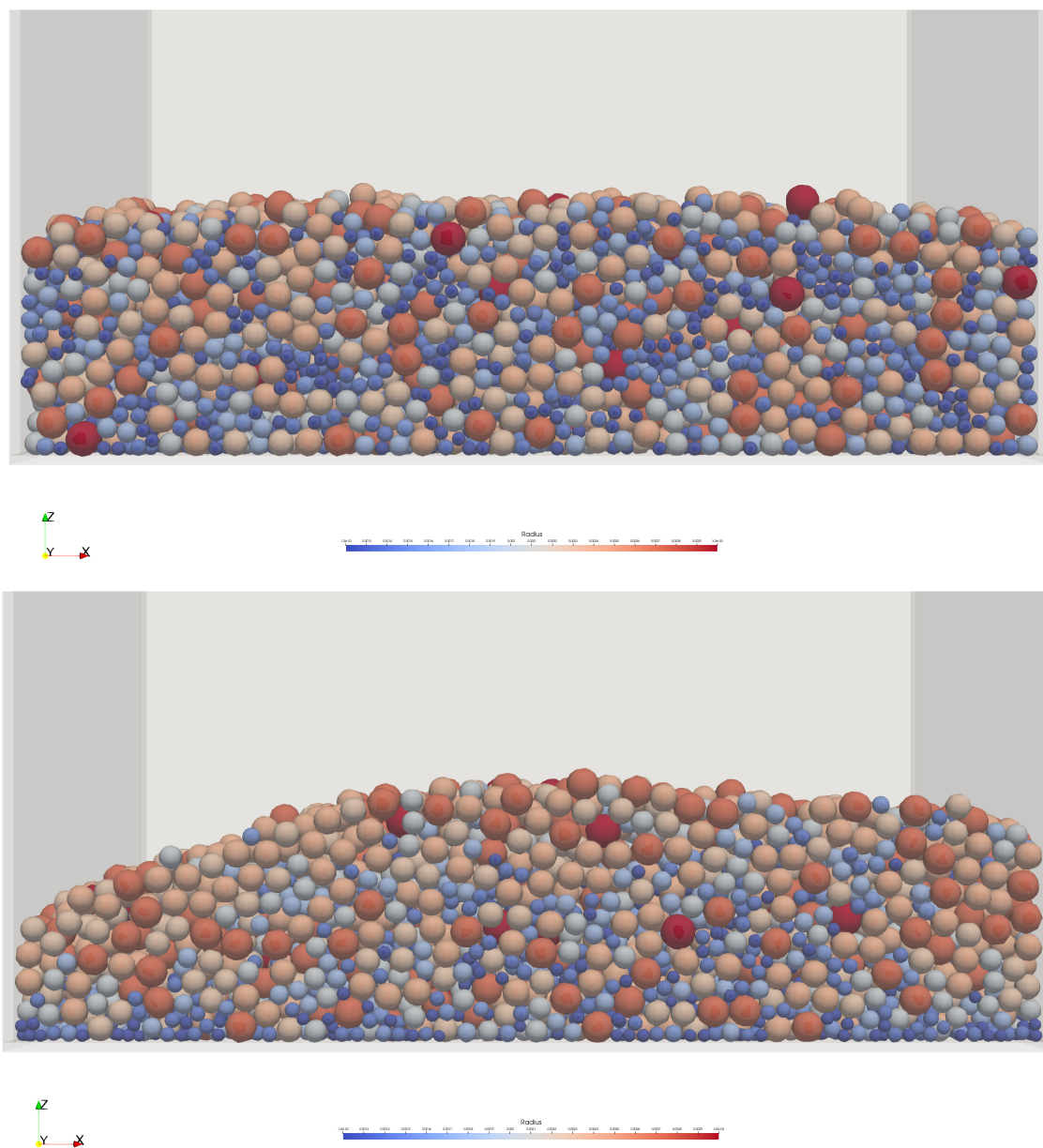
在模拟中, 变比例粗粒化模型可以为不同粒径级别的原始颗粒分配不同的粗粒比  $l_r$ , 这是因为引入了力矩修正系数  $K_M$  和修正系数  $Q$ , 这使得粗晶颗粒的等效接触方程与“ $N$  对 1 接触”过程的等效接触方程相同。此外, 根据该模型, 粗粒化颗粒的物理参数也应做相应的缩放, 如表 1 所示。

首先是粗粒比  $l_r$  为 {2, 1.95, 1.9, 1.85, 1.75, 1.6, 1.4, 1.2, 1} (分别为小颗粒至大颗粒的粒径放大系数) 的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 39,314 个颗粒, 计算总耗时 14 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 35.5 mm, 如图 7。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27 mm, 震荡后的形态如图 7。



**Figure 7.** Simulation snapshot of the variable-scale coarse-grain model with a maximum coarse-grain ratio of 2  
**图 7.** 最大粗粒比为 2 的变比例粗粒化模型模拟快照

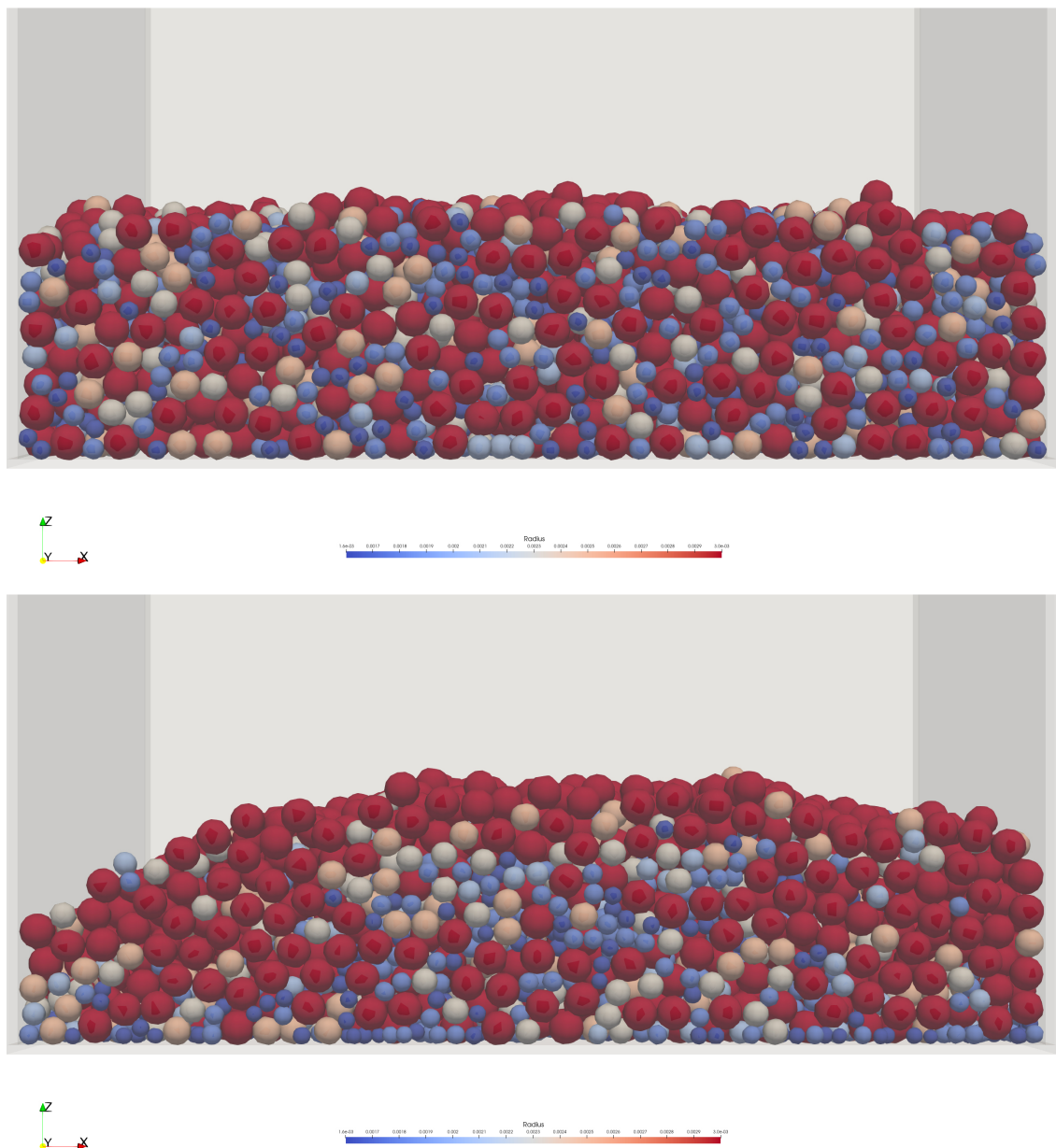
接着是粗粒比  $l_r$  为{3, 2.8, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.1, 1} (分别为小颗粒至大颗粒的粒径放大系数)的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 18,852 个颗粒, 计算总耗时 6.5 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 36 mm, 如图 8。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27.1 mm, 震荡后的形态如图 8。



**Figure 8.** Simulation snapshot of the variable-scale coarse-grain model with a maximum coarse-grain ratio of 3

**图 8.** 最大粗粒比为 3 的变比例粗粒化模型模拟快照

最后是粗粒比  $l_r$  为{4, 3.6, 3.3, 2.9, 2.5, 2.0, 1.5, 1.2, 1} (分别为小颗粒至大颗粒的粒径放大系数)的沙箱震荡压实模拟。放大后的颗粒级配如图 2, 模拟中共生成 9159 个颗粒, 计算总耗时 3 小时。颗粒在重力作用下落入沙箱中, 待颗粒堆稳定后, 颗粒堆高 35.9 mm, 如图 9。震荡后颗粒堆上表面拟合为平面后得到平均堆高为 27.2 mm, 震荡后的形态如图 9。



**Figure 9.** Simulation snapshot of the variable-scale coarse-grain model with a maximum coarse-grain ratio of 4  
**图 9.** 最大粗粒比为 3 的变比例粗粒化模型模拟快照

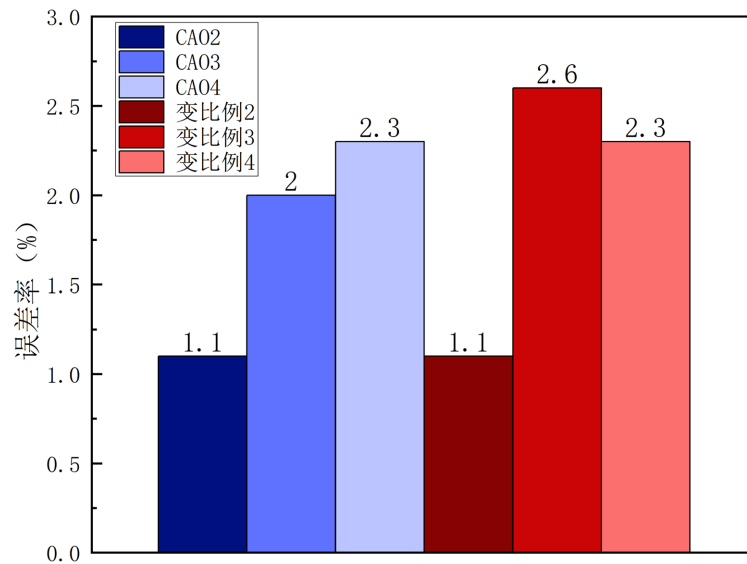
在使用变比例粗粒化模型放大颗粒的模拟中，颗粒数量、模拟时间随着粗粒比  $l_r$  变大而减少，颗粒堆堆高误差率随着粗粒比  $l_r$  变大而变大。

#### 4. 模拟结果

本小节采用原始级配的离散元模拟结果作为参照物，首先将粗粒化模拟结果与参照物对比，得出 CAO 粗粒化模型与变比例粗粒化模型的效果评估。首先是总体评估，两种模型的颗粒体系均表现出与原始级配模拟相近的压实形态，即中间高两边低的颗粒堆形态，颗粒堆内部均呈现出小颗粒向下沉降的物理现象，这说明 CAO 和变比例粗粒化模型均体现出了正确的颗粒运动趋势。同时，观察还发现，不管是 CAO 粗粒化模型还是变比例粗粒化模型与原始级配模拟相比均产生了一定程度的颗粒堆堆高增大的现

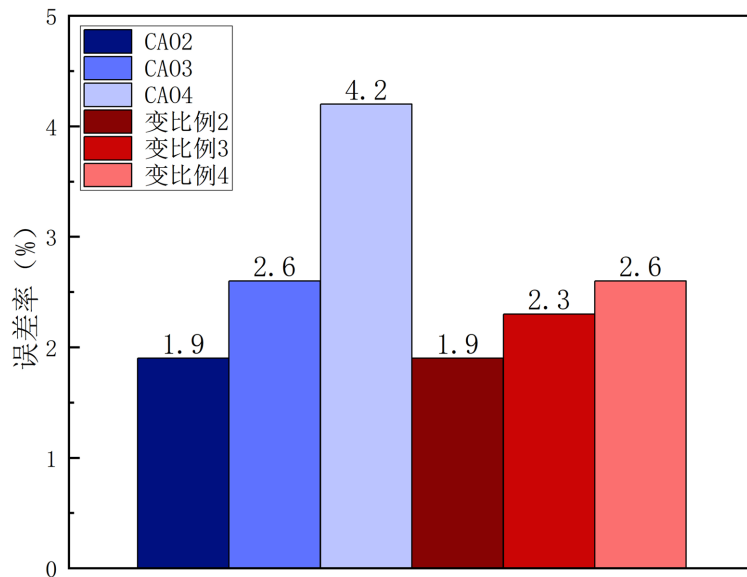
象, 这说明粗粒化的颗粒堆会产生更多的孔隙空间。

CAO 粗粒化模型的模拟共包括粗粒比分别为 2、3、4 的三组模拟。首先是粗粒比为 2 的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 1.1%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 1.9%。



**Figure 10.** Average stack height error rate before oscillation. Among them, CAO 2, CAO 3, and CAO 4 respectively represent the error rates of the CAO model with coarse-particle ratios of 2, 3, and 4. Variable scale 2, variable scale 3, and variable scale 4 respectively represent the error rates of the variable scale models with the maximum coarse-grain ratios of 2, 3, and 4

图 10. 震荡前的平均堆高误差率。其中, CAO 2、CAO 3、CAO 4 分别表示粗粒比为 2、3、4 的 CAO 模型误差率; 变比例 2、变比例 3、变比例 4 分别表示最大粗粒比为 2、3、4 的变比例模型误差率



**Figure 11.** Average stacking error rate after oscillation. Among them, CAO 2, CAO 3, and CAO 4 respectively represent the error rates of the CAO model with coarse-particle ratios of 2, 3, and 4. Variable scale 2, variable scale 3, and variable scale 4 respectively represent the error rates of the variable scale models with the maximum coarse-grain ratios of 2, 3, and 4

图 11. 震荡后的平均堆高误差率。其中, CAO 2、CAO 3、CAO 4 分别表示粗粒比为 2、3、4 的 CAO 模型误差率; 变比例 2、变比例 3、变比例 4 分别表示最大粗粒比为 2、3、4 的变比例模型误差率



接着是粗粒比为 3 的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 2%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 2.6%。

最后是粗粒比为 4 的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 2.3%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 4.2%。但是颗粒粒径被放大四倍后, 最大颗粒半径来到了 12 mm, 而最小颗粒仅 1.6 mm, 这两者之间相差了 7.5 倍, 这使得颗粒接触的可靠性受到质疑。同时大颗粒的存在已经明显破坏了颗粒堆上表面的光滑形态曲线, 使得颗粒堆形态脱离了实际。

变比例粗粒化模型的模拟共包括最大粗粒比分别为 2、3、4 的三组模拟。首先是粗粒比为{2, 1.95, 1.9, 1.85, 1.75, 1.6, 1.4, 1.2, 1}的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 1.1%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 1.9%。

接着是粗粒比为{3, 2.8, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.1, 1}的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 2.6%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 2.3%。

最后是粗粒比为{4, 3.6, 3.3, 2.9, 2.5, 2.0, 1.5, 1.2, 1}的模拟效果, 从图 10 可以看出在震荡前颗粒堆的平均堆高误差率为 2.3%, 图 11 可以看出在震荡后的平均堆高误差率为 2.6%。从三组模拟中可以看出, 由于最大颗粒的粗粒比始终为 1, 这使得最大和最小颗粒的粒径差距始终在一个合理范围内, 避免了过度放大大颗粒导致的破坏颗粒堆形态曲线问题。

## 5. CAO 粗粒化模型与变比例粗粒化模型的对比验证

### 1) 形态对比:

颗粒堆形态的对比将根据粗粒比分为三组进行。首先是粗粒比为 2 的 CAO 粗粒化模型模拟结果与粗粒比为{2, 1.95, 1.9, 1.85, 1.75, 1.6, 1.4, 1.2, 1}的变比例粗粒化模型模拟结果对比。如图 12 所示, 震荡前后的颗粒堆形态和平均堆高误差率均保持了较高的一致性, 在该粗粒比下两种模型均体现出较好的可用性。

接着是粗粒比为 3 的 CAO 粗粒化模型模拟结果与粗粒比为{3, 2.8, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.1, 1}的变比例粗粒化模型模拟结果对比, 如图 13 所示。CAO 粗粒化模型的震荡前的颗粒堆平均堆高误差率低于变比例粗粒化模型 0.6%, 震荡后的颗粒堆平均堆高误差率高于变比例粗粒化模型 0.3%, 在形态上 CAO 粗粒化模型的大颗粒在一定程度上破坏了颗粒堆形态曲线, 因此在该粗粒比下变比例粗粒化模型表现出了比 CAO 粗粒化模型更好模拟结果。

最后是粗粒比为 4 的 CAO 粗粒化模型模拟结果与粗粒比为{4, 3.6, 3.3, 2.9, 2.5, 2.0, 1.5, 1.2, 1}的变比例粗粒化模型模拟结果对比。如图 14 所示, CAO 粗粒化模型的震荡前的颗粒堆平均堆高误差率与变比例粗粒化模型高度一致, 震荡后的颗粒堆平均堆高误差率高于变比例粗粒化模型 1.6%, 而在形态上 CAO 粗粒化模型的大颗粒的存在已经明显破坏了颗粒堆上表面的光滑形态曲线, 这使得颗粒堆形态脱离了实际, 因此在该粗粒比下 CAO 粗粒化模型已不再可用。

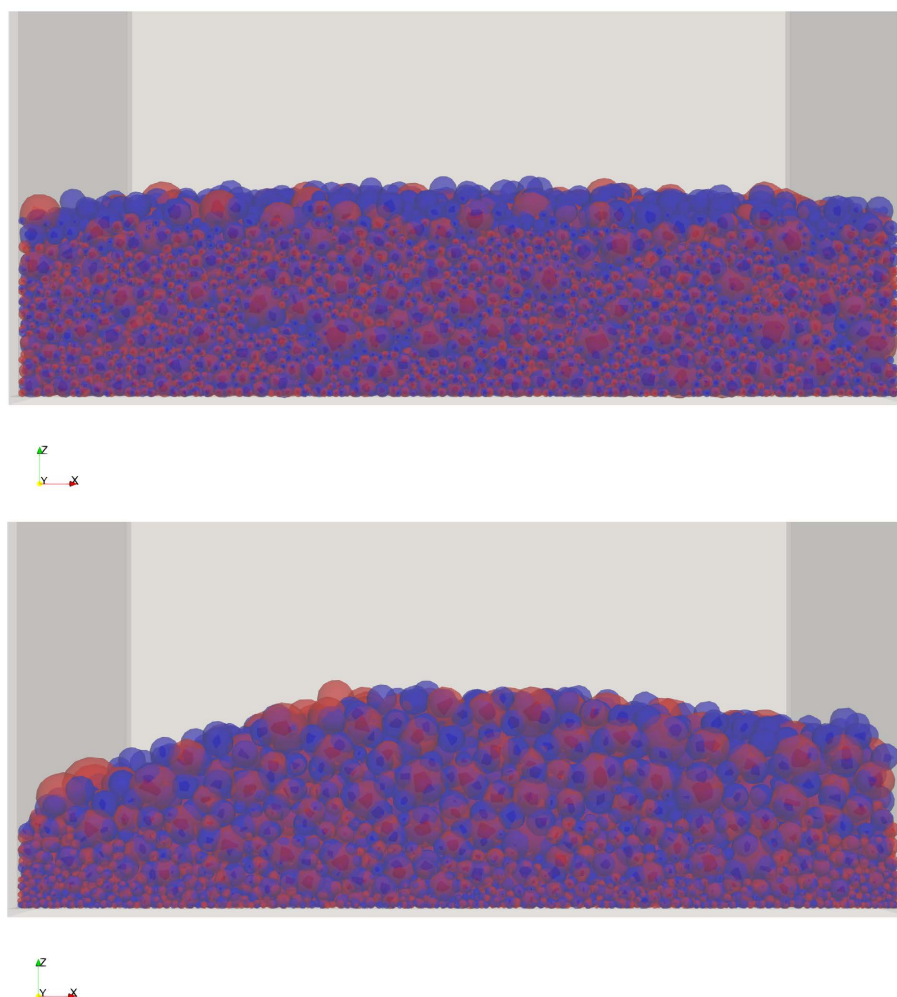
### 2) 颗粒分布对比:

通过将各个模型在不同粗粒比条件下所得到的模拟结果中对应各粒径颗粒的平均高度, 与原始模拟的对应结果进行系统对比, 进而对模型的实际效果展开验证。

震荡前的颗粒分布图如图 15 所示。图中黑色实线代表原始模拟对应的颗粒分布, 其余各类实线均对应变比例粗粒化模型的颗粒分布结果, 其中红色实线对应的最大粗粒比为 2, 以此类推, 蓝色实线、绿色实线分别对应最大粗粒比 3、4; 图中的各类划线则对应 CAO 粗粒化模型的颗粒分布结果, 其中红色划线对应的粗粒比为 2, 以此类推, 蓝色划线、绿色划线分别对应粗粒比 3、4。从图中各曲线可以发现, 在重力条件下自然堆积的颗粒的分布均表现出“巴西果效应”即体积比较大的颗粒会上升到表层, 而较

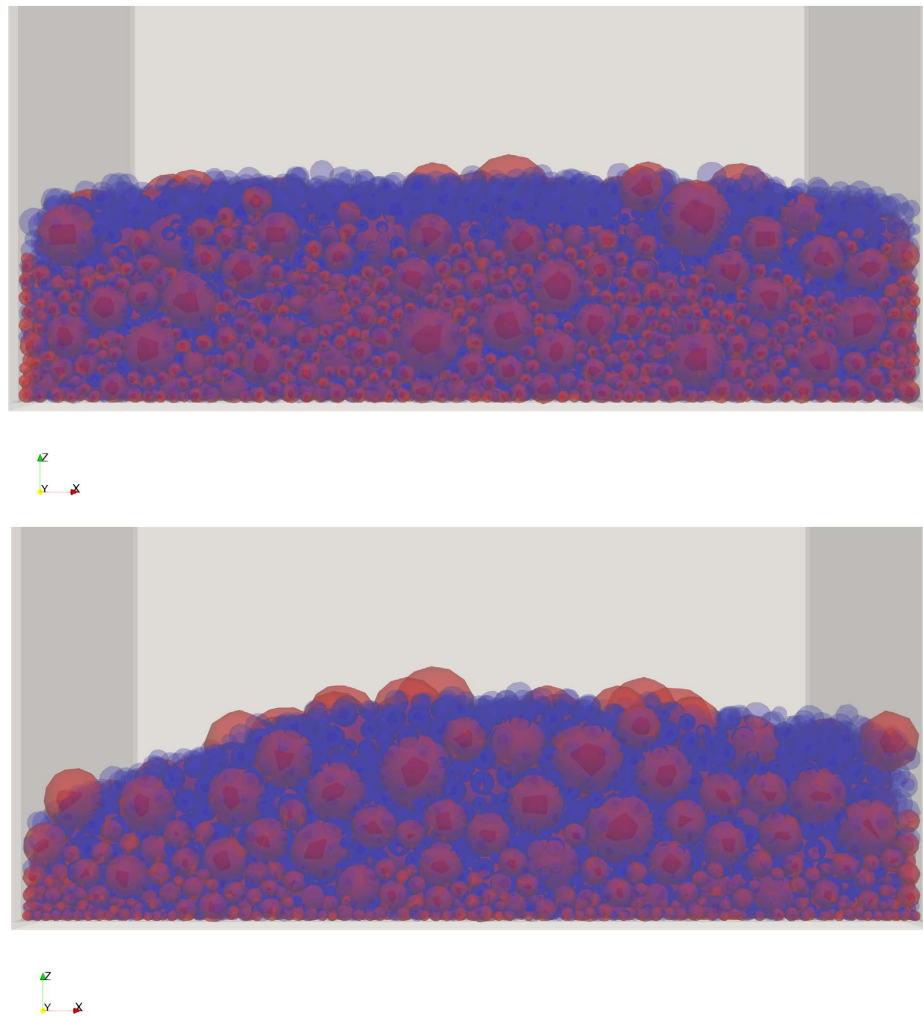


小的颗粒会沉降到底部[7]。原始级配颗粒分布曲线作为评价各模型效果的基准曲线表现为一条曲率不大的平缓上凸曲线。变比例粗粒化模型的三组模拟同样呈现与原始级配颗粒分布相似的曲率不大的平缓上凸曲线, 并且颗粒平均高度随着最大粗粒比的增大而逐渐增高。这表明在重力条件的自然堆积下, 变比例粗粒化模型具有与原始级配模拟相似的颗粒平均高度分布趋势, 同时该模型还具有一定程度高估颗粒堆孔隙率的特征。在粗粒比为 2 的 CAO 粗粒化模型与最大粗粒比为 2 的变比例粗粒化模型这两种模型的模拟结果对比中, 二者表现出相近的颗粒分布曲线特征。当 CAO 粗粒化模型的粗粒比为 3 和 4 时, 表征原始半径在 1.5 mm 以下的颗粒分布表现为与原始级配模拟相似的曲率不大的平缓上凸曲线, 但是在表征原始半径 0.4 mm 至 0.8 mm 的颗粒时, 出现了一定程度的低估颗粒平均高度的现象; 当表征的原始颗粒半径大于 1.5 mm 时, 随着半径的增大, 颗粒分布表现为曲率快速增大的下凸曲线, 严重高估了大颗粒的平均高度。这表明在重力条件的自然堆积下, CAO 粗粒化模型的适用范围在颗粒级配差距不大的模拟中, 在本研究中体现为适用于表征原始颗粒半径在 0.8 mm 至 1.5 mm 的模拟; 并且不宜采用较大的粗粒比, 在本研究中体现为应采用小于等于 2 的粗粒比。



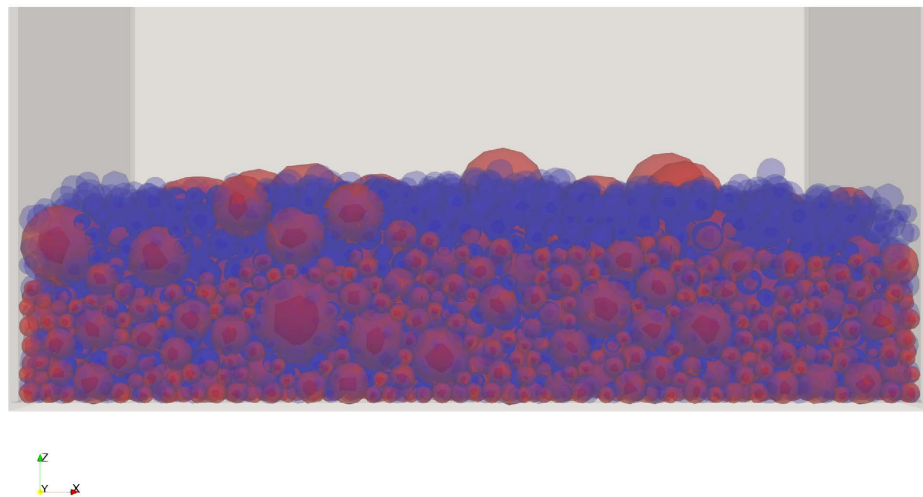
**Figure 12.** Comparison of the morphology between the CAO model with a coarse-particle ratio of 2 and the variable-scale model with a maximum coarse-particle ratio of 2. Among them, the red semi-transparent model is the CAO model, and the blue semi-transparent model is the variable-scale model

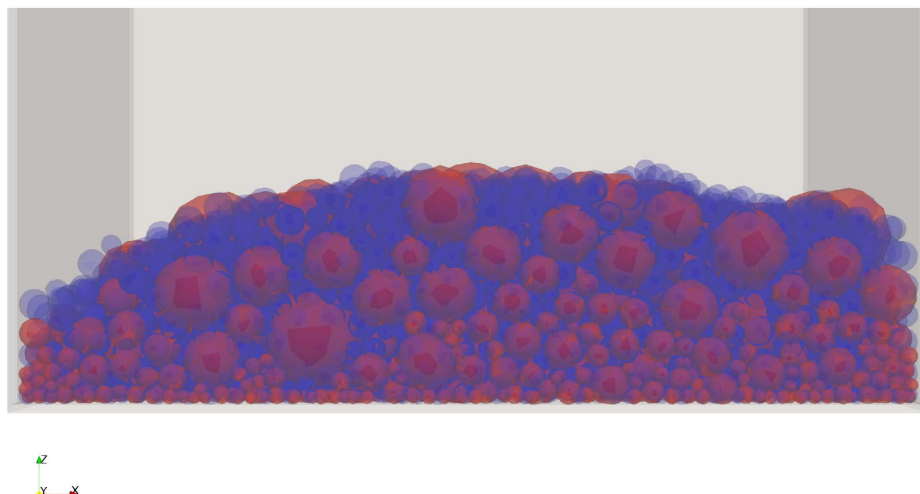
**图 12.** 粗粒比为 2 的 CAO 模型与最大粗粒比为 2 的变比例模型形态对比。其中, 红色半透明为 CAO 模型, 蓝色半透明为变比例模型



**Figure 13.** Comparison of the morphology between the CAO model with a coarse-particle ratio of 3 and the variable-scale model with a maximum coarse-particle ratio of 3. Among them, the red semi-transparent model is the CAO model, and the blue semi-transparent model is the variable-scale model

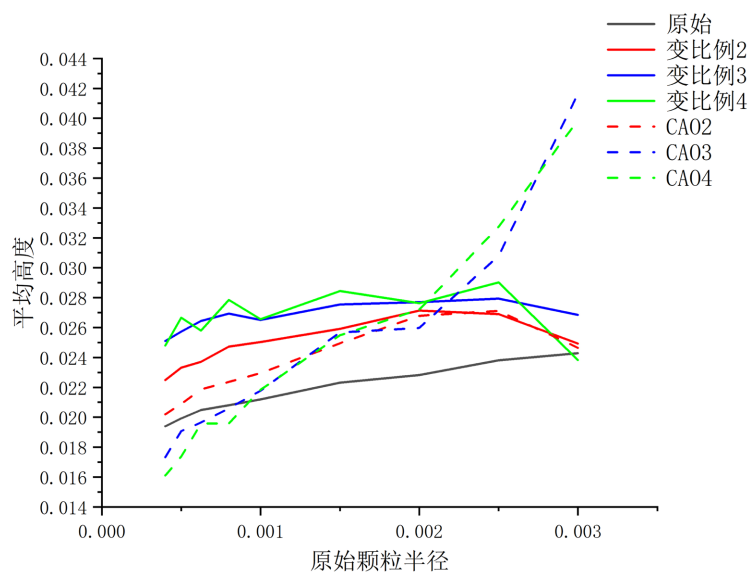
**图 13.** 粗粒比为 3 的 CAO 模型与最大粗粒比为 3 的变比例模型形态对比。其中，红色半透明为 CAO 模型，蓝色半透明为变比例模型





**Figure 14.** Comparison of the morphology between the CAO model with a coarse-particle ratio of 4 and the variable-scale model with a maximum coarse-particle ratio of 4. Among them, the red semi-transparent model is the CAO model, and the blue semi-transparent model is the variable-scale model

**图 14.** 粗粒比为 4 的 CAO 模型与最大粗粒比为 4 的变比例模型形态对比。其中，红色半透明为 CAO 模型，蓝色半透明为变比例模型



**Figure 15.** Particle distribution map before oscillation

**图 15.** 震荡前的颗粒分布图

震荡后的颗粒分布图如图 16 所示，图中各线含义和震荡前的颗粒分布图一致。从图中各曲线均可以发现，在震荡工况下，颗粒的分布表现出更为明显的“巴西果效应”，即小颗粒进一步下沉，大颗粒析出表面的现象。原始级配颗粒分布曲线作为评价各模型效果的基准曲线表现为一条随着颗粒半径增大，曲率逐渐减小的上凸曲线。变比例粗粒化模型的三组模拟同样呈现与原始级配颗粒分布相似的随着表征的原始颗粒半径增大而曲率逐渐减小的上凸曲线，并且三组模拟结果均呈现出极高的相似性，不再随着最大粗粒比的增大而逐渐高估颗粒平均高度。这表明，在震荡工况下，变比例粗粒化模型在各个最大粗粒比条件下均表现出高度的一致性，但是该模型仍具有一定程度高估颗粒堆孔隙率的特征。在 CAO 粗粒化模型的三组模拟中，小颗粒的平均分布高度(表征的原始颗粒半径在 0.4 mm 至 0.8 mm)均被低估了；在粗

粒比为 2 时, 虽然低估了小颗粒的平均分布高度, 但整体分布曲线与最大粗粒比为 2 的变比例粗粒化模型的模拟结果对比中, 二者表现出相近的颗粒分布曲线特征; 当 CAO 粗粒化模型的粗粒比为 3 和 4, 表征的原始颗粒半径大于 1.5 mm 时, 随着颗粒半径的增大, 颗粒分布表现为曲率快速增大的下凸曲线, 严重高估了大颗粒的平均高度。这表明在震荡工况下, CAO 粗粒化模型的适用范围在颗粒级配差距不大的模拟中, 在本研究中体现为适用于表征原始颗粒半径在 0.8 mm 至 1.5 mm 的模拟; 并且不宜采用较大的粗粒比, 在本研究中体现为应采用小于等于 2 的粗粒比。

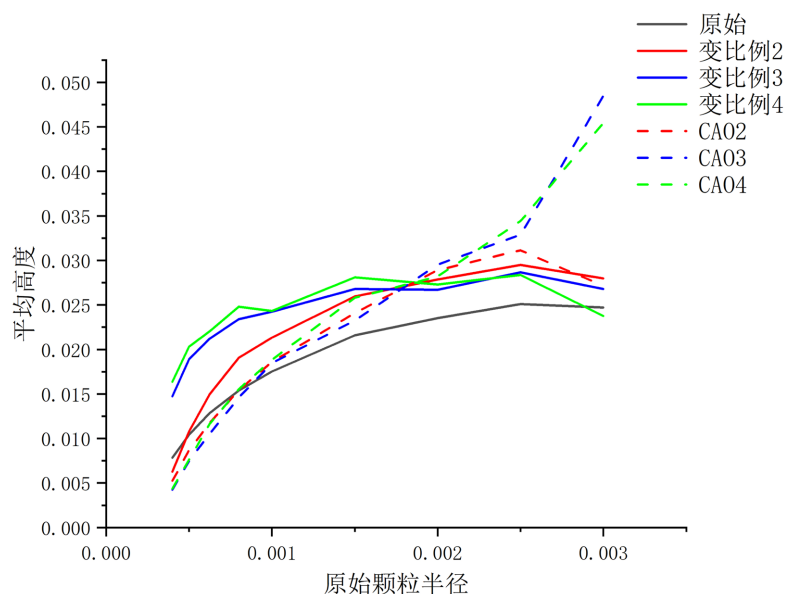


Figure 16. Particle distribution map after oscillation  
图 16. 震荡后的颗粒分布图

因此, 在颗粒分布上, 变比例粗粒化模型展现出显著优于 CAO 粗粒化模型的模拟适用性与稳定性。无论是震荡前的自然堆积状态, 还是震荡后的压实状态, 变比例粗粒化模型均能始终贴合原始级配模拟的颗粒分布规律: 震荡前, 其三组不同最大粗粒比的模拟结果均呈现与原始模拟一致的“巴西果效应”, 且颗粒分布曲线为曲率不大的平缓上凸形态, 仅存在轻微的颗粒堆孔隙率高估特征, 整体分布趋势与原始级配高度吻合; 震荡后, 随着“巴西果效应”进一步增强(小颗粒下沉、大颗粒析出更明显), 该模型的三组模拟结果不仅仍保持与原始模拟相似的“随颗粒半径增大曲率逐渐减小的上凸曲线”形态, 还突破了震荡前“颗粒平均高度随最大粗粒比增大而增高”的规律, 呈现出极高的结果一致性, 充分证明其不同粗粒比条件下对颗粒分布变化的精准捕捉能力。而 CAO 粗粒化模型的局限性则十分突出: 仅在粗粒比为 2 时, 其颗粒分布曲线与变比例模型及原始模拟相近; 当粗粒比增至 3、4 时, 该模型便出现明显偏差, 对于原始半径 0.4 mm 至 0.8 mm 的小颗粒, 其平均高度被持续低估, 对于原始半径大于 1.5 mm 的大颗粒, 其平均高度则被严重高估, 分布曲线呈现曲率快速增大的下凸形态, 偏离了原始级配的分布特征, 且其适用范围被限制在粗粒比小于等于 2、原始颗粒半径 0.8 mm 至 1.5 mm 的狭窄区间内。

## 6. 结论

综上所述, 在石英砂震荡压实离散元模拟的粗粒化模型对比验证中, 变比例粗粒化模型与 CAO 粗粒化模型的性能差异及适用边界已通过颗粒堆形态与颗粒分布的系统分析清晰呈现, 核心区别在于两者对粗粒比的分配逻辑与缩放机制——变比例粗粒化模型以差异化粗粒比分配为核心, 为不同粒径颗粒匹配



梯度化放大比例(如最大粗粒比为 2、3、4 时, 分别对应从小颗粒到大颗粒的粗粒比递减序列), 有效规避了 CAO 模型统一粗粒比缩放导致的级配失衡问题, 最终展现出更优的模拟稳定性、更宽的放大边界与更强的场景适应性。从颗粒堆形态表现来看, 变比例粗粒化模型在三组不同最大粗粒比模拟中, 始终能复现与原始级配一致的中间高两边低的堆体形态及小颗粒向下沉降的物理现象, 即便最大粗粒比提升至 4, 也未出现大颗粒破坏堆体表面光滑曲线的情况, 证明其在不同放大尺度下均能维持堆体形态的真实性; 而 CAO 粗粒化模型随粗粒比从 2 增至 4, 因对所有粒径颗粒采用相同放大比例, 大颗粒被过度放大, 堆体形态从粗粒比 2 时的接近原始级配, 逐渐演变为粗粒比 3 时的局部形态破坏, 直至粗粒比 4 时完全脱离实际, 丧失模拟有效性。

在颗粒分布特征上, 变比例粗粒化模型无论震荡前的自然堆积状态(呈现与原始级配一致的平缓上凸曲线, 仅轻微高估颗粒堆孔隙率, 且颗粒平均高度随最大粗粒比增大的变化趋势可控), 还是震荡后的压实状态(“巴西果效应”显著增强, 曲线随颗粒半径增大曲率逐渐减小, 三组不同最大粗粒比模拟结果高度一致, 不再受粗粒比增大的影响), 均能精准贴合原始级配的分布规律; CAO 粗粒化模型则在粗粒比为 2 时表现出较好的可靠性, 其颗粒分布曲线与变比例模型及原始模拟相近, 而当粗粒比增至 3、4 时, 偏差迅速凸显——对原始半径 0.4 mm 至 0.8 mm 的小颗粒, 平均高度持续被低估, 对原始半径大于 1.5 mm 的大颗粒, 平均高度被严重高估, 分布曲线扭曲为曲率快速增大的下凸形态, 背离了原始级配的分布特征。

从适用区间划分来看, 变比例粗粒化模型的适用范围显著更广, 可覆盖的最大粗粒比从 2 至 4、原始颗粒半径从 0.4 mm 至 3 mm 的宽尺度震荡压实模拟, 尤其适合对堆体形态与颗粒分布精度要求较高、需通过粗粒化减少颗粒数量以提升计算效率的大规模场景, 虽存在轻微高估孔隙率的特性, 但该偏差对整体模拟有效性影响较小; CAO 粗粒化模型的适用边界则较为狭窄, 在本研究中, 适用于粗粒比小于等于 2、原始颗粒半径 0.8 mm 至 1.5 mm 的有限区间内, 且仅适用于颗粒级配差距小、对模拟精度要求较低的场景, 一旦超出该区间, 模拟误差将快速扩大, 无法为工程实践提供可靠参考。综上, 变比例粗粒化模型通过灵活的粗粒比分配, 在震荡压实工况的粗粒化模拟中实现了计算效率与模拟精度的平衡, 具备更强的工程实用价值; CAO 粗粒化模型因统一缩放逻辑的固有局限, 适合作为窄范围场景的基础模拟工具, 实际应用中需严格控制粗粒比与颗粒粒径范围, 方可保证结果的可靠性。

## 参考文献

- [1] Cundall, P.A. and Strack, O.D.L. (1979) A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Géotechnique*, **29**, 47-65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- [2] Zhang, S. and Ge, W. (2024) Accelerating Discrete Particle Simulation of Particle-Fluid Systems. *Current Opinion in Chemical Engineering*, **43**, Article 100989. <https://doi.org/10.1016/j.coche.2023.100989>
- [3] Di Renzo, A., Napolitano, E. and Di Maio, F. (2021) Coarse-Grain DEM Modelling in Fluidized Bed Simulation: A Review. *Processes*, **9**, Article 279. <https://doi.org/10.3390/pr9020279>
- [4] 方延玮, 柳冠青, 张易阳, 等. 变比例广义粗粒化方法的多颗粒场景验证[J/OL]. 化工学报, 1-20. [https://kns.cnki.net/kcms2/article/abstract?v=-mmQV6m3IPnBzqo-Sis\\_qDV43gMNfb\\_y40ynNI8oJraU41xMnGgwP4EQ5BVmAO2MKru8ZgluK4v7tir-LQxTe3iU4e14QSAo07IVM6z4Omv6ZXsY9\\_Fg9mI0LyidIjECI7LrflezntyRpIdJIQVHUjW1B1xHM0Dso&uniplat-form=NZKPT, 2025-11-28](https://kns.cnki.net/kcms2/article/abstract?v=-mmQV6m3IPnBzqo-Sis_qDV43gMNfb_y40ynNI8oJraU41xMnGgwP4EQ5BVmAO2MKru8ZgluK4v7tir-LQxTe3iU4e14QSAo07IVM6z4Omv6ZXsY9_Fg9mI0LyidIjECI7LrflezntyRpIdJIQVHUjW1B1xHM0Dso&uniplat-form=NZKPT, 2025-11-28)
- [5] Sakai, M. and Koshizuka, S. (2009) Large-Scale Discrete Element Modeling in Pneumatic Conveying. *Chemical Engineering Science*, **64**, 533-539. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.10.003>
- [6] Fang, Y., Liu, G., Zhang, Y., Zhu, Z. and Li, S. (2025) A Generalized Coarse-Graining Discrete-Element Method with Variable Scaling Ratios Based on Non-Dimensional Contact Equation. *Powder Technology*, **452**, Article 120569. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2024.120569>
- [7] 赵永志, 江茂强, 郑津洋. 巴西果效应分离过程的计算颗粒力学模拟研究[J]. 物理学报, 2009, 58(3): 1812-1818.