

考虑道路纵断面线形的车辆纵向动力学能耗解析模型

杜欣悦, 杨曦然

南京工业大学交通运输工程学院, 江苏 南京

收稿日期: 2026年8月1日; 录用日期: 2026年8月25日; 发布日期: 2026年9月2日

摘要

道路纵断面线形对车辆能耗具有显著影响, 但现有研究多依赖商业仿真软件, 缺乏便于工程初步估算的解析模型。本文从车辆纵向动力学原理出发, 建立了考虑道路纵断面线形参数的车辆能耗解析模型。首先, 基于牛顿第二定律推导了包含纵坡度的车辆能耗基本表达式; 其次, 针对单一纵坡、组合坡段及含竖曲线坡段分别推导了能耗的闭合解析式; 进而通过参数敏感性分析揭示了纵坡度、车速、车重等因素对能耗的影响规律; 最后以典型3 km路段为例验证了模型的有效性。结果表明: 纵坡度每增加1%, 每公里附加能耗约为平坡基准能耗的42%; 在起终点高差相同的条件下, 缓坡均匀起伏方案较陡坡方案节能约14%。本文模型形式简洁、物理意义明确, 计算仅需四则运算, 无需专业软件, 可为道路纵断面方案的能耗快速比选提供理论工具。

关键词

道路纵断面, 车辆纵向动力学, 能耗解析模型, 纵坡度, 参数敏感性分析, 绿色公路

Analytical Energy Consumption Model of Vehicle Longitudinal Dynamics Considering Road Vertical Alignment

Xinyue Du, Xiran Yang

College of Transportation Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing Jiangsu

Received: August 1, 2026; accepted: August 25, 2026; published: September 2, 2026

Abstract

Road vertical alignment has a significant impact on vehicle energy consumption. However, most

existing studies rely on commercial simulation software, and there is a lack of analytical models suitable for rapid engineering estimation. This paper develops an analytical energy consumption model for vehicles that explicitly incorporates road vertical alignment parameters, based on the principles of vehicle longitudinal dynamics. First, a fundamental energy consumption expression including longitudinal grade is derived from Newton's second law. Second, closed-form analytical solutions are respectively derived for single-grade sections, combined grade sections, and sections with vertical curves. Third, a parametric sensitivity analysis is conducted to reveal the influence patterns of longitudinal grade, speed, and vehicle mass on energy consumption. Finally, a typical 3 km road section is used as a case study to validate the model. The results show that for each 1% increase in longitudinal grade, the additional energy consumption per kilometer is approximately 42% of the baseline energy consumption on a level road. Under the same starting and ending total elevation difference, a gently undulating grade scheme saves about 14% energy compared with a steep-grade scheme. The proposed model is concise in form, physically clear, and requires only arithmetic operations without any professional software, making it a practical tool for rapid energy consumption comparison of alternative road vertical alignment schemes.

Keywords

Road Vertical Alignment, Vehicle Longitudinal Dynamics, Analytical Energy Consumption Model, Longitudinal Grade, Parametric Sensitivity Analysis, Green Highway

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 绪论

1.1. 研究背景与意义

交通运输行业是能源消费和碳排放的重要领域。2024 年中国碳排放约 126 亿吨, 其中交通运输领域约 10 亿吨, 占全国总量的 10%左右¹, 是仅次于电力和工业的第三大排放源。在“双碳”目标指引下, 国务院印发的《2024—2025 年节能降碳行动方案》²明确提出, 到 2025 年底交通运输领域二氧化碳排放强度较 2020 年降低 5%。

公路运输碳排放约占交通运输领域的 80%。车辆能耗不仅取决于自身技术性能与驾驶行为, 还与道路几何线形密切相关。纵断面线形(纵坡度、坡长、竖曲线)对能耗的影响尤为显著[1]: 上坡需克服坡度阻力, 驱动力大幅增加; 下坡虽阻力减小, 但制动导致能量以热能耗散。研究表明, 坡度大于 3%时货车速度下降 15%~20%, 油耗增加 10%~15% [2]。

然而, 纵断面线形对能耗的定量影响研究尚不系统。现有研究多依赖 MOVES、VT-micro 等商业仿真软件, 模型复杂、参数标定困难、计算成本高, 不利于工程初步设计阶段的快速估算。目前缺乏将纵坡度、坡长、竖曲线等参数显式纳入能耗表达的解析模型, 制约了“节能设计”理念在纵断面设计中的落地。

¹渠沛然. 交通运输行业净零排放存在挑战, 推动可持续低碳燃料应用具有迫切性[EB/OL]. 中国环境网, 2025-07-10.

<http://cenews.com.cn/news.html?aid=1513989>, 引述中国国际可持续交通创新和知识中心主任郭杰在 2025 (第十三届) 亚洲炼油和化工科技大会上的发言。

²国务院关于印发《2024—2025 年节能降碳行动方案》的通知(国发〔2024〕12 号) [EB/OL]. (2024-05-23) [2026-08-17]. 自然资源部转载, https://www.gov.cn/zhengce/content/202405/content_6954322.htm

本文从车辆纵向动力学出发, 建立考虑道路纵断面线形参数的能耗解析模型, 形式简洁、物理意义明确, 旨在为纵断面方案能耗快速比选提供理论工具, 为绿色公路设计提供定量依据。

1.2. 国内外研究现状

国外学者在车辆能耗模型方面开展了大量工作。美国环境保护署开发的 MOVES 模型将车速和机动车比功率与能耗及排放速率相关联, 应用广泛[3]; 弗吉尼亚理工大学开发的 VT-micro 模型基于速度和加速度瞬态值估算油耗, 计算效率高, 但属经验回归模型, 瞬态精度有限。此外, 国外学者从纵向动力学视角分析了纵坡对车速及能耗的影响, 提出了道路几何线形对能耗和排放的能效评级方法。总体而言, 国外研究多以数值仿真或经验回归为主, 缺乏便于工程初步估算的解析工具。

国内学者也开展了系统探索。在理论模型层面, 有学者建立了“公路路线-汽车运行响应模型”[4], 包含速度预测和油耗预测两大模块, 采用“极限功率法则”作为速度计算准则。在纵坡与油耗定量关系方面, 研究发现油耗与速度呈二次关系、与纵坡呈正比例关系; 有学者结合货车动力学与 MOVES 模型分析了纵坡值对油耗排放的量化影响; 也有研究基于 OBD 数据建立了纵坡路段碳排放率的 BP 神经网络预测模型[5], 或构建了考虑速度、加速度和坡度的比功率综合油耗模型。在纵断面节能优化方面, 遗传算法被用于纵断面线形优化, 以土石方成本和燃油成本之和为目标函数[6]。近年来, 纯电动汽车纵坡能耗特性也开始受到关注, 有研究指出现行纵坡设计标准主要依据燃油车辆制定, 难以反映电动汽车的坡道能耗与速度衰减特征。

在车辆能耗模型的理论分类方面, 已有研究通常将能耗模型分为白箱模型(基于物理机理的解析模型)、黑箱模型(基于数据驱动的经验/机器学习模型)和灰箱模型(介于两者之间的半解析模型)。VT-micro 模型和 MOVES 模型属于典型的黑箱或灰箱模型——前者基于大量实验数据回归得到油耗与速度、加速度的经验关系, 后者将车速和机动车比功率与排放速率相关联——两者均依赖实验标定, 在不同工况下的泛化能力有限。在解析模型方面, 部分学者从车辆纵向动力学出发推导了包含坡度的能耗表达式, 也有研究基于能量耗散理论分析了变坡度条件下的交通流能耗规律。然而, 这些解析工作或侧重于单一坡度的影响分析, 或未将竖曲线、组合坡段等纵断面要素系统纳入同一框架。国内学者建立的“公路路线-汽车运行响应模型”[4]在理论框架上较为完整, 但其核心在于速度预测与动力学响应计算, 未给出可直接用于工程估算的闭合能耗表达式。本文与上述研究的主要区别在于: 第一, 从能耗基本积分形式出发, 针对单一纵坡、组合坡段、含竖曲线坡段分别推导了显式闭合解析式, 而非数值迭代或经验回归公式; 第二, 将纵坡度、坡长、竖曲线等纵断面要素统一纳入同一模型框架, 可覆盖实际道路纵断面的主要线形组合; 第三, 模型参数均为车辆和道路的基本物理量, 计算仅需四则运算, 可直接服务于工程初步设计阶段的方案比选。

综合来看, 现有研究存在以下不足: 研究方法上依赖数值模拟或经验回归, 模型复杂、成本高, 不利于工程快速应用; 模型形式上缺乏将纵断面参数显式纳入的解析表达式; 研究内容上多聚焦单一坡度, 对坡长、竖曲线等要素综合考量不足。针对上述问题, 本文拟建立显式包含纵坡度、坡长、竖曲线的能耗解析模型, 为纵断面节能设计提供简便的估算工具。

1.3. 研究内容与技术路线

本文围绕纵断面线形与车辆能耗的定量关系, 开展四项研究工作:

- 1) 建立考虑道路纵坡的纵向动力学能耗解析模型, 明确滚动阻力、空气阻力、坡度阻力的数学表达, 推导包含纵坡参数的能耗基本表达式;
- 2) 针对单一纵坡(匀速/变速)、组合坡段、含竖曲线坡段分别推导能耗闭合表达式, 建立覆盖典型纵

断面要素的公式体系;

3) 利用模型对纵坡度、坡长、车速、车重等参数进行敏感性分析, 识别关键影响因素;

4) 选取典型纵断面算例, 将模型计算结果与已有研究结论进行趋势对比, 验证模型作为工程估算工具的合理性。

技术路线遵循“理论推导-公式演绎-参数分析-案例验证”的逻辑: 从牛顿第二定律出发建立纵向动力学方程; 推导包含纵坡参数的能耗解析式; 按不同纵断面线形条件分别演绎公式; 进行参数敏感性分析并绘制曲线; 通过典型算例验证并展示方案比选应用。全程不依赖商业仿真软件, 所有计算均可通过解析公式手算或借助基础办公软件完成, 体现了模型作为快速估算工具的便捷性。

2. 车辆纵向动力学基础与纵坡阻力

车辆在道路上行驶时, 其能耗水平从根本上取决于驱动力需要克服的行驶阻力。为了建立道路纵断面线形与车辆能耗之间的定量关系, 首先需要从车辆纵向动力学的基本原理出发, 明确各项行驶阻力的物理本质与数学表达, 进而建立包含纵坡参数的驱动力平衡方程与能耗基本定义。本章构成全文理论分析的力学基础。

2.1. 车辆纵向动力学基本方程

车辆在道路纵坡上行驶时, 可将其视为一个在坡面上运动的质点或刚体系统。沿车辆行驶方向(即纵坡方向)应用牛顿第二定律, 驱动力与各项行驶阻力之间满足如下平衡关系:

$$ma = F_t - \sum F_{\text{res}}$$

其中, m 为车辆质量(kg), a 为车辆沿行驶方向的加速度(m/s^2), F_t 为车辆驱动力(N), $\sum F_{\text{res}}$ 为车辆行驶过程中所受到的各项阻力之和(N)。当车辆匀速行驶时, 加速度 $a = 0$, 驱动力恰好等于各项阻力之和; 当车辆加速行驶时, 驱动力大于阻力之和, 多余的驱动力用于提供加速度所需的惯性力; 当车辆减速行驶时, 驱动力小于阻力之和。

车辆在道路上行驶时所受的阻力主要包括以下四类: 滚动阻力 F_f 、空气阻力 F_w 、坡度阻力 F_i 以及加速阻力 F_j 。其中, 滚动阻力、空气阻力和坡度阻力在任何行驶条件下均存在, 属于“被动阻力”; 加速阻力仅在车辆速度变化时出现, 属于“惯性阻力”。据此, 可将纵向动力学方程进一步展开为:

$$ma = F_t - F_f - F_w - F_i$$

或等价地写成驱动力等于各项阻力之和的形式:

$$F_t = F_f + F_w + F_i + ma$$

上式中, ma 项即为加速阻力 F_j (规定加速时为正, 减速时为负)。上述方程是车辆纵向动力学分析的基本出发点, 也是本文后续能耗推导的理论基石。

2.2. 滚动阻力

滚动阻力是由于轮胎与路面之间的接触变形、轮胎材料内摩擦以及路面变形等引起的能量损耗。当轮胎在路面上滚动时, 轮胎与路面的接触区域产生不对称的压应力分布, 导致地面法向反力的作用点相对于轮胎重心前移, 形成阻碍轮胎滚动的力矩。

对于在水平路面上行驶的车辆, 滚动阻力通常表示为:

$$F_w = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$$

其中, g 为重力加速度(取 9.8 m/s^2), f 为滚动阻力系数, 是一个无量纲参数。滚动阻力系数取决于路面类型、轮胎结构、胎压、车速等诸多因素。在典型工程估算中, 滚动阻力系数的取值范围如表 1 所示。

Table 1. Reference values of rolling resistance coefficient for different pavement types

表 1. 不同路面类型下的滚动阻力系数参考值

路面类型	滚动阻力系数 f
优质沥青或水泥混凝土路面	0.010~0.015
一般沥青或水泥混凝土路面	0.015~0.020
碎石路面	0.020~0.035
土路(干燥平整)	0.035~0.060

当车辆行驶在坡道上时, 路面对车辆的法向反力不等于车重 mg , 而是车重垂直于坡面方向的分量 $mg \cos \alpha$, 其中 α 为路面与水平面的夹角(即纵坡坡角)。因此, 坡道上的滚动阻力应修正为:

$$F_f = mg \cos \alpha$$

对于一般公路而言, 纵坡度通常不超过 $8\% \sim 10\%$, 对应的坡角 α 不超过 $5^\circ \sim 6^\circ$ 。在此条件下, $\cos \alpha$ 与 1 的差异小于 1% , 因此在实际工程估算中可以忽略 $\cos \alpha$ 项, 直接采用 $F_f = mgf$ 。为保持理论推导的严谨性, 本文在推导过程中保留 $\cos \alpha$ 项, 在后续数值计算中根据精度需要再做近似处理。

2.3. 空气阻力

空气阻力是车辆行驶时空气介质对车身产生的阻力, 其方向与车辆行驶方向相反。当车辆行驶速度较低时, 空气阻力的数值较小, 可以忽略不计; 但当车速较高(特别是超过 60 km/h)时, 空气阻力成为不可忽视的能耗来源。

根据流体力学的基本原理, 空气阻力与空气密度、车辆迎风面积、车速的平方以及车辆的空气动力学造型密切相关。其标准表达式为:

$$F_w = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$$

其中, C_D 为空气阻力系数(无量纲), 取决于车身外形, 一般轿车约为 $0.28 \sim 0.35$, SUV 约为 $0.35 \sim 0.45$, 货车约为 $0.6 \sim 0.9$; A 为车辆迎风面积(m^2), 即车辆行驶方向上的投影面积, 一般轿车约为 $1.8 \sim 2.2 \text{ m}^2$, SUV 约为 $2.5 \sim 3.0 \text{ m}^2$, 货车则更大; ρ 为空气密度(kg/m^3), 在海平面标准大气条件下约为 1.225 kg/m^3 , 随海拔升高而减小; v 为车辆相对空气的速度(m/s), 在无风条件下即为车辆行驶速度。

值得注意的是, 道路纵坡的存在并不直接改变空气阻力的表达形式, 因为空气阻力取决于车速而非坡度。然而, 纵坡会对车辆的实际行驶速度产生影响——上坡时速度下降、下坡时速度上升——从而间接改变空气阻力的大小。这一间接效应将在本文第三章的速度 - 坡度耦合分析中予以考虑。

2.4. 坡度阻力与能耗基本定义

坡度阻力是车辆在坡道上行驶时重力沿坡面方向的分量, 是建立纵坡 - 能耗关系的核心桥梁。当车辆在坡度角为 α 的坡道上行驶时, 车辆重力 mg 可分解为垂直于坡面的分量 $mg \cos \alpha$ 和平行于坡面的分量 $mg \sin \alpha$, 后者即为坡度阻力:

$$F_i = mg \sin \alpha$$

坡度阻力的方向取决于行驶方向与坡度的相对关系：上坡行驶时，坡度阻力方向与行驶方向相反，阻碍车辆前进，驱动力需要额外克服这部分阻力；下坡行驶时，坡度阻力方向与行驶方向相同，推动车辆前进，驱动力相应减小。当坡度较大、下坡车速较快时，驾驶员甚至可能需要施加制动力来控制车速。

对于一般公路纵坡而言，坡度角 α 较小， $\sin \alpha \approx \tan \alpha = i$ 成立，其中 i 为道路纵坡度(用小数或百分数表示)。因此坡度阻力可近似为：

$$F_i \approx mg \cdot i$$

当 i 为正时表示上坡， i 为负时表示下坡。这一近似表达式形式极为简洁，便于后续的解析推导和工程估算，是本文模型所采用的基本形式。

在明确了各项阻力之后，可以给出车辆行驶能耗的基本定义。车辆从位置 s_1 行驶到 s_2 的过程中，驱动力所做的功即为车辆的能量消耗，其数学定义为：

$$E = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

将纵向动力学方程 $F_t = F_f + F_w + F_i + ma$ 代入上式，并注意 $ma = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{ds}$ ，得到：

$$E = \int_{s_1}^{s_2} \left(F_f + F_w + F_i + mv \frac{dv}{ds} \right) ds$$

其中各项积分的物理含义分别是：滚动阻力能耗、空气阻力能耗、坡度阻力能耗以及动能变化项。将各阻力表达式代入，能耗可进一步展开为：

$$E = \int_{s_1}^{s_2} \left[mgf \cos \alpha(s) + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2(s) + mg \sin \alpha(s) + mv(s) \frac{dv}{ds} \right] ds$$

上式是本文能耗分析的基本积分形式。式中各量均可能是沿路程 s 变化的函数：坡度角 $\alpha(s)$ 取决于道路纵断面线形，车速 $v(s)$ 取决于驾驶工况和坡度的共同作用。在不同纵断面线形条件下对上式进行化简和求解，即为本文第三章的核心工作。

本章从牛顿第二定律出发，建立了车辆在坡道上行驶的纵向动力学基本方程，系统梳理了滚动阻力、空气阻力和坡度阻力的物理本质与数学表达，并给出了车辆能耗的基本积分定义。上述工作为第三章中不同纵断面线形条件下的能耗公式推导奠定了完整的力学基础。

3. 考虑纵断面线形的能耗解析模型

第二章已经建立了车辆在坡道上行驶的纵向动力学方程，并给出了能耗的基本积分定义式。本章的任务是：在第二章理论框架的基础上，针对不同类型的纵断面线形要素，从能耗基本积分形式出发推导出可方便应用于工程估算的闭合解析表达式。需要指出的是，前文已明确本文将能耗定义为驱动力沿行驶路程所做的功，因此下文涉及“能耗”之处均指车辆从动力系统输出的机械能(对于燃油车即为发动机输出功，对于电动车即为电机输出功)，而非一次能源消耗量。这一界定保证了模型建立在纯粹的力学基础之上，不受具体动力类型的干扰。

3.1. 单一纵坡路段匀速行驶工况

对于单一纵坡路段，纵坡度 i 为常数。上坡时 $i > 0$ ，下坡时 $i < 0$ ，平坡时 $i = 0$ 。若车辆以恒定速度 v 通过该路段(加速度 $a = 0$)，则纵向动力学方程简化为驱动力等于各项阻力之和：

$$F_t = mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 + mgi$$

上式中滚动阻力项已采用小坡度近似 $f \cos \alpha \approx f$, 坡度阻力项采用 $mg \sin \alpha \approx mgi$, 与第二章的近似处理保持一致。当车辆通过长度为 L 的路段时, 能耗为驱动力与行驶距离的乘积:

$$E_{\text{flat}}(i) = \left(mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 + mgi \right) \cdot L$$

定义常数项 $A_0 = mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$, 它代表平坡匀速行驶时的单位里程能耗(即不包含坡度阻力的“基准能耗”), 则上式可简化为:

$$E_{\text{flat}}(i) = (A_0 + mgi) \cdot L = A_0 L + mgiL$$

上式的物理意义十分清晰: 车辆在坡道上匀速行驶的能耗等于“平坡基准能耗”加上“克服坡度阻力所需克服的功”。上坡时 $i > 0$, 需额外付出 $mgiL$ 的能量; 下坡时 $i < 0$, 车辆在坡度方向上获得能量的释放($mgiL$ 为负值), 总能耗相应减少。

值得注意的是, 上坡与下坡虽然坡度绝对值相同, 但能耗变化量并不完全对称——上坡时能耗增加 $mg|i|L$, 下坡时能耗减少 $mg|i|L$, 从能量守恒的角度看似是对称的。然而, 下坡时车辆面临制动问题, 实际驾驶员往往需要施加制动力来控制车速, 导致部分重力势能未能回收而是以热能形式耗散于制动器中, 这一实际因素使得上下坡能耗在实际中呈现不对称性。本文模型暂不考虑制动能量回收, 因此上下坡在纯力学意义下是对称的, 这是模型的一个理论简化, 也是后续可扩展的方向之一。

3.2. 单一纵坡路段变速行驶工况

更为一般的情况是车辆通过坡段时速度发生变化。上坡时因坡度阻力增加, 若驱动力功率受限, 车辆将减速行驶; 下坡时因坡度阻力变为驱动力, 若驾驶员不施加制动, 车辆将加速行驶。此时加速度 $a \neq 0$, 能耗公式中包含动能变化项。

假设车辆在坡段起点的速度为 v_0 , 终点速度为 v_1 , 沿坡段的速度分布 $v(s)$ 已知, 则能耗为:

$$E_{\text{var}} = \int_0^L \left[mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2(s) + mgi + mv(s) \frac{dv}{ds} \right] ds$$

对上式逐项积分。滚动阻力项和坡度阻力项均为常数, 积分结果为 $(mgf + mgi)L$ 。空气阻力项因速度沿程变化而成为积分 $\frac{1}{2} C_D A \rho \int_0^L v^2(s) ds$, 这一项取决于速度随路程的变化规律。动能变化项可化为全微分积分:

$$\int_0^L mv \frac{dv}{ds} ds = \int_{v_0}^{v_1} mv(v_1^2 - v_0^2)$$

因此, 变速工况下的能耗表达式为:

$$E_{\text{var}} = (mgf + mgi)L + \frac{1}{2} C_D A \rho \int_0^L v^2(s) ds + \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_0^2)$$

这个表达式说明: 变速行驶的能耗由三部分组成——滚动阻力和坡度阻力的直接耗能、空气阻力沿程积分耗能、车辆动能的变化。当 $v_1 = v_0$ (匀速) 时, 上式自动退化还原为 3.1 节的匀速公式, 表明匀速工况是变速工况的一个特例。

为了得到闭合形式的表达式以便快速估算, 需要给出速度沿坡段分布 $v(s)$ 的具体形式。在道路纵断面设计的初步阶段, 一种简便而合理的做法是假设车辆速度沿坡段呈线性变化, 即 $v(s) = v_0 + \frac{v_1 - v_0}{L} s$ 。代入空气阻力积分项可得:

$$\int_0^L v^2(s) ds = \frac{L}{3} (v_0^2 + v_0 v_1 + v_1^2)$$

于是变速工况的闭合表达式为:

$$E_{\text{var}} = (mgf + mgi)L + \frac{1}{6} C_D A \rho L (v_0^2 + v_0 v_1 + v_1^2) + \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2)$$

当需要进一步考虑坡度对速度变化的影响时, 可以引入“极限功率法则”建立 v_0 与 v_1 之间的关系。根据该法则, 当车辆以接近其最大驱动力功率 P_{max} 行驶时, $F_t \cdot v \approx P_{\text{max}}$ (常数), 结合纵向动力学方程 $F_t = mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 + mgi$, 可反解出车辆在该坡道上能够维持的稳态速度 v 。如果该速度低于设计速度, 则车辆将降速至该稳态值, 由此可确定 v_0 与 v_1 的具体数值。

3.3. 组合坡段

实际道路纵断面是由多个不同坡度的坡段连接而成的组合坡段。设全线由 n 个坡段组成, 第 j 段的坡度为 i_j 、长度为 L_j , 车辆通过该段起点和终点的速度分别为 $v_{j,0}$ 和 $v_{j,1}$ 。由于各坡段首尾相接, 第 j 段的终点速度即为第 $j+1$ 段的起点速度: $v_{j,1} = v_{j+1,0}$ 。

依据 3.1 节和 3.2 节的结论, 全线总能耗为各坡段能耗的代数和:

$$E_{\text{total}} = \sum_{j=1}^n E_j$$

对于各坡段内速度近似匀速的工况:

$$E_{\text{total}} = \sum_{j=1}^n (A_0 + mgi_j) L_j = A_0 \sum_{j=1}^n L_j + mg \sum_{j=1}^n i_j L_j$$

其中, $\sum_{j=1}^n L_j$ 为全线总长度, $\sum_{j=1}^n i_j L_j$ 为各坡段坡度与长度乘积之和, 其物理意义是全线累计高程变化量。这一表达式揭示了一个重要结论: 在匀速假设下, 道路纵断面的总能耗仅取决于总里程和总高差, 与各坡段的排列顺序无关。这意味着, 对于给定的起点和终点高程, 无论中间设置多少个变坡点、坡度如何起伏, 匀速行驶工况下的理论总能耗是相同的。这一结论的理论基础是能量守恒——在匀速行驶且忽略制动能量耗散时, 车辆克服重力所做的净功仅取决于起终点高差。

然而, 实际中车辆在各坡段上的行驶速度并非恒定, 上坡减速、下坡加速导致速度分布不均匀, 从而使空气阻力项和动能变化项产生顺序依赖性。因此, 考虑变速效应的组合坡段能耗问题实质上是一个序列优化问题——如何排列各坡段使总能耗最小? 这正是纵断面节能设计的理论核心所在。

3.4. 含竖曲线的坡段

竖曲线是纵断面上两个相邻坡段之间的过渡曲线, 其作用在于实现坡度的平滑过渡, 保证行车舒适与安全。在竖曲线范围内, 坡度 i 不再是常数, 而是沿曲线连续变化的。

以常见的竖曲线线形为例, 设竖曲线起点桩号为 s_a 、起点坡度为 i_a , 终点桩号为 s_b 、终点坡度为 i_b , 竖曲线半径为 R (凸形为正、凹形为负), 则曲线范围内任一点 $s \in [s_a, s_b]$ 处的坡度可表示为:

$$i(s) = i_a + \frac{i_b - i_a}{L_c} (s - s_a)$$

其中, $L_c = s_b - s_a$ 为竖曲线长度。将上式代入能耗基本积分式, 得到竖曲线路段能耗:

$$E_c = \int_{s_a}^{s_b} \left[mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2(s) + mg \cdot i(s) + mv(s) \frac{dv}{ds} \right] ds$$

若忽略竖曲线范围内的速度变化(认为 v 为常数), 并忽略空气阻力项的变化, 则能耗可近似为:

$$E_c = \left(mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 \right) L_c + mg \int_{s_a}^{s_b} i(s) ds$$

而 $\int_{s_a}^{s_b} i(s) ds$ 的几何意义是竖曲线范围内的高差变化量, 等于 $\frac{i_a + i_b}{2} L_c$ (梯形面积公式)。于是:

$$E_c = \left(mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 + mg \cdot \frac{i_a + i_b}{2} \right) L_c$$

上述结果表明, 竖曲线路段的能耗可按“平均坡度” $\bar{i} = \frac{i_a + i_b}{2}$ 等效为一个等效单一坡段来计算。

这一结论大大简化了含竖曲线的纵断面能耗估算——只需将竖曲线用其平均坡度替代, 即可纳入组合坡段的计算框架之中。竖曲线半径对能耗的直接影响主要体现在车速的连续性上(半径过小可能导致车辆在变坡点处剧烈减速), 但这一效应已包含在变速速度分布的选取之中, 模型中不再显式出现 R 。

4. 参数分析与典型算例

4.1. 参数敏感性分析

采用控制变量法, 逐一分析各参数对能耗的影响。基准计算参数参考典型中型货车, 取值如表 2 所示。

Table 2. Baseline calculation parameters

表 2. 基准计算参数

参数	符号	取值	单位
车辆质量	m	8000	kg
滚动阻力系数	f	0.015	-
空气阻力系数	C_D	0.65	-
迎风面积	A	6.0	m ²
空气密度	ρ	1.225	kg/m ³
重力加速度	g	9.8	m/s ²

表中各参数的取值依据如下: 车辆质量 $m = 8000$ kg 参考了典型中型货车的整备质量范围[7]; 滚动阻力系数 $f = 0.015$ [8]和空气阻力系数 $C_D = 0.65$ [9]参考了典型货车在良好路面上的常用取值; 迎风面积 $A = 6.0$ m² 参考了中型货车迎风面积的典型范围; 空气密度 $\rho = 1.225$ kg/m³ 为标准大气条件下的常用值; 重力加速度 $g = 9.8$ m/s² 为工程计算常用值。

固定基本工况: $v = 60$ km/h ≈ 16.67 m/s, $L = 1000$ m。计算平坡基准能耗:

$$\begin{aligned} A_0 &= mgf + \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 = 8000 \times 9.8 \times 0.015 + 0.5 \times 0.65 \times 6.0 \times 1.225 \times (16.67)^2 \\ &= 1176 + 665 = 1841 \text{ J/m} \end{aligned}$$

即平坡每公里基准能耗约为 1.84×10^6 J。

坡度的影响: 固定其他参数, 令 i 从 0% 变化至 8%。由式 $E = (A_0 + mgi)L$ 可知, E 随 i 线性增加。坡度每增加 1%, 每公里附加能耗 $\Delta E = 8000 \times 9.8 \times 0.01 \times 1000 = 7.84 \times 10^5$ J, 约为平坡能耗的 42.6%。可见纵坡度对能耗的影响极为显著。

车速的影响: 固定 $i = 3\%$, 令 v 从 40 km/h 变化至 100 km/h。空气阻力项与 v^2 成正比, 当车速从 40

km/h 增至 100 km/h 时, 空气阻力能耗由约 0.30×10^6 J/km 增至 1.85×10^6 J/km, 增幅超过 500%。车速越高, 空气阻力能耗占比越大, 纵坡附加能耗的相对占比则相应降低。

车重的影响: 固定 $i = 3\%$, 令 m 从 5000 kg 变化至 25,000 kg。滚动阻力和坡度阻力均与 m 成正比, 重载车辆的纵坡附加能耗远大于轻载车辆。这表明纵坡设计应重点考虑货车比例较高的路段。

4.2. 典型纵断面算例

设某路段全长 3 km, 由三个 1 km 坡段组成, 起终点高差相同, 设计速度 60 km/h。对比两种纵断面方案:

方案 A: +1%、0%、-1% (缓坡方案);

方案 B: +4%、-2%、-1% (陡坡方案)。

计算参数同 4.1 节: $m = 8000$ kg, $v = 60$ km/h (16.67 m/s), $L = 1000$ m。由前文已算得平坡基准能耗 $A_0 = 1841$ J/m。

单一坡段能耗公式为:

$$E = (A_0 + mg \cdot i) \times L$$

代入 $mg = 8000 \times 9.8 = 78,400$ N, $L = 1000$ m:

方案 A 第 1 段(+1%):

$$E = (1841 + 78,400 \times 0.01) \times 1000 = (1841 + 784) \times 1000 = 2.625 \times 10^6 \text{ J}$$

方案 A 第 2 段(0%):

$$E = (1841 + 0) \times 1000 = 1.841 \times 10^6 \text{ J}$$

方案 A 第 3 段(-1%):

$$E = (1841 - 784) \times 1000 = 1.057 \times 10^6 \text{ J}$$

方案 A 合计:

$$2.625 \times 10^6 + 1.841 \times 10^6 + 1.057 \times 10^6 = 5.523 \times 10^6 \text{ J}$$

方案 B 结果同理。

计算匀速工况下各坡段能耗, 结果如表 3 所示。

Table 3. Comparison of energy consumption for each section under two schemes ($\times 10^6$ J)
表 3. 两方案各坡段能耗对比($\times 10^6$ J)

坡段	方案 A	方案 B
第 1 段(1 km)	2.625	4.977
第 2 段(1 km)	1.841	0.273
第 3 段(1 km)	1.057	1.057
合计	5.523	6.307

方案 B 总能耗比方案 A 高 $6.307 - 5.523 = 0.784 \times 10^6$ J, 增幅约 14.2%。尽管两方案起终点高差相同 (总高差均为 0 m), 但方案 B 在第 1 段陡上坡(+4%)付出了极高的能耗代价, 即便第 2 段陡下坡(-2%)大幅节省了能耗, 总能耗仍然高于方案 A。该算例说明: 纵断面的坡度分配方式直接影响总能耗, 将坡度

均匀化、避免出现大坡度路段, 有利于降低车辆运营能耗。

4.3. 讨论

上述算例验证了模型的两个基本功能: 其一, 能够快速估算任意纵断面方案的能耗值; 其二, 能够为不同方案之间的能耗比较提供定量依据。整个计算过程仅涉及四则运算, 无需任何专业软件, 适合在道路方案设计阶段作为初步比选工具使用。

需要说明的是, 本文模型计算的是理论能耗值, 实际油耗或电耗还需考虑动力系统效率、换挡策略、制动能量回收等因素。但对于“不同纵断面方案哪个更节能”这一相对比较问题, 模型给出的结论具有明确的参考价值。此外, 本模型的参数均为车辆和道路的基本物理参数, 物理意义清晰, 便于工程人员理解和使用。

需要指出的是, 本文模型输出的是车辆驱动力所做的机械功, 即车轮处的输出能量, 而非燃油或电能消耗量。将机械能耗换算为实际燃油或电能消耗, 需引入动力系统的平均效率系数。对于传统燃油车, 发动机有效热效率通常为 25%~40%, 经传动系统至车轮的综合效率约为 20%~30% [7]; 对于纯电动汽车, 电机及驱动系统的综合效率通常可达 85%~93%。黄万友等[10]对纯电动汽车驱动电动机系统效率特性的台架测试结果表明, 驱动电动机系统效率超过 80% 的区域占整个测试范围的 77.1%, 所建效率模型的最大相对误差为 3.9%, 验证了电机系统效率模型的有效性。实际燃油消耗量可按下式估算: $V_f = E / (\rho_f \cdot \eta_f)$, 其中 E 为本文模型输出的机械能(J), ρ_f 为燃油热值(汽油约 44 MJ/kg), η_f 为动力系统综合效率; 实际电能消耗量则为 $E_e = E / \eta_e$, η_e 为电驱动系统综合效率。不同车型、不同工况下的效率系数差异较大, 实际应用时应根据具体车型的动力系统参数选取合适的效率值。

此外, 本文模型尚未考虑道路平曲线半径、横向坡度以及交通流状态(如车距、加减速频率等)对能耗的影响。平曲线路段车辆需额外克服转弯阻力, 横向坡度则改变轮胎的侧向受力状态, 两者均会对实际能耗产生一定影响; 交通流状态则通过影响车辆的加速度分布来改变能耗水平。后续研究可在本文解析框架的基础上, 引入平曲线半径修正系数和交通流特征参数(如平均车头时距、加减速次数等), 建立更为全面的道路线形 - 交通流 - 能耗耦合模型。

5. 结论与展望

5.1. 主要结论

本文从车辆纵向动力学原理出发, 建立了考虑道路纵断面线形的车辆能耗解析模型, 推导了单一纵坡(匀速及变速)、组合坡段及含竖曲线坡段的能耗闭合表达式, 并通过参数敏感性与典型算例验证了模型的可用性。主要结论如下:

本文推导的能耗解析式将纵坡度、坡长、车速、车重等参数显式纳入同一表达式, 形式简洁、物理意义明确, 无需借助专业仿真软件即可完成道路纵断面方案的能耗估算。

参数敏感性分析表明: 纵坡度每增加 1%, 每公里附加能耗约为平坡基准能耗的 42%; 空气阻力能耗与车速平方成正比, 车速越高纵坡附加能耗的相对占比越低; 重载车辆的纵坡能耗远高于轻载车辆, 纵断面设计应重点关注货车通行路段。

组合坡段算例表明: 在起终点高差相同的条件下, 采用缓坡均匀起伏的方案比陡坡方案节能约 14%, 纵断面的坡度分配方式对运营能耗具有显著影响, 节能设计应将坡度均匀化、避免陡坡路段。

5.2. 展望

本文模型基于理想化的力学假设, 存在以下局限, 有待后续深入研究:

1) 本文采用小坡度近似($\sin \alpha \approx i$), 对于坡度超过 8% 的极限路段, 建议保留三角函数精确形式进行计算。

2) 变速工况下本文假设速度沿坡段线性变化, 实际速度分布受动力系统特性、换挡策略、驾驶行为等因素影响更为复杂, 后续可引入更多实测数据加以改进。

3) 模型未考虑制动能量回收, 对于电动汽车下坡时的再生制动场景, 可进一步建立包含能量回收的修正模型。

4) 本文给出的是机械能理论值, 实际油耗或电耗需结合不同类型车辆的动力系统效率进行换算, 后续可将模型扩展至燃油车与电动车的对比分析。

参考文献

- [1] 贾兴利, 秦雪芳, 周吴啸, 等. 公路坡度差对车辆尾气排放的影响分析[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(3): 1265-1270.
- [2] 郑克梅, 涂圣文, 黄道欣, 等. 双车道公路纵坡坡度与货车油耗排放的量化关系研究[J]. 中国水运(下半月), 2019, 19(12): 129-131.
- [3] 孙文圃, 许金良, 景立竹, 等. 基于 MOVES 的高速公路纵坡段载重柴油车辆碳排放预测模型的研究[J]. 公路交通科技, 2015, 32(12): 144-150.
- [4] 李伟. “公路路线——汽车运行响应模型”的研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 长安大学, 2002.
- [5] 戴逢瑞, 杨璟仪, 王晓飞. 基于 BP 神经网络的小汽车纵坡路段运行碳排放率预测[J]. 广东公路交通, 2023, 49(3): 79-84.
- [6] 周方明, 罗志明. 基于遗传算法的高速公路纵断面节能设计[J]. 公路交通科技, 2011, 28(6): 51-56+82.
- [7] 余志生. 汽车理论[M]. 第 5 版. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [8] 高延龄. 汽车运用工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990.
- [9] Heisler, H. (2002) Advanced Vehicle Technology. 2nd Edition, Butterworth-Heinemann.
- [10] 黄万友, 程勇, 李闯, 等. 纯电动汽车驱动电动机系统效率模型的试验[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2012, 33(3): 259-263.