Modern Physics 现代物理, 2019, 9(6), 282-288
Published Online November 2019 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/mp
https://doi.org/10.12677/mp.2019.96028

Hans汉斯

An Analysis of the Contradiction between the Principle of Uncertainty and the Concept of Material Wave

Yifeng Wang

Kunming Institute of Physics, Kunming Yunnan
Email: wangyifeng63@sina.com

Received: Oct. 15th, 2019; accepted: Nov. 4th, 2019; published: Nov. 11th, 2019

Abstract

The relationships among the mass, energy and momentum of photon are introduced. It is pointed out that the wavelength and frequency of photon are auxiliary variables of no physical significance. The uncertainty principle and the concept of matter wave play a fundamental role in quantum mechanics. Both of them are all related to Planck's constant. Based on the dimensional analysis method, their relationships with Planck's constant are discussed. The results show that the uncertainty principle and the concept of matter wave are contradictory.

Keywords

Uncertainty Principle, Matter Wave, Planck's Constant, Principle of Light Speed, Dimensional Analysis

试析不确定性原理与物质波概念之间的矛盾

王忆锋

昆明物理研究所，云南 昆明
Email: wangyifeng63@sina.com

收稿日期：2019年10月15日；录用日期：2019年11月4日；发布日期：2019年11月11日

摘　要

介绍了光子质量、能量和动量三者之间的关系。指出光子的波长和频率是没有物理意义的辅助变量。不确定性原理和物质波概念在量子力学中具有基础性的地位，它们均与普朗克常数有关。基于量纲分析方

文章引用: 王忆锋. 试析不确定性原理与物质波概念之间的矛盾[J]. 现代物理, 2019, 9(6): 282-288.
DOI: 10.12677/mp.2019.96028

法，探讨了两者与普朗克常数之间的关系，结果表明不确定性原理和物质波概念是互相矛盾的。

关键词

不确定性原理，物质波，普朗克常数，光速原理，量纲分析

1. 引言

不确定性原理和物质波概念在量子力学中具有基础性的地位，它们均与普朗克常数 h 有关，其中不确定性原理可以表述为 $\Delta x \cdot \Delta p \ge h$，物质波概念可以表述为 $\lambda p = h$。本文基于量纲分析方法，探讨了两者与普朗克常数 h 之间的关系，结果表明不确定性原理和物质波概念是互相矛盾的。

2. 光子质量、能量和动量三者之间的关系

质量体包括了物质、物体、质点、粒子等一切有质量的东西或者实在。质量、能量和速度三者之间在量纲上存在下列关系[1] [2] [3] [4]

$$\text{能量} \equiv \text{质量} \times (\text{速度})^2 \tag{1}$$

这里用“≡”表示量纲意义上的等价关系。量纲相同不一定量值相等。本文用符号“=”表示量值或者数值意义上的等量关系。

光子是以光速运动的质量体。对于以光速 c 运动的质量体，该质量体的能量 E、质量 M 和速度 c 三者之间满足下列关系

$$E = Mc^2 \tag{2}$$

式(2)为光子的质量－能量关系式，或称为光速原理[1]，有关该式的推导过程可见文献[4]。

爱因斯坦提出的光(量)子能量模型为

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hv \tag{3}$$

式中，h (= 6.626×10^{-34} J·s)为普朗克常数，λ 为波长，$v = c/\lambda$ 称为光子频率。

表面上看，式(3)中没有包含光子的质量，但是因为普朗克常数中有焦耳(J)，而焦耳(J)定义为

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s})^2 \tag{4}$$

即焦耳(J)的定义中包括质量的量纲(千克，kg)，所以实际上式(3)隐含地与质量相关。事实上，国际度量衡委员会(CIPM)已经用普朗克常数来定义“千克”。联立(2)和(3)两式可以求出光子质量为

$$M = \frac{h}{\lambda c} \tag{5}$$

将动量记为 p。在量纲关系上有

$$\text{动量} \equiv \text{质量} \times \text{速度} \tag{6}$$

在式(2)两端除以光速 c，可得

$$\frac{E}{c} = Mc \tag{7}$$

式(7)具有动量的量纲。

对于一个质量为 M 的质量体，当它以光速 c 运动时，其动量为

$$p = Mc \tag{8}$$

于是由式(5)可以写出

$$Mc = p = \frac{h}{\lambda} \tag{9}$$

3. 光子的波长和频率是没有物理意义的辅助变量

波长是与波相关联的一个概念。从历史过程来看，首先是求解麦克斯韦方程组可以导出光速，而麦克 斯韦方程组的解满足波动方程，这就很容易让人联想到光是波，于是光有波长；其次是爱因斯坦提出光(量)子能量模型即式(3)，该式中的参数 λ 被称为光子波长一直延续至今，下面分析一下参数 λ 量纲的由来。

式(3)是一个光子能量模型。由于不同的光子具有不同的能量，而 h 和 c 均为常数，所以首先必须引入一个变量才能表示不同光子的能量大小。其次分析一下该变量应该具有的量纲。hc 乘积的量纲为 $\mathrm{J\cdot s} \times \mathrm{m\cdot s^{-1}} = \mathrm{J\cdot m}$，所以引入的变量量纲必须为 m；同时为了消去 hc 乘积中所包含的量纲 m，引入的变量必须放在分母，这样构造出来的关系才具有能量的量纲 J；假如 hc 的量纲不是 $\mathrm{J\cdot m}$ 而是其他量纲的组合，那么引入的变量参数 λ 肯定将不再是长度的量纲，而是另外某种新量纲，这时是不是又认为光子具有这种新量纲所描述的性质呢？

因为光子频率 $\nu = c/\lambda$，如果光子波长是一个没有物理意义的辅助变量，那么相应的光子频率也是一个没有物理意义的辅助变量。

4. 从普朗克常数的角度看不确定性原理和物质波概念之间的矛盾

考察一下普朗克常数的量纲，可以看到

$$\text{长度}(\text{的量纲}) \times \text{速度}(\text{的量纲}) \times \text{质量}(\text{的量纲}) \equiv \text{普朗克常数}h(\text{的量纲}) \tag{10}$$

或者简写为

$$\text{长度} \times \text{速度} \times \text{质量} \equiv h \tag{11}$$

根据式(6)，即动量≡质量×速度，故式(11)还可以改写为

$$\text{长度} \times \text{动量} \equiv h \tag{12}$$

普朗克常数 h 有一个特别的性质，即在基本物理常数中，它是一个最小的常数[5]，这意味着 h 具有不可超越的极限意义，于是可以把式(11)和(12)中的恒等关系“≡”换成大于等于关系“≥”，即在量值关系上有

$$\text{长度} \times \text{质量} \times \text{速度} \ge h \tag{13}$$

以及

$$\text{长度} \times \text{动量} \ge h \tag{14}$$

式(14)的左端因为只有长度和动量这两个参数，所以在普朗克常数 h 的约束下，这两个参数之间构成

反比关系，即一个参数的数值越大，则另外一个参数的数值越小。而式(14)左端是三个参数的连乘，此时再谈论它们之间的关系到底是正比关系还是反比关系已经没有多少意义。

由于对任何一个物理量进行测量都不可能得到一个绝对准确的数值，即使利用最好的测量技术，测量值和真实值之间也存在差异或误差。本文用符号 Δ 表示误差。

设 x 表示位置的确定量/真实值，每次测量的结果为$(x \pm \Delta x)$；m 表示质量的确定量/真实值，每次测量的结果为$(m \pm \Delta m)$；p 表示动量的确定量/真实值，每次测量的结果为$(p \pm \Delta p)$。作为简单讨论，下面只考虑正误差的情况。

将位置测量值$(x + \Delta x)$与动量测量值$(p + \Delta p)$相乘并展开，有

$$(x+\Delta x)\cdot(p+\Delta p)=x\cdot p+x\cdot\Delta p+\Delta x\cdot p+\Delta x\cdot\Delta p \tag{15}$$

在式(15)中，最后一项 $\Delta x\cdot\Delta p$ 具有最小的数值，即

$$x\cdot p > x\cdot\Delta p > \Delta x\cdot p > \Delta x\cdot\Delta p$$

因为普朗克常数 h 是一个最小的常数，则必有

$$\begin{cases} x\cdot p \ge h \\ x\cdot\Delta p \ge h \\ \Delta x\cdot p \ge h \\ \Delta x\cdot\Delta p \ge h \end{cases} \qquad \Delta x \ne 0, \Delta p \ne 0 \tag{16}$$

其中最小项为

$$\Delta x\cdot\Delta p \ge h \tag{17}$$

否则就意味着还存在一个量纲和 h 相同、同时量值比 h 还小的物理常数，而这样的物理常数在现有物理知识体系构架中是不存在的。

式(17)是海森堡 1927 年提出的不确定性原理[6] (uncertainty principle，中文物理教科书以前译作“测不准原理[7] [8] [9]”，近年来改称为“不确定性原理[6]”)。关于式(17)，海森堡写道：“……，位置测定得越准确，动量的测定就越不准确，反之亦然[10]。”

为了在记号上与光子频率 ν 区分，本文将速度记为 u。根据动量的定义，

$$p+\Delta p=(m+\Delta m)\cdot(u+\Delta u)=m\cdot u+m\cdot\Delta u+\Delta m\cdot u+\Delta m\cdot\Delta u \tag{18}$$

故式(15)还可以写为

$$\begin{aligned}(x+\Delta x)\cdot(p+\Delta p)&=(x+\Delta x)\cdot(m+\Delta m)\cdot(u+\Delta u)\\&=x\cdot m\cdot u+x\cdot m\cdot\Delta u+x\cdot\Delta m\cdot u+x\cdot\Delta m\cdot\Delta u\\&\quad+\Delta x\cdot m\cdot u+\Delta x\cdot m\cdot\Delta u+\Delta x\cdot\Delta m\cdot u+\Delta x\cdot\Delta m\cdot\Delta u\end{aligned} \tag{19}$$

并有

$$\begin{cases} x\cdot m\cdot u \ge h \\ x\cdot m\cdot\Delta u \ge h \\ x\cdot\Delta m\cdot u \ge h \\ x\cdot\Delta m\cdot\Delta u \ge h \\ \Delta x\cdot m\cdot u \ge h \\ \Delta x\cdot m\cdot\Delta u \ge h \\ \Delta x\cdot\Delta m\cdot u \ge h \\ \Delta x\cdot\Delta m\cdot\Delta u \ge h \end{cases} \qquad \Delta x \ne 0, \Delta m \ne 0, \Delta u \ne 0 \tag{20}$$

DOI: 10.12677/mp.2019.96028

其中最小项为

$$\Delta x\cdot\Delta m\cdot\Delta u\geq h \tag{21}$$

如果质量是确定的，即 $\Delta m=0$，则有

$$\begin{cases} x\cdot m\cdot u\geq h \\ x\cdot m\cdot\Delta u\geq h \\ \Delta x\cdot m\cdot u\geq h \\ \Delta x\cdot m\cdot\Delta u\geq h \end{cases}\quad \Delta x\neq 0,\Delta u\neq 0 \tag{22}$$

其中最小一项为

$$\Delta x\cdot m\cdot\Delta u\geq h \tag{23}$$

关于式(23)，“海森堡指出，粒子位置的不确定性乘上粒子质量再乘以速度的不确定性不能小于一个确定量——普朗克常数。并且，这个极限既不依赖于测量粒子位置和速度的方法，也不依赖于粒子的种类[10]”，这表明海森堡不认为三个量之间有逻辑上的相互关联。

$\Delta m=0$ 实际上引入了质量不变或者质量守恒的概念。但是不能因为质量守恒就认为质量没有不确定性，因为毕竟质量具体有多少也是测量出来的。所以广义的不确定性原理应该采用式(21)。

至此可以看到，同一个普朗克常数 h 可以与三个表达式相对应，即式(17)、(21)和(23)，其中除了式(21)，另外两个表达式海森堡都给出了解释。从数学角度来看两种解释都没错，但是要把相应的数学意义延伸到物理层面可能就有问题。例如对于式(17)，表面上看，因为 h 是一个常数，所以 Δx 和 Δp 两者之间构成一种反比关系，但是这种反比关系在逻辑上并不等价于“一个参数测得越准，另外一个参数测得就越不准”。

物理规律具有唯一性。普朗克常数 h 与其他参数之间的关系本质上是同一个问题，海森堡因式而异给出了两种不一样的解释，这一点本身就不满足物理规律的唯一性。这很可能意味着普朗克常数 h 与其他参数之间的关系没有物理意义。

式(23)是质量没有确定性即 $\Delta m=0$ 时的结果。按照同样的逻辑，既然有 $\Delta m=0$，当然也可以有 $\Delta x=0$、$\Delta p=0$，此时有

$$(x+\Delta x)\cdot(p+\Delta p)=x\cdot p=h \tag{24}$$

也就是说，此时不确定性被确定性所替代。由此可以写出

$$x=\frac{h}{p} \tag{25}$$

或者

$$p=\frac{h}{x} \tag{26}$$

换言之，不确定性原理实际上可以从不确定性过渡到确定性，但是这种过渡不应该伴随有物理意义具体属性的改变。

波长的量纲为长度。如果将长度理解为波长 λ，则有[5] [8]

$$\lambda=\frac{h}{p} \tag{27}$$

或者[7] [11]

$$p = \frac{h}{\lambda} \tag{28}$$

这就是德布罗意提出的物质波概念：“物体若以大小为 p 的动量运动时，则伴随有波长为 λ 的波[8]”。

由式(27)、(28)可以写出

$$\lambda p = h \tag{29}$$

反过来看，既然对任何一个物理量进行测量都不可能得到一个绝对准确的数值，波长是物理量，所以对波长也不可能得到一个绝对准确的数值 λ、而是$(\lambda \pm \Delta\lambda)$，式(29)中没有出现 $\Delta\lambda$ 项，说明波长的不确定性为零；同理，式(29)中没有出现 Δp 项，说明动量的不确定性为零；这两点综合在一起，说明物质波对应的是确定性，物质波的不确定性等于零；不确定性原理讲的是不确定性不等于零，这就产生了一个问题：一个理论体系是否可以同时存在两个相互矛盾的概念？

位置和波长虽然都是长度量纲，但是它们的物理含义是不同的。事实上，如式(24)所示，只要令 $\Delta x = 0$、$\Delta p = 0$，同样可以在不确定性原理中引入确定性，即有 $x \cdot p = h$，同时做到长度量纲在实质意义上的一致性。从逻辑上说，如果可以存在 $\lambda \cdot p = h$，那么同样可以存在 $x \cdot p = h$，由此产生另外一个问题：是否成立 $x = \lambda$？上述分析过程可以归纳为图 1 所示。

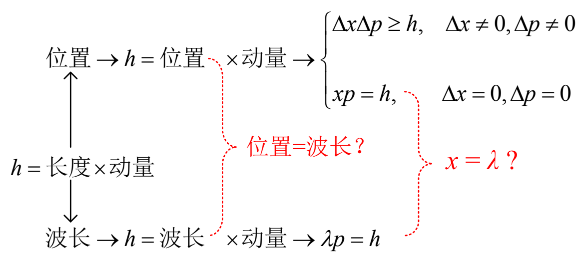

Figure 1. Two relations corresponding to Planck's constant h
图 1. 普朗克常数 h 对应的两种关系

另外可以注意到，对于一个质量为 M 的质量体，当它以光速 c 运动时，其动量为

$$p = Mc \tag{30}$$

代入式(28)可以得到

$$M = \frac{h}{\lambda c} \tag{31}$$

该结果与式(5)相同。根据式(2)，有

$$M = \frac{E}{c^2} \tag{32}$$

将式(32)代入式(31)，可以写出

$$E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \tag{33}$$

该结果与式(3)相同，这说明从数学角度看，爱因斯坦的光(量)子模型只是物质波概念的一种特例，但是在物理意义上，前者是粒子，后者是波，这本身就是一个矛盾；本文第 3 节已经论证了光子的波长是没有物理意义的辅助变量，由此倒推回去，结论就是：物质波的波长也是没有物理意义的辅助变量，物质波是一个不需要的概念。

5. 结束语

不确定性原理本质上是由于普朗克常数为最小的物理常数、而位置和动量乘积的量纲恰好与普朗克常数的量纲相同所决定的，仅此而已，并没有太多的物理意义。可以想像，如果最小的物理常数不是普朗克常数 h，而是另外一个具有其他量纲的物理常数，那么相应地调整一下量纲，同样可以写出类似的“不确定性原理”。

另外，虽然位置和波长具有相同的长度量纲，但是在具体的物理意义上两者是不同的。当不确定性等于零时，不确定性原理表明位置和动量的乘积等于普朗克常数，物质波概念讲的是波长和动量的乘积等于普朗克常数，由此可能导致位置等于波长这一不符合常识的结论。换言之，两者之中必有一个可以剔掉，而比较合理的是剔掉没有物理意义的那一个。物质波的波长和光子波长一样，也是一个没有物理意义的概念，相应地，物质波概念是没有物理意义的；既然不确定性原理与物质波概念是矛盾的，那么后者就可以剔掉。

“物质波以及波动现象在量子论里有较大的作用[8] (第 46 页)”，另一方面，不确定性原理“是量子力学的组成部分，同时也是它的天然而直接的结论[9] (第 57 页)”。如果剔掉物质波概念，再加上不确定性原理没有多少物理意义，量子力学理论的基础或将被动摇。

参考文献

[1] 王忆锋. 光速原理及其推论[J]. 现代物理, 2019, 9(5): 227-245.

[2] 王忆锋. 论光子本性的公理化逻辑分析[J]. 云光技术, 2017, 49(3): 41-65.

[3] 王忆锋. 论若干物理问题的量纲分析方法[J]. 云光技术, 2018, 50(2): 42-51.

[4] 王忆锋. 基于量纲分析从物理和数学角度推导光速原理[J]. 现代物理, 2019, 9(5): 183-190.

[5] 沈乃澂. 基本物理常数 1998 年国际推荐值[M]. 北京: 中国计量出版社, 2004.

[6] 赵凯华, 罗蔚茵. 量子物理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.

[7] 犬石嘉雄, 滨川圭弘, 白藤纯嗣. 半导体物理[M]. 张志杰, 郗小林, 雷京贵, 等, 译. 周绍康, 校. 北京: 科学出版社, 1986.

[8] 野村昭一郎. 量子力学入门[M]. 李彬, 黄东律, 康昌鹤, 等, 译. 北京: 高等教育出版社, 1985.

[9] D. S. 萨克森. 初等量子力学[M]. 苏耀中, 叶安祚, 译. 北京: 高等教育出版社, 1985.

[10] 不确定性原理. 百度百科. https://baike.baidu.com/item/不确定性原理/473553?fr=aladdin

[11] 井孝功. 量子力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.