

对引力质量的性质的一点 简单探讨

苑新喜

中国地质大学(武汉)数学与物理学院, 湖北 武汉

收稿日期: 2024年8月22日; 录用日期: 2024年9月15日; 发布日期: 2024年9月23日

摘要

引力质量在引力作用中的角色, 如同电荷在电磁作用中的角色, 因此有时引力质量又可称为引力荷。如果从引力荷这一角色看待引力质量, 引力质量就应该和电荷一样服从于一定的物理原理或规则。本文根据物理定律之间的逻辑关联性简单地探讨了引力质量所可能具有的一些性质, 如相对论不变性、量子化、一致性和守恒性等特性以及一些相关问题。

关键词

引力质量, 相对论不变性, 量子化, 一致性, 守恒性

A Simple Discussion on the Properties of Gravitational Mass

Xinxi Yuan

School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan Hubei

Received: Aug. 22nd, 2024; accepted: Sep. 15th, 2024; published: Sep. 23rd, 2024

Abstract

The role that gravitational mass plays in gravitational interaction is the same as that of electric charge in electromagnetic interaction, so gravitational mass is sometimes also called gravitational charge. Gravitational mass, like electric charge, might be subject to some physical principles or rules, if it is looked at from the role of gravitational charge. In this paper, according to the logical relationships between the physical laws, a simple discussion is given on some properties in which gravitational mass might possibly behave, such as relativistic invariance, quantization, consistency and conservativeness, along with some interrelated things.

Keywords

Gravitational Mass, Relativistic Invariance, Quantization, Consistency, Conservativeness

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在物理学中，引力质量通常是和惯性质量相对比着来说的[1]-[6]。在牛顿第二定律和牛顿万有引力定律这两个著名的基本物理定律建立之后，人们反过来再次从这两个定律的角度审视质量的物理效应，从而引申出这两个不同的质量概念。人们从牛顿第二定律觉察出的是一个标度物体的运动惯性大小的质量，而从牛顿万有引力定律觉察出的却是一个标度物体的引力作用大小的质量，于是人们将前者定义为惯性质量，将后者定义为引力质量以示区分。质量原本是一个人们生活中常用的基本概念，在这之前一般也仅仅表示一个物体所含物质的多少。引力质量和惯性质量的区分可以看成是人们对质量认知的一次深化和觉悟。

1905年，爱因斯坦创立了狭义相对论，狭义相对论给人们带来了一次对质量和能量认知的根本性的变革。从爱因斯坦提出的两个原理出发，通过逻辑推理，狭义相对论不仅以等式 $E = mc^2$ 将一定的质量和一定的能量对应起来，而且还引出了静质量[1] [7] [8]、运动质量(也称相对论质量) [1] [7] [8]和电磁质量[7]-[9]等概念，这可以看成是人们对质量认知的又一次的深化和觉悟。由此可以看出，伴随着物理学理论的发展，人们对质量的认知逐步深入，质量的概念也变得丰富多样。在这种情形下，既对引力质量的甄别提出了一定的要求，同时也为引力质量的特征或性质的明辨提供了一定的条件。

引力质量在引力作用中的地位，如同电荷在电磁作用中的地位，因此有时引力质量又可称为引力荷。我们认为，如同电荷和其它物理实在量一样，作为引力之源的引力质量(即引力荷)应该和它所参与的物理过程一起，同步受到一定的物理学定律的约束和限制，既不是绝对的，也不是完全独立的，因此引力质量自身应该满足一定的理论逻辑要求，即遵守和服从一定的物理原理和规则，不能是一个可以随意的或任意的量值。总之，引力质量应该呈现出一定的可明确辨析的物理性质或特性。本文根据物理定律之间的逻辑关联性，简单地探讨了引力质量所可能具有的一些性质，如相对论不变性、量子化、一致性和守恒性等特性以及一些相关问题。

尽管爱因斯坦的广义相对论取得了巨大的成功，但是这不代表它就是最终的引力理论，引力理论中仍然有许多基本问题有待进一步探讨[10]，如广义相对论表述下的引力场还未能完全量子化，引力场能量-动量的数学表述还未完全统一。对引力之源的特性即引力质量的性质的探讨或在一定程度上有助于引力理论的进一步完善和发展。

2. 引力质量的相对论不变性

相对论不变性是指一个物理量在不同惯性参考系中保持不变。最典型的例子就是电荷具有相对论不变性，即一个带电粒子的电荷的电量与带电粒子自身的运动速度无关，与参考系的选择无关。电荷的相对论不变性其实是与电磁场的麦克斯韦方程组的协变性相关联的。

真空中的麦克斯韦电磁场方程组为： $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ ， $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$ ， $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0$ ， $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 。其中， \mathbf{J} 和 ρ 分别是电荷密度和电流密度，常数 ε_0 和 μ_0 以等式 $\varepsilon_0 = 1/4\pi k$ 和 $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$ 关联着

库仑常数 k 与真空中的光速 c 。麦克斯韦电磁场方程组在洛伦兹时空坐标变换下具有协变性, 即在任何惯性参考系中方程组的形式保持不变。只有电荷具有相对论不变性, 才能保证麦克斯韦电磁场方程组的四维形式, 使麦克斯韦电磁场方程组呈现出协变性[7] [8]。

由于牛顿万有引力定律 $F = Gm_1m_2/r^2$ 与库仑定律在形式上高度相似性, 历史上不少研究者将引力场与电磁场作类比研究[11]-[17]。首先是麦克斯韦本人就将电场的能量密度公式直接推广到引力场。其后不同形态的引力场的麦克斯韦方程(组)被不同的研究者一再提出[11]-[17]。在此我们仅列举一个典型的或代表性的引力场的麦克斯韦方程组[18]: $\nabla \times \mathbf{g} = -\partial \mathbf{b} / \partial t$, $\nabla \times \mathbf{b} = -\mu_{0G} \mathbf{J}_m + \mu_{0G} \epsilon_{0G} \partial \mathbf{g} / \partial t$, $\nabla \cdot \mathbf{g} = -\rho_m / \epsilon_{0G}$, $\nabla \cdot \mathbf{b} = 0$ 。这里 \mathbf{g} 表示引力场强度(通俗地说就是重力加速度), \mathbf{b} 表示引力磁场(gravitomagnetic field [14]), $\epsilon_{0G} = 1/4\pi G$, $\mu_{0G} = 1/\epsilon_{0G}c^2$, ρ_m 和 \mathbf{J}_m 分别表示引力质量密度和引力质量流密度, 对应电磁场的 ρ 和 \mathbf{J} , 下同。如同上述电磁场和电荷, 引力场的麦克斯韦方程组的协变性必然要求引力荷(即引力质量)具有相对论不变性。

我们注意到, 由于爱因斯坦广义相对论的巨大成功, 引力场的麦克斯韦方程组常常作为它的一个弱场近似来讨论和应用[13]。即便如此, 为了保证这个弱场近似的理论可靠性, 也要考虑一下引力场的麦克斯韦方程组的协变性, 这必然进一步涉及引力质量的相对论不变性的问题。从这样一个理论逻辑的角度看, 本文作者 2011 年所提出“狭义相对论意义上的静质量 m_0 是引力源”的论点[17]具有一定的合理性。

根据爱因斯坦的狭义相对论, 一个静质量为 m_0 的物体以速度 v 运动时, 其运动质量为 $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 。将这样一个狭义相对论意义上的静质量 m_0 定义为引力质量(即引力源或引力荷), 不仅使引力质量自动具有相对论不变性, 而且还使引力质量具有一定可辨析的特殊性。

首先, 如果将狭义相对论意义上的静质量 m_0 定义为引力质量, 那么与物体的动能对应的那部分运动质量即 $m - m_0$ 就不能再认定为引力质量, 因为很明显 $m - m_0$ 这部分运动质量不具有相对论不变性, 它随着物体速度的变化而改变, 随着参考系的改变而变化。这同时也就是说物体的动能不具有引力效应, 它对物体的引力质量无贡献。推而广之, 分子原子热运动(如固体中分子原子的振动)的动能也不具有相对论不变性, 这种形式或形态的能量对物体的静质量(即引力质量)无贡献。

其次, 如果将狭义相对论意义上的静质量 m_0 定义为引力质量, 那么电磁质量就不能认定为引力质量, 同时就可以认为电磁场能量(如 $\epsilon_0 \mathbf{E}^2 / 2$)不具有引力效应。根据狭义相对论 $E = mc^2$ 这一质量和能量的对应关系, 电磁场能量所对应的质量称为电磁质量[7]-[9]。电磁质量不能认定为引力质量, 或者说电磁场能量对引力质量无贡献, 这一推论是有理论逻辑依据的。当物体运动时 $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, 即静质量 m_0 对应的能量与动量变化只与速度 v 的大小有关。但是, 当电磁场运动时, 电磁场的能量和动量变化不仅仅与速度 v 的大小有关, 而且还与运动方向、电磁场的空间分布形状、介电常数、磁导率、波模和波矢等有关[9] [19]。这也就是说, 与静质量 m_0 相比, 电磁场或许有着完全不同的物理本质。

既然动能和电磁场能量无引力效应, 对物体的引力质量无贡献, 如果在理论逻辑上再往前走一步, 我们可以进一步推断: 作为物体引力之源的引力质量通常情况下与温度 T 无关, 与物体的热力学状态无关。(注: 此处“通常情况下”不包含热核反应和高能物理粒子碰撞之类极端物理条件, 关于这一点我们在后面还有进一步的讨论。)回过头来看, 作为电磁作用之源的电荷也恰恰与温度 T 无关, 与物体的热力学状态无关。

为了进一步说明静质量 m_0 的特殊性, 我们举一个例子作为本节的结尾。在讲解狭义相对论的教材上通常会看到这样的例子[1]: 两个静质量都是 m_0 的物体, 以相同的速率 v 相向运动, 做完全非碰撞后合成一个静质量为 M_0 的物体, 根据动量守恒和能量守恒可求得 $M_0 = 2m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 。在这个例子中, 静质量 m_0 和 M_0 都类似于普通物理学中的“质点” [1], 不具有任何具体的物质结构; 而且两个物体碰撞前所具

有的宏观动能在碰撞后无条件地转化成静质量，成为静质量 M_0 的一部分。如果考虑到物质结构组成和“动能对静质量无贡献”这两方面的因素，上述例子无论在宏观现实物体上还是在微观实际粒子上，都是很难发生的，除非还有某种特殊的巧合。不可想象两个电子或两个中子按上述碰撞形式能够合成一个新的复合粒子，也不可想象两个氢原子可以按上述碰撞形式能够合成一个新的氢分子。

3. 引力质量的量子化

引力质量的量子化也和引力场的麦克斯韦方程组存在一定的逻辑关联。一个明显的关联如下：如果存在磁单极[20]，电磁场的麦克斯韦方程组更具有对称性，而狄拉克曾经明确提出磁单极的存在与电荷的量子化存在着逻辑关联，因此已经有研究者遵循狄拉克的推理方法，从假想的“点状”引力磁极(gravitipoles)的出发得到了一个(引力)质量的量子化公式 $m = (2\pi\hbar/\gamma)n$ [21]，其中 n 为一整数， γ 为一未知的待定参数。我们在文献[22]中也从另外一条逻辑思维途径讨论了引力质量的量子化，认为引力质量的量子化在逻辑上关联着引力场的负能量问题。

引力场的负能量问题是由麦克斯韦提出的。集电磁场理论之大成的麦克斯韦以其理论思维的敏锐性，将电场的能量密度公式 $\epsilon_0 E^2/2$ 直接推广到引力场。因为物体之间的引力势能是负的，因此对应的这个引力场能量密度公式在数值上必须是负的，即 $-\epsilon_{0G} g^2/2$ 。但麦克斯韦本人却认为，这个为“负值”的引力场的能量密度是不可接受的，于是麦克斯韦最终放弃了对引力场的进一步研究[11]。此后引力场的负能量问题一直是引力场的麦克斯韦方程组进一步发展和应用的一个理论障碍。文献[22]认为，引力质量的量子化可以化解引力场的这个负能量问题。

文献[22]的逻辑思维简述如下。文献[22]首先阐明了电场能量密度公式 $\epsilon_0 E^2/2$ 与量子化的基元电荷的自有电磁场能量无关。因此，若引力质量量子化，每个引力质量的基本单元可以称为基元引力荷。基元引力荷当然自有引力场，宏观引力场就可以看成是这些基元引力荷的自有引力场的矢量合成。与 $\epsilon_0 E^2/2$ 对应的宏观引力场的能量密度 $-\epsilon_{0G} g^2/2$ 仅仅表示基元引力荷之间的某种程度和范围的相互作用能， $\epsilon_{0G} g^2/2$ 与基元引力荷的自有引力场的能量完全无关！基元引力荷之间的相互作用能可正可负，而基元引力荷的自有引力场的能量是引力质量的基本单元的物质组成部分，只能是正值。目前基元电荷(如电子)的自有电磁场能量(即电磁质量)仍是一个悬而未决的问题[7]-[9]，基元引力荷的自有引力场的能量完全可以留待以后解决。引力质量的量子化就此在一定程度上可以消除人们对引力场的麦克斯韦方程组的质疑。

不仅如此，引力质量的量子化还能在一定程度上化解“主动引力质量”与“被动引力质量”的问题[23][24]。“主动引力质量”(active gravitational mass)与“被动引力质量”(passive gravitational mass)这一对概念是一个逻辑思辨的产物。当一个宏观物体对其它物体施加引力作用时，这个物体的引力质量称为“主动引力质量”；反过来，这个宏观物体也会受到其它物体(对它施加的)引力作用，这时这个宏观物体的引力质量称为“被动引力质量”。在逻辑上仔细辨析起来，同一宏观物体的“主动引力质量”与“被动引力质量”未必等值或等同。但是，如果引力质量是量子化，每一个宏观物体的引力质量就是由一个个完全等值的质量基本单元(即前述基元引力荷)组成，这些质量基本单元彼此相同且对等，每个质量基本单元的“主动引力质量”与“被动引力质量”就可在逻辑形式上等值，这样每个宏观物体的“主动引力质量”与“被动引力质量”自然等值。

4. 引力质量的宏观测量与微观测量的一致性

引力质量的一致性讨论的是质量测量方法或标度一致性。在现实的科研工作中，宏观物体的质量测量方法与微观带电粒子的质量测量方法是本质上截然不同的两种方法。宏观物体的质量测量是用物理天

平来实现的,这种用已知的质量去测未知的质量的测量方法所依靠的基础正是引力效应,即 $F = mg$ 。即便是 Kibble balance 这一类天平的一侧所依靠的仍然完全是引力效应[5]。微观带电粒子的质量测量是用高精度的质谱仪来实现的[25],这种应用带电粒子不同的荷质比[26]进行质量测量或标度的方法所依靠的基础却完全是电磁场效应,即 $F = qE$ 和 $F = qv \times B$,与引力效应完全无关。这两种截然不同的测量方法在理论原理上无法保证引力质量自身的宏观标度与微观标度的一致性。

首先,实验材料种类的局限性,并非所有的物质种类都通过广义相对论所谓的引力质量与惯性质量的等价性实验[27]。考虑到物质结构或状态的复杂性与未知性,不能完全排除某些种类物质的引力质量与惯性质量不完全等价。在这种可能的情况下,物理天平所测量出的宏观物体的质量只是它的引力质量,不是惯性质量。质谱仪所测出的微观带电粒子的质量却是(运动)惯性质量,而非引力质量。

其次,电子和质子是最基本的微观带电粒子,它们自身具有一定的电磁质量[7]-[9],也就是说,电子和质子的物质质量至少分成两部分,即电磁质量和非电磁质量。目前由于电子与质子的物质结构还有很多未知,它们各自电磁质量依然未知,应用质谱仪测量电子和质子在电磁场运动中的荷质比时,电磁质量和非电磁质量对电磁场作用的响应可能完全不同,(明确一点地说,即电磁质量与静质量 m_0 的动力学特征可能完全不同!)即对电磁质量而言,力学公式 $F = ma$ 和 $a_n = v^2/R$ 未必完全适用。因此,质谱仪所测出的微观带电粒子的惯性质量未必是粒子的全部惯性质量,有必要用纯引力效应的方法(如电子和质子在引力场中偏转)测量电子与质子等这些基本粒子的质量[27]。

现有的质量测量方法存疑,不代表测量方法错误或不可行,它只表示引力质量的宏观测量与微观测量的一致性是一个有待进一步澄清的问题,即需要进一步从理论上阐明引力质量与狭义相对论所引出的运动质量和电磁质量这二者的关系,并在实验上对此有更明确的验证。

5. 引力质量的守恒性

物理学中的许多基本定律所表达的正是某个物理量的守恒性,如能量守恒、动量守恒和角动量守恒等[1]。作为电磁作用之源的电荷也具有守恒性。简单地说,如果没有外部电荷的进入,一个系统的正负电荷的代数和将保持不变,这就是电荷守恒定律。电荷守恒定律的数学表达形式为 $\nabla \cdot \mathbf{J} + \partial \rho / \partial t = 0$ [7] [8],它因此也称为电流连续性方程。这个电流连续性方程是引入麦克斯韦电磁场方程组四维形式的一个前提[7];反之,电荷守恒定律也可以由麦克斯韦方程组导出[8],二者存在逻辑关联。因此,如果存在上述引力场的麦克斯韦方程组,那么在逻辑上也应有 $\nabla \cdot \mathbf{J}_m + \partial \rho_m / \partial t = 0$ 。这意味着引力质量和电荷一样要守恒,具有守恒性。下面我们从前述“狭义相对论意义上的静质量 m_0 是引力源”的论点出发探讨一下引力质量具有守恒性的逻辑后果。

首先是反粒子(反物质)的(引力)质量的符号问题[28],也就是“负质量”问题[16] [29]。作为电磁作用之源的电荷有正负之分,基本粒子一般都有反粒子,我们最熟悉的基本粒子电子和质子的反粒子分别是正电子(positron)和负质子(antiproton)。反粒子具有和对应的粒子等值的静质量,电荷是等值异号。下面我们以正电子为例来讨论反粒子质量的符号问题。静质量不为零的一对正、负电子相遇湮灭成一对静质量为零的伽马光子。在这个湮灭过程中,电荷肯定是守恒的。如果静质量守恒(即引力质量守恒),反粒子正电子的质量的符号就必须是负的,这样自然就有了“负质量”!这样引力质量也就和电荷一样有正负之分了。但是与电荷之间的作用正相反,同种质量相互吸引,异种(即异号)质量相互排斥[16] [29]。这与前面表述的引力场的麦克斯韦方程组一点也不矛盾,即引力场的麦克斯韦方程组在逻辑上允许“负质量”存在。文献[28]的研究结论仅仅是排除正电子质量为负号的可能性,它提供的实验证据是一个孤立的间接性证据,而且缺乏理论基础。因此,反粒子的引力质量的符号问题还存在一定的理论探讨余地[29]。

其次是核反应中引力质量的守恒问题。在核反应中存在质量亏损,亏损的质量就是原子核的静质量。

从“狭义相对论意义上的静质量 m_0 是引力源”的论点看，核反应中的引力质量不守恒。因此，在前面讨论引力质量与温度的关系时，将核反应这一物理过程排除在外。由于现在对核力的认知还不够透彻，而且核子的最大平均结合能相对较小，不足核子质量的百分之一[30]，因此目前我们也不能完全排除核反应中引力质量的守恒性。

由于现有的质量测量方法还存在着宏观上与微观上不一致的问题，引力质量守恒性的判定也因此显得相当复杂和困难。但是，无论是电磁场的麦克斯韦方程还是引力场的麦克斯韦方程，都存在一定的适用范围，而热核反应和高能粒子碰撞等之类的物理过程并不适合用麦克斯韦方程来描述。因此，如果是在麦克斯韦方程适用的范围内，讨论引力质量的守恒性是有一定意义的。

6. 总结

物理学是从时间、空间和质量等这些基本概念发展起来的，我们对这些基本概念的认知也随着物理学的发展而发展，从经典力学的绝对时空观到狭义相对论的相对时空观，再到广义相对论的时空弯曲论。在这个发展过程中，时间、空间和质量这些基本物理量在逻辑上不再是完全独立的，而是在逻辑上关联着一些物理学原理和规范。本文从一些物理定律之间的逻辑关联的角度，简单探讨了引力质量所可能具有的一些性质以及一些相关问题。

由于牛顿万有引力定律与库仑定律形式上的相似性，引力场和电磁场的类比研究由来已久，而且持续至今，引力场的麦克斯韦方程是这些类比研究的核心内容。本文由麦克斯韦方程引申出引力质量的相对论不变性、量子化和守恒性等特性，使得这些简明的特性具有一定的理论依据，从而也就使得这些引力质量的性质显示出一定的可信性。同时，本文还讨论了“狭义相对论意义上的静质量是引力源”这一论点的一些逻辑推论。这一论点不仅在理论上赋予了引力质量一个可以明辨的特征，以此将引力质量同惯性质量、运动质量和电磁质量等质量概念区分开来，它还凸显了当前引力质量的测量方法在宏观上与微观上的一致性。本文对引力质量的性质的这些探讨有待实验和理论的进一步检验和验证。

引力作用作为自然界中一种基本和广泛的作用，引力质量的性质应该属于引力理论乃至物理学的底层的逻辑认知，对引力质量的性质的探讨是必要的和重要的。因此，无论本文的探讨正确与否，对引力理论的研究都有一定的启示。

参考文献

- [1] 张三慧. 大学物理学(第三版 B 版上册) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 44, 51, 197.
- [2] Hobson, M.P., Efstathiou, G.P. and Lasenby, A.N. (2006) *General Relativity*. Cambridge University Press, 148. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511790904>
- [3] 陈斌. 广义相对论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2018: 82.
- [4] Koester, L. (1976) Verification of the Equivalence of Gravitational and Inertial Mass for the Neutron. *Physical Review D*, **14**, 907-909. <https://doi.org/10.1103/physrevd.14.907>
- [5] Mana, G. and Schlamminger, S. (2022) The Kilogram: Inertial or Gravitational Mass? *Metrologia*, **59**, Article ID: 043001. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ac7ca7>
- [6] 黄超光. 广义相对论讲义[M]. 北京: 科学出版社, 2023: 29.
- [7] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2008: 226, 259.
- [8] 蔡圣善, 朱耘, 徐建军. 电动力学[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2002: 294, 394.
- [9] 苑新喜. 关于电子电磁质量问题的一点探讨[J]. 甘肃科技纵横, 2016, 45(11): 70-74.
- [10] Gao, Q. (2022) Constraint on the Mass of Graviton with Gravitational Waves. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, **66**, Article No. 22041. <https://doi.org/10.1007/s11433-022-1971-9>
- [11] Sygne, J.L. (1972) Newtonian Gravitational Field Theory. *Il Nuovo Cimento B*, **8**, 373-390. <https://doi.org/10.1007/bf02743666>

- [12] Cattani, D.D. (1980) Linear Equations for the Gravitational Field. *Il Nuovo Cimento B*, **60**, 67-80. <https://doi.org/10.1007/bf02723068>
- [13] Harris, E.G. (1991) Analogy between General Relativity and Electromagnetism for Slowly Moving Particles in Weak Gravitational Fields. *American Journal of Physics*, **59**, 421-425. <https://doi.org/10.1119/1.16521>
- [14] Costa, L.F.O. and Natário, J. (2014) Gravito-Electromagnetic Analogies. *General Relativity and Gravitation*, **46**, Article No. 1792. <https://doi.org/10.1007/s10714-014-1792-1>
- [15] Tanışlı, M., Kansu, M.E. and Demir, S. (2014) Reformulation of Electromagnetic and Gravito-Electromagnetic Equations for Lorentz System with Octonion Algebra. *General Relativity and Gravitation*, **46**, Article No. 1739. <https://doi.org/10.1007/s10714-014-1739-6>
- [16] 潘根. 基础物理述评教程[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 2011: 368.
- [17] 苑新喜. 对脉冲双星 PSR 1913 + 16 引力辐射计算的一个注解[J]. 中国基础科学, 2011, 13(6): 12-13.
- [18] 苑新喜. 对引力红移的一种探索性解释[J]. 中国基础科学, 2012, 15(2): 11-13.
- [19] 苑新喜. 戴维孙-革末电子衍射实验数据的一点启示[J]. 科技创新与应用, 2024, 14(15): 92-95.
- [20] 陆海燕. 关于磁单极子的探索[J]. 物理通报, 2014(11): 122-124.
- [21] Zee, A. (1985) Gravitomagnetic Pole and Mass Quantization. *Physical Review Letters*, **55**, 2379-2381. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.55.2379>
- [22] 苑新喜. 由电荷的量子性看静电场的能量计算[J]. 物理通报, 2022, 51(9): 25-28.
- [23] Bartlett, D.F. and Van Buren, D. (1986) Equivalence of Active and Passive Gravitational Mass Using the Moon. *Physical Review Letters*, **57**, 21-24. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.57.21>
- [24] Singh, V.V., Müller, J., Biskupek, L., Hackmann, E. and Lämmerzahl, C. (2023) Equivalence of Active and Passive Gravitational Mass Tested with Lunar Laser Ranging. *Physical Review Letters*, **131**, Article ID: 021401. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.131.021401>
- [25] 张昌芳, 刘家福. 质谱仪的发明者阿斯顿[J]. 物理, 2005, 34(9): 689-691.
- [26] 周述苍, 杨燕婷, 周誉昌. 磁场中电子荷质比的测定[J]. 中国科技信息, 2009(14): 36-38, 40.
- [27] 苑新喜. 三种情形下引力质量与惯性质量等价关系的探讨[J]. 现代物理, 2024, 14(3): 118-123.
- [28] Schiff, L.I. (1958) Sign of the Gravitational Mass of a Positron. *Physical Review Letters*, **1**, 254-255. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.1.254>
- [29] Inomata, A. and Peak, D. (1969) Gravitational Coupling of Negative Matter. *Il Nuovo Cimento B*, **63**, 132-142. <https://doi.org/10.1007/bf02711049>
- [30] 杨福家. 原子物理学[M]. 第5版. 北京: 高等教育出版社, 2019: 277.