

基于电场作用构建四种场力的统一方程

肖 军¹, 张宏伟²

¹黄河科技学院物理系, 河南 郑州

²哈尔滨无线电管理处, 黑龙江 哈尔滨

收稿日期: 2024年12月27日; 录用日期: 2025年1月20日; 发布日期: 2025年1月27日

摘 要

统一四种场力是目前尚未解决的物理前沿课题之一。本文基于电场的散度方程证明四种场力都是电荷间电场作用的不同表现形式, 电荷是四种场力作用源。通过考虑粒子周围存在正负等量真空极化电荷云对所包裹电荷的附加作用, 首次导出在零距离作用无发散的四种场力作用势能和作用力数学表达式。熟知的牛顿万有引力、库仑电场力和汤川核力都是作用距离远远大于平衡作用距离情形时的结果。

关键词

理论物理, 大统一理论, 无发散作用势能, 真空极化电荷

Constructing a Unified Equation of Four Field Forces Based on the Effect of Electric Field

Jun Xiao¹, Hongwei Zhang²

¹Physics Department, Yellow River Institute of Science and Technology, Zhengzhou Henan

²Harbin Radio Management Office, Harbin Heilongjiang

Received: Dec. 27th, 2024; accepted: Jan. 20th, 2025; published: Jan. 27th, 2025

Abstract

Unifying the four kinds of field forces is one of the frontier topics in physics that have not been solved yet. Based on the divergence equation of electric field, this paper proves that all four kinds of field forces are different forms of electric field interaction between charges, and charges are the source of four kinds of field forces. By considering the additional effect of positive and negative vacuum polarized charge clouds around particles on the wrapped charges, the relationship between

文章引用: 肖军, 张宏伟. 基于电场作用构建四种场力的统一方程[J]. 现代物理, 2025, 15(1): 1-12.

DOI: 10.12677/mp.2025.151001

potential energy and action distance of four non-divergent field forces is derived for the first time, and all four field forces have equilibrium action distances. The well-known Newton's gravitational force, Coulomb's electric field force and Yukawa's nuclear force are all the results when the action distance is much larger than the equilibrium action distance.

Keywords

Theoretical Physics, Grand Unified Theories, Nonsingular Potential, Vacuum Polarization Charge

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

自然界中发现有四种不同场力, 它们分别是万有引力、电磁力、短程核力和弱力。按照量子场论(QFT)的观点, 它们都是通过交换玻色子产生的交换力, 并已建立不包括万有引力的大统一理论[1]-[4]。其方法是先求单粒子波动方程解, 然后把相互作用当作一种微扰来研究一个粒子被另一个粒子的散射, 通过分析碰撞粒子的振幅和散射, 可间接了解到三种场力作用的不同特性。理论在低能情形预言的结果都能被实验所证实, 但在高能情形还存在有未能解决的发散问题。特别是短程核力和弱力, 至今也没有导出类似库仑(Coulomb)电场力与作用距离间存在的数学关系式。半个多世纪以来, 人们对原子核中核力认知主要来源于实验, 两核子间的核力是短程吸引力, 在作用距离较小时会出现排斥力。根据对原子核结合能、核子散射截面、角分布和相移等实验数据的分析, 利用实验数据可拟合出核力作用势能函数, 经调节参数就能得到符合实验事实的核力位势及其它力学量的函数式。虽然用其能解释许多核物理现象, 但对核子间核力作用性质的研究仍然是建立在经验基础上的唯象理论, 而且也不能解释近距排斥力和零距离作用存在的发散问题。物理学的终极目标除要解决零距离作用发散问题外, 还要将包括引力在内的四种场力全部统一起来, 至今还没有找到可达到这一目标令人信服的方法。大多数学者认为, 必须提出崭新的思想才能把引力包括在自然界的统一论之中, 并相信在规范场理论[5]-[7]、弦论[8][9]、超对称性理论[10]和额外维度[11]等方面通过不断探索才能有所突破。

本文依据经典电磁场作用理论, 找到能将四种场力归结为电场作用的统一方法。笔者发现只要考虑粒子周围真空极化电荷云对所包裹带电粒子的附加作用, 由电场散度方程就知道两带电粒子间电场作用势能是满足常系数的二阶线性微分方程。由此方程不仅能导出无发散电磁场力与作用距离关系式, 在两电荷作用距离近到真空极化电荷发生重叠时, 还能导出无发散的短程核力与作用距离关系式, 而且方程的特解就是无发散短程弱力与作用距离关系式。笔者还发现万有引力也是一种电场力, 它是异性电荷间吸力略大于同数量同性电荷间斥力而产生的一种剩余电场引力。

2. 电磁场力在零距离作用存在发散问题的解决方法

在量子场论中, 库仑电场力在零距离作用出现发散问题还尚未找到有效解决方法, 目前使用的重正化解决方法并不能令人满意, 费曼曾说过“重整化的方式只是将无限大包装起来或用其他方式隐藏起来, 暂时规避困难, 但问题依然存在”。笔者利用泊松(Poisson)方程和高斯(Gauss)定理分析 Uehling 势[12]发现, 所有带电粒子周围都分布有正负等量真空极化电荷云, 其中与粒子电荷极性相反的真空极化电荷是分布在粒子质心处, 极性相同的真空极化电荷则分布在粒子质心外不确定空间内。进一步研究还发现,

在有外电场作用时, 这些真空极化电荷云是仅对所包裹的带电粒子有与外电场相反的附加作用, 考虑这种附加作用就能解决电场力在零距离作用时发散的世纪难题。

运动电荷激发有电场和磁场, 通过引入电势 φ 和矢势 $\mathbf{A}$ 可把电磁场的等效电场场强定义为

$$\mathbf{E} = -\nabla(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{u} \cdot \mathbf{A}$ 是与运动电荷激发磁场作用等效的电场势; $\mathbf{u}$ 是电荷运动速度。将(1)代入电场散度方程可知, 运动电荷激发电场和磁场的总电场势是满足泊松方程

$$\nabla^2(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) = -(\rho + \varepsilon\mu\mathbf{u} \cdot \mathbf{J})/\varepsilon \quad (2)$$

式中, ε 是介电常数; μ 是磁导率; ρ 是电荷体密度; $\mathbf{J}$ 是电流体密度。由(2)方程可解得运动电荷激发电磁场的总电势

$$\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int \frac{\rho(\mathbf{x}') + \varepsilon\mu\mathbf{u} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{x}')}{r} dV' \quad (3)$$

若把另一电荷 q 放到电磁场中, 以往认为电荷受到电场力的作用势能是 $V = q\varphi$, 其实这仅是静止电荷间的电场作用势能。若考虑矢势 $\mathbf{A}$ 的作用, 两运动电荷间电磁力的作用势能应是

$$V = q(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) \quad (4)$$

上式等号左边电场作用势能 V 是可观测量, 它不允许存在有发散结果。而等号右边电势 φ 和矢势 $\mathbf{A}$ 是不可观测量, 它允许存在有发散结果。零距离作用时左右两边就发散问题出现对立结果, 这表明右边一定还存在有未考虑到的作用势能。经笔者多年研究发现, 缺少的作用势能就是真空极化电荷云对所包裹带电粒子的作用势能 φ_q 。在有外电场作用时, 被作用电荷 q 除受到外电场电势 φ 和矢势 $\mathbf{A}$ 作用外, 还受到周围真空极化电荷附加电势 φ_q 作用, 因此电荷受到总电磁场作用的作用势能应是

$$V = q(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} + \varphi_q) \quad (5)$$

而且还发现 φ_q 是与外电场的电磁势成正比, 因此, 外电场的电磁势 $\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A}$ 与两带电粒子电磁力的作用势能 V 间的关系就可写成

$$\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} = \chi V / q \quad (6)$$

其中, $\chi = \chi(r)$ 是待定函数。将(6)代入(2)中则知, 两运动电荷间电磁力作用势能满足方程

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d(\chi V)}{dr} \right) = -q(\rho + \varepsilon\mu\mathbf{u} \cdot \mathbf{J})/\varepsilon \quad (7)$$

作 $r = 1/x$ 替换, 可把方程(7)写成关于 x 的线性二阶微分方程的完整形式

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{2}{\chi} \frac{d\chi}{dx} \frac{dV}{dx} + \frac{1}{\chi} \frac{d^2 \chi}{dx^2} V = -q(\rho + \varepsilon\mu\mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) x^{-4} \chi^{-1} / \varepsilon \quad (8)$$

而不是只含有 V 的二阶导数项, 还含有 V 的一阶导数项。由于电场满足叠加原理, 这要求方程系数是满足常系数二阶微分方程判别式 $\Delta = 0$, 即满足

$$\left(\frac{2}{\chi} \frac{d\chi}{dx} \right)^2 - 4 \left(\frac{1}{\chi} \frac{d^2 \chi}{dx^2} \right) = 0 \quad (9)$$

由此可导出待定函数 $\chi = e^{Rx}$, 其中 R 是积分常量。将其代入(8)中则知, 两运动带电粒子间电磁力的作用势能满足的方程确实是常系数二阶线性微分方程

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + 2R \frac{dV}{dx} + R^2 V = -q(\rho + \varepsilon\mu\mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) x^{-4} e^{-Rx} / \varepsilon \quad (10)$$

在真空情形, 由其齐次微分方程

$$\frac{d^2V}{dx^2} + 2R \frac{dV}{dx} + R^2V = 0 \quad (11)$$

可解得

$$V = C_1 x e^{-Rx} + C_2 e^{-Rx} = C_1 e^{-R/r} / r + C_2 e^{-R/r} \quad (12)$$

这就是两运动电荷间无发散电磁力的作用势能。在 $r \gg R$ 时比较(4)、(12)两式知, $C_1 = q(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A})r$ 和 $C_2 = 0$ 。于是, 有

$$V = q(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A})e^{-R/r} \quad (13)$$

再利用 $\mathbf{F} = -\nabla V$ 就可得到两运动电荷间的无发散电磁场作用力与作用距离间有关系式

$$\mathbf{F}(r) = q[\mathbf{E} + \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{A})](1 - R/r)e^{-R/r} \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = Q\mathbf{r}/4\pi\epsilon r^3 \quad (15)$$

$$\nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) = \mathbf{u} \times \mathbf{B} + 2\mathbf{A} \times \boldsymbol{\omega} + (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{A} \quad (16)$$

$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$; $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}/2$; $\varphi = Q/4\pi\epsilon r$; φ 是电荷 Q 激发电场的电势。

无发散电磁场作用力与劳伦兹(Foremtz)电磁场作用力明显不同, 其与矢势 $\mathbf{A}$ 有关的等效电场场强共有四项, 而不是仅有 $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ 项。另外, 它还存在有平衡作用距离 R , 并在零距离作用不再出现有发散结果。

图 1 中的红线就是两静止电荷间的无发散电场力变化曲线, 当 $r > R$ 时, 两电荷间是异号相吸, 同号相斥; 当 $r < R$ 时, 则是异号相斥, 同号相吸。库仑电场力就是 $R = 0$ 时的特例。

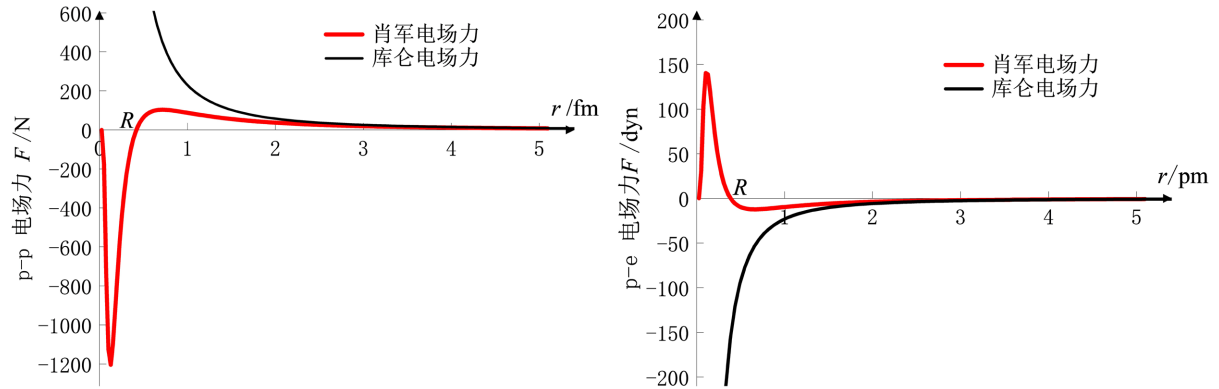


Figure 1. Graphs of non-radiative electric field force and coulomb electric field force

图 1. 无发散电场力和库仑电场力变化曲线

可见, 只要 R 的下限不为零, 就不会出现零距离作用发散问题。若 R 下限是 $4\sqrt{\hbar G/c^3\gamma}$, R 与两作用粒子的质量 M 、 m 就有关系式

$$R = \left(\hbar/\gamma_M Mc + GM/c^2 \right) + \left(\hbar/\gamma_m mc + Gm/c^2 \right) \quad (17)$$

式中, $\hbar = h/2\pi$; h 是普朗克(Planck)常数; γ_M 、 γ_m 是相对论因子; c 是光速; G 是牛顿(Newton)万有引力常数。由于 R 与相对论因子有关, 并在 $u \rightarrow c$ 时有 $R \rightarrow 0$, 故两个近光速高速运动电荷间的电磁场力是符合劳伦兹电磁场力[13]。

根据牛顿力学理论, 做非弹性碰撞两粒子在零-动量系中碰撞前后的动能 K 和 K' 并不相等, 而是有

净余的动能损失或获得, 即

$$\Delta K = K - K' \neq 0 \quad (18)$$

非弹性碰撞出现的净余动能 ΔK 就是新生激发态粒子的宽度 Γ , 即 $\Delta K = \Gamma = \hbar/\tau$, 其中 $\tau = L/c$, τ 是激发态粒子寿命。因此, 做非弹性碰撞两带电粒子间电磁力的作用势能是满足方程

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + 2R \frac{dV}{dx} + R^2 V = -q(\rho + \varepsilon \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) x^{-4} e^{-Rx} / \varepsilon + L^2 G(x) \quad (19)$$

由此解得在真空情形, 两非弹性碰撞运动粒子间的电磁力作用势能

$$V = q(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} + \varphi_q + \varphi_z) e^{-R/r} \quad (20)$$

式中

$$\varphi_z = L^2 \left(x \int_1^x e^{Rz_2} G(z_2) dz_2 - \int_1^x e^{Rz_1} z_1 G(z_1) dz_1 \right) \quad (21)$$

若取 $G(x) = -V$ 或 $G(x) = V$, 由(19)就可解得在真空中两非弹性碰撞粒子间的电磁力作用势能分别是

$$V^- = V_0 e^{-Rx} \cos(Lx + \theta) \quad (22)$$

$$V^+ = V_{01} e^{-(R-L)x} + V_{02} e^{-(R+L)x} \quad (23)$$

根据(20)知道, 两运动粒子在做非弹性碰撞时其间作用电磁力的等效电场场强是

$$\mathbf{E} = -\nabla(V e^{R/r} / q) = -\nabla(\varphi - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} + \varphi_q + \varphi_z) \quad (24)$$

把杨-米尔斯(Yang-Mills)电磁规范场的电场场强分量[14] [15]

$$F_{i4} = \partial_i A_4 - \partial_4 A_i - ig[A_i, A_4] \quad (25)$$

代入 $\mathbf{E} = E_i \mathbf{e}_i = icF_{i4} \mathbf{e}_i$ 中又知, 电场场强也可用张量表示为

$$\mathbf{E} = E_i \mathbf{e}_i = icF_{i4} \mathbf{e}_i = ic(\partial_i A_4 - \partial_4 A_i) \mathbf{e}_i + cg[A_i, A_4] \mathbf{e}_i \quad (26)$$

比较(24)、(26)两式, 则知

$$\begin{aligned} ic(\partial_i A_4 - \partial_4 A_i) \mathbf{e}_i &= -\nabla \varphi \\ cg[A_i, A_4] \mathbf{e}_i &= -\nabla(\varphi_q + \varphi_z - \mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) \end{aligned} \quad (27)$$

可见, 杨-米尔斯电磁规范场场强实际就是两带电粒子在做非弹性碰撞过程中其间电磁场的等效电场场强。因此, 规范场的场强可由真空极化电荷的作用势能和函数 $G(z)$ 导出。当 $r \gg R$ 时, 因 φ_q 和 φ_z 均为零, 规范场场强

$$cg[A_i, A_4] \mathbf{e}_i = \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{A}) = \mathbf{u} \times \mathbf{B} + 2\mathbf{A} \times \boldsymbol{\omega} + (\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{A} \quad (28)$$

式中, $\mathbf{B}$ 是磁场强度; $\boldsymbol{\omega}$ 是转动角频率。

3. 核力是粒子周围真空极化电荷云叠加产生的电场效应

1935年, 日本汤川秀树(Mukawa Hideki)为了解释核力的短程作用机制, 提出核力的介子场论, 认为一个核子发射虚介子被另一核子吸收彼此之间就能产生核力作用。1964年, 默里·盖尔曼(Murray Gell-Mann)又提出夸克理论[16], 认为核子间是交换介子中的夸克和反夸克, 核力是夸克之间交换胶子而发生色相互作用的剩余效应。但无论哪种理论都无法解释核力的短程斥力作用及零距离作用发散问题。汤川核力的短程性就与粒子周围存在的真空极化电荷云有关, 当两核子间的作用距离小到周围真空极化电荷发生重叠时就会出现核力作用, 此时电荷密度 ρ 和电流密度 $\mathbf{J}$ 与核力作用势能 V 间是有关系式

$$\rho + \varepsilon \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J} = -k^2 \varepsilon V / q \quad (29)$$

式中, k 是待定常量。将(29)代入方程

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -q(\rho / \varepsilon + \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) x^{-4} \quad (30)$$

中, 就能导出汤川核力作用势能[17]

$$V = -\frac{c\hbar}{r} e^{-kr} \quad (31)$$

汤川核力虽然能解释核力的短程性, 但不能解释核力近距的排斥力和零距离作用发散问题。

若考虑真空极化电荷的附加作用, 电荷密度 ρ 和电流密度 $\mathbf{J}$ 与核力作用势能 V 间是存在有关系式

$$\rho + \varepsilon \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J} = -e^{\text{Rx}} k^2 \varepsilon V / q \quad (32)$$

将其代入方程(10)知, 核力作用势能是满足非齐次线性二阶微分方程

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + 2R \frac{dV}{dx} + R^2 V = k^2 x^{-4} V \quad (33)$$

解此方程可得到短程核力作用势能

$$V = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{C_1}{r} e^{-kr} + \frac{C_2}{r} e^{kr} \right) e^{-R/r} \quad (34)$$

在 $r \gg R$ 时, 比较(31)、(34)两式可知, 常量 $C_1 = -4\pi\varepsilon c\hbar/e^2$, $C_2 = 0$, 于是, (34)又可写成

$$V = -\frac{c\hbar}{r} e^{-kr-R/r} \quad (35)$$

这就是无发散核力作用势能, 再由 $\mathbf{F} = -\nabla V$ 就能得到无发散核力与作用距离有关系式

$$\mathbf{F} = -\frac{c\hbar\mathbf{r}}{r^3} \left(1 + kr - \frac{R}{r} \right) e^{-kr-R/r} \quad (36)$$

在 $r \gg R$ 时可退化到汤川核力。从图 2 两质子间的核力变化曲线看出, 无发散核力也存在有平衡作用距离, 若用 r_0 表示核力平衡作用距离, 其与电场力平衡作用距离 R 是有关系式

$$1 + kr_0 - R/r_0 = 0 \quad (37)$$

在 $r > r_0$ 时两质子间的核力是吸引力; 在 $r < r_0$ 时是斥力, 并在 $r \rightarrow 0$ 时斥力为零。

根据(36)也可把含有自旋两核子间存在的张量力作用势能[18]写成无发散形式

$$V_T = -\left[3(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \mathbf{r}/r)(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{r}/r) - \boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_n \right] \frac{c\hbar}{r} e^{-kr-R/r} \quad (38)$$

若 ρ 和 $\mathbf{J}$ 是作用距离 r 的函数, 由(32)还可将无发散核力的作用势能和核力分别写成

$$V = qk^{-2} (\rho / \varepsilon + \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) e^{-R/r} \quad (39)$$

$$\mathbf{F} = -\nabla V = -qk^{-2} \left[\frac{d(\rho / \varepsilon + \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J})}{dr} + \frac{(\rho / \varepsilon + \mu \mathbf{u} \cdot \mathbf{J}) R}{r^2} \right] \frac{\mathbf{r}}{r} e^{-R/r} \quad (40)$$

如果非弹性碰撞两带电粒子间距离小到真空极化电荷发生重叠时, 其间核力作用势能是满足方程

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + 2R \frac{dV}{dx} + R^2 V = k^2 x^{-4} V + L^2 G(x) \quad (41)$$

由此解得核力作用势能

$$V(x) = -c\hbar x e^{-k/x - Rx} \left[1 + \frac{eL^2}{c\hbar} \left(\frac{e^{2k/x}}{2k} \int_1^x e^{-k/z_1 + Rz_1} G_s(z_1) z_1 dz_1 - \int_1^x e^{k/z_2 + Rz_2} G_s(z_2) z_2 dz_2 \right) \right] \quad (42)$$

当 $L = 0$ 时, 就能过渡到(35)式。

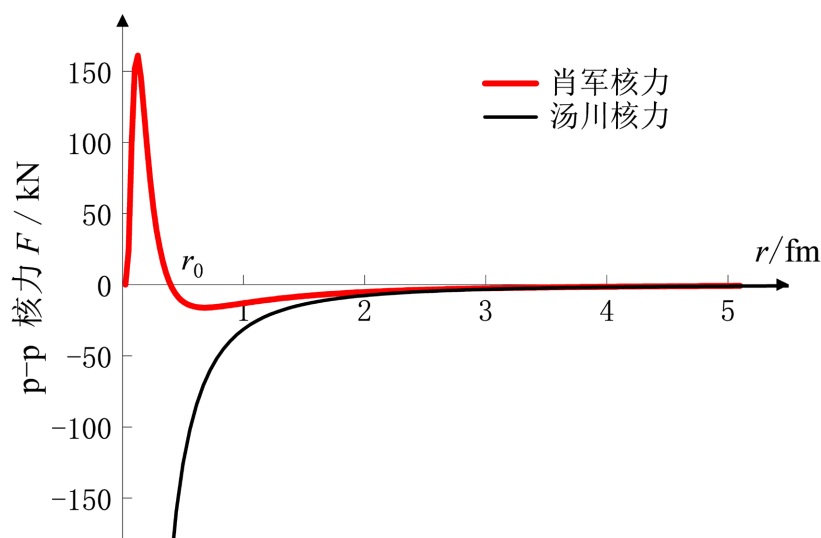


Figure 2. Graphs of non-diffusive nuclear force and yukawa nuclear force
图 2. 无发散核力和汤川核力的变化曲线

4. 电场作用势能方程的特解具有短程弱力作用特性

根据中子衰变成质子、电子和反中微子的实验, 人们了解到中子内存在有一种短程弱力作用, 1946年后实验又相继发现多种能产生新基本粒子的衰变, 尽管衰变类型不同, 但它们的弱作用强度大致相等。早在 1934 年理查·费曼(Richard·Feynman)就提出过交换中间玻色子的短程弱力作用机制, 该理论也存在有零距离作用发散问题。根据方程(10)知, 短程弱力也是电场作用的一种表现形式。

在 $r < r_m$ 时, 电磁力作用势能满足的齐次微分方程(11)的特解

$$\begin{aligned} V_{we} &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left[C_1 x e^{-Rx} \int_{x_m}^x e^{-\int_{x_m}^x 2Rdx} (x e^{-Rx})^{-2} dx + C_2 e^{-Rx} \right] \\ &= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left[C_1 (1 - r_m/r) e^{2R/r_m - R/r} - C_2 e^{-R/r} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

就是一种短程弱力作用势能, r_m 是短程弱力的最大作用距离。由弱力作用势能的导数 $dV_{we}(r_m)/dr = 0$ 可导出常量 $C_2 = C_1 e^{2R/r_m} r_m/R$, 于是, 有

$$V_{we} = -C_1 e^{2R/r_m} \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left(1 - \frac{r_m}{r} - \frac{r_m}{R} \right) e^{-R/r} \quad (44)$$

若取常量 $C_1 e^{2R/r_m} = \alpha/R$, 其中 $\alpha = 4\pi\epsilon\hbar/e^2$, $R = \alpha\hbar/\mu c$ 。就能得到与实验观测到的弱力强度及作用距离均相符的弱力作用势能

$$V_{we} = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon R} \left(1 - \frac{r_m}{r} - \frac{r_m}{R} \right) e^{-R/r} \quad (45)$$

再由 $\mathbf{F} = -\nabla V$ 就可得到短程弱力与作用距离间存在的关系式

$$\mathbf{F}_{we} = \alpha \frac{e^2 \mathbf{r}}{4\pi\epsilon r^3} \left(1 - \frac{r_m}{r}\right) e^{-R/r} \quad (46)$$

在 $r = r_m$ 处, 短程弱力为零, 此时短程弱力的作用势能为最大值

$$V_{we}(r_m) = \alpha \frac{e^2 r_m}{4\pi\epsilon R^2} e^{-R/r_m} = \alpha^2 \frac{c\hbar r_m}{R^2} e^{-R/r_m} \quad (47)$$

在 $r < r_m$ 时, 核力作用势能满足的非齐次微分方程(33)的特解

$$\begin{aligned} V_{ws} &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left[C_1' x e^{-k/x - Rx} \int_{x_m}^x e^{-\int_{x_m}^x 2R dx} \left(x e^{-k/x - Rx} \right)^{-2} dx + C_2' e^{-Rx} \right] \\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left[\frac{C_1'}{2kr} e^{2R/r_m} e^{-kr - R/r} (e^{2kr_m} - e^{2kr}) + C_2' e^{-R/r} \right] \end{aligned} \quad (48)$$

也是一种短程弱力作用势能。由 $dV_{ws}/dr = 0$ 可导出常量 $C_2' = C_1' e^{2R/r_m + kr_m} r_m/R$, 于是, (48)可写成

$$V_{ws} = C_1' e^{2R/r_m + kr_m} \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{kr} \sinh(kr_m - kr) + \frac{r_m}{R} \right] e^{-R/r} \quad (49)$$

在 $r = r_m$ 时, 有极值

$$V_{ws}(r_m) = C_1' e^{R/r_m + kr_m} \frac{e^2 r_m}{4\pi\epsilon R} \quad (50)$$

实验发现, 所有弱相互作用强度都相等, 如 $\beta^\pm$ 、 $\pi - \mu$ 、 $\mu - e$ 衰变、 μ 俘获以及有关的奇异粒子衰变等, 无一例外, 它们都具有大致相同的作用强度[19]。这意味无论是由(11)齐次微分方程, 还是由(33)非齐次微分方程得到的短程弱力作用势能在最大作用距离处都相等, 即

$$V_{we}(r_m) = V_{ws}(r_m) \quad (51)$$

把(47)、(50)两式代入(51)中则知, 常量 $C_1' = \alpha e^{-2R/r_m - k/r_m} / R$, 于是, (49)短程弱力作用势能又可写成

$$V_{ws} = \frac{\alpha^2 c\hbar}{R} \left[\frac{1}{kr} \sinh(kr_m - kr) + \frac{r_m}{R} \right] e^{-R/r} \quad (52)$$

再由 $\mathbf{F} = -\nabla V$ 就能得到短程弱力

$$\mathbf{F}_{ws} = -\frac{\alpha^2 c\hbar r_m}{R} \frac{\mathbf{r}}{r^3} e^{-R/r} \xi(r) \quad (53)$$

其中

$$\xi(r) = 1 - \frac{1}{kr_m} \left(1 - \frac{R}{r}\right) \sinh(kr_m - kr) - \frac{r}{r_m} \cosh(kr_m - kr) \quad (54)$$

可见, 短程弱力有两种, 它们在最大作用距离 r_m 处都满足 $dV(r_m)/dr = 0$ 。其中(46)没有平衡作用距离。对于(53)短程弱力, 由

$$\left(\frac{(kr_N)^3}{kR} - \frac{kR}{kr_N} \right) \sinh(kr_m - kr_N) - kr_m = 0 \quad (55)$$

求得的 r_N 若小于 r_m , 则有二个平衡作用距离, 这意味(53)短程弱作用力在 r_m 和 r_N 间有负能态的最小作用势能, 并在此处有新粒子产生。若 r_N 大于 r_m , (53)没有平衡作用距离。

方程(19)和(41)在 $r < r_m$ 情形时的特解就是做非弹性碰撞两带电粒子间存在的电场短程弱力作用势能。如, 若分别取 $G(x) = -V(x)$ 和 $G(x) = V(x)$, 由方程(19)得到的两短程弱力作用势能分别是

$$V^- = V_m \left[1 + (R/L) \sin(Lx - Lx_m) \right] e^{-R(x-x_m)} \quad (56)$$

$$V^+ = V_m \left[1 + (R/L) \sinh(Lx - Lx_m) \right] e^{-R(x-x_m)} \quad (57)$$

5. 复量电荷作用存在的剩余电场引力与万有引力等价

历史上获得实验证实的引力理论有牛顿万有引力理论和爱因斯坦的弯曲时空理论。爱因斯坦的弯曲时空理论虽然能解释光线偏折和水星近日点进动,但也存在有争议。加州大学伯克利分校的 Horava 教授认为在微观层面上时间和空间是完全不同的,弯曲时空理论只是在宏观作用情形正确。荷兰 Verlinde 教授则认为弯曲时空是一种非基本的衍生现象,他根据全息原理和量子力学提出引力是一种熵力。中国吴岳良教授也认为引力不是弯曲时空的表现,而是整体平坦坐标时空和局域平坦引力场时空的双标架四维时空[20]。也有不少学者根据引力和电场力都是与作用距离平方成反比的长程力,认为万有引力可能是与电场力同源[21][22]。笔者就发现,两作用电荷若都用复量表示,两个复电荷相乘再取实部的结果不同于两实电荷乘积,其两异号复电荷乘积要大于同数量两同号复电荷乘积,这将导致两中性物质间电场吸力大于电场斥力,并可证明电场吸力和斥力之差就是与质量乘积成正比的牛顿万有引力。

在无源空间内,实电荷 Q_0 发电场的电势 φ 是满足拉普拉斯方程 $\nabla^2 \varphi = 0$, 利用作用距离 r 所在的二维平面可得到以电势 φ 为虚部的正则函数 $f(z) = \psi + i\varphi$, 式中 $i = \sqrt{-1}$ 。电场力在场点 z 处可用分量表述为[23]

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2} = \left| \frac{df(z)}{dz} \right| \quad (58)$$

利用 $z = re^{-i\phi}$ 将 E 保形变换到 r 所在平面, 则有

$$E = \left| \frac{df(z)}{dr} \frac{dr}{dz} \right| = \left| \frac{d\psi}{dr} e^{i\phi} + i \frac{d\varphi}{dr} e^{i\phi} \right| \quad (59)$$

其中, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; ϕ 是相位常量。等式右边的 $\varphi e^{i\phi}$ 就是实电荷 Q_0 沿径向方向辐射电场的库仑电势, 即 $\varphi e^{i\phi} = Q_0 / 4\pi\epsilon_0 r$, 由此可知复电势

$$\varphi = Q_0 e^{-i\phi} / 4\pi\epsilon_0 r = Q / 4\pi\epsilon_0 \quad (60)$$

其中, $Q = Q_0 e^{-i\phi}$; Q 就是复电荷。若把被作用电荷 q 也写成复电荷形式 $q = q_0 e^{-i\phi'}$, 并将两个复电荷代入(13)中, 再取实部就是两个复电荷间电场作用势能

$$V = \text{Re} \left[q^* \varphi \right] e^{-R/r} \quad (61)$$

式中, $\text{Re}[\]$ 表示取实数部分; “*” 表示复电荷 q 的共轭复电荷。若取

$$\phi = \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 \phi_0 \quad \phi' = \mathbf{k}'_0 \cdot \mathbf{r}_0 \phi_0 \quad (62)$$

式中, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}/r$; ϕ_0 是常相位; $\mathbf{k}_0$ 是电荷 Q 电力线矢量; $\mathbf{k}'_0$ 是电荷 q 电力线矢量。(61)则等价于

$$V = \cos \left[(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}'_0) \cdot \mathbf{r}_0 \phi_0 \right] \frac{q_0 Q_0}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-R/r} \quad (63)$$

这就是两个复电荷间的电场作用势能取实部结果。根据正电荷电力线背向电荷, 负电荷电力线指向电荷的约定。见图 3 所示, 当实电荷 Q_0 和 q_0 带有同号电荷时, 因 $\mathbf{k}'_0$ 和 $\mathbf{k}_0$ 反向, 有 $(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}'_0) \cdot \mathbf{r}_0 = 2$; 当 Q_0 和 q_0 带有异号电荷时, 因 $\mathbf{k}'_0$ 和 $\mathbf{k}_0$ 同向, 有 $(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}'_0) \cdot \mathbf{r}_0 = 0$ 。于是, 两同号电荷间的电场作用势能

$$V_{\text{Same}} = \cos(2\phi_0) \frac{|q_0 Q_0|}{4\pi\epsilon r} e^{-R/r} \quad (64)$$

两异号电荷间的电场作用势能

$$V_{\text{Opposite}} = -\frac{|q_0 Q_0|}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-R/r} \quad (65)$$

可见, 只要 $\phi \neq 0$, 就有 $|V_{\text{Opposite}}| > |V_{\text{Same}}|$ 。这意味没有净电荷存在的两中性物质间也存在有剩余电场吸引力作用。可以证明, 牛顿万有引力就是这种剩余电场吸引力作用的结果。



(a) Opposite direction 反向

(b) Same direction 同向

Figure 3. Direction relation of electric power lines between two acting charges
图 3. 两作用电荷间电力线方向关系

牛顿万有引力是两不带净电荷中性物质间存在的引力作用, 所有中性物质都是由有限数量的原子组成, 而原子又是由质子、中子和电子组成, 质子带有一个单位的正电荷, 电子带有一个单位的负电荷, 若认为中子是带有一个正电荷的质子和带有一个负电荷的电子组成, 中性物质所含有带正电荷的质子数就恒等于带负电荷的电子数。从图 4 看出, 两中性物质间存在的总电场作用势能

$$V = 2(V_{\text{Opposite}} + V_{\text{Same}}) \quad (66)$$

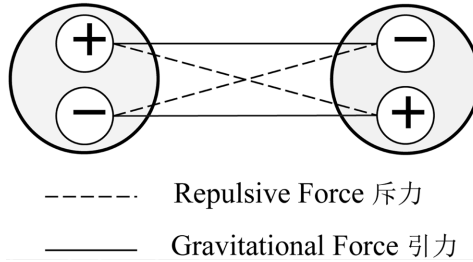


Figure 4. Electric field force between two neutral substances
图 4. 两中性物质间的电场作用力

质量为 M 中性物体带有正、负电荷若记为 $|Q_0|$, 质量为 m 中性物体带有正、负电荷记为 $|q_0|$, M 和 m 间存在总的电场引力作用势能 $V_{\text{异}}$ 和总的电场斥力作用势能 $V_{\text{同}}$ 就可以分别由(64)、(65)两式求出, 将这两式代入(66)中, 就能得到两中性物体间存在的剩余电场引力作用势能

$$V = -2(1 - \cos 2\phi_0) \frac{|q_0 Q_0|}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-R/r} \quad (67)$$

用 $\bar{M}$ 表示中性物质原子核的摩尔(mol)质量, 用 N_0 表示阿伏伽德罗(Avogadro·Amedeo)常数, $N_0/\bar{M}$ 则为单位质量中性物质所含有的原子核数, 质量为 M 中性物质含有总的原子核数则是 $MN_0/\bar{M}$ 。由于每个原子核含有核子数为 $\bar{M}$, 质量为 M 中性物质含有核子总数是 $(MN_0/\bar{M})\bar{M} = MN_0$, 其中每一个核子都带有一个单位正电荷量 $+e$, 质量为 M 中性物质带有总的正、负电荷均等于中性物质 M 所含有核子总数, 即

$$|Q_0^+| = |Q_0^-| = MN_0 |e| \quad (68)$$

同理可知, 质量为 m 中性物质带有总的正、负电荷均为

$$|q_0^+| = |-q_0^-| = mN_0|e| \quad (69)$$

将(68)、(69)两式代入(67)中, 就可得到质量分别为 M 、 m 两中性物体间存在剩余电场引力作用势能

$$V = -\frac{GMm}{r} e^{-R/r} \quad (70)$$

式中, $G = N_0^2 e^2 \sin^2 \phi_0 / \pi \epsilon_0$ 。由此可知, 两中性物质间的剩余电场作用力是

$$\mathbf{F} = -\nabla V = -\frac{GMm\mathbf{r}}{r^3} \left(1 - \frac{R}{r}\right) e^{-R/r} \quad (71)$$

可见, 万有引力也是一种电场力, 但它不是两净电荷间的电场力, 而是因同性电荷斥力略小于等量异性电荷吸力产生的一种剩余电场引力。当 $r \gg R$ 时可退化到牛顿引力, 但在 $r \leq R$ 时与牛顿引力不同, 当 $r = R$ 时引力为零; 当 $r < R$ 时引力变成斥力。

由于(70)引力作用势能可写成形式

$$V = -\frac{GMm}{r} e^{-G(M+m)/rc^2} = -\left(m e^{-Gm/rc^2}\right) \left(\frac{GM}{r} e^{-GM/rc^2}\right) \quad (72)$$

无发散引力也可写成牛顿第二定律形式

$$\mathbf{F} = -\nabla V = m e^{-Gm/rc^2} \left(1 - \frac{Gm}{rc^2 - GM}\right) \nabla \left(\frac{GM}{r} e^{-GM/rc^2}\right) = m^* \mathbf{g} \quad (73)$$

式中

$$\mathbf{g} = \nabla \left(\frac{GM}{r} e^{-GM/rc^2}\right) = -\frac{GM\mathbf{r}}{r^3} \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right) e^{-GM/rc^2} \quad (74)$$

$$m^* = m e^{-Gm/rc^2} \left(1 - \frac{Gm}{rc^2 - GM}\right) \quad (75)$$

$\mathbf{g}$ 和 m^* 分别是在无发散引力 $\mathbf{F}$ 作用下物体 m 的向心运动加速度和引力质量。显然, 引力质量 m^* 并不是严格等于惯性质量 m , 仅在 $r \gg G(M+m)/c^2$ 时, 才有

$$\mathbf{g} = -\frac{GM\mathbf{r}}{r^3}, \quad m^* = m \quad (76)$$

6. 结论

综上可知, 四种场力均是电荷间电场作用的不同表现形式, 电荷是电场力的作用源, 也是核力、短程弱力和万有引力的作用源。通过考虑真空极化电荷云对所包裹电荷的附加作用, 由电场散度方程就可证明四种场力的作用势能均是常系数二阶线性微分方程(10)的解, 其解在零距离作用时无发散。方程(10)就是几十年来人们梦寐以求的四种场作用力的统一方程, 对其量子化后有望得到在高能情形也能成立的量子场论, 用其分析各种高能散射实验将不再出现无穷大结果。很明显, 由本文给出的四种作用力统一方法直观简单, 相对于复杂不确定的某些前沿理论, 人们或许是更喜欢前者。李政道就说过最重要的东西往往都是最简单的。

参考文献

- [1] 张一方. 相互作用的各种统一和新的相互作用[J]. 商丘师范学院学报, 2018, 34(3): 16-21.
- [2] 石建磊, 张海莉. 电弱理论的发展和统一[J]. 科学之友, 2012, 10(15): 126-127.

- [3] H.E. 达姆, 何祚庥. 海森堡统一场论[J]. 科学通报, 1958, 3(20): 627.
- [4] 李秀果. 统一场论的过去和现在[J]. 自然辩证法通讯, 1980(5): 17-26.
- [5] Yang, C.N. and Mills, R.L. (1954) Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. *Physical Review*, **96**, 191-195. <https://doi.org/10.1103/physrev.96.191>
- [6] Glashow, S.L. (1961) Partial-Symmetries of Weak Interactions. *Nuclear Physics*, **22**, 579-588. [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2)
- [7] Weinberg, S. (1967) A Model of Leptons. *Physical Review Letters*, **19**, 1264-1266. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.19.1264>
- [8] Witten, E. (2002) Quest for Unification.
- [9] Schwarz, 苏元淞. 超弦理论简介——完成爱因斯坦统一场论的构想[J]. 世界科学, 1989(4): 7-10.
- [10] Dimopoulos, S., Raby, S. and Wilczek, F. (1981) Supersymmetry and the Scale of Unification. *Physical Review D*, **24**, 1681.
- [11] Randall, L. and Sundrum, R. (1999) Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension. *Physical Review Letters*, **83**, 3370-3373.
- [12] 肖军. 超统一场与协变电磁学引论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2016: 5-6.
- [13] Wu, Y. (2016) Quantum Field Theory of Gravity with Spin and Scaling Gauge Invariance and Spacetime Dynamics with Quantum Inflation. *Physical Review D*, **93**, Article ID: 024012. <https://doi.org/10.1103/physrevd.93.024012>
- [14] 戴元本. 相互作用的规范理论[M]. 北京: 科学出版社, 1987: 17.
- [15] 沈建其. 克莱因矢量规范理论与电磁力-核力统一模型之历史与物理学意义述评[J]. 现代物理, 2018, 8(4): 204-231.
- [16] [美]大卫 J. 格里斯. 粒子物理学导论[M]. 王青, 译. 北京: 机械工业出版社, 2018: 127-130.
- [17] 张永德. 介绍核力 Yukawa 势的一个简明推导[J]. 大学物理, 2001, 20(9): 22-23, 29.
- [18] 高崇寿, 增谨言. 粒子物理与核物理讲座[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990: 270.
- [19] 杨振宁. 基本粒子及其相互作用[M]. 长沙: 湖南教育出版社, 1999: 5.
- [20] 吴岳良. 统一场论中的规范等级问题. 10000 个科学难. 物理学卷[M]. 北京: 科学出版社, 759.
- [21] 黄修林. 广义相对论的扩展及电磁与引力相互作用的统一[D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [22] [美]徐一鸿(A. zee). 物理夜航船: 直觉与猜想[M]. 姬杨, 译. 北京: 世界图书出版有限公司北京分公司, 2024: 215.
- [23] 李锐夫, 程其襄. 复变函数论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979: 222.