Modern Physics 现代物理, 2026, 16(3), 42-49
Published Online May 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/mp
https://doi.org/10.12677/mp.2026.163005

Hans汉斯

书架式排列的近晶C相液晶中特殊解的稳定性分析

邓英杰*，周信玉

贵州大学数学与统计学院，贵州 贵阳

收稿日期：2026年4月14日；录用日期：2026年5月7日；发布日期：2026年5月13日

摘 要

本文针对书架型几何结构下近晶C相液晶的简单剪切流问题开展线性稳定性分析，并通过能量耗散特性与约束限制条件对分析结果进行验证。通过在稳态解中引入小扰动并代入动力学方程，结合特征值，得出不同Leslie系数区间内平衡态的稳定性结论。

关键词

近晶C相液晶，稳定性，能量耗散特性

Stability Analysis of Special Solutions in Smectic C Liquid Crystals with Bookshelf Geometry

Yingjie Deng*, Xinyu Zhou

School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: April 14, 2026; accepted: May 7, 2026; published: May 13, 2026

Abstract

In this paper, we perform a linear stability analysis on the simple shear flow problem of smectic C liquid crystals under a bookshelf geometry, and verify the analytical results through energy dissipation characteristics and constraint conditions. By introducing small perturbations into the steady-state solutions and substituting them into the dynamic equations, we derive the stability conclusions

*通讯作者。

文章引用: 邓英杰, 周信玉. 书架式排列的近晶 C 相液晶中特殊解的稳定性分析[J]. 现代物理, 2026, 16(3): 42-49.
DOI: 10.12677/mp.2026.163005

of the equilibrium states for different intervals of the Leslie coefficients in combination with eigenvalue analysis.

Keywords

Smectic C Liquid Crystals, The Stability, Energy Dissipation Characteristics

1. 引言

液晶作为介于晶体有序态与液体无序态之间的特殊软物质，其独特的分子取向有序性与流体流动性相结合的特性，使其在显示技术、光电传感、微流体操控等领域占据不可替代的地位[1] [2]。其中，近晶相液晶因分子呈层状排列的结构特征，展现出比向列相更优异的有序性与稳定性，而近晶 C 相(SmC)液晶作为近晶相家族的重要成员，进一步凭借分子指向矢与层法线存在非零倾斜角的核心特性，额外具备了各向异性光学响应、铁电效应(手性 SmC*相)等功能优势，成为高密度显示、柔性光电器件等前沿应用的关键候选材料[3] [4]。

早期对 SmC 液晶的探索多聚焦于静态结构表征与平衡态性质分析，例如通过 X 射线衍射解析层间距与倾斜角的温度依赖性[5]，基于 Landau-de Gennes 理论构建自由能模型阐释 SmA-SmC 相变机制[6]。然而，随着 SmC 液晶器件向“高响应速度”“动态调控”方向发展，静态理论已无法满足需求——在实际应用中，SmC 液晶常处于流场(如器件封装时的剪切流、微流控芯片中的驱动流)或时变电场作用下，分子指向矢的快速重构、层状结构的动态形变与流体流动之间的耦合效应，直接影响器件的显示均匀性、响应延迟等关键性能[7] [8]。例如，书架型几何结构下的 SmC 液晶在简单剪切流作用下，可能因 Leslie 系数(描述黏性－取向耦合的核心参数)的不同取值，呈现稳定流取向或非定常流失稳等截然不同的动力学行为[9]，而这些行为的物理本质与调控机制，亟待通过系统的动力学理论予以揭示。

为此，本文借鉴 Liu 等[10]分析向列相液晶稳定性的方法，以书架型几何结构下的近晶 C 相(SmC)液晶为研究对象，系统探究其在简单剪切流作用下的线性稳定性问题。研究中通过引入小扰动假设，对 SmC 液晶的动态方程进行线性化处理，解析求解扰动的演化规律；同时结合黏性耗散不等式[11]，进一步揭示黏度参数(λ_2,λ_5)对稳态解稳定性的调控机制。全文结构安排如下：第 2 节简要介绍后续推导所需的基本方程，以及书架型几何结构下的近晶 C 相(SmC)液晶在剪切流作用下的稳态解；第 3 节详细推导稳态解对应的线性扰动方程，并开展稳定性分析；第 4 节通过能量耗散与模型自洽性验证稳定性条件；第 5 节对模型简化假设的合理性进行简要分析，并结合材料物理知识探讨理论结果的现实关联；最后在第 6 节总结本文的主要研究结果与科学意义。

2. 预备知识

本文研究书架型几何结构(近晶层垂直于平行边界平板)下平行板间的近晶 C 相液晶，Beresnev 等人[12]也讨论了一种对这类样品进行取向的实用方法。假设上边界板会发生简单的剪切流动，下边界板固定，并且忽略边界板对指向矢排列的影响。

设

$$a=(0,1,0), c=(\cos\phi(t),0,\sin\phi(t)), \tag{1}$$

且速度 v 为

$$v=(kz,0,0). \tag{2}$$

其中 k 为正常数。

定义：

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \frac{1}{2}\left(v_{i,j}+v_{j,i}\right), \\ W_{ij} &= \frac{1}{2}\left(v_{i,j}-v_{j,i}\right), \\ A_i &= \dot{a}_i - W_{ik}a_k, \\ C_i &= \dot{c}_i - W_{ik}c_k, \end{aligned} \tag{3}$$

由方程(1)、(2)、(3)可得

$$\begin{aligned} D_{13} &= D_{31} = \frac{1}{2}k, \\ W_{13} &= -W_{31} = \frac{1}{2}k, \\ D_1^a &= D_2^a = D_3^a = 0, \\ D_1^c &= \frac{1}{2}k\sin\phi, \\ D_2^c &= 0, \\ D_3^c &= \frac{1}{2}k\cos\phi, \\ A_1 &= A_2 = A_3 = 0, \\ C_1 &= -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\sin\phi - \frac{1}{2}k\sin\phi, \\ C_2 &= 0, \\ C_3 &= \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\cos\phi + \frac{1}{2}k\cos\phi, \end{aligned} \tag{4}$$

其中，耗散项为

$$\begin{aligned} \tilde{g}_i^a &= -2\left(\lambda_1 D_i^a + \lambda_3 C_{ip} D_p^a + \lambda_4 A_i + \lambda_6 C_{ip} A_p + D_i^a \tau_2 + \tau_3 C_{ip} D_p^a + \tau_4 C_{ip} D_p^c + \tau_8 C_i\right), \\ \tilde{g}_i^c &= -2\left(\lambda_2 D_i^c + \lambda_5 C_i + \tau_1 D_i^a + \tau_5 A_i\right), \end{aligned} \tag{5}$$

通过其线动量平衡方程和角动量平衡方程推导出了 $\phi(t)$ 的控制动力学方程[9]，即

$$2\lambda_5 \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} + k\left(\tau_5 - \tau_1\right)\sin\phi = 0. \tag{6}$$

此时，该方程是否会产生流动取向，取决于 λ_2 和 λ_5 的相对大小。当考虑 $|\lambda_2| \ge \lambda_5 > 0$ 的情况时，此时定义锐角 ϕ_0，其满足关系式：

$$\cos(2\phi_0) = -\frac{\lambda_5}{\lambda_2}$$

在这种情况下，对方程(6)通过分离变量法求解，其表达式为

$$\tan\phi = \tan\phi_0 \tanh\left\{\frac{1}{2}\tan\left(2\phi_0\right)kt + A\right\}, \tag{7}$$

其中 A 为某个常数，由初值条件所确定。因此，若 $\lambda_2 > 0$，则 $\cos\left(2\phi_0\right) < 0$，进而 $\tan\left(2\phi_0\right) < 0$ (因为 ϕ_0 是锐角)，且当 $t \to \infty$ 时：

$$\phi_t \to -\phi_0 \text{ 或 } \pi - \phi_0,$$

而若 $\lambda_2 < 0$，此时 $\cos\left(2\phi_0\right) > 0$，当 $t \to \infty$ 时

$$\phi_t \to \phi_0 \text{ 或 } \phi_0 - \pi.$$

因此，在这两种情况下都会出现流动取向，即 c 指向矢与流动方向成 ϕ_0 角，上述结果已经表明了这一点。这与相列相中出现的流动取向类似。若考虑 $\left|\lambda_2\right| < \lambda_5$ 的情况时，此时不会出现流动取向，因为该不等式成立，必然会产生非定常流。这与 Gill 与 Leslie [13]所指出的，预计这种效应在本质上可能与 Carlsson [14]所描述的一些向列相材料表现出的“翻转”效应类似。

接下来，本文主要针对 $\left|\lambda_2\right| \geq \lambda_5 > 0$ 的情形下，对该特解进行线性稳定性分析。

3. 特解的线性扰动与求解

在上述情形下，假设稳态解为 ϕ_0，并引入扰动 $\delta\phi(t)$

$$\phi(t) = \phi_s + \varepsilon\phi_1(t),$$

其中 $\varepsilon \ll 1$。

将扰动代入方程(6)展开至一阶：

$$2\lambda_5 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\phi_0 + \varepsilon\delta\phi\right) + k\left[\lambda_5 + \lambda_2\cos\left(2\phi_0 - 2\varepsilon\delta\phi\right)\right] = 0,$$

利用泰勒展开 $\cos\left(2\phi_0 - 2\varepsilon\delta\phi\right) \approx \cos\left(2\phi_0\right) + 2\varepsilon\delta\phi\sin\left(2\phi_0\right)$，整理后得线性化方程

$$2\lambda_5\varepsilon\frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} + 2k\lambda_2\varepsilon\delta\phi\sin\left(2\phi_0\right) = 0,$$

消去 ε 并代入 $\cos\left(2\phi_0\right) = -\lambda_5/\lambda_2$，得到扰动方程

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{k\lambda_2\sin\left(\phi_0\right)}{\lambda_5}\delta\phi, \tag{8}$$

假设扰动形式为 $\delta\phi(t) \propto \mathrm{e}^{\sigma t}$，代入式方程(8)得特征值

$$\sigma = -\frac{k\lambda_2\sin\left(2\phi_0\right)}{\lambda_5}.$$

利用 $\sin\left(2\phi_0\right) = \sqrt{1-\left(\lambda_5/\lambda_2\right)^2}$ (由 $\cos\left(2\phi_0\right) = -\lambda_5/\lambda_2$)，特征值可写为

$$\sigma = -\frac{k\lambda_2}{\lambda_5}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_2}\right)^2} = -k\sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_5^2}.$$

由于 k 为正常数，则该稳定性 σ 由的符号决定：

当 $\left|\lambda_2\right| > \lambda_5 : \sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_5^2}$ 为实数，且 $\sigma < 0$ (因 $\lambda_5 > 0$)，扰动指数衰减，平衡解线性稳定。

当 $\left|\lambda_2\right| = \lambda_5 : \sigma = 0$，系统处于临界状态。

当$|\lambda_2|<\lambda_5$：$\sqrt{\lambda_2^2-\lambda_5^2}$为虚数，扰动表现为振荡，但原动态方程此时无稳态解，系统进入非稳态模式。

4. 能量耗散与模型自洽性验证

根据 Leslie-Stewart-Nakagawa 连续介质理论，粘性耗散率η的表达式为[9]：

$$\eta=\tilde{t}_i^c D_{ij}-\tilde{g}_i^a A_i-\tilde{g}_i^c C_i\geq 0,$$

其中：

$\tilde{t}_{ij}^s$为对称粘性应力，

D_{ij}为应变率张量，

$\tilde{g}_i^a,\tilde{g}_i^c$为动态耗散项，

A_i,C_i为分子取向的共转时间导数。

在书架型几何结构与简单剪切流的设定下，速度场为$v=(kz,0,0)$，由此可得非零的应变率分量与取向变化为：

$$D_{13}=D_{31}=\frac{1}{2}k,C_3=\frac{1}{2}k\cos\phi\approx\frac{1}{2}k.$$

稳态解附近的耗散率计算

第 3 节中，我们针对满足$|\lambda_2|\geq\lambda_5>0$的情形引入了稳态解$\phi_0$，其满足：

$$\cos(2\phi_0)=-\frac{\lambda_5}{\lambda_2}$$

在该稳态解附近，考虑小扰动$\delta\phi(t)$，即设：

$$\phi(t)=\phi_0+\varepsilon\delta\phi(t),\varepsilon\ll 1.$$

将上述形式代入C_3的表达式中，并利用泰勒展开至一阶小量，可得：

$$C_3=\left(\frac{\mathrm{d}\phi_0}{\mathrm{d}t}+\varepsilon\frac{\mathrm{d}\delta\phi}{\mathrm{d}t}\right)\cos(\phi_0+\varepsilon\delta\phi)+\frac{1}{2}k\cos(\phi_0+\varepsilon\delta\phi).$$

由于ϕ_0为稳态解，满足$\mathrm{d}\phi_0/\mathrm{d}t=0$。对$\cos(\phi_0+\varepsilon\delta\phi)$展开至一阶：

$$\cos(\phi_0+\varepsilon\delta\phi)=\cos\phi_0-\varepsilon\delta\phi\sin\phi_0+O(\varepsilon^2).$$

代入后保留一阶项，得到：

$$C_3=\left(\varepsilon\frac{\mathrm{d}\delta\phi}{\mathrm{d}t}\right)(\cos\phi_0-\varepsilon\delta\phi\sin\phi_0)+\frac{1}{2}k(\cos\phi_0-\varepsilon\delta\phi\sin\phi_0)+O(\varepsilon^2).$$

忽略ε^2及更高阶项，零阶项为：

$$C_3^{(0)}=\frac{1}{2}k(\cos\phi_0-\varepsilon\delta\phi\sin\phi_0)+O(\varepsilon^2).$$

一阶项为：

$$C_3^{(1)}=\varepsilon\frac{\mathrm{d}\delta\phi}{\mathrm{d}t}\cos\phi_0-\varepsilon\delta\phi\cdot\frac{1}{2}k\sin\phi_0.$$

根据稳态条件，零阶项$C_3^{(0)}$对应稳态解下的取向变化率，其在稳态时与系统其他部分平衡，不直接贡献于扰动演化。对于扰动而言，耗散率的主导贡献来自一阶项。

耗散率的显式表达与热力学约束

在书架型几何结构与前述简化下，耗散率 η 可简化为与 C_3 相关的主导项。结合动态耗散项 $\tilde{g}_i^c$ 的定义(见第 2 节式(5))，并利用 $A_i = 0, D_i^a = 0$ 等条件，可得：

$$\tilde{g}_3^c = -2\lambda_5 C_3.$$

于是，耗散率的主要贡献为：

$$\eta = -\tilde{g}_3^c C_3 = 2\lambda_5 C_3^2.$$

将 $C_3 = C_3^{(0)} + C_3^{(1)} + O\left(\varepsilon^2\right)$ 代入，并展开至二阶小量(因为 η 本身为二阶量)，得到：

$$\eta = 2\lambda_5\left(C_3^{(0)}\right)^2 + 4\lambda_5 C_3^{(0)} C_3^{(1)} + 2\lambda_5\left(C_3^{(1)}\right)^2 + O\left(\varepsilon^3\right).$$

其中，$C_3^{(0)}$ 为稳态值，$C_3^{(1)}$ 为与扰动相关的一阶项。在稳态解 ϕ_0 处，零阶项 $2\lambda_5\left(C_3^{(0)}\right)^2$ 为常数，表示维持稳态所需的背景耗散。扰动对耗散率的贡献主要来自交叉项与二阶项。由于 η 必须对任意扰动非负，而背景耗散已非负，因此关键在于扰动部分的非负性。

对于小扰动 $\delta\phi$，其时间导数 $\mathrm{d}\delta\phi/\mathrm{d}t$ 与 $\delta\phi$ 本身均可能出现在 $C_3^{(1)}$ 中。然而，在稳态解 ϕ_0 附近，系统的

动力学由第 3 节推导的线性扰动方程(式(8))控制：

$$\frac{\mathrm{d}\delta\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{k\lambda_2 \sin\left(2\phi_0\right)}{\lambda_5}\delta\phi.$$

将这一关系代入 $C_3^{(1)}$ 的表达式中，可验证扰动耗散部分可整理为关于 $\delta\phi$ 的二次型。直接计算可得，在保留二阶扰动项后，耗散率可写为：

$$\eta = 2\lambda_5\left(\frac{\mathrm{d}\delta\phi}{\mathrm{d}t}\right)^2 \cos^2\phi_0 + \left(\text{与稳态背景相关的常数项}\right) + O\left(\varepsilon^3\right).$$

由于 $\lambda_5 \geq 0$ 且 $\cos^2\left(\phi_0\right) \geq 0$，扰动部分的耗散率非负。特别地，当扰动衰减至零(即 $\mathrm{d}\delta\phi/\mathrm{d}t \to 0$)时，扰动耗散项趋于零，系统回归稳态耗散状态。

无剪切流情形的参数约束

为进一步明确 λ_5 的热力学意义，考虑无剪切流动的极限情况($k=0$)。此时速度梯度为零，系统仅存在指向矢的旋转运动。由第 2 节可知，$C_3 = \mathrm{d}\delta\phi/\mathrm{d}t$，耗散率简化为：

$$\eta = 2\lambda_5\left(\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right)^2.$$

为保证任意动力学过程中 $\eta \geq 0$，必须满足：

$$\lambda_5 \geq 0.$$

该条件与第 3 节稳定性分析中 $\lambda_5 \geq 0$ 的前提一致，进一步验证了参数约束的合理性。此外，在 $k \neq 0$ 的一般情形下，$\lambda_5 \geq 0$ 也是保证耗散率非负的基本条件之一。

5. 讨论

前文基于 Leslie-Stewart-Nakagawa 连续介质理论，对书架型几何结构下近晶 C 相液晶在简单剪切流中的线性稳定性进行了分析，得到了以 $|\lambda_2|$ 与 λ_5 比值为判据的稳定性条件。本节对模型简化假设的合理

性进行简要分析，并结合材料物理知识探讨理论结果的现实关联。

5.1. 模型简化假设的合理性及其影响

(1) 刚性层假设：忽略近晶层的弯曲与压缩变形。该假设在低剪切速率下近似成立，使问题聚焦于指向矢动力学。当剪切速率较高或层弹性模量较小时，层变形与指向矢运动的耦合可能引入额外失稳模式，本文结论在此类情形下需谨慎推广。

(2) 无边界效应假设：忽略边界锚定对指向矢排列的影响。该假设适用于体相主导的流动，但实际器件中边界锚定方向与稳态取向不一致时，可能产生边界层扭曲甚至壁面滑移，从而改变整体稳定性。

(3) 二维几何假设：假设指向矢运动限于 $x-z$ 平面。该假设简化了分析，但垂直于剪切平面的三维扰动可能先于平面内扰动失稳，全面评估需进一步考虑三维效应。

综上，本文结论在低剪切、弱锚定、准二维条件下具有较好适用性，推广至复杂场景时需结合具体工况审慎判断。

5.2. Leslie 系数的物理意义与材料关联

稳定性判据由 λ_2 与 λ_5 的比值决定。$\lambda_5>0$ 为旋转黏度系数，描述指向矢旋转过程中的能量耗散；λ_2 表征剪切流动对指向矢的扭转效应。当 $|\lambda_2|>\lambda_5$ 时，流动扭转占优，系统达到稳定流动取向；当 $|\lambda_2|<\lambda_5$ 时，耗散占优，系统呈现非定常振荡。

实际材料中，铁电近晶 C 相液晶(如 DOBAMBC)在室温下满足 $|\lambda_2|>\lambda_5$，实验观察到剪切诱导的稳定取向；而某些非手性材料在 SmA-SmC 相变点附近 λ_2 趋近于零，满足 $|\lambda_2|<\lambda_5$，实验中常出现指向矢周期性摆动等不稳定行为，与 Carlsson [14]在向列相中描述的“翻转”效应类似。因此，本文判据为材料筛选提供了参考：稳定取向应用宜选用 $|\lambda_2|>\lambda_5$ 的材料，动态调制场景则可利用 $|\lambda_2|<\lambda_5$ 区域的不稳定特性。

6. 总结与展望

本研究基于 Leslie-Stewart-Nakagawa 动态理论，对书架型几何结构下近晶 C 相(SmC)液晶的简单剪切流，深入开展线性稳定性分析，并结合能量耗散与模型自洽性进行验证。通过在稳态解中引入小扰动并代入动力学方程，结合特征值分析，明确了不同 Leslie 系数区间内平衡态的稳定性规律：当 $|\lambda_2|>\lambda_5$ 时，$\sqrt{\lambda_2^2-\lambda_5^2}$ 为实数，且由于 $\lambda_5>0$，扰动指数衰减，平衡解线性稳定；当 $|\lambda_2|=\lambda_5$ 时，$\sigma=0$，系统处于临界状态；当 $|\lambda_2|<\lambda_5$ 时，$\sqrt{\lambda_2^2-\lambda_5^2}$ 为虚数，扰动表现为振荡，且原动态方程无稳态解，系统进入非稳态模式。这些结论为理解 SmC 液晶在剪切流作用下的动态行为、优化相关器件性能提供了重要的理论依据，也为后续进一步探究能量耗散与约束限制对其稳定性的耦合影响奠定了基础。

参考文献

[1] de Gennes, P.G. and Prost, J. (1993) The Physics of Liquid Crystals. Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oso/9780198520245.001.0001

[2] Collings, P.J. and Goodby, J.W. (2019) Introduction to Liquid Crystals: Chemistry and Physics. 2nd Edition, CRC Press. https://doi.org/10.1201/9781315098340

[3] Goodby, J.W., Waring, J.L., Chin, D.Y., *et al*. (199) Smectic Liquid Crystals: An Overview of Materials, Physical Properties and Uses. *Liquid Crystals*, **26**, 883-927.

[4] Clark, N.A. and Lagerwall, S.T. (1980) Submicrosecond Bistable Electro-Optic Switching in Liquid Crystals. *Applied Physics Letters*, **36**, 899-901. https://doi.org/10.1063/1.91359

[5] Finkelmann, H. and Rehage, G. (1975) Investigation of the Phase Transitions in Liquid Crystals by X-Ray Diffraction. *Makromolekulare Chemie*, **176**, 2217-2227.

[6] Chen, J. and Lubensky, T.C. (1976) Landau-Ginzburg Mean-Field Theory for the Nematic to Smectic-cand Nematic to

Smectic-Aphase Transitions. *Physical Review A*, **14**, 1202-1207. https://doi.org/10.1103/physreva.14.1202

[7] Limat, L. and Prost, J. (1993) A Model for the Chevron Structure Obtained by Cooling a Smectic a Liquid Crystal in a Cell of Finite Thickness. *Liquid Crystals*, **13**, 101-113. https://doi.org/10.1080/02678299308029057

[8] Blake, G.I. and Virga, E.G. (1996) Original Article on the Equilibrium of Smectic C Liquid Crystals. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **8**, 323-339. https://doi.org/10.1007/s001610050047

[9] Leslie, F.M., Stewart, I.W. and Nakagawa, M. (1991) A Continuum Theory for Smectic C Liquid Crystals. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, **198**, 443-454. https://doi.org/10.1080/00268949108033420

[10] Mukherjee, B. and Liu, C. (2002) On the Stability of Two Nematic Liquid Crystal Configurations. *Discrete and Continuous Dynamical Systems—B*, **2**, 561-574. https://doi.org/10.3934/dcdsb.2002.2.561

[11] Stewart, I.W. (2004) The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals: A Mathematical Introduction. CRC Press.

[12] Beresnev, L.A., Blinov, L.M., Osipov, M.A. and Pikin, S.A. (1988) Ferroelectric Liquid Crystals. *Molecular Crystals and Liquid Crystals Incorporating Nonlinear Optics*, **158**, 1-150. https://doi.org/10.1080/00268948808075350

[13] Gill, S.P.A. and Leslie, F.M. (1993) Shear Flow and Magnetic Field Effects on Smectic C, C^*, C_m and C^*_m Liquid Crystals. *Liquid Crystals*, **14**, 1905-1923. https://doi.org/10.1080/02678299308027727

[14] Carlsson, T. (1984) Theoretical Investigation of the Shear Flow of Nematic Liquid Crystals with the Leslie Viscosity $\alpha_3 > 0$: Hydrodynamic Analogue of First Order Phase Transitions. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, **104**, 307-334. https://doi.org/10.1080/00268948408070434