

光电效应遏止电压神经网络预测研究

任浪利

贵州大学大数据与信息工程学院, 贵州 贵阳

收稿日期: 2026年8月1日; 录用日期: 2026年8月25日; 发布日期: 2026年9月1日

摘 要

光电效应是现代物理学发展过程中的重要物理现象, 其揭示了光的粒子性, 并为量子理论的建立提供了重要实验基础。传统光电效应分析主要依赖爱因斯坦光电效应方程, 通过入射光频率、金属逸出功等物理量计算光电子最大初动能和遏止电压。随着人工智能方法的发展, 神经网络在非线性函数逼近、物理建模和快速预测方面表现出较强能力。为探索神经网络在现代物理理论计算中的应用价值, 本文以光电效应理论为基础, 构建由入射光频率、金属逸出功和相对光强组成的理论数值数据集, 并建立前馈神经网络模型, 对遏止电压和光电效应发生状态进行预测。研究首先依据光子能量公式和爱因斯坦光电效应方程生成可复现的理论计算数据, 然后利用神经网络学习物理变量之间的映射关系, 最后通过理论曲线、预测对比、误差评价和混淆矩阵对模型性能进行分析。结果表明, 神经网络能够较好逼近光电效应理论关系, 对遏止电压具有较高预测精度, 同时能够有效判断入射光是否满足光电效应发生条件。本文研究说明, 在明确物理理论依据和数据来源的前提下, 神经网络可以作为现代物理理论计算、规律可视化和快速预测的有效辅助工具。

关键词

光电效应, 遏止电压, 神经网络, 现代物理, 理论数值数据

Neural Network-Based Prediction of Stopping Voltage in the Photoelectric Effect

Langli Ren

School of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: August 1, 2026; accepted: August 25, 2026; published: September 1, 2026

文章引用: 任浪利. 光电效应遏止电压神经网络预测研究[J]. 现代物理, 2026, 16(5): 123-133.

DOI: 10.12677/mp.2026.165014

Abstract

The photoelectric effect is an important physical phenomenon in the development of modern physics. It reveals the particle nature of light and provides an essential foundation for quantum theory. Conventional analysis of the photoelectric effect mainly relies on Einstein's photoelectric equation, in which the maximum kinetic energy and stopping voltage of photoelectrons are calculated from the incident light frequency and the work function of metals. With the development of artificial intelligence, neural networks have shown strong capabilities in nonlinear function approximation, physical modeling and rapid prediction. To explore the application value of neural networks in theoretical calculation of modern physics, this paper constructs a reproducible theoretical numerical dataset based on the photoelectric effect theory. A feedforward neural network is established to predict the stopping voltage and the occurrence state of the photoelectric effect. The theoretical data are generated according to the photon energy formula and Einstein's photoelectric equation. The model performance is evaluated through theoretical curves, prediction comparison, error metrics and a confusion matrix. The results show that the neural network can effectively approximate the theoretical relationship of the photoelectric effect and correctly identify whether the photoelectric effect occurs under given physical conditions. This study indicates that neural networks can serve as useful auxiliary tools for theoretical computation, visualization and rapid prediction in modern physics when the data source and physical constraints are clearly defined.

Keywords

Photoelectric Effect, Stopping Voltage, Neural Network, Modern Physics, Theoretical Numerical Data

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

现代物理学是在经典物理学基础上发展起来的重要学科体系，其核心内容包括量子理论、相对论、原子物理、凝聚态物理和现代光学等。与经典物理学相比，现代物理更加重视微观粒子的运动规律、能量量子化特征以及物质与辐射之间的相互作用。在现代物理发展过程中，光电效应具有非常重要的地位[1]。光照射到金属表面时，如果入射光频率达到一定条件，金属中的电子可以吸收光子能量并逸出金属表面，这一现象被称为光电效应。光电效应不仅揭示了光具有粒子性，而且推动了量子理论的发展[2]。

在经典波动理论框架下，光的能量被认为与光强有关，因此只要光照足够强，电子就应当能够获得足够能量并逸出金属。然而实验事实表明，是否发生光电效应主要取决于入射光频率，而不是单纯取决于光强。当入射光频率低于某一阈值时，即使增加光强，也不能使电子逸出金属表面；当频率超过阈值后，光电子的最大初动能随入射光频率增加而增加[3]。这一现象难以由经典波动理论解释，却可以用光量子假说进行解释。爱因斯坦提出，光的能量以光子形式存在，单个光子的能量与频率成正比，即 $E = h\nu$ 。当光子能量大于金属逸出功时，多余能量转化为光电子的最大初动能，从而形成光电效应。

传统光电效应分析通常通过理论公式进行计算。这种方法具有明确物理意义和较高准确性，但在多参数组合、批量预测和可视化分析方面仍存在一定不便。特别是在现代计算物理和人工智能快速发展的背景下，如何将物理理论与神经网络方法相结合，已经成为一个具有研究价值的问题。神经网络具有较

强的函数逼近能力，可以通过训练样本学习输入变量与输出变量之间的复杂映射关系[4]。因此，如果将光电效应理论公式生成的数值数据作为训练数据，就可以构建一个理论驱动的神经网络预测模型，用于预测不同物理条件下的遏止电压和光电效应发生状态。

需要强调的是，本文并不将理论计算数据伪装成实验测量数据。本文所使用的数据全部依据光电效应方程计算得到，属于可复现的理论数值数据。研究目的也不是替代真实物理实验，而是探索神经网络对现代物理理论关系的学习能力、预测能力和可视化表达能力。在这一思路下，神经网络可以被看作是一种物理理论代理模型。它并不是脱离物理规律进行黑箱预测，而是在已知物理公式约束下学习变量之间的映射关系，并通过理论曲线、误差指标和分类结果验证其物理一致性。

基于此，本文以光电效应理论为研究对象，建立入射光频率、金属逸出功和相对光强到遏止电压及光电效应状态的神经网络预测模型。本文主要工作包括以下三个方面：第一，基于爱因斯坦光电效应方程构建可复现的理论数值数据集，明确数据来源和物理意义；第二，设计前馈神经网络模型，实现对遏止电压的回归预测和光电效应发生状态的分类判断；第三，通过理论曲线、预测对比图、训练损失曲线、混淆矩阵和评价表格对模型结果进行分析，验证神经网络与光电效应理论规律的一致性。

2. 光电效应理论基础

2.1. 光子能量与光电效应

光电效应的核心思想是光能量的量子化。根据光量子理论，入射光可以看作由大量光子组成，单个光子的能量与入射光频率成正比，其表达式为：

$$E = h\nu \quad (1)$$

式中， E 表示单个光子的能量， h 为普朗克常数， ν 为入射光频率。该公式表明，光子的能量不是由光强直接决定，而是由频率决定。光强主要影响单位时间内入射到金属表面的光子数量，从而影响逸出电子的数量，但不直接决定单个光电子的最大初动能。

当光照射到金属表面时，金属中的电子需要克服金属表面对电子的束缚才能逸出。电子逸出金属表面所需的最小能量称为逸出功，通常用 ϕ 表示。不同金属材料的逸出功不同，因此不同金属发生光电效应所需的最低入射光频率也不同。若入射光子的能量低于逸出功，电子无法逸出金属表面；若入射光子的能量大于或等于逸出功，电子可以逸出，多余能量转化为光电子的最大初动能。

2.2. 爱因斯坦光电效应方程

爱因斯坦光电效应方程可以表示为：

$$E_k = h\nu - \phi \quad (2)$$

式中， E_k 为光电子最大初动能， ϕ 为金属逸出功。当 $h\nu < \phi$ 时，最大初动能为零，不发生光电效应；当 $h\nu \geq \phi$ 时，发生光电效应，且光电子最大初动能随入射光频率线性增加。

由此可以得到阈频公式：

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} \quad (3)$$

式中， ν_0 为发生光电效应所需的最低入射光频率。该公式说明，逸出功越大的金属，需要越高频率的入射光才能发生光电效应。

在实验中，遏止电压常用于测量光电子的最大初动能。当施加反向电压使光电子恰好不能到达阳极时，该电压称为遏止电压。最大初动能与遏止电压之间满足：

$$eV_s = E_k$$

(4)

式中， e 为元电荷， V_s 为遏止电压。若采用电子伏特作为能量单位，则数值上有：

$$V_s = E_k = h\nu - \phi$$

(5)

因此，在理论计算中，只要已知入射光频率和金属逸出功，就可以计算光电子最大初动能和遏止电压。本文正是基于上述物理公式构建理论数值数据集。

2.3. 神经网络与物理理论结合的意义

神经网络是一种由大量可调参数组成的非线性映射模型，能够通过训练数据学习输入与输出之间的关系。在物理问题中，神经网络常被用作代理模型，即用训练好的网络近似复杂物理模型的输入输出关系。与传统公式计算相比，代理模型的优势在于可以快速完成批量预测，并且便于与可视化分析、优化设计和智能决策方法结合。前馈神经网络具有通用逼近能力，能够在一定条件下逼近连续函数，这为其学习物理变量之间的映射关系提供了理论基础[5]。

对于光电效应问题而言，其基本理论公式相对明确，因此本文并不需要依赖复杂实验数据。通过公式生成理论数据后，神经网络可以学习入射光频率、逸出功、光强与遏止电压之间的映射关系。虽然光电效应方程本身并不复杂，但该问题适合作为现代物理理论与神经网络结合的示范案例。通过该案例可以说明，在物理规律明确的数据环境下，神经网络是否能够学习到正确的物理趋势，是否能够判断阈频条件，是否能够在测试样本上保持较高预测精度。

3. 数据构建与研究方法

3.1. 理论数值数据来源

Table 1. Data and model parameter settings
表 1. 数据与模型参数设置

项目	设置
入射光频率	$4.0 \times 10^{14} \text{ Hz} \sim 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$
金属逸出功	1.8 eV~5.0 eV
相对光强	0.2~1.0
样本总数	3000
训练样本	2400
测试样本	600
输入变量	频率、逸出功、相对光强
输出变量	遏止电压、是否发生光电效应
网络结构	3-32-32-2
隐藏层激活函数	ReLU
分类输出激活函数	Sigmoid
优化算法	Adam
训练轮次	500
批量大小	128
数据来源	爱因斯坦光电效应方程

输入变量包括入射光频率 ν 、金属逸出功 ϕ 和相对光强 I 。其中，入射光频率设置在 4.0×10^{14} Hz 到 1.5×10^{15} Hz 范围内，覆盖部分可见光和紫外光频率范围；逸出功设置在 1.8 eV 到 5.0 eV 范围内，用于模拟不同金属材料的表面电子束缚能力；相对光强设置在 0.2 到 1.0 范围内，用于表示不同入射光强条件。表 1 给出了本文数据构建与神经网络模型的主要设置。

输出变量包括光子能量、最大初动能、遏止电压和光电效应发生状态。光子能量由 $E = h\nu$ 计算得到，最大初动能由 $E_k = \max(h\nu - \phi, 0)$ 计算得到，遏止电压在电子伏特单位下与最大初动能数值相等。光电效应发生状态根据 $h\nu \geq \phi$ 判断，满足条件记为 1，不满足条件记为 0。

需要指出的是，本文中的相对光强不直接参与最大初动能和遏止电压的理论计算。这符合光电效应理论规律，即光强影响光电子数量，而不改变单个光电子的最大初动能。将光强作为输入变量之一，是为了让神经网络在训练过程中识别其对遏止电压预测的弱相关性或无关性，从而进一步体现物理规律学习的意义。

3.2. 神经网络模型设计

本文建立一个前馈神经网络模型，以归一化后的入射光频率、逸出功和相对光强作为输入。网络输出包含两个部分：第一个输出为遏止电压预测值，属于回归任务；第二个输出为是否发生光电效应的预测概率，属于二分类任务。因此，本文模型同时完成回归预测和分类判断。

神经网络结构采用输入层、两个隐藏层和输出层。输入层包含 3 个神经元，对应频率、逸出功和相对光强；隐藏层用于学习非线性特征映射；输出层包含 2 个神经元，分别对应遏止电压回归输出和光电效应分类输出。隐藏层激活函数采用 ReLU 函数，分类输出采用 Sigmoid 函数。模型参数训练采用误差反向传播思想[6]，并利用 Adam 优化算法[7]更新网络参数。神经网络的输入与输出可表示为：

$$X = [\nu, \phi, I], Y = [V_s, y] \quad (6)$$

$$\hat{Y} = f_{\theta}(\nu, \phi, I) \quad (7)$$

模型训练时，回归任务采用均方误差作为损失函数，分类任务采用二元交叉熵作为损失函数。总损失函数定义为：

$$L = L_r + \alpha L_c \quad (8)$$

式中， L_r 为遏止电压回归损失， L_c 为光电效应分类损失， α 为分类损失权重。本文采用联合损失函数，使网络同时学习连续数值预测和状态判断能力。

在联合损失函数中，权重 α 用于调节分类任务对总损失的贡献。若 α 取值过小，模型训练将主要受遏止电压回归误差影响，可能降低对光电效应发生状态边界的关注；若 α 取值过大，分类损失在总损失中占比过高，可能使模型过度关注是否发生光电效应，而削弱对连续遏止电压数值的拟合能力。考虑到本文研究重点是遏止电压预测，同时需要兼顾效应发生状态判断，因此将 α 设为 0.3，使分类任务作为辅助约束参与训练。该设置能够在保持回归预测精度的同时，使模型对阈值附近的分类边界具有一定识别能力。

3.3. 评价指标

为评价遏止电压预测效果，本文采用平均绝对误差、均方根误差和决定系数作为回归评价指标。平均绝对误差可以反映预测值与理论值之间的平均偏差，均方根误差对较大误差更加敏感，决定系数用于衡量模型对理论值变化的解释能力。

平均绝对误差定义为：

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (9)$$

均方根误差定义为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (10)$$

决定系数定义为:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (11)$$

对于是否发生光电效应的分类任务, 本文采用分类准确率和混淆矩阵进行评价。混淆矩阵可以直观展示真实类别与预测类别之间的对应关系, 包括正确判断未发生光电效应、正确判断发生光电效应以及两类错误判断情况。

4. 结果与分析

4.1. 光电效应理论曲线分析

根据光电效应方程, 不同逸出功条件下的频率-遏止电压曲线具有明显差异。当入射光频率低于阈值时, 遏止电压为零; 当入射光频率超过阈值后, 遏止电压随频率近似线性增加。逸出功越大, 阈值越高, 曲线开始上升的位置越靠右。这一规律说明, 不同材料对入射光频率的要求不同, 逸出功较大的材料需要更高频率的光才能产生光电子。

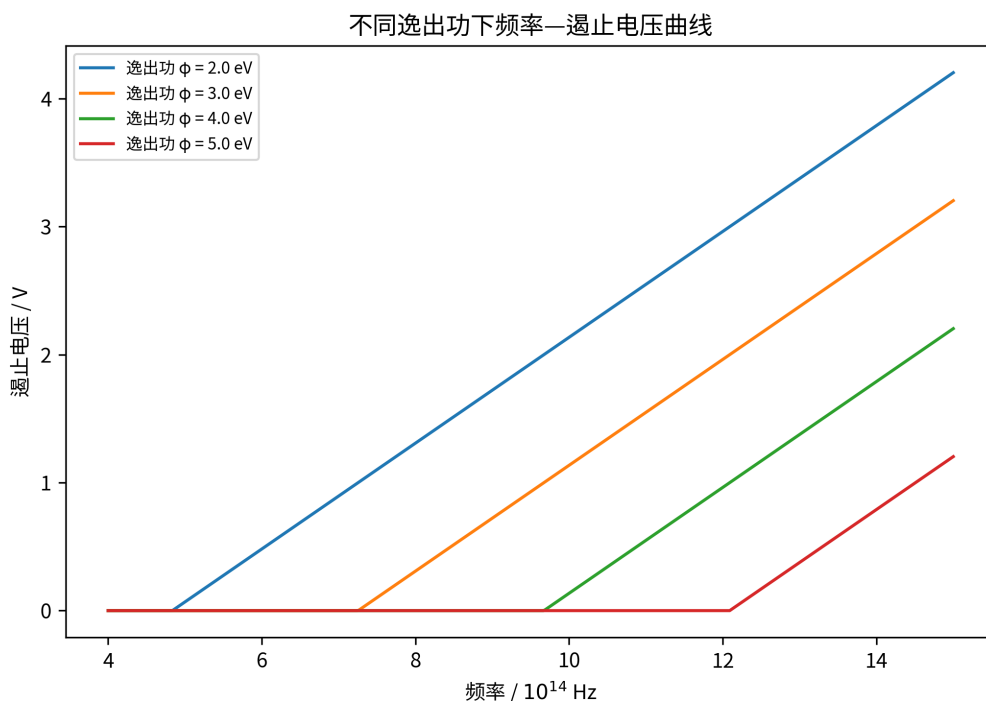


Figure 1. Theoretical relationship between frequency and stopping voltage under different work functions
图 1. 不同逸出功条件下频率与遏止电压的理论关系

图 1 展示了不同逸出功条件下频率与遏止电压之间的理论关系。从图中可以看出，曲线在低频区域存在明显的零值区间，这对应光子能量不足以克服逸出功的情况；当频率超过阈频后，曲线开始上升，并呈现近似线性变化。这与爱因斯坦光电效应方程一致，说明本文理论数据构建过程符合光电效应基本规律。

4.2. 神经网络预测结果分析

神经网络训练完成后，本文将测试集中的样本输入模型，得到遏止电压预测值，并与理论公式计算值进行对比。图 2 展示了神经网络预测值与理论值的散点对比结果。理想情况下，所有样本点应当分布在 $y = x$ 直线附近。如果散点越接近该直线，说明模型预测结果越接近理论计算值。

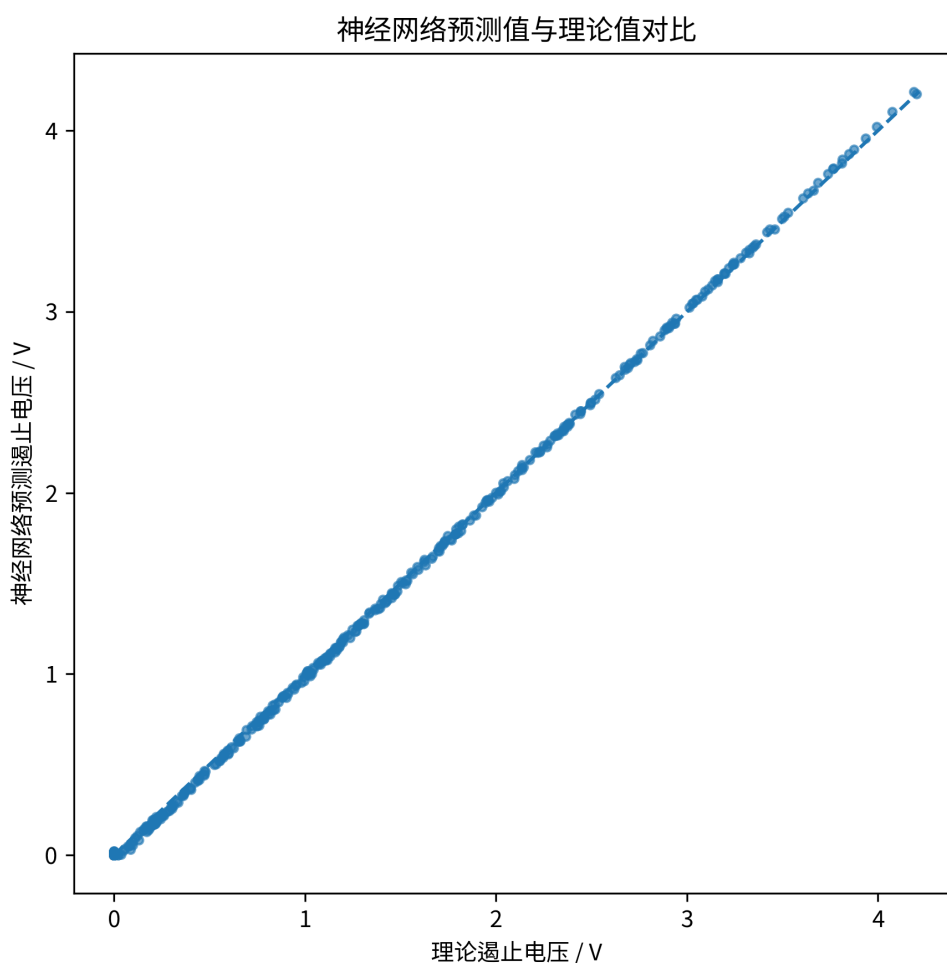


Figure 2. Comparison between neural network prediction and theoretical value
图 2. 神经网络预测值与理论值对比

从预测对比结果可以看出，大部分样本点集中在理论值与预测值相等的参考线附近，说明神经网络能够较好学习入射光频率、逸出功与遏止电压之间的映射关系。由于本文数据由明确公式生成，输入输出关系具有较强规律性，因此神经网络在充分训练后能够取得较好的拟合效果。少量误差主要出现在阈频附近，即 $h\nu$ 接近 ϕ 的区域。在该区域内，遏止电压由零值区间转入正值区间，物理状态发生变化，模型需要同时判断分类边界和预测连续数值，因此误差相对更容易出现。

从误差形成机制看，阈频附近的误差并非随机出现，而与光电效应方程的分段特征有关。当 $h\nu < \phi$

时，理论遏止电压为 0；当 $h\nu \geq \phi$ 时，遏止电压随 $h\nu - \phi$ 增大而上升。因此，在 $h\nu \approx \phi$ 的区域，模型需要同时学习零值区间、正值区间以及二者之间的状态边界，预测难度明显高于远离阈值的样本。误差主要受入射光频率 ν 与逸出功 ϕ 的相对关系影响，而相对光强(I)理论上不直接决定最大初动能和遏止电压。因此，若模型在阈值附近出现较大误差，其主要原因应来自对 $h\nu - \phi$ 边界关系的近似，而不是相对光强变化导致的系统性偏差。

Table 2. Prediction performance evaluation on the testing set
表 2. 测试集预测性能评价

指标	数值
遏止电压平均绝对误差 MAE/V	0.012945
遏止电压均方根误差 RMSE/V	0.017195
遏止电压决定系数 R^2	0.999769
光电效应状态分类准确率	0.996667

表 2 给出了模型在测试集上的评价指标，包括 MAE、RMSE、 R^2 和分类准确率。从指标含义看，MAE 和 RMSE 越小，说明模型预测误差越低； R^2 越接近 1，说明模型对理论变化规律的解释能力越强；分类准确率越高，说明模型对光电效应发生条件的判断越准确。

4.3. 训练过程分析

图 3 展示了神经网络训练过程中的损失变化曲线。训练初期，模型参数尚未学习到输入变量和输出变量之间的规律，因此损失值较高。随着训练轮次增加，网络不断调整权重参数，回归损失和分类损失逐渐下降，说明模型逐步学习到光电效应理论关系。当损失曲线趋于平稳后，表明模型训练基本收敛。

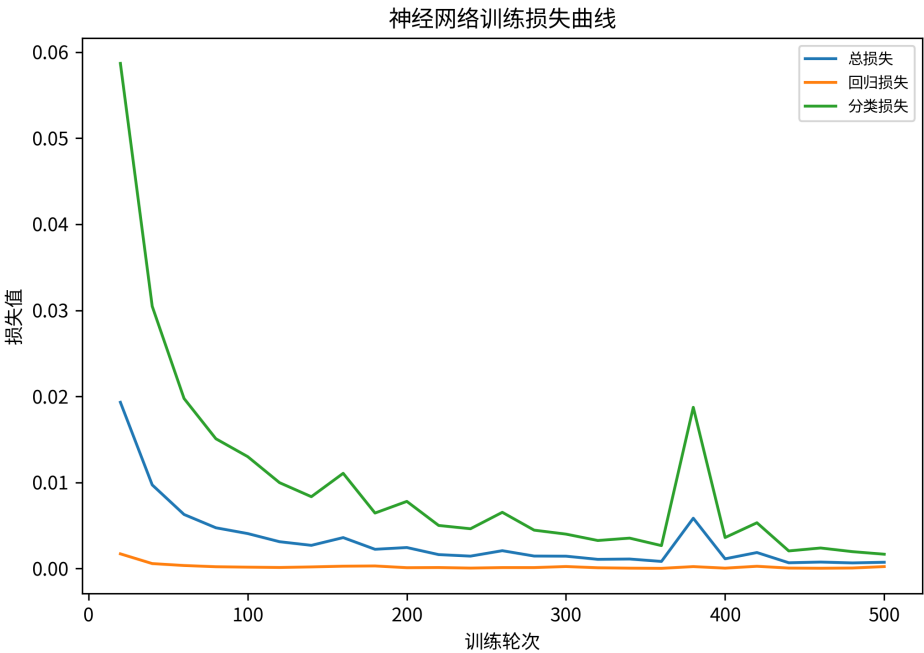


Figure 3. Training loss curve of neural network
图 3. 神经网络训练损失曲线

需要注意的是，训练损失下降并不必然说明模型具有物理合理性。因此，本文不仅使用损失曲线评价训练过程，还进一步结合理论曲线、预测散点图和混淆矩阵进行综合分析。只有当模型同时满足低预测误差、正确分类和符合物理趋势时，才能说明神经网络有效学习了光电效应规律。

4.4. 分类结果与混淆矩阵分析

光电效应是否发生由 $h\nu \geq \phi$ 决定，因此该问题天然可以转化为一个二分类任务。理论上，当频率较高或逸出功较低时，更容易发生光电效应；当频率较低或逸出功较高时，不易发生光电效应。分类边界实质上对应阈频条件，模型是否能够正确识别该边界，是判断其物理一致性的重要依据。

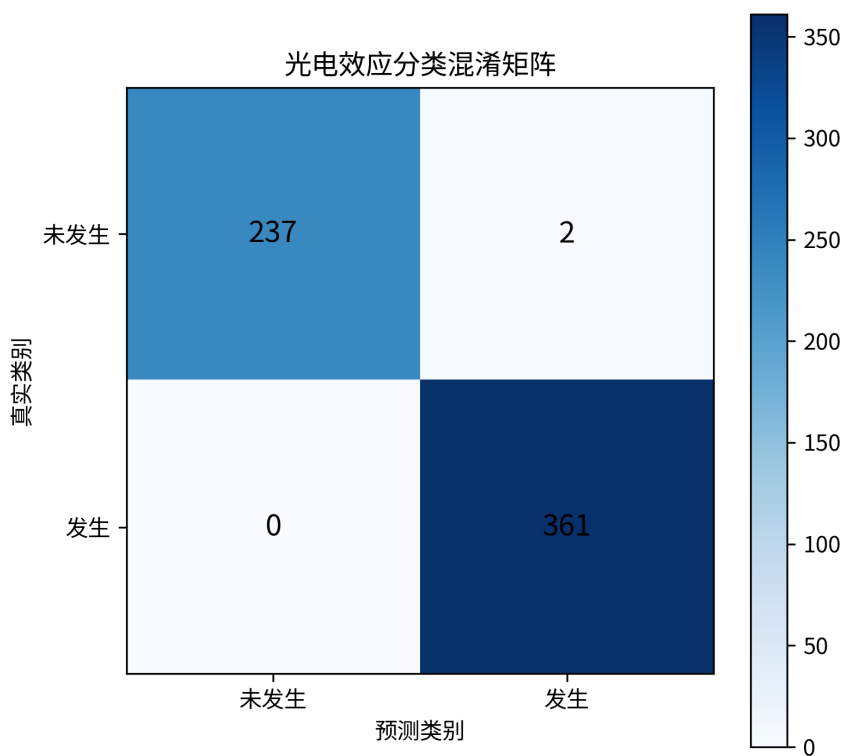


Figure 4. Confusion matrix of photoelectric effect classification

图 4. 光电效应分类混淆矩阵

图 4 为测试集分类结果的混淆矩阵。混淆矩阵左上角表示真实未发生且预测未发生的样本数量，右下角表示真实发生且预测发生的样本数量，另外两个位置表示错误分类样本数量。若混淆矩阵主对角线数值明显大于非对角线数值，说明模型分类效果较好。对于本文任务而言，分类错误主要可能出现在阈频附近，因为这些样本的光子能量与逸出功非常接近，状态边界较为敏感。

通过混淆矩阵可以进一步说明，神经网络不仅能够预测连续的遏止电压数值，还能判断物理现象是否发生。这使模型具有更完整的物理解释能力。与单纯回归预测相比，同时引入分类任务可以帮助模型关注阈频边界，从而更好体现光电效应的物理条件。

5. 讨论

本文研究表明，在现代物理理论关系明确的情况下，神经网络可以作为一种有效的理论数值预测工具。与依赖实验测量数据的建模方式不同，本文数据全部由爱因斯坦光电效应方程计算得到，具有明确

的物理来源和可复现性, 因此不涉及实验数据伪造问题。从结果来看, 神经网络能够学习入射光频率、金属逸出功与遏止电压之间的映射关系, 并能较好判断光电效应是否发生。对于光电效应这类公式较为明确的问题, 直接理论计算仍然是最准确、最透明的方法; 本文引入神经网络的目的并不是取代物理公式, 而是验证其在物理理论数据建模、快速预测和规律可视化中的辅助作用。同时, 联合损失函数中分类权重的设置以及阈频附近误差的分布表明, 神经网络对物理规律的学习不仅体现在整体预测精度上, 也体现在其对物理边界条件的逼近能力上。类似的机器学习方法已经在物理问题建模中得到广泛关注, 也说明人工智能方法与现代物理研究具有较强的结合空间[8]。

本文仍存在一定局限。第一, 本文数据属于理论数值数据, 并非真实实验测量数据, 因此不能反映仪器误差、实验噪声、材料表面状态变化等实际因素。第二, 本文采用的前馈神经网络结构较为基础, 主要用于验证物理规律学习的可行性, 并未追求复杂网络结构。第三, 本文仅考虑入射光频率、金属逸出功和相对光强三个变量, 尚未引入材料表面结构、入射角、温度等更复杂因素。未来研究可以在理论数据基础上加入真实实验数据或模拟噪声, 并进一步引入物理约束神经网络方法, 将光电效应方程作为模型训练的重要约束, 从而提高模型的物理一致性和解释能力[9]。

6. 结论

本文以光电效应理论为基础, 构建了一个现代物理理论与神经网络相结合的遏止电压预测模型。研究通过爱因斯坦光电效应方程生成可复现的理论数值数据, 以入射光频率、金属逸出功和相对光强作为输入, 以遏止电压和光电效应发生状态作为输出, 建立前馈神经网络进行回归预测和分类判断。结果表明, 神经网络能够较好逼近光电效应理论关系, 对遏止电压具有较高预测精度, 并能够有效判断是否发生光电效应。通过理论曲线、预测对比图、训练损失曲线、混淆矩阵和评价表格可以看出, 模型结果与光电效应基本物理规律保持一致。本文研究说明, 在数据来源真实可复现、物理公式明确的条件下, 神经网络可以作为现代物理理论计算、规律可视化和快速预测的辅助工具。后续研究可进一步结合物理信息机器学习方法, 将物理方程、边界条件或先验约束融入网络训练过程, 以提升模型的泛化能力和物理可信度[10]。

参考文献

- [1] Hertz, H. (1887) Ueber einen einfluss des ultraviolettten lichtes auf die electrische entladung. *Annalen der Physik*, **267**, 983-1000. <https://doi.org/10.1002/andp.18872670827>
- [2] Einstein, A. (1905) Über einen die erzeugung und verwandlung des lichtes betreffenden heuristischen gesichtspunkt. *Annalen der Physik*, **322**, 132-148. <https://doi.org/10.1002/andp.19053220607>
- [3] Millikan, R.A. (1916) A Direct Photoelectric Determination of Planck's "h". *Physical Review*, **7**, 355-388. <https://doi.org/10.1103/physrev.7.355>
- [4] Goodfellow, I., Bengio, Y. and Courville, A. (2016) Deep Learning. MIT Press. <https://www.deeplearningbook.org/>
- [5] Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1989) Multilayer Feedforward Networks Are Universal Approximators. *Neural Networks*, **2**, 359-366. [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(89\)90020-8](https://doi.org/10.1016/0893-6080(89)90020-8)
- [6] Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J. (1986) Learning Representations by Back-Propagating Errors. *Nature*, **323**, 533-536. <https://doi.org/10.1038/323533a0>
- [7] Kingma, D.P. and Ba, J. (2015) Adam: A Method for Stochastic Optimization. *International Conference on Learning Representations*. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>
- [8] Mehta, P., Bukov, M., Wang, C., Day, A.G.R., Richardson, C., Fisher, C.K., et al. (2019) A High-Bias, Low-Variance Introduction to Machine Learning for Physicists. *Physics Reports*, **810**, 1-124. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2019.03.001>
- [9] Raissi, M., Perdikaris, P. and Karniadakis, G.E. (2019) Physics-Informed Neural Networks: A Deep Learning

-
- Framework for Solving Forward and Inverse Problems Involving Nonlinear Partial Differential Equations. *Journal of Computational Physics*, **378**, 686-707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
- [10] Karniadakis, G.E., Kevrekidis, I.G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S. and Yang, L. (2021) Physics-Informed Machine Learning. *Nature Reviews Physics*, **3**, 422-440. <https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5>