

考虑决策者关联关系及容忍行为的最大专家数共识模型研究

章慧娜, 程 栋

东华大学旭日工商管理学院, 上海

收稿日期: 2022年11月26日; 录用日期: 2022年12月16日; 发布日期: 2022年12月28日

摘 要

最大专家数共识是在有限预算下最大化共识达成的人数。其中, 决策者权重往往由协调者给定, 存在较大的主观性。此外, 现有研究忽视了决策者行为对共识结果的影响。本文研究了通过关联多属性评价确定决策者权重的方法以及考虑决策者容忍行为的最大专家数共识问题。首先, 考虑评价属性间的关联关系, 利用Choquet积分确定决策者的权重。其次, 关注协调者意见以及决策者对意见调整的容忍行为, 构建考虑决策者容忍限度的最大专家数共识模型。最后, 通过算例对模型的有效性进行验证。研究结果表明: 1) 决策者的容忍行为有利于促进最大专家数共识的达成。2) 考虑属性关联的权重确定方法可以降低主观偏好的影响。3) 协调者意见能合理规范共识意见的产生。

关键词

共识决策, 最大专家数, 决策者权重, 关联属性, 容忍限度

Research on Maximum Experts Consensus Model Considering the Association among Decision-Makers and the Tolerance Behavior

Huina Zhang, Dong Cheng

Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai

Received: Nov. 26th, 2022; accepted: Dec. 16th, 2022; published: Dec. 28th, 2022

Abstract

The aim of the maximum experts consensus is to maximize the number of decision-makers (DMs)

文章引用: 章慧娜, 程栋. 考虑决策者关联关系及容忍行为的最大专家数共识模型研究[J]. 管理科学与工程, 2022, 11(4): 633-644. DOI: 10.12677/mse.2022.114076

who are reached the consensus under the limited budget. The weight of the DMs is often given by the moderator, which is subjective. In addition, existing research has ignored the impact of DMs' behavior on consensus results. In this paper, we study the method of determining the weight of DMs through the evaluation of associated attributes and the maximum experts consensus problem considering the DMs' tolerant behavior. First, consider the correlation between evaluation attributes and use the Choquet integral to determine the weight of DMs. Secondly, put emphasis on the moderator's opinion and the DMs' tolerant behavior; then build a maximum experts consensus model considering the DMs' tolerance limit. Finally, the validity of the model is verified by an example. The results show that: 1) The DMs' tolerant behavior is conducive to reaching the maximum experts consensus. 2) The weight determination method considering associated attributes can reduce the influence of subjective preference. 3) The moderator's opinion can reasonably regulate the consensus opinions.

Keywords

Consensus Decision-Making, Maximum Experts Consensus, The Weight of Decision Maker, Associated Attributes, Tolerance Limit

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

群决策的目的在于通过吸纳多方意见来达到令决策者都较为满意的共识,这不仅能提高决策可靠性,还有利于决策方案的后续实施[1]。决策过程中通常存在一名真实或虚拟的协调者,由其确定各决策者的权重、单位调整成本等决策要素,并当共识无法达成时由其劝说决策者对自身意见进行调整[2]。现有研究中决策者权重多由协调者以决策参数的形式直接给出[3],但是这种方式获得的数据过于主观和片面,容易与实际产生较大偏差。决策者在整个决策群体中的权重应该从多个方面进行评价考量。然而,现有的评价体系大多以属性独立为前提[4],但实际上相似属性之间存在冗余关系,相异属性之间存在互补关系,它们分别会导致高估和低估评价结果[5]。因此考虑评价属性间关联关系的权重确定方法更客观。

共识达成过程中协调者最初是以完全共识为目标的,近年来,随着软共识概念的出现和应用,共识决策也得以松绑,但是它们仍隐含所有决策者都必须满足共识要求这一条件。例如,最小成本共识问题就是在使得全部决策者满足共识阈值的条件下寻求共识成本最低[6]。然而,在实际生活中,某些共识决策问题并不一味追求成本最低且不需要全部决策者达成一致意见,而是在给定预算范围内寻求尽可能多的决策者支持,这类问题被称之为最大专家数共识决策[7] [8] [9] [10]。就现有研究来看,最大专家数共识问题中的决策者是完全利益驱动的,然而,实际上决策者对意见调整有自己的容忍限度,容忍范围内的意见取值都符合决策者的预期,协调者不需要付出额外的补偿[11],因此有必要在共识过程中考虑决策者的容忍行为对共识结果的影响。

综上所述,本文将探究考虑评价属性关联的权重确定方法以及考虑决策者容忍行为的最大专家数共识问题。本文的主要贡献如下: 1) 通过多角度评价确定决策者权重的同时考虑评价属性间的关联关系,在避免协调者给定权重法的主观性影响的同时降低了评价属性内部的交互影响。2) 引入决策者行为,建立考虑决策者容忍行为的最大专家数共识模型,讨论了相同预算下容忍行为对共识结果的影响,使得由此得出的结论更贴合实际。3) 在共识决策过程中考虑协调者意见,规范最终达成共识的决策者意见。

2. 相关理论基础

2.1. 模糊测度理论

本假设评价属性集为 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, A 的幂集为 $P(A)$, 模糊测度定义如下:

定义 1: $(A, P(A))$ 为一可测空间, 函数集 $g_\lambda(\cdot)$ 定义在 A 的子集上, 若满足如下条件:

- 1) $g_\lambda: P(A) \rightarrow [0, 1]$ 且 $g_\lambda(\emptyset) = 0, g_\lambda(A) = 1$ (有界性)
 - 2) $\forall S_1, S_2 \in P(A)$, 若 $S_1 \subseteq S_2$, 则 $g_\lambda(S_1) \leq g_\lambda(S_2)$ (单调性)
 - 3) $g_\lambda(S_1 \cup S_2) = g_\lambda(S_1) + g_\lambda(S_2) + \lambda g_\lambda(S_1)g_\lambda(S_2), \lambda > -1$
- 则 g_λ 称为定义在 A 上的 λ 模糊测度。

其中, 任一子集 $S \subseteq P(A)$ 的 λ 测度值可根据公式(1)获得:

$$g(S) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \left[\prod_{j \in S} (1 + \lambda g(j)) - 1 \right] & \text{若 } \lambda \neq 0, -1 < \lambda < +\infty \\ \sum_{j \in S} g(j) & \text{若 } \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

如果 $\sum_{j=1}^n g(j) = 1$, 则 $\lambda = 0$; 如果 $\sum_{j=1}^n g(j) \neq 1$, 则 λ 的值可通过 $g(A) = 1$ 唯一确定, 等价于求解下式:

$$\lambda + 1 = \prod_{j=1}^n (1 + \lambda g(j)) \quad (2)$$

2.2. 模糊积分理论

已知 μ 为定义在 $P(A)$ 上的模糊测度, 则 Choquet 积分为:

$$CI = \int f du = \sum_{i=1}^n \left(f(n_{(i)}) - f(n_{(i-1)}) \right) \mu(N_{(i)}) \quad (3)$$

其中, 假设 $N_{(i)} = \{n_{(i)}, \dots, n_{(n)}\}$ 为一个属性集, 同时假设 $f(n_{(i)})$ 为属性 $n_{(i)}$ 对应的属性值, $f(n_{(0)}) = 0$, $0 \leq f(n_{(i)}) \leq \dots \leq f(n_{(n)})$ 。

2.3. 最大专家数共识模型

令 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ 为 m 个决策者的集合, $O = \{o_1, o_2, \dots, o_m\}$ 为决策者初始意见的集合, $\bar{O} = \{\bar{o}_1, \bar{o}_2, \dots, \bar{o}_m\}$ 为决策者调整后意见的集合, 其中 d_i 表示第 i 个决策者, o_i 表示第 i 个决策者的初始意见, \bar{o}_i 表示第 i 个决策者的调整后意见。通过 WA 算子聚合可得群体共识意见, 我们定义为 o_c 。令 ε 表示软共识阈值, 当 $|\bar{o}_i - \bar{o}_c| \leq \varepsilon$ 时, 则认为 d_i 满足共识要求。给定 d_i 单位调整成本为 c_i , 则总共识成本为 $\sum_{i=1}^n c_i |o_i - \bar{o}_i|$ 。给定共识预算 B , Zhang 等[8]提出了在有限预算下最大化共识达成人数的最大专家数共识模型:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i \\ & \begin{cases} \sum_{i=1}^n c_i |\bar{o}_i - o_i| \leq B & (4-1) \\ \bar{o}_c = F(\bar{o}_1, \bar{o}_2, \dots, \bar{o}_n) & (4-2) \\ x_i = \begin{cases} 1 & \text{if } |\bar{o}_i - \bar{o}_c| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{else} \end{cases} & (4-3) \\ i = 1, 2, \dots, n & (4-4) \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

3. 考虑属性关联的决策者权重分配

一个决策问题通常有多位决策者的参与, 而每位决策者在决策过程中的重要性是不同的, 在共识建模中通过权重表现[12]。在现有研究中, 权重的确定方式有多种选择, 由于分配权重的根据不同, 大致可以分为两类: 主观赋权法和客观赋权法。主观赋权法, 例如层次分析法[13]、德尔菲法[14]等, 大多以综合评分为手段, 以个人意志为转移, 这种依赖评价者主观意识的赋权方式容易导致夸大或低估某些评价指标的作用, 而且评价过程可能出现“*A* 优于 *B*, *B* 优于 *C*, 而 *C* 又优于 *A*”的自相矛盾的情形。客观赋权法则完全摒弃评价者主观意志, 以评价指标间的客观关系为依据确定权重, 例如主成分分析法[15]、均方差法[16]等, 这种方法有效避免了评价者主观因素造成的权重偏差, 但其高度依赖样本数据的数量和准确性。

为了综合主观赋权法和客观赋权法的特点, 在赋权过程中既体现评价者对评价指标的主观偏好, 又在一定程度上保证权重的客观性, 本节将采用熵权法对评价数据进行处理, 再以 λ 模糊测度衡量评价属性间的交互关系, 最后利用 Choquet 积分确定权重。根据信息论的基本原理, 熵是对一个物质系统中能量衰竭程度的度量, 被用来定义系统的无序程度。当信息熵越小, 熵权越大时, 信息向决策者提供的信息效用值就越大[17]。协调者依据对决策事件的认知以及对决策者的具体考量确定评价属性集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 并基于评价指标对每位决策者进行评分, 得到评价矩阵 E 如式(1)所示。

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{m1} & e_{m2} & \cdots & e_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, e_{ij} 表示协调者对第 i 个决策者关于第 j 个评价指标的评分。

令 $p_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sum_{i=1}^m e_{ij}}$, 将评价矩阵 E 进行归一化处理, 得到标准评价矩阵 P 如下所示:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

那么, 属性 a_j 的信息熵如下所示:

$$H_j = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln p_{ij} \quad (7)$$

通过以属性所包含的信息大小衡量属性重要性, 则各属性的重要性如下所示:

$$I_j = \frac{1 - H_j}{n - \sum_{j=1}^n H_j} \quad (8)$$

随后考虑评价属性间的关联关系, 当属性间相似性越高, 那么它们的评分越接近, 即存在冗余关联。此时, 若采用加权平均算子对各属性的初始值进行集结则会导致过高估计。而当属性间差异性越高时, 那么它们的评分差距就会越大, 即存在互补关联。显然, 在这种情形下采用传统加权平均的方法会低估各属性的总体评估值。本节通过引入 λ 模糊测度以衡量属性间的交互关系, 并利用 Choquet 积分获得协调者对各决策者的综合评分值。其中, 针对有限属性集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 其任意子集 $S \subseteq P(A)$, S 的 λ 模糊测度值可根据式(1)获得, 再利用式(3)所示的 Choquet 积分集结算子可得考虑评价属性关联后的各决

策者综合得分。

最终, 根据每位决策者的综合得分占比确定决策者权重, 公式如下所示:

$$\omega_i = \frac{CI_i}{\sum_{i=1}^m CI_i} \quad (9)$$

4. 考虑容忍行为的最大专家数共识模型构建

现实决策中有时并不追求所有决策者的意见一致, 例如投票往往遵循少数服从多数原则, 面对此类决策场景, 最大专家数共识模型可以高效地解决问题。共识达成过程的参与者可以分为两类: 决策者和协调者。现有共识达成过程往往只考虑决策者的意见, 而认为协调者的唯一目标就是帮助决策者达成共识。然而, 在对共识意见有明确约束的现实决策中协调者反而身兼要务, 为了共识意见在预期范围内形成, 协调者会在共识达成过程中明确表达个人意见。假设协调者对共识意见的预期范围为 $[o^-, o^+]$, 则 $o_c \in [o^-, o^+]$ 。本节在 Zhang [8] 的基础上引入协调者意见, 构建考虑协调者意见的最大专家数共识模型:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i \\ & \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=1}^n c_i |\bar{o}_i - o_i| \leq B & (10-1) \\ & \bar{o}_c = \sum_{i=1}^m \omega_i \bar{o}_i & (10-2) \\ & \bar{o}_c \in [o^-, o^+] & (10-3) \\ & x_i = \begin{cases} 1 & \text{if } |\bar{o}_i - \bar{o}_c| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{else} \end{cases} & (10-4) \\ & i = 1, 2, \dots, n & (10-5) \end{aligned} \right. \quad (10) \end{aligned}$$

其中, 目标函数为最大化共识达成人数; 约束(10-1)表示达成共识的成本不高于预算; 约束(10-2)定义了群体共识意见的聚合算子; 约束(10-3)表示群体共识意见在协调者意见范围内; 约束(10-4)中 x_i 是一个 0~1 变量, 用于判断决策者 d_i 是否达成共识, 如果决策者的调整后意见与群体共识意见之间的差值小于软共识所要求的阈值, 则该决策者被认为是达成共识的决策者, 计入总共识达成人数; 约束(10-5)定义了 i 的取值范围。

现实决策中决策者很难以一个确定值表达自己的个体意见, 往往存在一个可变动的范围, 在这个范围内对其意见进行调整协调者不需要付出额外的努力。例如对于教师评测问题, 一个学生对于给老师打 8 分还是 8.5 分是无差别的, 在这个评分范围内如果想要他进行调整不需要付出任何代价。这种在一定意见范围内无成本的意见调整行为我们称之为决策者的容忍行为。

我们设决策者 d_i 的容忍限度为 γ_i , 如图 1 所示, 决策者 d_i 的单位调整成本可分为三段:

$$c_i = \begin{cases} c_i & (-\infty, o_i - \gamma_i) \cup (o_i + \gamma_i, +\infty) \\ 0 & [o_i - \gamma_i, o_i + \gamma_i] \end{cases} \quad (11)$$

由此可见, 区间 $[o_i - \gamma_i, o_i + \gamma_i]$ 是决策者 d_i 的容忍范围, 在该区间内对决策者意见进行调整是零成本的, 而超过容忍范围的意见调整则需要协调者给予决策者相应的补偿。基于上述分析, 将考虑容忍限度的最大专家数共识模型构建如下:

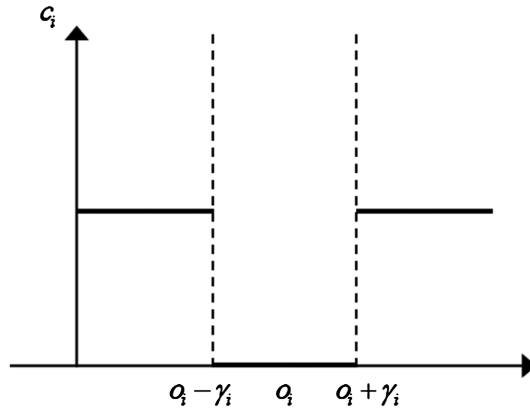


Figure 1. Diagram of decision-makers' unit adjustment cost with tolerance behavior
图 1. 存在容忍行为时决策者的单位调整成本图

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^n x_i \\
 & \begin{cases} c_i = \begin{cases} c_i & |\bar{o}_i - o_i| > \gamma_i \\ 0 & |\bar{o}_i - o_i| \leq \gamma_i \end{cases} & (12-1) \\
 & \sum_{i=1}^n c_i |\bar{o}_i - \gamma_i - o_i| \leq B & (12-2) \\
 \text{s.t.} & \begin{cases} \bar{o}_c = \sum_{i=1}^m \omega_i \bar{o}_i & (12-3) \\ \bar{o}_c \in [o^-, o^+] & (12-4) \\ x_i = \begin{cases} 1 & \text{if } |\bar{o}_i - \bar{o}_c| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{else} \end{cases} & (12-5) \\
 & i = 1, 2, \dots, n & (12-6) \end{cases}
 \end{cases} \quad (12)
 \end{aligned}$$

模型(12)中, 目标函数及约束(12-3)~(12-6)与模型(10)中的目标函数及约束(10-2)~(10-5)相同; 约束(12-1)刻画了决策者的分段共识调整成本; 约束(12-2)则表示决策者对初始意见的调整存在容忍行为, 在限度内进行调整的部分协调者不需要付出任何补偿, 且达成共识的成本不高于预算。

5. 算例及分析

5.1. 数值算例

药品作为一种特殊商品, 其价格的形成在很多方面不符合完全竞争市场的条件, 由于信息不对称, 药品价格的需求弹性较小, 容易导致药品价格虚高。党中央、国务院高度重视这一问题, 2015 年下发了《关于完善公立医院药品集中采购工作的指导意见》, 尝试通过改革机制挤出水分, 有效实现药品降价, 指出了药品集中采购的未来发展路径。但这种通过量价挂钩、价低者得的集采招标模式也存在明显弊端。本节尝试提出由政府层面调控, 多企业协调定价的集中管控模式。首先, 由政府作为协调者就多个层面对参与竞标的药企进行评价, 确定各药企在决策过程中的权重。其次, 由政府给出共识定价区间, 各药企作为决策者进行定价决策, 以共识人数最多为最终决策标准, 一方面可以保障药企能有合理利润空间, 促进企业可持续发展, 另一方面也使得同一类药品能有多个供应商, 避免出现断供的情况。最后再进一步考虑决策者的容忍行为对共识结果的影响。

结合药品集采定价应用背景, 假设有五家制药企业对某一种药品的集中采购进行竞标, 政府考虑从技术水平、财务效益、业内口碑(分别记为 a_1, a_2, a_3)三个方面对参与药品集采竞价的制药企业进行评价以确定最终决策者权重。

首先, 政府对五家参与集采竞标的制药企业就上述三个属性进行评价, 得到评价矩阵 $E = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 7 & 9 \\ 7 & 6 & 8 \\ 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ 。

归一化处理后得到标准评价矩阵 $P = \begin{bmatrix} \frac{6}{32} & \frac{5}{29} & \frac{6}{37} \\ \frac{5}{32} & \frac{6}{29} & \frac{7}{37} \\ \frac{8}{32} & \frac{7}{29} & \frac{9}{37} \\ \frac{7}{32} & \frac{6}{29} & \frac{8}{37} \\ \frac{6}{32} & \frac{5}{29} & \frac{7}{37} \end{bmatrix}$ 。

根据式(7)计算可得各属性的信息熵为:

$$H_j = [0.9922 \quad 0.9949 \quad 0.9941]$$

通过以属性所包含的信息大小衡量属性重要性, 则各属性的重要性如下所示:

$$I_j = [0.4165 \quad 0.2721 \quad 0.3115]$$

根据式(1)确定 λ 值:

$$\lambda = -9.2873$$

利用 λ 模糊测度确定属性间的交互关系为(见表 1):

Table 1. Interaction weight of evaluation attribute

表 1. 评价属性交互权重

A	μ_A	A	μ_A
\emptyset	0	$\{a_1, a_2\}$	-0.3638
$\{a_1\}$	0.4165	$\{a_1, a_3\}$	-0.4768
$\{a_2\}$	0.2721	$\{a_2, a_3\}$	-0.2035
$\{a_3\}$	0.3115	$\{a_1, a_2, a_3\}$	1

利用 Choquet 积分集结算子可得考虑评价属性关联后的各决策者综合得分如下:

$$CI_i = [4.5232 \quad 5.1080 \quad 6.8347 \quad 5.8347 \quad 4.8347]$$

最终确定决策者权重为:

$$\omega_i = [0.1667 \quad 0.1882 \quad 0.2519 \quad 0.2150 \quad 0.1782]$$

确定五家制药企业的权重后, 由政府给定最终得标价格区间 $o_c \in [0.5, 0.6]$ 、共识预算 $B = 1$ 以及单位调整成本 $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\} = \{4, 3, 1, 2, 5\}$, 再由各制药企业给出初始意见

$\{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5\} = \{0.3, 0.9, 0.55, 0.95, 0.25\}$ 。假设判断决策者是否满足共识要求的软共识阈值 $\varepsilon = 0.1$ 。

代入模型(10), 用 Lingo 求解得 $(0.3, 0.9, 0.55, 0.6401, 0.25; 0.5401; 0, 0, 1, 1, 0)^T$ 。

考虑到制药企业在定价时心理预期价格可能是一个区间值, 在区间范围内任意调整对其而言无差别, 因此在共识过程中每位决策者进行意见调整时都存在一定的容忍度。在最大专家数共识模型基础上分别假设五位决策者的容忍限度为 $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5\} = \{0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05\}$ 。将数据代入模型(12), 用 Lingo 求解得 $(0.4981, 0.85, 0.5, 0.9, 0.2; 0.5981; 1, 0, 1, 0, 0)^T$ 。

5.2. 比较分析

共识达成过程是一个消耗资源的过程, 在最大专家数共识中, 共识预算的多少会直接影响达成共识的人数。除此之外, 相同预算下共识阈值和决策者的容忍行为也会对达成共识的人数产生影响。因此, 本节将讨论共识预算、共识阈值以及决策者的容忍限度对最大专家数共识的影响。

首先, 在上述决策者权重及初始意见下, 控制判断决策者是否满足共识要求的软共识阈值 $\varepsilon = 0.1$ 。表 2 展示了在不同共识预算下的决策者调整后意见、集体意见、达成共识的专家人数以及总共识成本。通过图 2 可见, 当软共识阈值一定时, 随共识预算的增加, 共识达成人数和总共识成本都呈上升趋势, 当所有决策者都满足共识要求后, 共识预算的继续增加对共识结果不再产生影响。

Table 2. Optimal consensus results for the maximum experts consensus under different budgets

表 2. 不同预算下的最大专家数最优共识结果

B	\bar{o}_1	\bar{o}_2	\bar{o}_3	\bar{o}_4	\bar{o}_5	\bar{o}_c	达成共识人数	总成本
0.5	0.3	0.9	0.5232	0.95	0.25	0.6	$\{e_3\}$	0.0267
1	0.3	0.9	0.55	0.6401	0.25	0.5401	$\{e_3, e_4\}$	0.6198
1.5	0.4779	0.9	0.55	0.6779	0.25	0.5779	$\{e_1, e_3, e_4\}$	1.2558
2	0.4779	0.9	0.55	0.6779	0.25	0.5779	$\{e_1, e_3, e_4\}$	1.2558
2.5	0.4	0.6	0.5830	0.6	0.25	0.5	$\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$	2.0330
3	0.4	0.6	0.4769	0.6	0.4	0.5	$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$	2.8231

然后, 控制共识预算 $B = 1$, 表 3 展示了在不同软共识阈值下, 决策者调整后意见、集体意见、达成共识的专家人数以及总共识成本的变化情况。通过图 3 可见, 1) 在相同有限预算下, 随着共识阈值的增大, 共识达成人数逐渐增加; 2) 就总体而言, 总共识成本随共识阈值的增大而增大, 但当共识达成人数相同时, 总共识成本随共识阈值的增大而减小。这是因为共识阈值越小表示决策者的意见需要越接近集体意见才能满足共识要求, 换言之, 决策者需要较大幅度向集体意见方向进行意见调整, 有限的预算只够劝说一小部分决策者; 而当共识阈值增大, 为达成共识决策者所需调整的意见距离减小, 相同预算下可协调更多决策者。而当共识达成人数不变时, 共识阈值的增大意味着决策者意见调整距离的减小, 显然, 协调者需要付出的成本也减小, 当共识阈值增大到一定程度时, 决策者初始意见即满足共识要求, 此时无需进行意见调整。

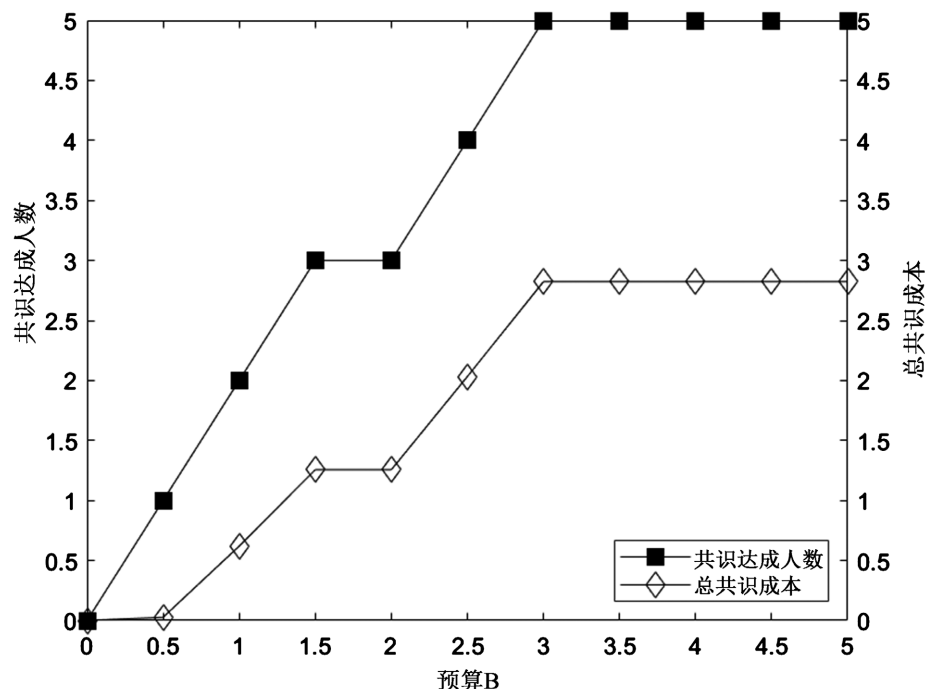


Figure 2. Trend diagram of number of decision-makers reaching consensus and total consensus cost changing with budget
图 2. 共识达成人数及总共识成本随预算变化趋势图

Table 3. Optimal consensus results for the maximum experts consensus under different consensus thresholds

表 3. 不同共识阈值下的最大专家数最优共识结果

ε	\bar{o}_1	\bar{o}_2	\bar{o}_3	\bar{o}_4	\bar{o}_5	\bar{o}_c	达成共识人数	总成本
0.05	0.3	0.9	0.55	0.5764	0.25	0.5264	$\{e_3, e_4\}$	0.7472
0.1	0.3	0.9	0.55	0.6401	0.25	0.5401	$\{e_3, e_4\}$	0.6198
0.15	0.4318	0.9	0.55	0.7318	0.25	0.5818	$\{e_1, e_3, e_4\}$	0.9636
0.2	0.3	0.9	0.3043	0.7	0.3	0.5	$\{e_1, e_3, e_4, e_5\}$	0.9957
0.25	0.3	0.8	0.4921	0.8	0.3	0.55	$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$	0.9079
0.3	0.3	0.9	0.5306	0.9	0.3	0.6	$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$	0.3694
0.35	0.3	0.9	0.5233	0.95	0.25	0.6	$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$	0.0267

最后, 同时控制软共识阈值 $\varepsilon = 0.1$, 共识预算 $B = 1$, 通过调节决策者的容忍限度, 决策者调整后意见、集体意见、达成共识的专家人数以及总共识成本的变化情况如表 4 所示。从图 4 可以看出, 在容忍限度逐渐增加的过程中, 总共识成本先随共识人数的增加而增加, 当容忍限度足够大时, 决策者在自身容忍范围即可调整意见达成共识, 协调者所需付出的成本逐渐减小到 0。

6. 结论与展望

本文基于现有最大专家数共识的研究, 对决策者权重的确定方法以及决策者的有限妥协行为进行探究。首先, 通过多属性评价的方式确定决策者权重, 同时考虑评价属性间的关联关系。其次, 在最大化

共识达成人数的过程中考虑协调者对共识意见的要求。随后进一步将决策者的有限妥协行为引入到最大专家数共识模型。最后, 以药品集采定价作为背景进行算例分析, 探究预算、共识阈值以及容忍限度对共识达成人数的影响。具体结论如下:

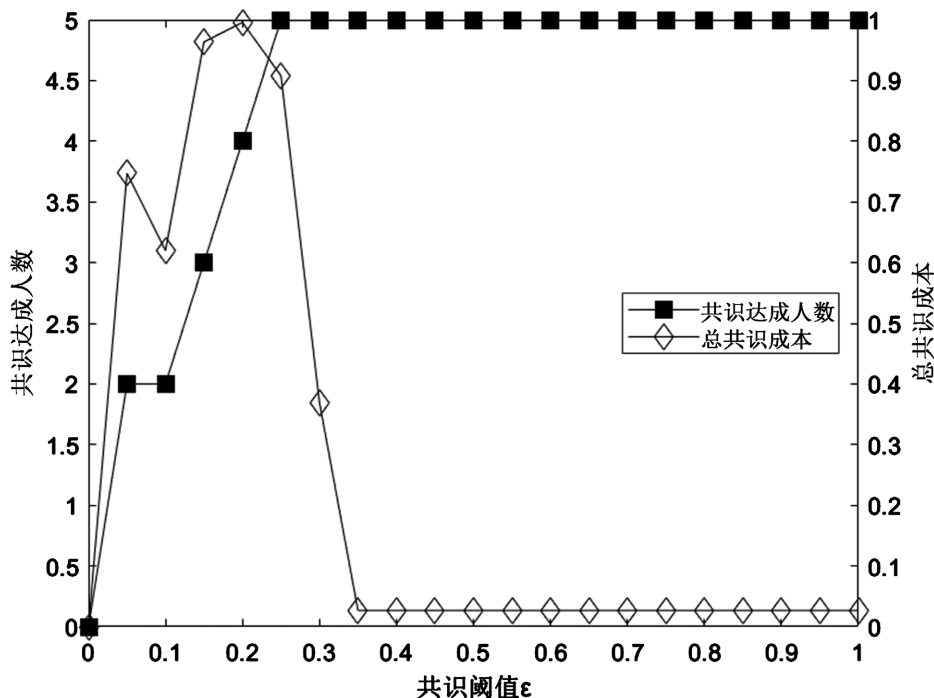


Figure 3. Trend diagram of number of decision-makers reaching consensus and total consensus cost changing with threshold
图 3. 共识达成人数及总共识成本随共识阈值变化趋势图

Table 4. Optimal consensus results for the maximum experts consensus under different tolerance limit
表 4. 不同容忍限度下的最大专家数最优共识结果

γ	\bar{o}_1	\bar{o}_2	\bar{o}_3	\bar{o}_4	\bar{o}_5	\bar{o}_c	达成共识人数	总成本
0.05	0.4981	0.85	0.5	0.9	0.2	0.5981	$\{e_1, e_3\}$	0.5924
0.1	0.4	0.8057	0.5	0.6	0.15	0.5	$\{e_1, e_3, e_4\}$	0.9
0.15	0.45	0.75	0.55	0.65	0.3117	0.55	$\{e_1, e_3, e_4\}$	0.9
0.2	0.5	0.7	0.5	0.79	0.5	0.6	$\{e_1, e_2, e_3, e_5\}$	0.25
0.25	0.5	0.669	0.6	0.7	0.5	0.6	$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$	0

1) 当软共识阈值一定时, 随共识预算的增加, 共识达成人数和总共识成本都呈上升趋势, 当所有决策者都满足共识要求后, 共识预算的继续增加对共识结果不再产生影响。换言之, 在当前条件下, 共识达成的人数取决于协调者愿意支付的预算, 预算越高, 可以说服越多的决策者向共识意见调整。

2) 在相同有限预算下, 随着共识阈值的增大, 共识达成人数逐渐增加, 这是因为当共识阈值增大, 为达成共识决策者所需调整的意见距离减小, 相同预算下可协调更多决策者。

3) 容忍限度会对共识达成人数和共识成本造成显著影响, 随着容忍限度的增大, 总共识成本先随共

识人数的增加而增加, 当容忍限度足够大时, 决策者在自身容忍范围即可调整意见达成共识, 协调者所需付出的成本逐渐减小到 0。

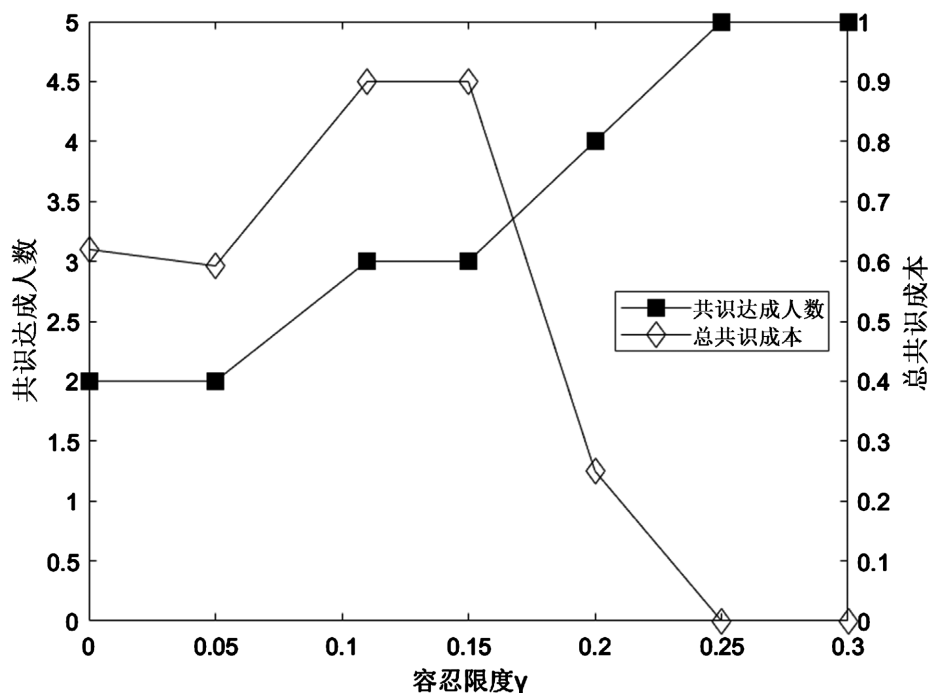


Figure 4. Trend diagram of number of decision-makers reaching consensus and total consensus cost changing with tolerance limit

图 4. 共识达成人数及总共识成本随容忍限度变化趋势图

本文研究基于理性决策者的假设, 认为为了达成共识决策者会无限制地调整自身意见, 忽视了现实中决策者的有限妥协等非合作行为。因此, 在未来研究中可以将决策者的非合作行为进行深入研究, 甚至可以同时考虑多种决策者行为对共识结果的影响以模拟更贴合现实的决策情景。

参考文献

- [1] Liang, X., Guo, J. and Liu, P. (2022) A Large-Scale Group Decision-Making Model with no Consensus Threshold Based on Social Network Analysis. *Information Sciences*, **612**, 361-383. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.08.075>
- [2] Du, J., Liu, S. and Liu, Y. (2021) A Limited Cost Consensus Approach with Fairness Concern and Its Application. *European Journal of Operational Research*, **298**, 261-275. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.06.039>
- [3] Yu, S.-M., Zhang, X.-T. and Du, Z.-J. (2023) Enhanced Minimum-Cost Consensus: Focusing on Overadjustment and Flexible Consensus Cost. *Information Fusion*, **89**, 336-354. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2022.08.028>
- [4] Chen, X., Xu, W., Liang, H. and Dong, Y. (2020) The Classification-Based Consensus in Multi-Attribute Group Decision-Making. *Journal of the Operational Research Society*, **71**, 1375-1389. <https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1609888>
- [5] 刘培德, 滕飞. 基于证据推理和广义 Shapley 值的扩展概率语言多属性群决策方法[J]. 中国管理科学, 2020, 28(11): 206-218.
- [6] Labella, Á., Liu, H., Rodríguez, R.M. and Martínez, L. (2019) A Cost Consensus Metric for Consensus Reaching Processes Based on a Comprehensive Minimum Cost Model. *European Journal of Operational Research*, **281**, 316-331. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.08.030>
- [7] Ben-Arieh, D., Easton, T. and Evans, B. (2008) Minimum Cost Consensus with Quadratic Cost Functions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, **39**, 210-217. <https://doi.org/10.1109/TSMCA.2008.2006373>

-
- [8] Zhang, B., Dong, Y. and Xu, Y. (2013) Maximum Expert Consensus Models with Linear Cost Function and Aggregation Operators. *Computers & Industrial Engineering*, **66**, 147-157. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.06.001>
- [9] Qu, S., Li, Y. and Ji, Y. (2021) The Mixed Integer Robust Maximum Expert Consensus Models for Large-Scale GDM under Uncertainty Circumstances. *Applied Soft Computing*, **107**, Article ID: 107369. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107369>
- [10] Zhang, B., Dong, Y., Feng, X. and Pedrycz, W. (2021) Maximum Fuzzy Consensus Feedback Mechanism with Minimum Cost and Private Interest in Group Decision Making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **29**, 2689-2700. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2020.3006559>
- [11] Cheng, D., Zhou, Z., Cheng, F., Zhou, Y. and Xie, Y. (2018) Modeling the Minimum Cost Consensus Problem in an Asymmetric Costs Context. *European Journal of Operational Research*, **270**, 1122-1137. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.04.041>
- [12] Li, Y., Li, G. and Kou, G. (2022) Consensus Reaching Process in Large-Scale Group Decision Making Based on Opinion Leaders. *Procedia Computer Science*, **199**, 509-516. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.01.062>
- [13] 许艳秋, 潘美芹. 层次分析法和支持向量机在个人信用评估中的应用[J]. 中国管理科学, 2016, 24(S1): 106-112.
- [14] 田雪姣, 鲍新中, 杨大飞, 杨武. 基于熵权-TOPSIS-德尔菲法的核心技术识别研究——以芯片产业技术为例[J]. 情报杂志, 2022, 41(8): 69-74+86.
- [15] 黄利文. 基于理想点的主成分分析法在综合评价中的应用[J]. 统计与决策, 2021, 37(10): 184-188.
- [16] 祝志川, 薛冬娴, 孙丛婷. 基于AHP改进AF法的多维相对贫困测度与分解[J]. 统计与决策, 2021, 37(16): 10-14.
- [17] 熊金石, 秦洪涛, 李建华, 等. 基于信息熵的安全风险评估指标权重确定方法[J]. 系统科学学报, 2013, 21(2): 82-84.