

# 零售商资金约束下基于混合契约的绿色供应链 融资与订购决策

高韵旋

广东财经大学大数据与人工智能学院, 广东 广州

收稿日期: 2026年4月15日; 录用日期: 2026年5月7日; 发布日期: 2026年5月18日

## 摘要

针对绿色供应链中中小型零售商面临的风险规避与资金约束双重困境, 文章构建了风险中性生产商与风险规避型零售商组成的二级绿色供应链模型, 引入具有订购柔性的“批发价格 + 期权”混合契约, 并利用条件风险价值(CVaR)准则刻画零售商风险规避行为, 深入剖析了资金规模及风险偏好对最优决策与期望利润的影响。研究表明: 1) 在无融资情境下, 零售商仅在自有资金超过特定阈值后才开始进行期权订购以分担风险; 2) 外源融资虽能提升订购能力并实现帕累托改进, 但其增量效益随自有资金增加而递减, 且在高风险规避区间, 融资情境下的期望利润可能低于未融资情境。研究为绿色供应链成员在复杂约束下的融资运营决策提供了理论依据。

## 关键词

绿色供应链, 风险规避, 资金约束, 条件风险值, 混合契约

# Financing Strategies and Ordering Decisions in Green Supply Chain with a Capital-Constrained Retailer Based on Hybrid Contracts

Yunxuan Gao

School of Big Data and Artificial Intelligence, Guangdong University of Finance & Economics, Guangzhou  
Guangdong

Received: April 15, 2026; accepted: May 7, 2026; published: May 18, 2026

文章引用: 高韵旋. 零售商资金约束下基于混合契约的绿色供应链融资与订购决策[J]. 管理科学与工程, 2026, 15(3): 541-559. DOI: 10.12677/mse.2026.153054

## Abstract

To address the dual dilemma of risk aversion and capital constraints faced by small and medium-sized retailers in green supply chains, this paper constructs a two-echelon green supply chain model consisting of a risk-neutral producer and a risk-averse retailer. It introduces an ordering-flexible “wholesale price + option” hybrid contract, and employs the Conditional Value-at-Risk (CVaR) criterion to characterize the retailer’s risk-averse behavior, providing an in-depth analysis of how capital scale and risk preference affect optimal decisions and expected profits. The research results indicate that: 1) In the non-financing scenario, there exists a specific initial capital threshold for the retailer; only when the initial capital exceeds this threshold will the retailer initiate option ordering to share risks; 2) While external financing significantly enhances the ordering capacity of capital-constrained retailers and achieves Pareto improvements for supply chain members, its incremental benefits diminish as the initial capital increases. Furthermore, in the high risk-aversion interval, the expected profit in the financing scenario may fall below that of the non-financing scenario due to the accumulation of interest costs. This study provides a theoretical basis for the financing and operational decision-making of green supply chain members under complex constraints.

## Keywords

Green Supply Chain, Risk Aversion, Capital Constraint, Conditional Value at Risk, Hybrid Contract

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在全球气候变化加剧与“双碳”目标战略推进的背景下，绿色供应链管理已成为学术界与企业界共同关注的前沿课题。绿色产品因其高研发投入、高生产成本以及消费者环保偏好不确定等特征，使得供应链成员，尤其是处于市场末端的零售商，在决策过程中更注重风险规避。与此同时，中小企业普遍面临的资金短缺问题，进一步限制了其在绿色产品市场中的订购能力。然而，在绿色转型实践中，绿色生产的刚性约束与市场需求的 uncertainty 常形成显著的供需结构性错配。首先，绿色产品的长研发周期、高工艺要求导致其生产端具有明显的“刚性”特征，难以快速响应瞬息万变的市场需求，从而加剧了供应链的经营风险。其次，零售商的风险规避行为与资金短缺的双重压力，显著抑制了绿色产品的市场销量。在风险规避与资金短缺的双重驱动下，零售商的保守决策会导致供应链整体效率低下，绿色产品的规模化推广受阻。面对上述结构性矛盾，如何在风险规避与资金受限的双重约束下，构建能够兼顾风险分担与激励相容的契约框架具有重要意义。

期权契约作为一种灵活的风险管理工具，通过赋予零售商在销售期内的动态调整权，能有效促进产销双方的风险共担，是缓解资本受限成员经营压力的重要手段[1][2]。Ritchken 等[3]首次提出期权与传统订货结合的建模方法，奠定了契约协调的基础。Zhao 等[4]则从博弈视角证明，相比批发价格契约，期权契约能使系统利润达到最优并实现帕累托改进。部分学者探讨了融资模式对决策的影响，研究发现，绿色信贷与预付款模式下的最优决策仅取决于融资成本而非初始资金，且高研发成本时预付款融资社会福利更高[5][6]；但资金约束普遍对制造商及系统利润产生负向影响[7]。针对订购决策，Feng 等发现资金约束存在临界效应：无融资时，零售商随资金增加由基本订购转向期权订购；有融资时，相比无约束状

态，零售商会增加固定订购并减少期权购买[8]。

对现有研究进行系统梳理后，本文确定了两个需要填补的理论不足。第一，对零售商风险规避倾向关注不足。现有文献多假设成员风险中性[9] [10]，忽视了中小型零售商在绿色产品市场中，因资金约束与库存压力产生的风险规避情绪，导致理论与实践脱节。第二，缺乏多因素耦合的决策模型。尽管已有研究探讨了融资路径[11] [12]，但尚未构建起融合“资金约束 - 风险规避 - 混合契约”的绿色供应链决策机制。

因此，本文以单一生产商与单一零售商组成的绿色供应链为研究对象，深入探究零售商风险规避行为与资金受限对供应链成员利润及融资运营决策的影响。通过引入“批发价格 + 期权”混合契约，并结合条件风险价值(CVaR)准则，本文旨在构建适配风险规避行为与产品绿色度的决策模型，为复杂环境下的绿色供应链管理提供理论支撑与决策参考。

## 2. 模型描述与模型假设

本文考虑一个由生产商和零售商组成的、生产和销售都是单周期的二级供应链，其中零售商存在资金约束；市场需求是随机的；由于销售期足够短或生产提前期足够长，生产商在时期初就要完成产品的生产，零售商在时期初就要做出订购决策，零售商除了通过批发价格合同下达初始订单，还可以从生产商处购买并执行看涨期权(看涨期权合同)来调整订购数量。批发价格合同由参数批发价格  $w$  来描述，看涨期权合同由期权价格  $o$  和执行价格  $e$  两个参数刻画。为方便说明，给出决策过程示意图，如图 1 所示。

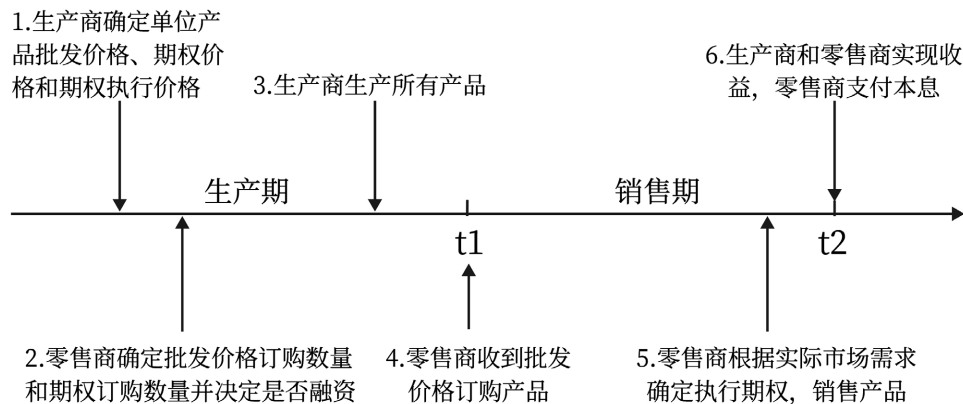


Figure 1. Schematic diagram of ordering and financing decision process

图 1. 订购与融资决策过程示意图

销售期前，生产商发布由批发价格合同( $w$ )与期权( $o, e$ )构成的混合契约，零售商据此确定批发数量  $q_1$  和期权数量  $q_2$ ，随后生产商按成本  $c$  完成生产；销售开始后，零售商以价格  $p$  出售批发产品，并根据市场需求  $D$  动态决策：若  $D > q_1$ ，零售商将执行看涨期权；否则不执行。销售期结束，若  $D > q_1 + q_2$ ，则零售商需要额外承担缺货成本  $h_r(D - (q_1 + q_2))$ ，最终双方结算并实现各自收益。

我们假设资金约束零售商的自有资金  $B$ ，考虑到融资业务存在提前期，零售商必须预见性地在做出订购决策的同时锁定融资额度。因此，本文假设在销售期开始之前，零售商需根据最大资金额预设资金储备，由批发订货成本与含执行费用在内的期权总成本共同构成  $wq_1 + (o + e)q_2$ 。若零售商面临初始资金不足的局面，则其向银行申请的融资应恰好弥补  $wq_1 + (o + e)q_2$  与  $B$  之间的缺口。在银行融资利率为  $r$  的设定下，该融资行为带来的利息为  $[wq_1 + (o + e)q_2 - B]r$ 。

具体符号说明, 如表 1 所示:

**Table 1.** Symbol description

**表 1.** 符号描述

符号	含义	符号	含义
$M$	零售商	$\alpha$	消费者的绿色度敏感系数
$R$	生产商	$q_1^B$	无融资策略和混合契约下零售商的批发数量
$p$	绿色产品的零售价格	$q_2^B$	无融资策略和混合契约下零售商的期权数量
$c$	绿色产品的生产成本	$q_1^F$	外源融资策略和混合契约下零售商的批发数量
$w$	绿色产品的批发价格	$q_2^F$	外源融资策略和混合契约下零售商的期权数量
$o$	绿色产品的期权价格	$q_H^B$	无融资策略和混合契约下零售商的总订购量
$e$	绿色产品的期权执行价格	$Q_H^B$	无融资策略和混合契约下生产商的生产数量
$h_r$	零售商的缺货成本	$q_H^F$	外源融资策略和混合契约下零售商的总订购量
$\eta$	零售商的风险规避系数	$Q_H^F$	外源融资策略和混合契约下生产商的生产数量
$\theta$	产品的绿色度	$\pi_r^B$	无融资策略和混合契约下的零售商利润
$B$	零售商的自有资金	$\pi_M^B$	无融资策略和混合契约下的生产商利润
$r$	融资利率	$\pi_r^F$	外源融资策略和混合契约下的零售商利润
$b$	消费者的价格敏感系数	$\pi_M^F$	外源融资策略和混合契约下的生产商利润

为简化研究问题, 进一步假设如下:

假设 1: 参考桑圣举等[13]的研究, 假设零售商面临的绿色产品市场需求为  $D$ ,  $D = \varepsilon - bp + \alpha\theta$ , 其中  $\varepsilon$  为随机变量, 表示绿色产品市场需求是随机的,  $f(\varepsilon)$  为密度函数,  $F(\varepsilon)$  为分布函数, 严格递增且可逆。

假设 2: 生产商是风险中性的, 生产商和零售商都是信息对称的。

假设 3: 参考熊峰等[14]的研究, 假设生产商生产绿色产品的技术投入为  $\frac{1}{2}k\theta^2$ ,  $k$  表示产品的绿色成本系数。

假设 4: 假设生产商需按照零售商的订购数量进行生产, 即生产商的生产数量等于零售商的总订购数量。

假设 5: 为了确保供应链成员的盈利能力, 假设  $p > (1+r)(o+e) > (1+r)w > c$ 。相较于以往  $p > (o+e) > w > c$  的假设, 这里考虑了融资利率, 即由于需要融资,  $(1+r)(o+e) > c$  和  $(1+r)w > c$  保证生产商盈利,  $p > (1+r)(o+e)$  和  $p > (1+r)w$  保证零售商盈利。

假设 6: 为了激励零售商的订购行为, 进一步假设  $o+e > w > e$  且  $h_r > w$ , 当期权订购的总成本大于批发价格订购的成本时, 零售商会进行批发价格订购, 而当批发价格大于执行价格时, 零售商会进行期权订购; 设置缺货成本大于批发价格, 可以有效刺激零售商做出尽可能满足需求的订购决策。

假设 7: 因本文考虑的重点不是如何融资, 故我们假设零售商能够顺利获得外源融资。

此外, 利用 CVaR 模型来度量零售商的风险规避水平, 定义为[15]:

$$CVaR_{\eta}(\pi_R) = \max_{\xi \in R} \left\{ \xi - \frac{1}{\eta} E[\xi - \pi_R]^+ \right\}$$

其中,  $\pi_R$  为零售商的随机利润函数,  $\xi$  为实数, 表示利润的目标水平,  $E$  为对随机需求  $D$  的期望,  $\eta$  为零售商的风险规避系数且  $0 < \eta \leq 1$ ,  $\eta$  越小表示零售商越厌恶风险。特别地, 当  $\eta = 1$  时, 零售商风险中性。

### 3. 零售商资金约束下的绿色供应链决策

#### 3.1. 无融资情形

在零售商资金约束且无融资策略下基于混合契约的绿色供应链订购决策模型中, 生产商在销售期开始前向零售商提供批发价格合同( $w$ )以及看涨期权合同( $o, e$ )。在考虑混合契约、随机市场需求和缺货成本的情况下, 零售商将确定绿色产品的批发价格订购量  $q_1^B$  和期权订购量  $q_2^B$ , 此时资金约束的零售商的自有资金为  $B$ , 不考虑融资。在此设定下, 零售商利润函数  $\pi_R^B$  为:

$$\pi_R^B = p \min(q_1^B + q_2^B, D) - wq_1^B - oq_2^B - e \min(q_2^B, (D - q_1^B)^+) - h_r (D - q_1^B - q_2^B)^+ \quad (1)$$

式(1)中第一项为销售绿色产品的预期收益, 第二项和第三项分别为批发价格订购成本和期权订购的期权成本, 第四项为按需行使期权的执行成本, 最后一项为缺货成本。进一步, 在 CVaR 准则下, 风险规避的零售商决策问题为:

$$\begin{aligned} \max_{q_1^B > 0, q_2^B > 0} CVaR_{\eta}(\pi_R^B) &= \max_{q_1^B > 0, q_2^B > 0} \max_{\xi \in R} \left\{ \xi - \frac{1}{\eta} E[\xi - \pi_R^B]^+ \right\} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} wq_1^B + (o + e)q_2^B \leq B \\ q_1^B, q_2^B \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

当  $B < wq_1^{H^*} + (o + e)q_2^{H^*}$  时, 零售商面临资金约束。对于该非线性规划问题, 利用库恩 - 塔克条件求解, 因此引入拉格朗日函数  $L(q_1, q_2, \lambda) = CVaR_{\eta}(\pi_R^B) + \lambda [B - wq_1 - (o + e)q_2]$ , 求解 CVaR 下的优化问题。前面已证明过  $CVaR_{\eta}(\pi_R^B(D, q_1, q_2))$  是凹函数, 约束  $wq_1^B + (o + e)q_2^B$  是线性函数, 是凸函数, 库恩 - 塔克条件是极大值的充分必要条件。本节优化问题的 K-T 条件为:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_1^B} = \frac{1}{\eta} [(p + h_r - e)(F(q_1^B + q_2^B + bp - \alpha\theta) - (1 - \eta)) + e(F(q_1^B + q_2^B + bp - \alpha\theta) - (1 - \eta)) - w] - \lambda w \leq 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_2^B} = \frac{1}{\eta} [(p + h_r - e)(F(q_1^B + q_2^B + bp - \alpha\theta) - (1 - \eta)) - o] - \lambda(o + e) \leq 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = B - wq_1^B - (o + e)q_2^B \geq 0 \\ q_1^B, q_2^B, \lambda \geq 0 \end{cases}$$

当  $B = wq_1^{H^*} + (o + e)q_2^{H^*}$ , 零售商可以订购到最优订购量( $q_1^{H^*}, q_2^{H^*}$ )以实现  $CVaR_{\eta}$  最大化; 但当零售商面临资金约束时( $wq_1^B + (o + e)q_2^B \leq B < wq_1^{H^*} + (o + e)q_2^{H^*}$ ), 即自有资金限制了订购规模( $\lambda > 0$ ), 零售商需要平衡单位资金在批发价格与期权合同上的边际 CVaR 贡献来实现效用最大化。

命题 1: 在零售商处于资金约束且无融资策略情境下, 风险规避型零售商存在一个自有资金阈值  $B_{threshold}$ , 其最优订购决策如下:

1) 当  $B \leq B_{threshold}$  时, 零售商仅采取单一批发价格契约订购, 其最优批发价格订购量  $q_1^{B^*} = \frac{B}{w}$ , 期权订购量  $q_2^{B^*} = 0$ 。

2) 当  $B > B_{threshold}$  时, 零售商采取混合契约订购, 其最优订购量满足  $(q_1^*, q_2^*)$ :

$$q_1^{B^*} = F^{-1} \left( 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)} \right) - bp + \alpha\theta$$

$$q_2^{B^*} = \frac{B - wq_1^{B^*}}{o+e} = \frac{B - w \left[ F^{-1} \left( 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)} \right) - bp + \alpha\theta \right]}{o+e}$$

$$q_B^* = \frac{B + (o+e-w)q_1^{B^*}}{o+e} = \frac{B + (o+e-w) \left[ F^{-1} \left( 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)} \right) - bp + \alpha\theta \right]}{o+e}$$

其中, 自有资金临界值  $B_{threshold}$  的表达式为:  $B_{threshold} = wF^{-1} \left( 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)} \right) - bp + \alpha\theta$ 。

根据上述结果可以得出以下结论: 1) 混合契约下零售商即使面临资金约束也不会放弃批发价格合同订购, 且当自有资金低于阈值  $B_{threshold}$  时, 零售商会完全放弃期权订购。这是因为批发价格订购的单位成本通常低于期权订购的单位总成本, 在资金极度匮乏阶段, 零售商为了在有限的资金下尽可能扩大订购规模以满足市场需求。会优先将资金投入成本更低的批发价格订购中, 此时批发价格订购量  $q_1$  随着自有资金  $B$  的增加而增加 ( $q_1^{B^*} = \frac{B}{w}$ )。2) 只有当自有资金超过阈值  $B_{threshold}$ , 批发价格订购量达到风险规避下的最优值  $q_1^{B^*}$  后, 批发价格订购量  $q_1^{B^*}$  将不再随资金规模的扩大而继续增加, 而是保持在  $q_1^{B^*}$ ; 此时, 期权订购量随着初始资金的增加而增加 ( $q_2^{B^*} = \frac{B - wq_1^{B^*}}{o+e}$ )。

### 3.2. 外源融资情形

在零售商资金约束且采取外源融资策略下基于混合契约的绿色供应链订购决策模型中, 生产商在销售期开始前向零售商提供批发价格合同 ( $w$ ) 以及看涨期权合同 ( $o, e$ )。在考虑混合契约、随机市场需求和缺货成本的情况下, 零售商将确定绿色产品的批发价格订购量  $q_1^F$  和期权订购量  $q_2^F$ , 面临资金约束的零售商自有资金  $B$  不足以支付初始成本, 其将向银行申请融资。在此设定下, 零售商的期望利润  $\pi_R^F$  受市场需求波动的影响。

零售商利润函数  $\pi_R^F$  为:

$$\begin{aligned} \pi_R^F = & p \min(q_1^F + q_2^F, D) - wq_1^F - oq_2^F - e \min(q_2^F, (D - q_1^F)^+) \\ & - h_r (D - q_1^F - q_2^F)^+ - r [wq_1^F + (o+e)q_2^F - B] \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中第一项为销售绿色产品的预期收益, 第二项和第三项分别为批发价格订购成本和期权订购的期权成本, 第四项为按需行使期权的执行成本, 第五项为缺货成本, 最后一项为融资成本。进一步, 在 CVaR 准则下, 风险规避的零售商决策问题为:

$$\max_{q_1^F > 0, q_2^F > 0} CVaR_\eta(\pi_R^F) = \max_{q_1^F > 0, q_2^F > 0} \max_{\xi \in R} \left\{ \xi - \frac{1}{\eta} E[\xi - \pi_R^F]^+ \right\}$$

命题 2: 在生产商风险中性, 零售商风险规避时, 融资后混合契约下的零售商最优批发价格订购量  $q_1^{F^*}$ 、期权订购量  $q_2^{F^*}$  和总订购量  $q_H^{F^*}$  如下:

$$\begin{aligned}
q_1^{F*} &= F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta \\
q_2^{F*} &= \frac{(p-e)\left[F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right) - F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)} \\
&\quad + \frac{h_r\left[F^{-1}\left(1 - \frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right) - F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)} \\
q_H^{F*} &= \frac{(p-e)\left[F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right) - bp + \alpha\theta\right] + h_r\left[F^{-1}\left(1 - \frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)}
\end{aligned}$$

### 3.3. 灵敏度分析

零售商风险规避系数  $\eta$  是影响企业运营决策的关键参数。固定其他参数，分析这些参数对最优订购决策的影响。

命题 3: 在 CVaR 风险度量准则下，当零售商面临资金约束且无融资策略的混合契约的最优订购决策 ( $q_1^{B*}, q_2^{B*}, q_H^{B*}$ ) 与风险规避系数  $\eta$  满足以下关系:

1) 当  $B \leq B_{threshold}$  时,  $q_H^{B*} = q_1^{B*} = \frac{B}{w}$ ,  $q_2^{B*} = 0$ , 此时零售商的最优订购决策与风险规避系数  $\eta$  无关, 即风险规避系数  $\eta$  不影响零售商的订购行为。

2) 当  $B > B_{threshold}$  时, 存在一个阈值  $\tau_2 = (w-e)(o+e)(w+o+e) - ow(1-w\eta)$ ; 当  $\tau_2 > 0$  时,  $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} > 0$ ,  $\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} < 0$ ,  $\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} > 0$ ; 当  $\tau_2 = 0$  时,  $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} = 0$ ,  $\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} = 0$ ,  $\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} = 0$ ; 当  $\tau_2 < 0$  时,  $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} < 0$ ,  $\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} > 0$ ,  $\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} < 0$ 。

该命题表明, 当零售商初始资金极度匮乏时 ( $B \leq B_{threshold}$ ), 资金约束零售商的最优订购量仅受资金限制, 而与风险规避系数  $\eta$  无关; 而当资金相对充裕时 ( $B > B_{threshold}$ ), 零售商的最优订购决策不是关于  $\eta$  的单调函数, 风险规避程度对订购决策的影响则取决于阈值  $\tau_2$ 。当  $\tau_2 > 0$  时, 由于  $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} > 0$ ,  $\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} < 0$ ,  $\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} > 0$ , 随着风险规避程度的增加 ( $\eta$  减小), 零售商减少批发价格订购量和总订购量的同时, 增加期权订购量, 即零售商通过收缩整体规模和夸大期权订购规模来规避潜在的库存风险。同理, 当  $\tau_2 < 0$  时, 随着风险规避程度的增加 ( $\eta$  减小), 零售商增加批发价格订购量和总订购量并减少期权订购量, 即零售商通过扩大批发价格订购规模来获得确定性; 当  $\tau_2 = 0$  时, 风险规避度的改变不会影响零售商的最优订购决策。这一发现表明, 生产商可以通过动态调整混合契约参数来改变阈值  $\tau_2$ , 从而引导不同风险偏好零售商的订购行为。

命题 4: 在 CVaR 风险度量准则下, 当零售商面临资金约束且采取外部融资策略的混合契约的最优批发价格订购量  $q_1^{F*}$  及最优总订购量  $q_H^{F*}$  与风险规避度  $\eta$  满足以下关系:

1)  $\frac{dq_1^{F*}}{d\eta} > 0$ 。

$$2) \text{ 存在一个阈值 } \tau_2 = (p-e)(p+h_r-(o+e)(1+r))f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) - h_r(o(1+r)+er)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right), \text{ 当 } \tau_2 > 0 \text{ 时, } \frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} > 0;$$

当  $\tau_2 = 0$  时,  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} = 0$ ; 当  $\tau_2 < 0$  时,  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} < 0$ 。

该命题表明, 第一,  $q_1^{F^*}$  在  $\eta$  上递增, 零售商最优批发价格订购量  $q_1^{F^*}$  随着零售商规避程度的增加而减少, 即风险规避零售商的最优批发价格订购量  $q_1^{F^*}$  小于风险中性时, 这表明风险规避程度的增加会抑制零售商的批发价格订购规模。第二, 零售商的最优总订购量  $q_r^*$  不是关于  $\eta$  的单调函数, 风险规避零售商的最优总订购量可能大于、等于或小于风险中性零售商的最优总订购量。当  $\tau_2 > 0$  时,  $q_H^{F^*}$  在  $\eta$  上递增, 表明最优总订购量随着零售商风险规避程度的增加而减少; 当  $\tau_2 < 0$  时,  $q_H^{F^*}$  在  $\eta$  上递减, 表明最优总订购量随着零售商风险规避程度的增加而增加; 当  $\tau_2 = 0$  时,  $q_H^{F^*}$  不随零售商风险规避程度的变化而变化。

#### 4. 数值分析

本节将通过数值仿真来分析零售商风险规避度、自有资金对零售商最优决策及最优利润的影响。结合绿色供应链领域经典文献与行业实践特征[16]-[18], 设定模型基础参数  $p = 30$ 、 $c = 10$ 、 $h_r = 21$ 、 $k = 10$ 、 $w = 20$ 、 $o = 5$ 、 $e = 17$ , 随机需求满足均值为 100 ( $\mu = 100$ ), 标准差为 25 ( $\sigma = 25$ ) 的正态分布, 开展数值仿真分析。

##### 4.1. 未融资情境下自有资金的影响

固定参数  $\eta = 0.2$ 、 $r = 0.02$ , 图 2 刻画了在未融资情境下, 零售商的自有资金  $B$  对混合契约下绿色供应链最优订购决策的影响。仿真结果显示: 1) 当  $B \leq B_{threshold}$  时, 零售商因资金极度短缺, 仅进行批发价格合同订购, 此时期权订购量为零 ( $q_2^{B^*} = 0$ ), 最优批发价格订购量  $q_1^{B^*}$  随着自有资金的增加而增加, 此时零售商的订购能力受限于自有资金规模; 当  $B_{threshold} < B < B_{full}$  时, 资金的增加促使零售商开始进行期权订购 ( $q_2^{B^*} > 0$ ) 且期权订购量随着自有资金的增加而增加, 而批发价格订购量  $q_1^{B^*}$  不在随着自有资金的增加而增加, 这一现象表明, 零售商在满足基本订购规模后, 开始利用期权工具来对冲需求风险并刺激绿色需求; 当  $B \geq B_{full}$  时, 即当自有资金足以支付最优成本后, 零售商的订购决策 ( $q_1^{B^*}, q_2^{B^*}, q_H^{B^*}$ ) 不再受自有资金规模的影响, 曲线趋于平稳。2) 当零售商面临资金约束而不采取融资策略时, 其总订购  $q_H^{B^*}$  随着自有资金的增加而增加。

图 3 展示了在零售商面临资金约束且未融资情境下, 零售商的自有资金  $B$  对混合契约下绿色供应链成员期望利润的影响。仿真结果显示: 1) 零售商的期望利润随自有资金的增加而单调递增。2) 生产商的期望利润随自有资金的增加呈现先增加后减少的趋势。这是由于在  $B \leq B_{threshold}$  时, 随着自有资金的增加, 零售商扩大批发价格订购规模, 生产商直接从规模扩张中获益, 此时零售商和生产商的期望利润均随之增加。在  $B > B_{threshold}$  时, 资金规模已足以支持零售商进行混合契约决策, 此时零售商不再增加刚性的批发价格订购量, 而是将资金投入到灵活性更高的期权订单中, 对于零售商而言, 这种决策转变能够有效规避市场波动带来的缺货损失和库存积压风险, 实现收益增长; 然而, 对于生产商而言, 尽管总订购量仍在增加, 但零售商通过购买期权将市场波动风险变相转嫁给了生产商, 期权的执行决策具有高度不确定性, 生产商不仅需要在此期承担全部备货与超产的风险, 其期末收益还取决于零售商的执行意愿, 最终导致生产商利润下滑。

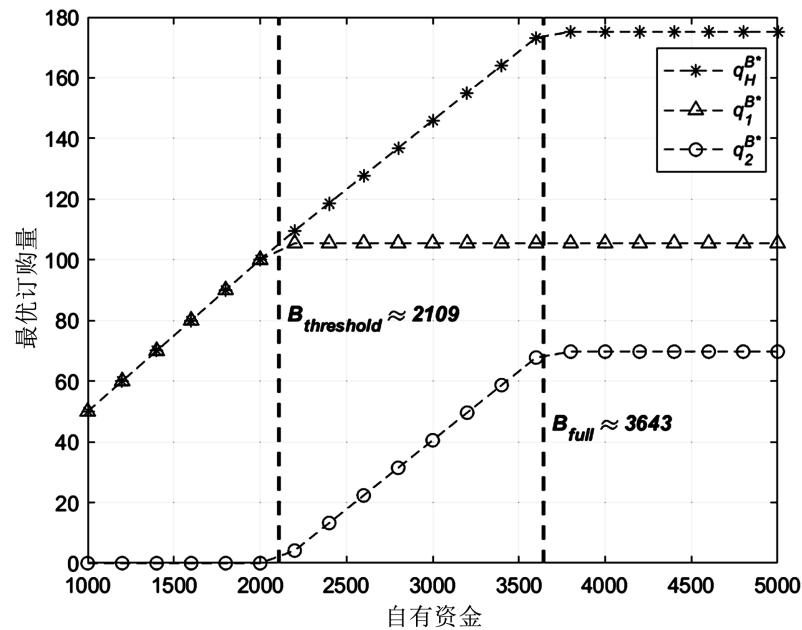


Figure 2. Effect of retailer's initial capital on order quantity

图 2. 零售商自有资金对订购量的影响

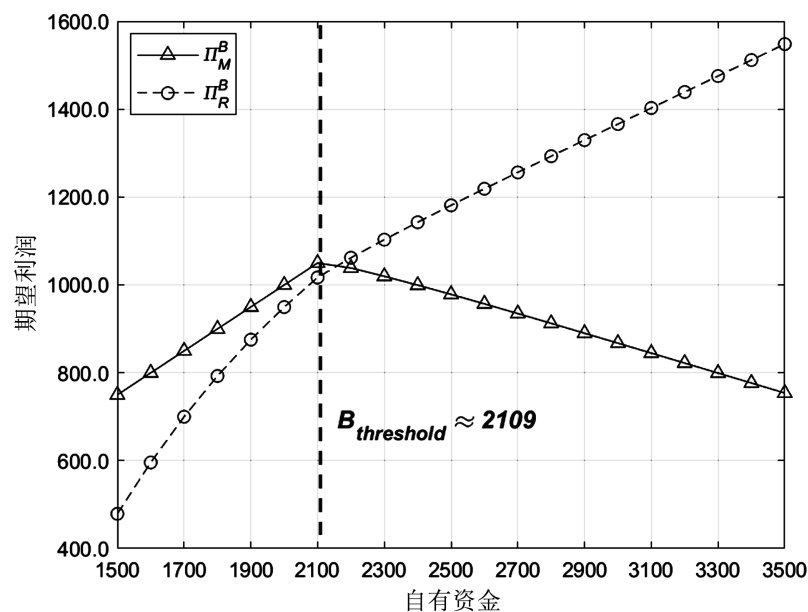


Figure 3. Effect of retailer's initial capital on the expected profits of supply chain members

图 3. 零售商自有资金对供应链成员期望利润的影响

根据仿真结果得出以下管理启示：在零售商面临资金约束且未融资情境下，自有资金不足会抑制零售商的绿色产品订购意愿。因此，零售商应根据自有资金状态调整契约组合。在资金极度匮乏阶段，优先通过批发价格订购保障基础绿色产品订购规模；而随着资金实力的增强，则应积极引入期权等柔性工具。通过混合契约的动态优化，零售商能够在不同资金水平下有效对冲市场不确定性，实现期望收益的最大化。同时，当零售商利用期权转嫁风险时，生产商应通过提高期权定价或设定风险补偿条款来保护自身利益。

## 4.2. 零售商风险规避系数的影响

固定其他参数，图 4 展示了在采取外源融资情境下，零售商风险规避系数  $\eta$  对混合契约下绿色供应链最优订购决策的影响。仿真结果显示：在采取外源融资情境下，随着零售商风险规避程度的增加 ( $\eta$  减小)，零售商的最优总订购量  $q_H^{F*}$  依然保持先减少后增加的趋势，零售商的最优批发价格订购量  $q_1^{F*}$  随零售商风险规避程度的增加而减少，零售商的最优期权订购量  $q_2^{F*}$  随零售商风险规避程度的增加而增加。即随着风险规避程度  $\eta$  的增加，零售商为规避潜在的库存积压风险，会主动压缩批发订购量  $q_1^{F*}$ ；与此同时，为了对冲需求波动带来的缺货损失并维持市场份额，零售商利用期权契约的“柔性”优势，通过增加期权订购量  $q_2^{F*}$  来实现动态风险分担。这种策略使得总订购量  $q_H^{F*}$  在初期因心理保守而收缩后，随风险规避需求激增而反弹，呈现出先减后增的趋势。这表明，在高风险规避区间，零售商更倾向于支付一定的“期权溢价”以换取决策的灵活性，从而实现风险与收益的深度平衡。

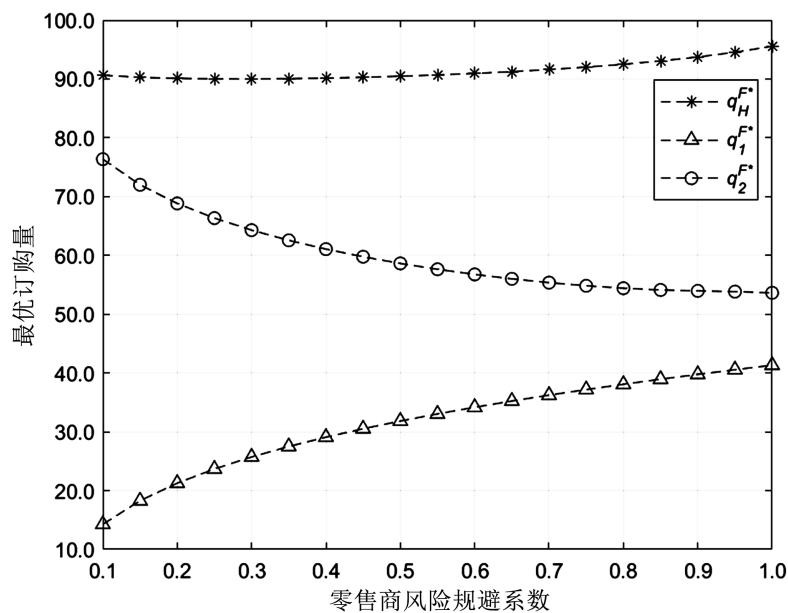


Figure 4. Effect of retailer's risk aversion coefficient on order quantity  
图 4. 零售商风险规避系数对订购量的影响

图 5(a)~(c)分别刻画了在零售商面临资金约束情境下，零售商自有资金  $B$  分别取值 1650、1700 与 1750 时，零售商风险规避系数  $\eta$  对不同融资策略下零售商期望利润的影响。仿真结果显示：1) 在融资情境下，零售商期望利润随着零售商风险规避程度的增加 ( $\eta$  减小) 而单调递减。这表明风险规避型零售商通过放弃规模扩张机会来规避风险，导致期望利润水平下降。2) 在相同风险规避程度下，零售商的期望利润随自有资金的增加而单调递增，但其内部机理在不同融资决策下存在差异：在未融资情境下，零售商订购规模受自有资金的影响，随着自有资金的增加，零售商扩大订购规模，零售商期望利润随之增加；在融资情境下，零售商已经通过融资实现最优订购，此时随着自有资金的增加，零售商需承担的融资成本减少，零售商期望利润随之增加。3) 自有资金是决定零售商是否融资的关键阈值。如图 5(a) 所示，当自有资金较低时，融资情境下的零售商利润显著高于未融资情境，此时零售商不采取融资策略会导致严重的订购规模受限，而融资带来的利润增量大于利息成本。如图 5(c) 所示，当自有资金超过特定阈值后，未融资情境下的零售商利润将在全区间内优于融资利润，这说明此时自有资金足以支撑其基于风险态度、市场预测所决定的最优订购需求，融资行为不再带来增益价值。

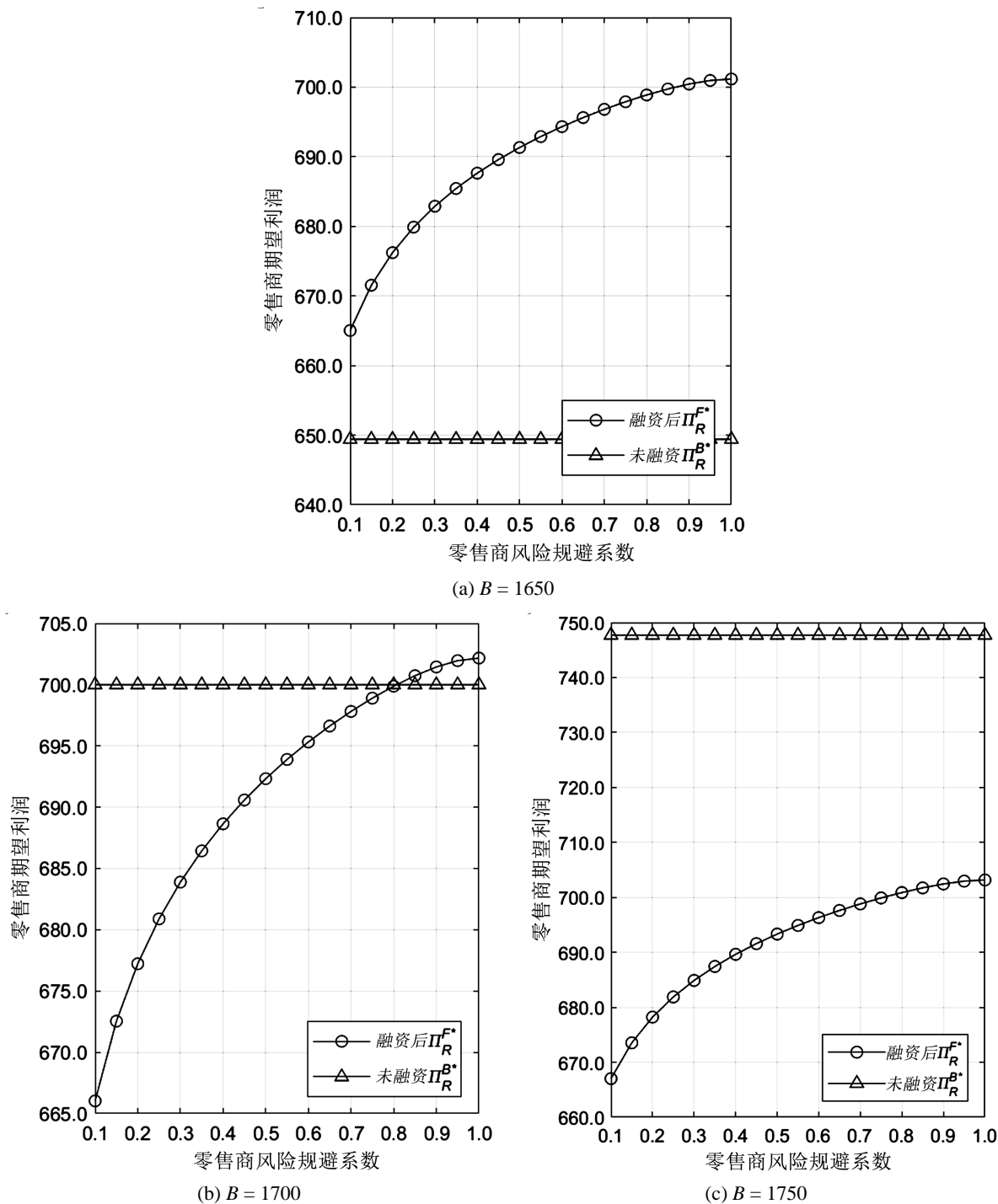


Figure 5. Effect of retailer's risk aversion coefficient on the expected profit of the retailer

图 5. 零售商风险规避系数对零售商期望利润的影响

图 6 刻画了在零售商面临资金约束情境下, 零售商自有资金  $B$  分别取值 1800、1850 与 1950 时, 零售商风险规避系数  $\eta$  对不同融资策略下生产商期望利润的影响。仿真结果显示: 1) 在融资情境下, 生产商期望利润随着零售商风险规避程度的增加 ( $\eta$  减小) 呈现先减少后增加的趋势。2) 在未融资情境下, 零售商风险规避程度不变时, 生产商的期望利润随自有资金的增加而单调递增。这表明随着自有资金的增

加, 零售商扩大订购规模, 生产商直接从规模扩张中获益, 此时生产商的期望利润随之增加。3) 当零售商自有资金处于较低水平时, 融资策略能够显著提升零售商利用混合契约扩大绿色产品订购规模的能力, 订购规模扩大带来的收益增量足以覆盖生产商承担的风险成本, 此时融资情境下生产商利润水平优于未融资; 但随着自有资金的增加, 零售商对外部资金依赖度降低, 融资对订购规模扩张的增量效益递减, 当零售商自有资金超过特定阈值后, 订购规模扩大带来的收益增量无法覆盖生产商承担的风险成本, 此时不融资情境下的生产商利润反而更高。

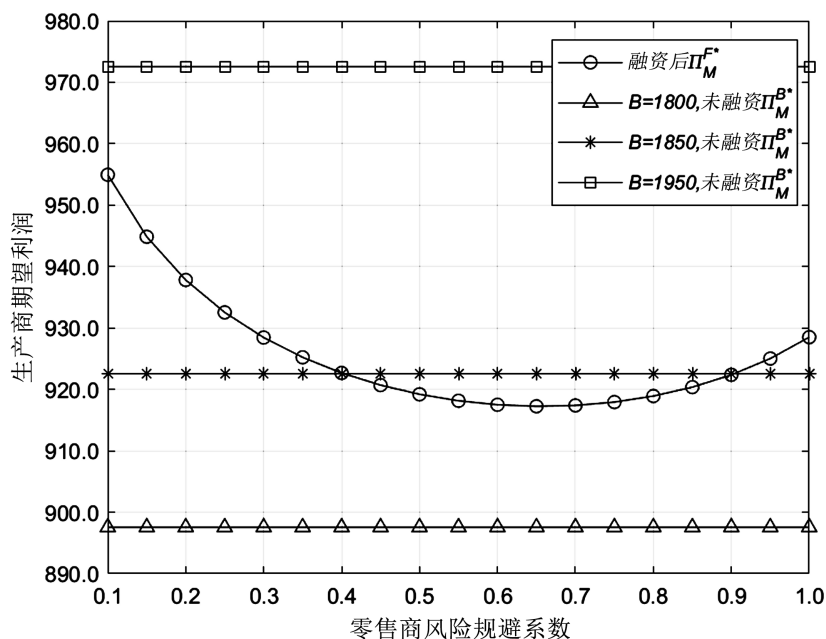


Figure 6. Effect of retailer's risk aversion coefficient on the expected profit of the manufacturer  
图 6. 零售商风险规避系数对生产商期望利润的影响

根据仿真结果得出以下管理启示: 风险规避型零售商应根据自有资金规模与风险偏好调整融资策略。在资金匮乏且风险规避程度较高时, 应积极采用外源融资扩大绿色产品订购规模, 以实现供应链利润的帕累托改进与成员双赢; 但同时需精准识别融资决策的边界, 认识到随着自有资金的增加, 融资行为对规模扩张的边际贡献递减, 因此零售商应避免盲目融资, 防止因过度承担融资利息而导致自身以及生产商的利润亏损。生产商应充分发挥混合契约的参数调节作用, 通过优化混合契约的参数设计来间接引导零售商的决策与融资行为。在零售商面临资金压力时, 利用特定区间内批发价格的下调不削弱总订购量的刚性需求特性, 适当降低批发价格以缓解零售商的资金压力, 这不仅能让零售商灵活调整批发价格订购与期权订购的配比, 降低其对外源融资的依赖, 还能增强生产商抵御市场波动风险的能力, 实现协同增效。

## 5. 结语

本文针对零售商面临资金约束且具有风险规避特性的两级绿色供应链, 引入“批发价格 + 期权”混合契约, 采用 CVaR 风险度量准则, 分别构建了外源融资策略与未融资策略下的博弈决策模型, 推导出不同策略下的零售商最优订购决策, 并进一步对比分析两种情境下的最优订购决策与各成员期望利润, 深入探讨了零售商风险规避系数、自有资金水平对绿色产品订购决策及各成员期望利润的影响。最终, 得出以下主要结论: 第一, 自有资金不足会抑制零售商的绿色产品订购意愿。第二, 自有资金是决定零

售商是否融资的关键阈值。在资金匮乏且零售商风险规避程度较高时，外源融资能够扩大零售商订购规模，实现供应链利润的帕累托改进；然而，随着自有资金超过特定阈值，融资将不再具有优势，此时未融资策略更具优越性。第三，零售商风险规避系数对订购决策的影响并非简单的单调关系，而是取决于资金规模与契约参数的耦合。在融资背景下，风险规避程度的增加会抑制批发价格订购规模，但会驱动零售商增加期权订购量，以“高成本换取低风险”。

从管理实践的角度来看，零售商应构建动态适配机制，在资金匮乏时优先通过批发价格契约保障基础规模，随资金实力增强再引入期权等柔性工具以对冲不确定性；同时在风险规避程度较高时利用外源融资实现帕累托改进，但应警惕自有资金充裕后融资边际贡献递减导致利润下降。生产商则应通过优化契约参数设计或在特定区间下调批发价格，缓解零售商资金压力并引导其决策行为，从而增强供应链抵御波动的能力，实现“双碳”目标下的协同增效。

本研究在理论上拓展了绿色供应链的应用场景，揭示了风险规避、自有资金和混合契约参数对供应链决策的复杂交互作用；在实践中为绿色供应链中的企业提供了基于混合契约的决策支持工具。然而，本研究仍存在一定的局限性：模型假设信息是对称的，未来可结合信号博弈研究信息不对称下的契约设计；本文聚焦于成员风险偏好设为静态且仅考虑零售商，后续可探讨双重风险规避及偏好动态演化的影响，为绿色供应链管理提供更全面的理论支持和实践指导。

## 参考文献

- [1] 王良, 赖家豪. 考虑柔性期权与远期合约的绿色供应链决策研究[J]. 中国管理科学, 2023, 31(10): 61-73.
- [2] 丁军飞, 陈伟达, 付帅帅. 再制造环境下基于碳期权合约的供应链定价与协调[J]. 中国管理科学, 2024, 32(3): 95-104.
- [3] Ritchken, P.H. and Tapiero, C.S. (1986) Contingent Claims Contracting for Purchasing Decisions in Inventory Management. *Operations Research*, **34**, 864-870. <https://doi.org/10.1287/opre.34.6.864>
- [4] Zhao, Y., Wang, S., Cheng, T.C.E., Yang, X. and Huang, Z. (2010) Coordination of Supply Chains by Option Contracts: A Cooperative Game Theory Approach. *European Journal of Operational Research*, **207**, 668-675. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.05.017>
- [5] 王文利, 张睿贞. 政府补贴下绿色产品供应商的融资策略——绿色信贷 VS 预付款[J]. 系统管理学报, 2024, 33(6): 1423-1435.
- [6] 郭志芳, 辛乐. 考量市场需求不确定下绿色供应链融资策略及选择——兼析供应链最优生产决策与供应商最优融资方式[J]. 价格理论与实践, 2022(4): 181-184, 208.
- [7] 邹清明, 谢文芳, 李玉琼. 制造商过度自信的绿色供应链融资和定价策略[J]. 中国管理科学, 2026, 34(3): 170-180.
- [8] Feng, Y., Mu, Y., Hu, B. and Kumar, A. (2014) Commodity Options Purchasing and Credit Financing under Capital Constraint. *International Journal of Production Economics*, **153**, 230-237. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.03.003>
- [9] Raj, A., Biswas, I. and Srivastava, S.K. (2018) Designing Supply Contracts for the Sustainable Supply Chain Using Game Theory. *Journal of Cleaner Production*, **185**, 275-284. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.03.046>
- [10] Liu, Y., Tian, J., Yu, N. and Jia, S. (2024) A Cost-Effective Model for Emergency Supplies Prepositioning and Procurement Pricing via Option Contracts. *Computers & Industrial Engineering*, **194**, Article ID: 110369. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110369>
- [11] Buzacott, J.A. and Zhang, R.Q. (2004) Inventory Management with Asset-Based Financing. *Management Science*, **50**, 1274-1292. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0278>
- [12] Wang, Y., Sun, X. and Meng, F. (2016) On the Conditional and Partial Trade Credit Policy with Capital Constraints: A Stackelberg Model. *Applied Mathematical Modelling*, **40**, 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.04.036>
- [13] 桑圣举, 张强. 基于不确定理论的绿色供应链最优决策研究[J]. 中国管理科学, 2020, 28(9): 127-136.
- [14] 熊峰, 魏瑶瑶, 王琼林, 等. 考虑成员风险规避的双渠道绿色供应链定价与绿色投入决策研究[J]. 中国管理科学, 2022, 30(8): 267-276.
- [15] Rockafellar, R.T. and Uryasev, S. (2000) Optimization of Conditional Value-at-risk. *The Journal of Risk*, **2**, 21-41. <https://doi.org/10.21314/jor.2000.038>

- [16] Zhao, H., Song, S., Zhang, Y., Gupta, J.N.D. and Devlin, A.G. (2019) Optimal Decisions of a Supply Chain with a Risk-Averse Retailer and Portfolio Contracts. *IEEE Access*, 7, 123877-123892. <https://doi.org/10.1109/access.2019.2936008>
- [17] 俞园园, 杨圆芳, 文学舟. 信息不对称与风险规避对绿色供应链决策的影响[J]. *会计之友*, 2025(8): 63-71.
- [18] 吴英晶, 李勇建, 张李浩. 基于期权契约的零售商融资最优策略研究[J]. *管理评论*, 2014, 26(10): 197-208.

## 附录

**命题 1 证明:** 当  $B \leq B_{threshold}$  时, 零售商将全部资金投入批发价格订购, 即  $q_1^{B^*} = \frac{B}{w}$ ,  $q_2^{B^*} = 0$ , 此时, 拉格朗日函数对  $q_1, q_2$  的偏导数均等于 0, 令  $\frac{\partial L}{\partial q_1^B} = 0$ , 则有  $\lambda = \frac{(p+h_r)(F(q_1+q_2+bp-\alpha\theta)-(1-\eta))-w}{\eta w}$ ,

将其代入  $\frac{\partial L}{\partial q_2^B} = 0$ , 整理得到  $(F(q_1^{B^*}+bp-\alpha\theta)-(1-\eta))[w(p+h_r-e)-(o+e)(p+h_r)] = -we$ , 通分整理后

最终解出  $F(q_1^{B^*}) = 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(\eta w + o+e)} - bp + \alpha\theta$ , 代入  $q_1^{B^*} = \frac{B_{threshold}}{w}$ , 得到

$$B_{threshold} = wF^{-1}\left(1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(\eta w + o+e)} - bp + \alpha\theta\right).$$

当  $B > B_{threshold}$  时, 此时  $\lambda > 0$  且  $\frac{\partial L}{\partial q_1^B} = 0$ ,  $\frac{\partial L}{\partial q_2^B} = 0$ , 联立  $\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_1^B} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_2^B} = 0 \end{cases}$  求解, 通分整理后最终解出

$$F(q_1^{B^*}) = 1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(\eta w + o+e)} - bp + \alpha\theta,$$

$$q_2^{B^*} = \frac{B - wq_1^*}{o+e} = \frac{B - w\left[F^{-1}\left(1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(\eta w + o+e)} - bp + \alpha\theta\right)\right]}{o+e}. \text{ 证毕。}$$

**命题 2 证明:**

$$\text{令 } g(\xi, q_1^F, q_2^F) = \xi - \frac{1}{\eta} E\left[\xi - \pi_R^F(D, q_1^F, q_2^F)\right]^+, \text{ CVaR}_\eta\left(\pi_R^F(D, q_1^F, q_2^F)\right) = \max_{\xi \in R} g(\xi, q_1^F, q_2^F).$$

$$\begin{aligned} g(\xi, q_1^F, q_2^F) &= \xi - \frac{1}{\eta} \int_{bp-\alpha\theta}^{q_1^F+bp-\alpha\theta} [\xi + wq_1^F + oq_2^F - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)]^+ dF(\varepsilon) \\ &\quad - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^F+bp-\alpha\theta}^{q_1^F+q_2^F+bp-\alpha\theta} [\xi + (w-e)q_1^F + oq_2^F - (p-e)(\varepsilon - bp + \alpha\theta)]^+ dF(\varepsilon) \\ &\quad - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^F+q_2^F+bp-\alpha\theta}^{\infty} [\xi + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F - (p+h_r-o-e)q_2^F]^+ dF(\varepsilon) \\ &\quad - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B] \end{aligned}$$

1)  $\xi \leq -wq_1^F - oq_2^F$ , 此时

$$g(\xi, q_1^F, q_2^F) = \xi - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+h_r-w)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F - \xi}{h_r}}^{\infty} [\xi + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F - (p+h_r-o-e)q_2^F]^+ dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} = 0, \quad F\left(\frac{(p+hr-w)q_1^F + (p+h_{r-0}-e)q_2^F - \xi}{h_r} + bp - \alpha\theta\right) = 1 - \eta, \text{ 则令}$$

$$\xi_8(q_1^F, q_2^F) = (p+hr-w)q_1^F - (p+hr-o-e)q_2^F - h_r(F^{-1}(1-\eta) - bp + \alpha\theta). \text{ 假设 } \xi_8(q_1^F, q_2^F) \leq -wq_1^F - oq_2^F,$$

$$\xi_8(q_1^F, q_2^F) \text{ 为 } \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} = 0 \text{ 的解, 那么}$$

$$g(\xi, q_1^F, q_2^F) = g(\xi_8(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)$$

$$= \xi_8(q_1^F, q_2^F) - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+hr-w)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F - \xi_8(q_1^F, q_2^F)}{h_r} + bp - \alpha\theta}^{\infty} [\xi_8(q_1^F, q_2^F) + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta), \text{ 通过}$$

$$-(p+h_r-w)q_1^F - (p+h_r-o-e)q_2^F] dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\frac{\partial g(\xi_8(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1^H} = p+h_r-w > 0 \text{ 和 } \frac{\partial g(\xi_8(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2} = p+h_r-o-e > 0, \xi_8(q_1^F, q_2^F) \text{ 不是}$$

$CVaR_\eta(\pi_R^F(D, q_1^F, q_2^F))$  的解, 与前面假设矛盾, 无最优解。

2)  $-w-oq_2^F < \xi \leq (p-w)q_1^F - oq_2^H$ , 此时

$$g(\xi, q_1^F, q_2^F) = \xi - \frac{1}{\eta} \int_{bp - \alpha\theta}^{\frac{\xi + wq_1^F + oq_2^F}{p} + bp - \alpha\theta} [\xi + wq_1^F + oq_2^F - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon)$$

$$- \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+h_r-w)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F - \xi}{h_r} + bp - \alpha\theta}^{\infty} [\xi + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F, \text{ 通过求解}$$

$$-(p+h_r-o-e)q_2^F] dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\left. \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} \right|_{\xi = -wq_1^F - oq_2^F} = 1 - \frac{1}{\eta} \left[ F(bp - \alpha\theta) + 1 - F\left(\frac{(p+hr)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F}{h_r} + bp - \alpha\theta\right) \right] > 0, \text{ 假设}$$

$$\left. \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} \right|_{\xi = (p-w)q_1^F - oq_2^F} = 1 - \frac{1}{\eta} \left[ F(q_1^F) + 1 - F\left(q_1^F + \frac{(p+h_r-e)q_1^F}{h_r} + bp - \alpha\theta\right) \right] < 0, \text{ 存在 } \xi_9(q_1^F, q_2^F), \text{ 使得}$$

$$\frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} = 0, \text{ 则}$$

$$F\left(\frac{(p+h_r-w)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F - \xi_9(q_1^F, q_2^F)}{h_r} + bp - \alpha\theta\right) - F\left(\frac{\xi_9(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F}{p} + bp - \alpha\theta\right) = 1 - \eta,$$

$$CVaR_\eta(\pi_R^F(D, q_1^F, q_2^F)) = g(\xi_9(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)$$

$$= \xi_9(q_1^F, q_2^F) - \frac{1}{\eta} \int_0^{\frac{\xi_9(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F}{p} + bp - \alpha\theta} [\xi_9(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon)$$

$$- \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+h_r-w)q_1^F + (p+h_r-o-e)q_2^F - \xi_9(q_1^F, q_2^F)}{h_r} + bp - \alpha\theta}^{\infty} [\xi_9(q_1^F, q_2^F) + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F$$

$$-(p+h_r-o-e)q_2^F] dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\frac{\partial g(\xi_9(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1}$$

$$= \frac{1}{\eta} \left( (p+h_r-2w)F\left(\frac{\xi_9(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F}{p} + bp - \alpha\theta\right) - 1 + (p+h_r-w)(1-\eta) \right) - rw \quad \text{和}$$

$$\frac{\partial g(\xi_9(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2}$$

$$= \frac{1}{\eta} \left( (p+h_r-2o-e)F\left(\frac{\xi_9(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F}{p} + bp - \alpha\theta\right) - 1 + (p+h_r-o-e)(1-\eta) \right) + r(o+e) \quad \text{发现, 不存}$$

在  $\xi_9(q_1^F, q_2^F)$  使得  $\frac{\partial g(\xi_9(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1^H} = 0$  和  $\frac{\partial g(\xi_9(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2^H} = 0$  同时成立, 因此  $\xi_9(q_1^F, q_2^F)$  不是  $CVaR_\eta(\pi_r^F(D, q_1^F, q_2^F))$  的解, 与前面假设矛盾, 无最优解。

3)  $\xi > (p-w)q_1^F + (p-o-e)q_2^H$ , 此时

$$g(\xi, q_1^F, q_2^F) = \xi - \frac{1}{\eta} \int_{bp-\alpha\theta}^{q_1^H+bp-\alpha\theta} [\xi + wq_1^H + oq_2^H - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon) \\ - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^H+q_2^H+bp-\alpha\theta}^{q_1^H+q_2^H+bp-\alpha\theta} [\xi + (w-e)q_1^H + oq_2^H - (p-e)(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon) \\ - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^H+q_2^H+bp-\alpha\theta}^{\infty} [\xi + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^H - (p+h_r-o-e)q_2^H] dF(\varepsilon) \\ - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

, 通过求解

$$\frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} = 1 - \frac{1}{\eta} < 0, \text{ 无最优解。}$$

4)  $(p-w)q_1^F - oq_2^F < \xi \leq (p-w)q_1^F + (p-o-e)q_2^F$ , 此时

$$g(\xi, q_1^F, q_2^F) = \xi - \frac{1}{\eta} \int_{bp-\alpha\theta}^{q_1^F+bp-\alpha\theta} [\xi + wq_1^F + oq_2^F - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon) \\ - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^F+bp-\alpha\theta}^{\frac{\xi+(w-e)q_1^F+oq_2^F+bp-\alpha\theta}{p-e}} [\xi + (w-e)q_1^F + oq_2^F - (p-e)(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon) \\ - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+h_r-w)q_1^F+(p+h_r-o-e)q_2^F-\xi}{h_r}+bp-\alpha\theta}^{\infty} [\xi + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F \\ - (p+h_r-o-e)q_2^F] dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\left. \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} \right|_{\xi=(p-w)q_1^F-oq_2^F} = \frac{1}{\eta} F\left(\frac{h_r q_1^F + (p+h_r-e)q_2^F}{h_r} + bp - \alpha\theta\right) - \frac{1}{\eta} F(q_1^F + bp - \alpha\theta) + 1 - \frac{1}{\eta} > 0,$$

$$\left. \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} \right|_{\xi=(p-w)q_1^F+(p-o-e)q_2^F} = 1 - \frac{1}{\eta} < 0, \text{ 必然存在 } \xi_{10}(q_1^F, q_2^F), \text{ 使得 } \frac{\partial g(\xi, q_1^F, q_2^F)}{\partial \xi} = 0, \text{ 则}$$

$$CVaR_\eta(\pi_r(D, q_1^F, q_2^F)) = g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)$$

$$= \xi_{10}(q_1^F, q_2^F) - \frac{1}{\eta} \int_{bp-\alpha\theta}^{q_1^F+bp-\alpha\theta} [\xi_{10}(q_1^F, q_2^F) + wq_1^F + oq_2^F - p(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon - bp + \alpha\theta) \\ - \frac{1}{\eta} \int_{q_1^F+bp-\alpha\theta}^{\frac{\xi_{10}(q_1^F, q_2^F)+(w-e)q_1^F+oq_2^F+bp-\alpha\theta}{p-e}} [\xi_{10}(q_1^F, q_2^F) + (w-e)q_1^F + oq_2^F - (p-e)(\varepsilon - bp + \alpha\theta)] dF(\varepsilon), \\ - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{(p+h_r-w)q_1^F+(p+h_r-o-e)q_2^F-\xi_{10}(q_1^F, q_2^F)}{h_r}+bp-\alpha\theta}^{\infty} [\xi_{10}(q_1^F, q_2^F) + h_r(\varepsilon - bp + \alpha\theta) - (p+h_r-w)q_1^F \\ - (p+h_r-o-e)q_2^F] dF(\varepsilon) - r[wq_1^F + (o+e)q_2^F - B]$$

$$\frac{\partial^2 g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1^{F2}} \frac{\partial^2 g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2^{F2}} \frac{\partial^2 g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1^F \partial q_2^F} \frac{\partial^2 g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2^F \partial q_1^F} > 0,$$

表明  $g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)$  在  $q_1^F$  和  $q_2^F$  上是联合凹函数，联立求解  $\frac{\partial g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_1^F} = 0$  和

$\frac{\partial g(\xi_{10}(q_1^F, q_2^F), q_1^F, q_2^F)}{\partial q_2^F} = 0$ ，我们可以零售商资金约束且融资后的最优批发价格订购量

$$q_1^{F*} = F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta、\text{最优期权订购量}$$

$$q_2^{F*} = \frac{(p-e)\left[F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right) - F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)}$$

和最优总订购量

$$+ \frac{h_r\left[F^{-1}\left(1 - \frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right) - F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)}$$

$$q_H^{F*} = \frac{(p-e)\left[F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right) - bp + \alpha\theta\right] + h_r\left[F^{-1}\left(1 - \frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right) - bp + \alpha\theta\right]}{(p+h_r-e)}。证毕。$$

**命题 3 的证明：**当  $B \leq B_{threshold}$  时， $dq_H^{B*} = q_1^{B*} = \frac{B}{w}$ ， $q_2^{B*} = 0$ ，求解混合契约下的最优决策  $q_1^{B*}, q_2^{B*}, q_B^*$

关于零售商风险规避系数  $\eta$  的一阶导，得到： $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} = \frac{dq_2^{B*}}{d\eta} = \frac{dq_H^{B*}}{d\eta} = 0$ ，即最优决策  $q_1^{B*}, q_2^{B*}, dq_H^{B*}$  不受零售商风险规避系数  $\eta$  变化的影响。

当  $B > B_{threshold}$  时，求解混合契约下的最优决策  $q_1^{B*}, q_2^{B*}, dq_H^{B*}$  关于零售商风险规避系数  $\eta$  的一阶导，得到：

$$\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} = \frac{(w-e)(o+e)(w+o+e) - ow(1-w\eta)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)^2 f\left(F^{-1}\left(1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)}\right)\right)}$$

$$\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} = \frac{w(ow(1-w\eta) - (w-e)(o+e)(w+o+e))}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)^2 f\left(F^{-1}\left(1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)}\right)\right)}$$

$$\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} = \frac{(o+e-w)((w-e)(o+e)(w+o+e) - ow(1-w\eta))}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)^2 f\left(F^{-1}\left(1 - \frac{o\eta w + (w-e)(1-\eta)(o+e)}{(p+h_r-e)(w\eta+o+e)}\right)\right)}$$

当  $(w-e)(o+e)(w+o+e) - ow(1-w\eta) > 0$  时， $\frac{dq_1^{B*}}{d\eta} > 0$ ， $\frac{dq_2^{B*}}{d\eta} < 0$ ， $\frac{dq_H^{B*}}{d\eta} > 0$ ，其他情况同理可得，

证毕。

**命题 4 的证明：**求解混合契约下的最优决策  $q_1^{F*}$ ， $q_H^{F*}$  关于零售商风险规避系数  $\eta$  的一阶导，得到：

$$\frac{dq_1^{F*}}{d\eta} = \frac{(o+e-w)(1+r)}{ef\left(F^{-1}\left(\frac{(o+e-w)(1+r)\eta}{e}\right)\right)}$$

$$\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} = \frac{(p-e)(p+h_r-(o+e)(1+r))f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)}{f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)(p+h_r-e)^2} - \frac{h_r(o(1+r)+er)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)}{f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right)(p+h_r-e)^2}$$

从一阶导易知  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} > 0$ ，即最优决策  $q_H^{F^*}$  随着零售商风险规避系数  $\eta$  增加而增加。当

$$(p-e)(p+h_r-(o+e)(1+r))f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) - h_r(o(1+r)+er)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) > 0$$

时，有  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} > 0$ ，即最优决策  $q_H^{F^*}$  随着零售商风

险规避系数  $\eta$  增加而增加；当

$$(p-e)(p+h_r-(o+e)(1+r))f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) - h_r(o(1+r)+er)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) = 0$$

时，有  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} = 0$ ，

即最优决策  $q_H^{F^*}$  不随零售商风险规避程度的变化而变化；当

$$(p-e)(p+h_r-(o+e)(1+r))f\left(F^{-1}\left(1-\frac{(o(1+r)+er)\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) - h_r(o(1+r)+er)f\left(F^{-1}\left(\frac{(p+h_r-(o+e)(1+r))\eta}{(p+h_r-e)}\right)\right) < 0$$

时，有  $\frac{dq_H^{F^*}}{d\eta} < 0$ ，即最优决策  $q_H^{F^*}$  随着零售商风

险规避系数  $\eta$  增加而减少，证毕。