

# 色散和非线性效应对啁啾艾里脉冲传输影响的研究

段佳佳<sup>1</sup>, 宋振明<sup>1\*</sup>, 马 茜<sup>2</sup>, 张宇轩<sup>1</sup>

<sup>1</sup>天津工业大学物理科学与技术学院, 天津

<sup>2</sup>陆军军事交通学院基础部, 天津

收稿日期: 2024年12月17日; 录用日期: 2025年1月20日; 发布日期: 2025年1月30日

## 摘要

艾里脉冲由于其独特的性质, 引起人们广泛关注和研究。本文从理论上讨论了色散和非线性效应对啁啾艾里脉冲的传输影响。结果表明: 在非线性条件下, 三阶色散发挥作用时, 通过改变三阶色散系数, 我们发现三阶色散系数和峰值强度之间的变化关系。当拉曼效应发挥作用时, 正啁啾和负啁啾在时域或频域呈现出不同的变化趋势。当拉曼效应和三阶色散共同作用时, 正啁啾情况下, 我们可以得出随着三阶色散系数增大, 三阶色散抑制拉曼产生的频移。然而负啁啾情况下, 三阶色散不能抑制或增强拉曼频移, 只能改变脉冲的峰值强度。为了增大脉冲的峰值强度, 我们探究啁啾参数和三阶色散系数达到平衡时, 脉冲的频移不会改变。

## 关键词

超快光学, 咨啾艾里脉冲, 拉曼效应, 三阶色散, 拉曼频移

# Study on the Influence of Dispersion and Nonlinear Effects on the Propagation of Chirped Airy Pulse

Jiajia Duan<sup>1</sup>, Zhenming Song<sup>1\*</sup>, Qian Ma<sup>2</sup>, Yuxuan Zhang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

<sup>2</sup>General Courses Department, Army Military Transportation University, Tianjin

Received: Dec. 17<sup>th</sup>, 2024; accepted: Jan. 20<sup>th</sup>, 2025; published: Jan. 30<sup>th</sup>, 2025

\*通讯作者。

**文章引用:** 段佳佳, 宋振明, 马茜, 张宇轩. 色散和非线性效应对啁啾艾里脉冲传输影响的研究[J]. 光电子, 2024, 14(4): 61-71. DOI: [10.12677/oe.2024.144008](https://doi.org/10.12677/oe.2024.144008)

## Abstract

Airy pulse has attracted extensive attention and research because of its unique properties. In this paper, the effects of dispersion and nonlinear effects on the propagation of chirped Airy pulse are studied theoretically. The results show that when the third-order dispersion plays a role under nonlinear conditions, by changing the third-boundary dispersion coefficients, we find a changing relationship between the third-order dispersion coefficients and the peak intensity. When the Raman effect comes into play, the positive chirp and negative chirp show different trends in the time or frequency domain. When the Raman effect and the third-order dispersion work together, in the positive chirp case, we can conclude that the third-order dispersion suppresses the Raman-generated frequency shift as the third-order dispersion coefficient increases. However, in the negative chirp case, the third-order dispersion cannot suppress or enhance the Raman frequency shift, but only change the peak intensity of the pulse. In order to increase the peak intensity of the pulse, we explore that the frequency shift of the pulse does not change when the chirp coefficient and the third-order dispersion coefficient are balanced.

## Keywords

Ultrafast Optic, Academicjournals Chirped Airy Pulse, Raman Effect, Third Order Dispersion, Raman Frequency Shift

---

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

20世纪70年代末, Berry 和 Balazs 首次发现了非线性薛定谔方程中无衍射的解[1], 这个解就是艾里波包的理想模型, 它们不受衍射的影响, 从而得出它们具有无衍射的特征, 还有一个显著的特征就是横向加速度, 艾里波包能在没有外部力场的情况下实现横向加速度。1987年, Durnin 等人首次观察到了贝塞尔光束, 提出了大量的理论基础并且用实验证明了无衍射特性[2][3]。尽管对无衍射波的探索和研究在科学界掀起一股热潮, 引起了广泛的关注, 但这些无衍射波本质上是拥有无限能量。直到2007年, G. A. Siviloglou 等人在理论上提出了有限能量艾里光束的概念[4]。随后在实验中对有限能量的艾里光束进行了验证, 理想的艾里光束通过有限孔径时被截断, 从中获得有限能量的艾里光束[5]。

艾里光束具有三个主要性质: 横向自加速, 无衍射, 自愈能力。横向自加速特性, 由于艾里脉冲非对称的光场分布, 在传输时传输轨迹会发生自由弯曲。Greenberge 等人利用等效性原理对横向自加速行为给出了解释, 他认为这种现象是静止的艾里光束被自由落体者观察到的[6], 胡毅等人探究了自加速艾里脉冲的产生、控制和应用[7]。无衍射特性是指艾里光束传播时光场强度的分布保持不变, 艾里光束在传输过程中沿轨迹进行传输, 能量保持不变[8]。自愈特性, 艾里脉冲像其他无衍射波一样具有自愈能力, John Broky 等人从理论和实验上证明了艾里光束的自愈特性, 当艾里脉冲的主瓣被遮挡阻碍时, 它可以完成自我重建的过程[9]。由于艾里光束具有的独特性质, 使其在应用方面也非常广泛, 例如在光学捕获粒子方面的应用, 艾里波包可用于沿着弯曲路径的粒子传输, 粒子轨迹可以遵循诱导为抛物线轨迹, 艾里光束可以在没有光束运动的情况下, 能够精确的转移或清除粒子, 这个实验还可以直接扩展到细胞生物学中[10], 或者是通过利用与啁啾波前相关的向内或向外横线加速度来实现介电微粒的光捕获和操纵

[11]。例如在弯曲灯丝生成方面的应用，Pavel Polynkin 等人探究了飞秒艾里光束在凝聚态介质(水)中成丝的实验[12]，还可以通过利用简单和廉价的光学透镜像差来产生可调谐的强一维和二维的艾里光束，产生艾里光束的过程是可调的，可以应用于产生超快艾里脉冲和定制的灯丝[13]。还可以应用在非线性光学方面，例如在克尔非线性和多光子非线性的诱导下，在主瓣中具有较高功率的艾里光束被重塑成多丝状图案[14]。

理想艾里光束是空间近轴衍射方程的加速解，由于“空间上的衍射傍轴方程”和“时间上的包络色散方程”的数学等价性，引入了时间艾里脉冲[15]，从而引起了大家的广泛探究。有研究发现，在群速度色散和自相位调制的作用下，可生成孤子[16]。随后，对艾里脉冲产生孤子进行了详细的研究[17]。啁啾在艾里脉冲的传播中起着重要的作用，例如初始频率啁啾会影响控制超连续谱的产生[18][19]、成丝[20][21]和脉冲压缩[22]。我们也可以通过高斯脉冲来调制艾里脉冲或者啁啾艾里脉冲，通过色散的方式调制使得脉冲的时域从高斯型变成艾里型，进而可以得到艾里脉冲。继续通过非线性效应进行调制，使得艾里脉冲的频谱也变成艾里型从而可以得到啁啾艾里脉冲。

深圳大学的章礼富课题组研究了群速度色散和啁啾符号相同或者相反对艾里脉冲引起的变化，符号不一致时艾里脉冲会经过一个坍塌区而后反向传输，当符号一致时，在传输过程中始终是分散的[23]。他们还研究了高阶效应下有限能量艾里脉冲的动态传输，发现可以通过改变一些变量，控制拉曼频移或者抑制拉曼频移，高阶效应的综合影响是能够拓展艾里脉冲的频谱[24]。后来 Ankit Purohit 等人加入啁啾后研究高阶非线性效应的影响，并证明啁啾参数对脉冲动力学有相当大的影响[25]。王艳等人研究了初始啁啾诱导的艾里脉冲拉曼频移，结果表明，随着正啁啾参数的增大，艾里脉冲的蓝移增大，可以抑制拉曼频移。随着截断系数的增大，艾里脉冲的红移增大，从而增强了拉曼频移[26]。但是上述文献中没有涉及啁啾艾里脉冲的三阶色散和拉曼频移之间的关系，以前没有人报道过类似非线性效应的啁啾艾里脉冲的传输变化，所以有必要进一步探究其中的关系，所以本文将采用数值方法研究色散和非线性效应对啁啾艾里脉冲影响，在非线性克尔效应和反常色散区条件下，该研究可用于超连续谱的产生、成丝和脉冲压缩等相关研究。

## 2. 基本原理

脉冲在光纤脉冲在光纤中的传输过程可以表示为[27]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = i\gamma \left[ |A|^2 A + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right] \quad (1)$$

由于光纤的损耗较小而忽略，所以我们得到下式：

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = i\gamma \left[ |A|^2 A + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right] \quad (2)$$

在公式(2)中，公式左边  $\beta_2$  项对应群速度色散效应， $\beta_3$  项对应三阶色散效应，公式右边  $\gamma$  项对应自相位调制， $\omega_0$  项对应自陡峭效应， $T_R$  项对应拉曼效应[27]。

对公式(2)进行归一化处理，得到公式(3)。归一化处理如下：

引入一个时间量： $T = (t - z/v_g)/T_0$ ， $t$  是时间量度， $v_g$  表示群速度， $T_0$  是脉冲的初始脉宽， $z$  是脉冲的传输距离。对脉冲的振幅归一化： $A(Z, T) = \sqrt{P_0} U(Z, T)$ ， $P_0$  为脉冲的初始峰值功率。

定义色散长度  $L_D$  和非线性长度  $L_{NL}$ ： $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ ， $L_{NL} = 1/\gamma P_0$ ，其中  $\gamma$  表示自相位调制中的非线性系数。传输距离归一化： $Z = z/L_D$ ，并定义参量  $N = \sqrt{\gamma P_0 T_0^2 / |\beta_2|}$  我们将得到：

$$\frac{\partial U}{\partial Z} + i \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - \frac{\delta_3}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} = i N^2 \left[ |U|^2 U + is \frac{\partial}{\partial T} (|U|^2 U) - t_R U \frac{\partial |U|^2}{\partial T} \right] \quad (3)$$

公式(3)为归一化后的非线性薛定谔方程，其中  $\delta_3 = \beta_3 / |\beta_2| T_0$  是三阶色散系数， $s = 1/(\omega_0 T_0)$  是自陡系数； $t_R = T_R/T_0$  是拉曼系数。数值方法是对(3)式使用分布傅里叶法。

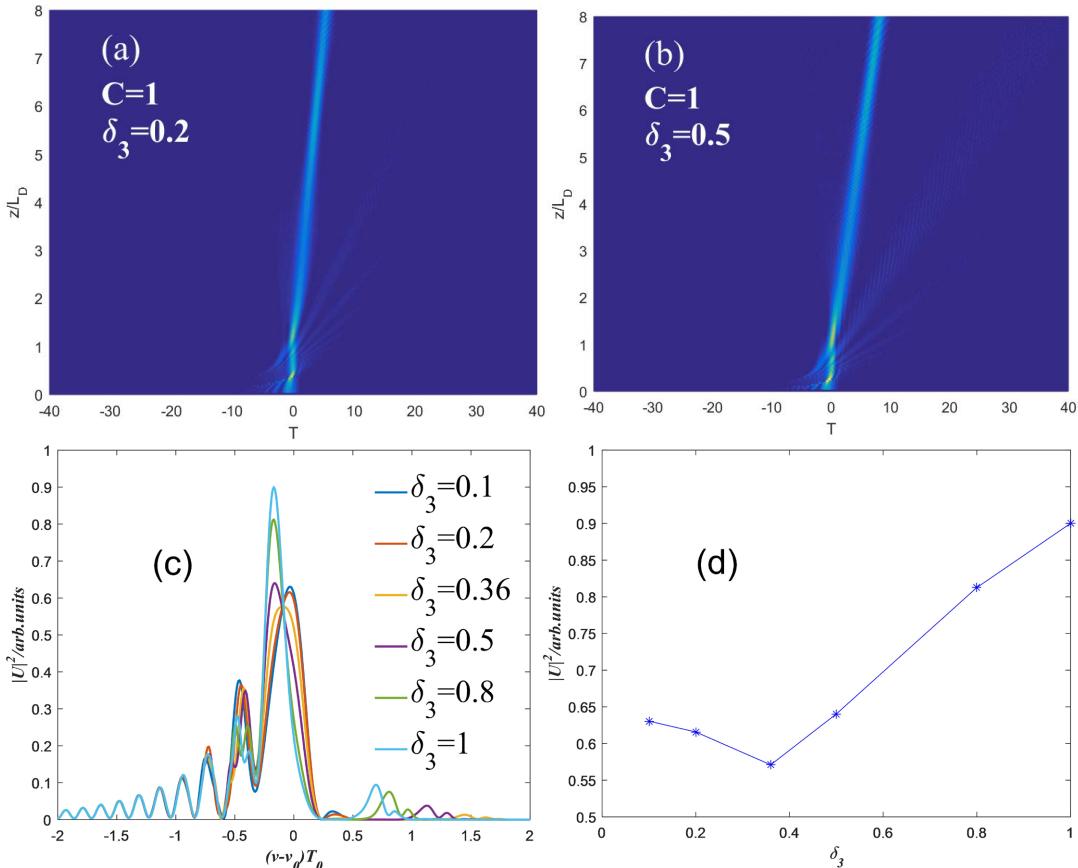
初始啁啾艾里脉冲为[28]：

$$U(0, T) = Ai(T) \exp(aT) \exp\left(-\frac{iC}{2} T^2\right) \quad (4)$$

其中  $0 < a < 1$  为截断系数。 $C$  为啁啾参数。

### 3. 数值结果

#### 3.1. 咨啾艾里脉冲在三阶色散效应下的传输特性



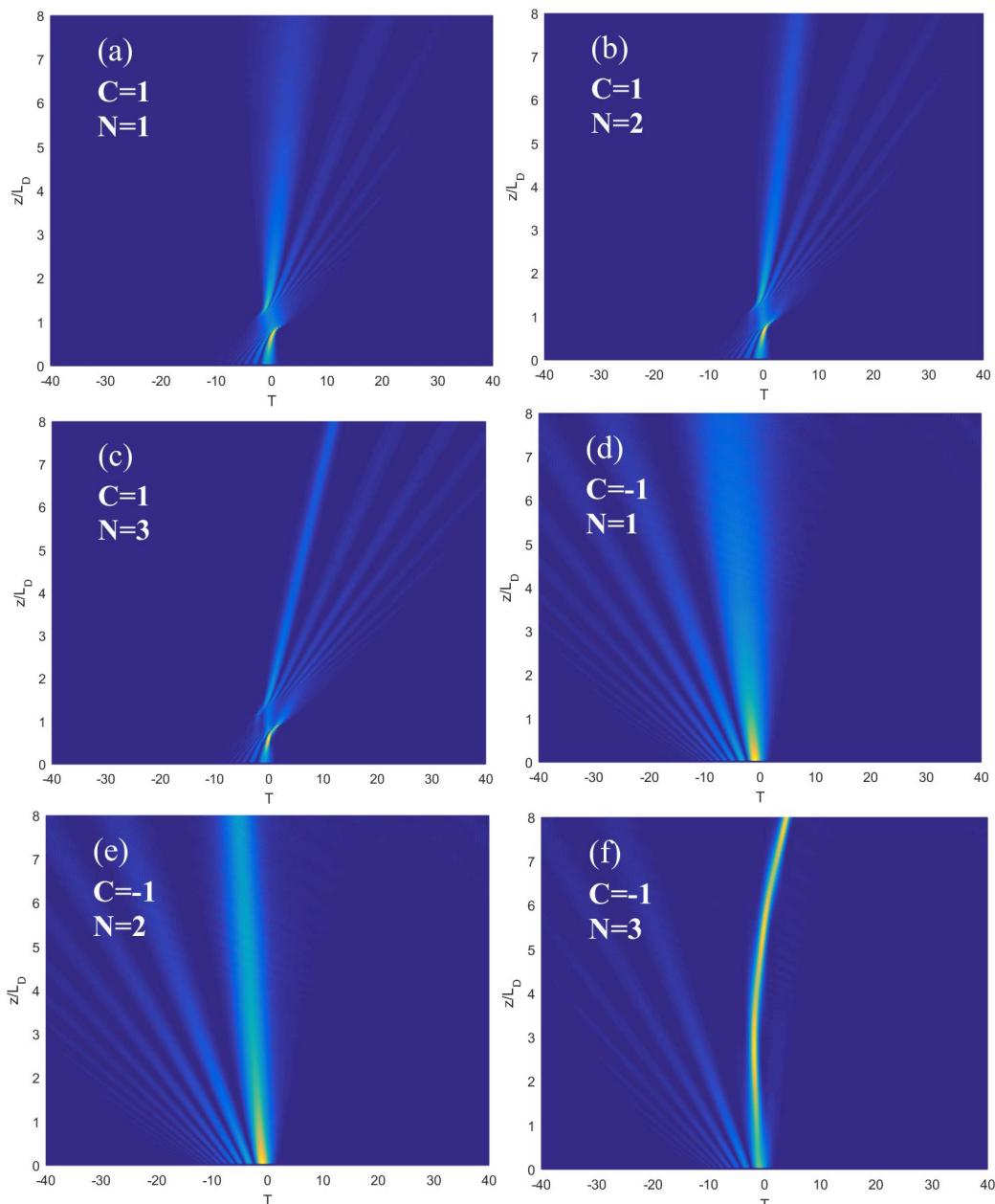
**Figure 1.** Diagram of the practical teaching system of automation major time-domain propagation of chirped Airy pulse. (a)  $C = 1$ ,  $\delta_3 = 0.2$ ; (b)  $C = 1$ ,  $\delta_3 = 0.5$ ; (c) Spectrogram of third order dispersion variation; (d) Plot of third order dispersion coefficient and peak intensity when  $a = 0.1$ ,  $N = 3$

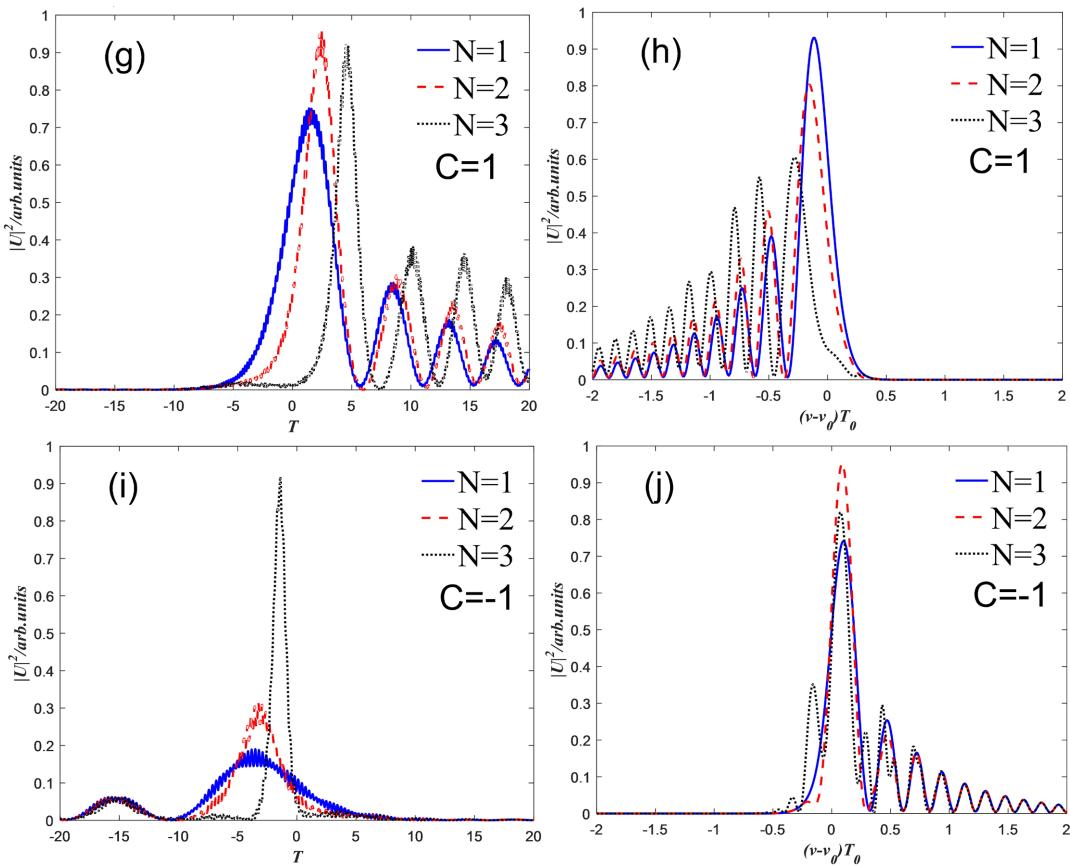
**图 1.** 当  $a = 0.1$ ,  $N = 3$  时啁啾艾里脉冲的时域传输图和频谱图。(a)  $C = 1$ ,  $\delta_3 = 0.2$ ; (b)  $C = 1$ ,  $\delta_3 = 0.5$ ; (c) 三阶色散变化的频谱图; (d) 三阶色散系数和峰值强度的曲线图

首先是三阶色散对啁啾艾里脉冲非线性下的作用：在反常色散区， $N=3$  的情况下，如图 1(a)(b)所示为啁啾艾里脉冲的时域传输图，三阶色散系数分别为 0.2 和 0.5。我们发现在非线性克尔效应的作用下，

啁啾艾里脉冲在坍塌区的位置产生孤子，并且孤子随着三阶色散系数的变化发生时间上的位移，孤子的运动轨迹发生改变。如图 1(c)为不同三阶色散系数的孤子的频域图，通过改变三阶色散系数，啁啾艾里脉冲的主瓣发生了变化，主瓣发生了向左的频移，这个频移是相对于不同三阶色散的主瓣来说的，并且只是主瓣发生了移动变化。然后我们取这些不同三阶色散系数的主瓣最高点参数，然后以三阶色散系数为横坐标，以脉冲强度为纵坐标作图，如图 1(d)所示，通过大量的数据测试，我们发现三阶色散系数存在某一特定值，此时脉冲的峰值强度最低，大于这个值脉冲强度呈递增，小于这个值脉冲强度呈递减趋势。当三阶色散系数小于这个特定值时主要是因为非线性效应发挥比较大的作用，使得脉冲强度下降，当三阶色散系数逐渐增大到这个特定值，三阶色散的作用开始体现出来，脉冲的峰值强度开始增大。

### 3.2. 咨啾艾里脉冲在拉曼效应下的传输特性





**Figure 2.** Time domain plot and spectrogram of chirped Airy pulse propagation when  $a = 0.1$ ,  $tr = 0.1$ ,  $N = 3$ . (a)  $C = 1$ ,  $N = 1$ ; (b)  $C = 1$ ,  $N = 2$ ; (c)  $C = 1$ ,  $N = 3$ ; (d)  $C = -1$ ,  $N = 1$ ; (e)  $C = -1$ ,  $N = 2$ ; (f)  $C = -1$ ,  $N = 3$ ; (g) Time domain envelopes of different nonlinear coefficients when  $C = 1$ ; (h) Different nonlinear coefficients when  $C = 1$ ; (i) Time domain envelope of different nonlinear coefficients at  $C = -1$ ; (j) Frequency domain plot of different nonlinear coefficients at  $C = -1$

**图 2.** 当  $a = 0.1$ ,  $tr = 0.1$ ,  $N = 3$  时啁啾艾里脉冲传输时域图和频谱图。(a)  $C = 1$ ,  $N = 1$ ; (b)  $C = 1$ ,  $N = 2$ ; (c)  $C = 1$ ,  $N = 3$ ; (d)  $C = -1$ ,  $N = 1$ ; (e)  $C = -1$ ,  $N = 2$ ; (f)  $C = -1$ ,  $N = 3$ ; (g)  $C = 1$  时不同非线性系数的时域包络图; (h)  $C = 1$  时不同非线性系数的频域图; (i)  $C = -1$  时不同非线性系数的时域包络图; (j)  $C = -1$  时不同非线性系数的频域图

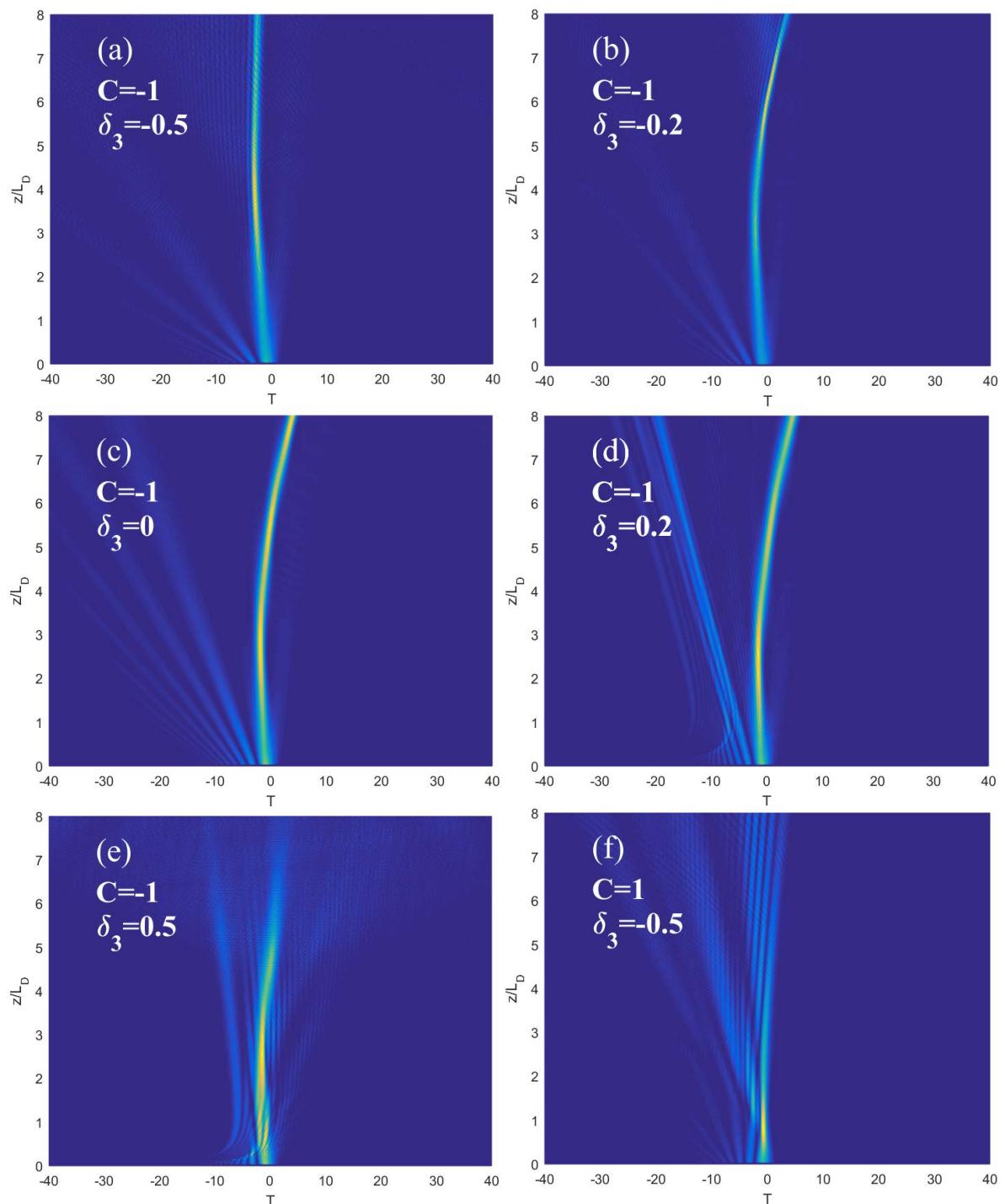
在非线性和反常色散区域下，我们探究拉曼效应对啁啾艾里脉冲的影响。图 2(a)~(c) 是啁啾大于零的情况， $tr = 0.1$ 。如图 2(a) 所示，由于非线性( $N = 1$ )的作用较小，脉冲呈现为发散的状态，由于啁啾和反常色散的符号原因，啁啾艾里脉冲形成一个坍塌区，即使存在拉曼的作用，脉冲的反转特性也不受影响，拉曼效应使得主瓣在时域上有所移动，主瓣的强度降低，副瓣在时域上传输的距离更远一些，由于逐渐增大非线性系数，拉曼的作用被增强，脉冲在时域发生时间上的位移变化，这个变化由图 2(g) 看出随着非线性系数的增大，脉冲是往前沿移动的，脉冲的主瓣峰值强度得到增强，副瓣也得到增强。然后我们看向与之对应的图 2(h)，是啁啾艾里脉冲的频谱图，当增大非线性系数，脉冲会发生红移，与拉曼频移方向相同。所以我们得出正啁啾情况下，增大非线性系数能够增强拉曼频移。

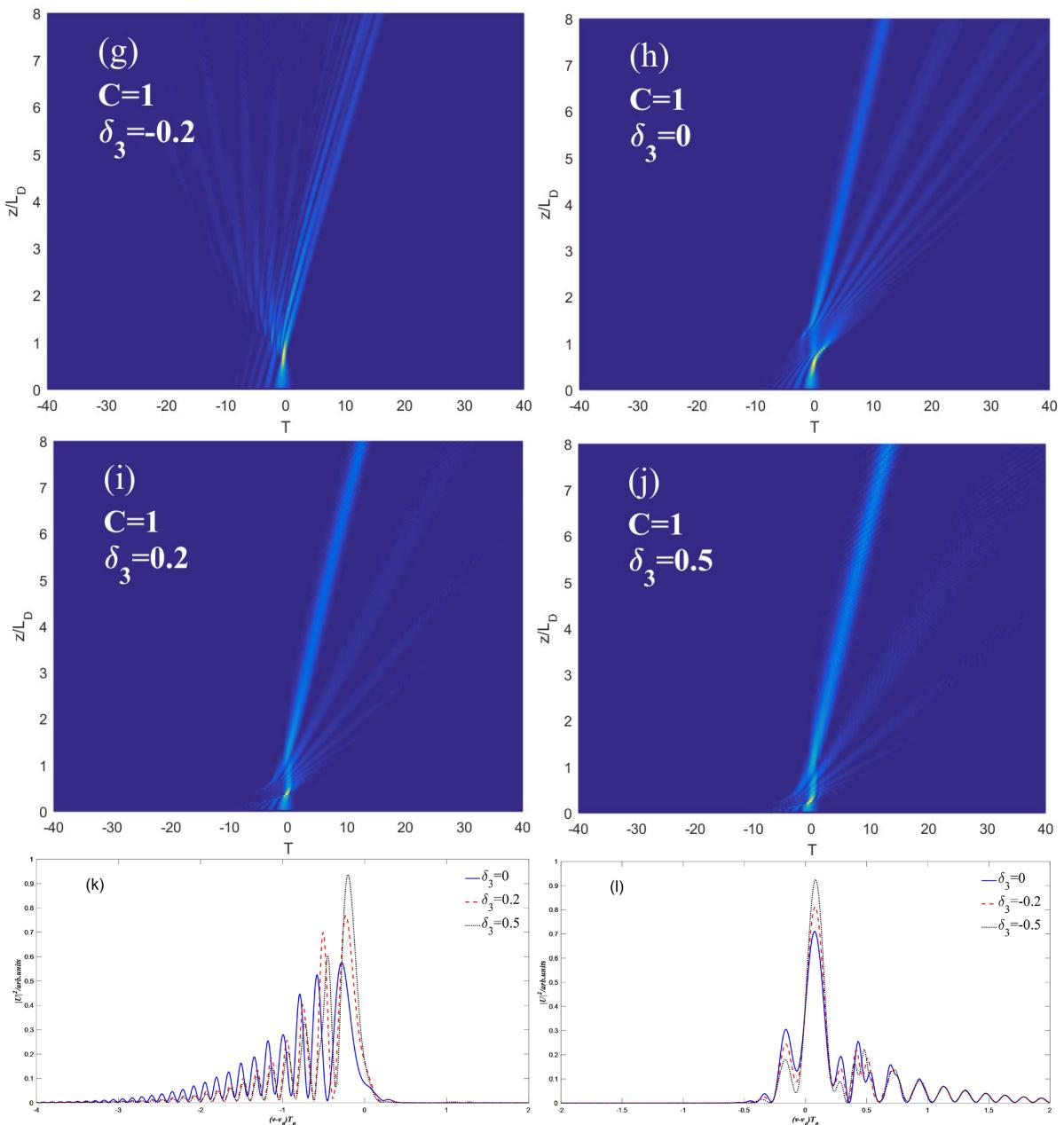
其次是啁啾小于零的情况，由于群速度色散和啁啾符号相同，所以在传输过程中始终是发散的，当加入非线性系数后，会产生孤子。如图 2(d)~(f) 所示，当非线性系数  $N = 3$  时，孤子会出现周期性的压缩和展宽。随着非线性系数的增大，拉曼发挥的作用更大，使得脉冲发生更大时间上的位移，孤子形状更加弯曲。由此可以得出，通过改变非线性系数能对拉曼散射产生的移动进行操控。图 2(i) 可以看出时域包络随非线性系数的变化向前沿移动，脉冲的强度也在增强是由脉冲的自相位调制发挥着作用，由于拉曼散射，主瓣的峰值明显延迟；随着非线性系数的增大，主瓣与副瓣之间的时间间隔明显增大。图 2(j) 在频

域内，随着非线性系数的增大，脉冲频移的变化较小，峰值功率的变化更加明显。

所以在时域上，无论正负啁啾都能够通过改变非线性系数引起脉冲发生时移，在频域上，正啁啾情况下，正啁啾情况下，增大非线性系数能够增强拉曼频移，负啁啾情况下，我们发现增大非线性系数对于频移的变化并不明显。

### 3.3. 咨啾艾里脉冲在色散和非线性效应下的传输特性





**Figure 3.** Time-domain plots and spectrograms of chirped Airy pulse propagation when  $a = 0.1$ ,  $t_R = 0.1$ , and  $N = 3$ . (a)~(e) Evolution of time-domain propagation of pulses with different third order dispersion coefficients with  $C = -1$ ; (f)~(j) Evolution of time-domain propagation of pulses with different third order dispersion coefficients with  $C = 1$ ; (k) Spectrograms of positive third order dispersion variation with  $C = 1$ ; (l) Spectrogram of negative third order dispersion variation for  $C = -1$

**图 3.** 当  $a = 0.1$ ,  $t_R = 0.1$ ,  $N = 3$  时啁啾艾里脉冲传输时域图和频谱图。(a)~(e)  $C = -1$  不同三阶色散系数的脉冲时域传输演变图; (f)~(j)  $C = 1$  不同三阶色散系数的脉冲时域传输演变图; (k)  $C = 1$  时正三阶色散变化的频谱图; (l)  $C = -1$  负三阶色散变化的频谱图

研究了在非线性条件下( $N = 3$ )拉曼效应和三阶色散效应共同作用下艾里脉冲的传输。由于啁啾艾里脉冲在非线性条件下会产生孤子，所以三阶色散强度和拉曼效应会影响孤子脱落的轨迹。

图 3(a)~(c)是三阶色散系数不断增加的负啁啾艾里脉冲的时域传输图，可以看出随着三阶色散系数的增大，脉冲的旁瓣逐渐靠近主瓣，从而削弱了主瓣的能量，并且旁瓣的数量增加。当三阶色散系数达到

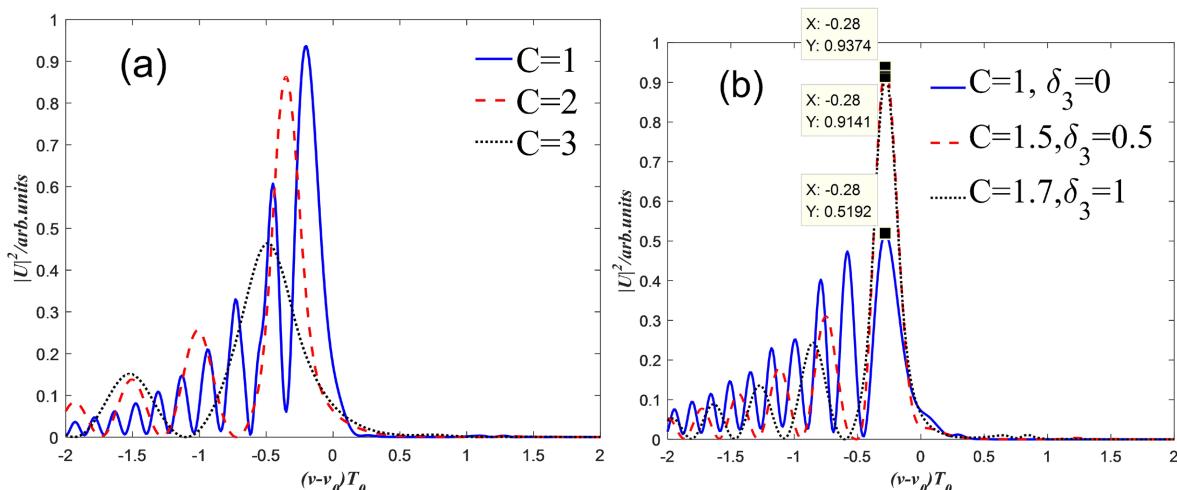
0.5 时, 正三阶色散使得负啁啾艾里脉冲失真, 使得振荡结构出现在脉冲的后沿附近, 从而导致脉冲形状发生变化。

图 3(h)~(j) 是加入三阶色散并且三阶色散系数不断增加的正啁啾艾里脉冲时域传输图。在啁啾和三阶色散符号相同的情况下, 随着三阶色散的增大, 可以发现旁瓣的数量逐渐变少, 噗啾艾里脉冲的主瓣被压缩, 在同样的传输距离下, 坍塌区的范围随着三阶色散系数的增大而不断缩小, 表明反向重建的速度越快, 并且三阶色散系数的大小会影响啁啾艾里脉冲的重建速度。旁瓣数量减少, 这是因为随着色散的增大, 旁瓣的能量转移到了艾里脉冲的主瓣上, 主瓣能量强度更强, 副瓣被削弱。

图 3(d)~(g) 是啁啾和三阶色散系数符号相反的情况下。当啁啾和三阶色散系数符号相同时, 噗啾艾里脉冲的传输会变得不稳定, 并且随着系数的增大, 噗啾艾里脉冲会发生失真使得脉冲形状发生变化。所得经过多组数据仿真我们可以得出, 只有正啁啾正三阶色散和负啁啾负三阶色散的两种情况下, 脉冲可以稳定传输。

所以我们根据上述结论, 图 3(k) 为正啁啾情况下三阶色散系数发生改变的频谱图, 我们可以看出随着三阶色散系数的增大, 峰值强度变大, 并且红移减小, 和拉曼效应引起的频移相反。所以, 三阶色散抑制拉曼产生的频移, 主要原因是与色散引起的脉冲展宽有关。由于前人研究发现, 在无啁啾时, 三阶色散可以抑制拉曼频移, 加入啁啾后, 我们可以发现, 三阶色散仍能抑制拉曼频移。啁啾和三阶色散强度改变了孤子的运动轨迹, 在正啁啾的作用下, 削弱了三阶色散对拉曼频移的抑制。图 3(l) 为改变负三阶色散系数负啁啾的脉冲频谱图, 这种情况下我们可以看出负的三阶色散并不能抑制拉曼频移, 只能改变脉冲的峰值强度, 峰值强度随着三阶色散系数的绝对值的增大而增大。

### 3.4. 噗啾和三阶色散对拉曼频移产生的影响



**Figure 4.** Chirped Airy pulse transmission spectrogram diagram when  $a = 0.1$ ,  $t_R = 0.1$ , and  $N = 3$ . (a) Spectrogram with different chirp parameter; (b) Spectrogram with consistent Raman-induced frequency shift (X is the value of the abscissa and Y is the value of the ordinate)

**图 4.** 当  $a = 0.1$ ,  $t_R = 0.1$ ,  $N = 3$  时啁啾艾里脉冲传输时域图和频谱图。(a) 不同啁啾系数的频谱图; (b) 拉曼频移一致的频谱图(X 为横坐标值, Y 为纵坐标值)

由上文可知正啁啾的情况下, 正三阶色散可以抑制拉曼频移, 所以下面我们控制三阶色散不变, 使得三阶色散系数为 0.5, 改变啁啾系数, 从而得到图 4(a)。由图 4(a) 我们可以看出随着啁啾系数的增大, 脉冲发生红移, 和拉曼产生的频移一致, 所以啁啾可以增强拉曼频移。并且我们推测出在负三阶色散的条件下, 改变负啁啾的参数可以抑制拉曼频移, 并且进行模拟仿真并得到验证。然后我们根据上述结论

三阶色散抑制频移，正啁啾增强拉曼频移，所以通过调整三阶色散参数和啁啾系数使得他们达到平衡，可有效控制拉曼频移。图 4(b)为通过调整啁啾和三阶色散我们可以发现调整过脉冲和原始啁啾艾里脉冲产生的拉曼频移是一致的，并且调整后的脉冲由于啁啾和三阶色散作用被展宽，峰值强度也增大。所以我们可以用此方法增大脉冲的峰值功率，并且满足增强或者削弱拉曼频移的需求。

## 4. 结论

我们数值研究了色散和非线性效应对啁啾艾里脉冲传输的影响。研究结果表明：首先当三阶色散发挥作用时，改变三阶色散系数，我们发现三阶色散系数和峰值强度呈现出一定的变化规律。当拉曼效应发挥作用时，正啁啾情况下，增大非线性系数能够增强拉曼频移，负啁啾情况下，增大非线性系数拉曼频移的作用较小，峰值功率的变化更明显。当拉曼效应和三阶色散共同作用时，正啁啾情况下，三阶色散抑制拉曼产生的频移。负啁啾情况下，负三阶色散并不能抑制拉曼频移，只能改变脉冲的峰值强度，峰值强度随着三阶色散系数的绝对值的增大而增大。然后我们改变啁啾参数，正啁啾可以增强拉曼频移。我们让啁啾参数和三阶色散系数达到平衡，该种方法增大了脉冲的峰值强度。

## 参考文献

- [1] Berry, M.V. and Balazs, N.L. (1979) Nonspreadng Wave Packets. *American Journal of Physics*, **47**, 264-267. <https://doi.org/10.1119/1.11855>
- [2] Durnin, J. (1987) Exact Solutions for Nondiffracting Beams I the Scalar Theory. *Journal of the Optical Society of America A*, **4**, 651-654. <https://doi.org/10.1364/josaa.4.000651>
- [3] Durnin, J., Miceli, J.J. and Eberly, J.H. (1987) Diffraction-Free Beams. *Physical Review Letters*, **58**, 1499-1501. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.58.1499>
- [4] Siviloglou, G.A., Broky, J., Dogariu, A. and Christodoulides, D.N. (2007) Observation of Accelerating Airy Beams. *Physical Review Letters*, **99**, Article ID: 213901. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.99.213901>
- [5] Siviloglou, G.A. and Christodoulides, D.N. (2007) Accelerating Finite Energy Airy Beams. *Optics Letters*, **32**, 979-981. <https://doi.org/10.1364/ol.32.000979>
- [6] Greenberger, D.M. (1980) Comment on “Nonspreadng Wave Packets”. *American Journal of Physics*, **48**, 256-256. <https://doi.org/10.1119/1.12308>
- [7] Hu, Y., Siviloglou, G.A., Zhang, P., Efremidis, N.K., Christodoulides, D.N. and Chen, Z. (2012) Self-Accelerating Airy Beams: Generation, Control, and Applications. In: Chen, Z. and Morandotti, R., Eds., *Nonlinear Photonics and Novel Optical Phenomena*, Springer, 1-46. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3538-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3538-9_1)
- [8] Stützle, R., Göbel, M.C., Hörner, T., Kierig, E., Mourachko, I., Oberthaler, M.K., et al. (2005) Observation of Non-spreading Wave Packets in an Imaginary Potential. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 110405. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.95.110405>
- [9] Broky, J., Siviloglou, G.A., Dogariu, A. and Christodoulides, D.N. (2008) Self-Healing Properties of Optical Airy Beams. *Optics Express*, **16**, 12880-12891. <https://doi.org/10.1364/oe.16.012880>
- [10] Baumgartl, J., Mazilu, M. and Dholakia, K. (2008) Optically Mediated Particle Clearing Using Airy Wavepackets. *Nature Photonics*, **2**, 675-678. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2008.201>
- [11] Zhang, P., Prakash, J., Zhang, Z., Mills, M.S., Efremidis, N.K., Christodoulides, D.N., et al. (2011) Trapping and Guiding Microparticles with Morphing Autofocusing Airy Beams. *Optics Letters*, **36**, 2883-2885. <https://doi.org/10.1364/ol.36.002883>
- [12] Polynkin, P., Kolesik, M. and Moloney, J. (2009) Filamentation of Femtosecond Laser Airy Beams in Water. *Physical Review Letters*, **103**, Article ID: 123902. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.103.123902>
- [13] Papazoglou, D.G., Suntsov, S., Abdollahpour, D. and Tzortzakis, S. (2010) Tunable Intense Airy Beams and Tailored Femtosecond Laser Filaments. *Physical Review A*, **81**, Article ID: 061807. <https://doi.org/10.1103/physreva.81.061807>
- [14] Panagiotopoulos, P., Abdollahpour, D., Lotti, A., Couairon, A., Faccio, D., Papazoglou, D.G., et al. (2012) Nonlinear Propagation Dynamics of Finite-Energy Airy Beams. *Physical Review A*, **86**, Article ID: 013842. <https://doi.org/10.1103/physreva.86.013842>
- [15] 蔡汪洋. 光纤中艾里脉冲的传输特性研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2018.

- 
- [16] Fattal, Y., Rudnick, A. and Marom, D.M. (2011) Soliton Shedding from Airy Pulses in Kerr Media. *Optics Express*, **19**, 17298-17307. <https://doi.org/10.1364/oe.19.017298>
  - [17] Cai, W., Mills, M.S., Christodoulides, D.N. and Wen, S. (2014) Soliton Manipulation Using Airy Pulses. *Optics Communications*, **316**, 127-131. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2013.11.057>
  - [18] Kasparian, J., Sauerbrey, R., Mondelain, D., Niedermeier, S., Yu, J., Wolf, J., et al. (2000) Infrared Extension of the Supercontinuum Generated by Femtosecond Terawatt Laser Pulses Propagating in the Atmosphere. *Optics Letters*, **25**, 1397-1399. <https://doi.org/10.1364/ol.25.001397>
  - [19] Kartazaev, V. and Alfano, R.R. (2007) Supercontinuum Generated in Calcite with Chirped Femtosecond Pulses. *Optics Letters*, **32**, 3293-3295. <https://doi.org/10.1364/ol.32.003293>
  - [20] Nuter, R., Skupin, S. and Bergé, L. (2005) Chirp-Induced Dynamics of Femtosecond Filaments in Air. *Optics Letters*, **30**, 917-919. <https://doi.org/10.1364/ol.30.000917>
  - [21] Couairon, A. and Mysyrowicz, A. (2007) Femtosecond Filamentation in Transparent Media. *Physics Reports*, **441**, 47-189. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.12.005>
  - [22] Park, J., Lee, J. and Nam, C.H. (2008) Laser Chirp Effect on Femtosecond Laser Filamentation Generated for Pulse Compression. *Optics Express*, **16**, 4465-4470. <https://doi.org/10.1364/oe.16.004465>
  - [23] Zhang, L., Liu, K., Zhong, H., Zhang, J., Li, Y. and Fan, D. (2015) Effect of Initial Frequency Chirp on Airy Pulse Propagation in an Optical Fiber. *Optics Express*, **23**, 2566-2576. <https://doi.org/10.1364/oe.23.002566>
  - [24] Zhang, L., Zhang, J., Chen, Y., Liu, A. and Liu, G. (2014) Dynamic Propagation of Finite-Energy Airy Pulses in the Presence of Higher-Order Effects. *Journal of the Optical Society of America B*, **31**, 889-897. <https://doi.org/10.1364/josab.31.000889>
  - [25] Purohit, A., Gaur, D.S. and Mishra, A.K. (2021) Dynamics of a Chirped Airy Pulse in a Dispersive Medium with Higher-Order Nonlinearity. *Journal of the Optical Society of America B*, **38**, 3608-3615. <https://doi.org/10.1364/josab.439227>
  - [26] Wang, Y., Xin, Z. and Li, M. (2022) Initial Chirp-Induced Raman Frequency Shift of Airy Pulse. *Optics Communications*, **510**, Article ID: 127953. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2022.127953>
  - [27] Agrawal, G.P. (2010) Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics. 3rd Edition, Publishing House of Electronics Industry, 31-34.
  - [28] Zhao, H., Song, Z.M., Zhou, L.J., et al. (2022) Chirped Airy Pulse Modulated by Gaussian Pulse. *Acta Optica Sinica*, **42**, Article ID: 0832001.