

# Phase Transition of the Localized Macroeconomic Agent-Based Model

Yuanyuan Feng<sup>1</sup>, Yanyan Xu<sup>2</sup>, Yun Ni<sup>3</sup>, Liang Wu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics and Optoelectronic Energy, Soochow University, Suzhou Jiangsu

<sup>2</sup>Applied Technical School of Soochow University, Suzhou Jiangsu

<sup>3</sup>Suzhou Polytechnic Institute of Agriculture, Suzhou Jiangsu

Email: [liangwu@suda.edu.cn](mailto:liangwu@suda.edu.cn)

Received: Aug. 30<sup>th</sup>, 2015; accepted: Sep. 18<sup>th</sup>, 2015; published: Sep. 21<sup>st</sup>, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The fluctuations and phase transition phenomena in the macroeconomic agent-based model are investigated by using phase transition theory in statistical physics. Numerical simulations are performed on the MARK I agent-based model and typical discontinuous phase transitions are found. Localization conditions are introduced in the model so that the interactions between agents are limited geographically and the critical points in the phase transitions are analyzed. Moreover, the influence of the different values of price and production sensitivity parameters are studied as well as the coupling relations with the localization conditions. Our results may be potentially useful in providing a clue to improve the economic conditions from the viewpoint of phase transitions and synchronization in physics.

## Keywords

Macroeconomic, Synchronization, Phase Transition

---

# 局域化条件下宏观经济代理人基模型的相变

冯媛媛<sup>1</sup>, 徐彦彦<sup>2</sup>, 倪 贇<sup>3</sup>, 吴 亮<sup>1</sup>

<sup>1</sup>苏州大学, 物理与光电·能源学部, 江苏 苏州

<sup>2</sup>苏州大学应用技术学院, 江苏 苏州

<sup>3</sup>苏州农业职业技术学院, 江苏 苏州

Email: [liangwu@suda.edu.cn](mailto:liangwu@suda.edu.cn)

收稿日期: 2015年8月30日; 录用日期: 2015年9月18日; 发布日期: 2015年9月21日

## 摘要

本文应用统计物理相变理论研究了局域化条件对宏观经济代理人基模型系统的振动动力学行为和相变现象的影响。通过数值模拟“MARK I型”的代理人基模型,分析了宏观经济系统的相变现象。文章引入了局域化条件来限制节点之间相互作用的范围并分析了由此产生的相变点位置的改变。我们进一步研究了不同策略调整的敏感系数的影响并分析了这些敏感系数的调整和局域化条件的耦合关系。本文从物理相变和同步的角度为驱动经济系统向好提供了一定的参考。

## 关键词

宏观经济, 同步, 相变

## 1. 引言

复杂性与复杂系统是二十一世纪的重点研究课题,复杂系统通常由大量的个体组成,个体与个体之间存在的相互作用会诱发同步现象。同步现象广泛的存在于自然界的复杂系统中[1],譬如大脑的工作,大脑大约有 100 亿个神经元,大脑对神经信息的传递和处理是通过不同脑区的大量神经元协同完成的,同步是神经系统正常工作的重要物理机制。更多的自然系统中的现象,如夏天夜晚萤火虫的闪烁[2]、蟋蟀的齐鸣[3],音乐厅里此起彼伏的掌声[4]等等,都是经典的同步行为,像此类现象的系统的宏观集体行为,以及同步现象出现的物理机制的研究一直是科学界的一个难题。

早在 1960 年,就有科学家开始提出振子之间的相互作用能产生同步现象,Winfrey [5]研究了大量的存在弱耦合相互作用的振子系统,开始从相互作用的关系中寻找产生同步现象的物理机制。人们逐渐发现同步现象和热力学系统的相变现象在物理特征方面存在很多相似之处,借助朗道相变理论的研究方法,同步现象的研究取得了巨大的发展。研究发现,当系统中的个体数目足够大时,长程相互作用的数目就会受到限制,大多数振子偏好于和邻近振子发生相互作用,类似于此类距离长短的局域化条件可能会对系统的动力学行为起到重要的影响作用[6]-[8],尤其是对于宏观经济系统,适当的局域化条件对于同步来说更是一个不可或缺的条件。

传统的宏观经济研究模型中,个体之间无差异并且没有相互作用,在这个研究框架下,宏观和微观就自然而然地一致起来。传统模型无法解释经济泡沫和经济危机等现象,也无法解释局部经济问题在个体离散性、不均匀性和相互作用的共同促进下,可能引发的系统性问题。为了弥补传统模型的这些不足,2008 年有学者提出了宏观经济的代理人基模型(Agent-based Model) [9] [10],该模型剔除传统经济模型中一些细节的同时又能准确重现宏观经济系统中的经济危机和同步现象。代理人基模型包含有若干类型的个体并且这些个体间存在相互作用,该模型能在平衡态产生宏观经济量化指标的振荡,并且出现萧条经济(个体经济状态同步向差)和繁荣经济(个体经济状态同步向好)之间的相变现象[11]。

本文采用更贴近实际的代理人基宏观经济模型,研究个体间相互作用关系的局域化条件对宏观经济领域中同步现象的影响,相互作用的局域化分布是非全同的也是非均匀的。我们研究了不同的基准利率对于系统失业率的影响,发现系统会出现从较小的失业率到较大的失业率的一个明显的不连续相变;然

后进一步引入节点间相互作用的局域化条件，并分析了局域化程度对相变的发生和相变点的位置的影响；最后，结合模型中不同类型的策略调整的敏感度系数，从物理相变的角度探索驱动宏观经济系统向好的可能途径。

## 2. 模型

代理人基模型的 MARK I 系列是由 Delli Gatti 及其合作者提出的简单的典型的宏观经济学模型，主要的参考量就是整个系统的失业率，在模型中，失业率存在着很大的波动，但是最终的结果又好像几乎是保持在一个稳定的状态[12]。MARK I 模型是由一系列的工厂(firms)，住户(households) (住户中包含有工厂主(firm owners))以及一个银行(a bank)组成[13]。工厂提供确定数量的单一产品，生产的产品数量与他们的员工数量成比例，产品的价格与时间和工厂无关，同样，工厂支付给工人的工资也是与时间无关的(固定值为 1)，当工厂销售商品获取利润但是得到的现金不足以支付工人的薪水时，它就会向银行申请贷款。银行提供给工厂一定利率的贷款，而这个利率依赖于工厂的金融脆弱性的指标值。住户提供劳动力从而换取薪水构成他们的积蓄，但是如果这个住户是工厂主，那么他就不需要工作，他的积蓄来源于工厂获利分给他的分红。住户会花费固定部分的积蓄去购买所需商品，当然价格越低的工厂越容易销售掉他们的商品。工厂和住户的动力学行为都是自适应的，也就是说，它们不断调整它们产品的产量和价格，从而使其产量与住户所需要的产品相匹配。最后，联系价格和产量的更新规则，将会成为模型中动力学的最重要的特征。整个系统在循环的过程中严格的遵守资金总量守恒的要求，也就是说，银行里的钱+所有的工厂资产+所有住户资产是一个固定值。

这个模型的动力学演变可以由下面的变量来描述，每个工厂  $i=1 \dots N_f$  的状态是由它的价格  $p_i(t)$ ，提供的薪水  $W_i(t)$ ，产量  $Y_i(t)$ ，目标产量  $Y_i^T(t)$ ，需求  $D_i(t)$ ，流动资金  $L_i(t)$  和总的借款  $D_i^T(t)$  所确定的。还有，每个工厂都是被一个住户  $a=1 \dots N_H$  所拥有的，每个工厂都有一个随时间作更新的员工清单，而每个住户的状态都是由他的积蓄  $S_a(t)$  和他所供职的或所拥有的工厂决定的。

MARK I 模型对工厂的自适应经济活动定义如下的行为规则，

$$\begin{aligned} Y_i(t) = D_i(t) \& p_i(t) > \bar{p}(t) \Rightarrow Y_i^T(t+1) = Y_i(t) [1 + \gamma_y \xi_i(t)] \\ Y_i(t) = D_i(t) \& p_i(t) < \bar{p}(t) \Rightarrow p_i(t+1) = p_i(t) [1 + \gamma_p \xi_i(t)] \\ Y_i(t) > D_i(t) \& p_i(t) < \bar{p}(t) \Rightarrow Y_i^T(t+1) = Y_i(t) [1 - \gamma_y \xi_i(t)] \\ Y_i(t) > D_i(t) \& p_i(t) > \bar{p}(t) \Rightarrow p_i(t+1) = p_i(t) [1 - \gamma_p \xi_i(t)] \end{aligned} \quad (1)$$

其中的  $D_i(t)$  是工厂  $i$  在时间  $t$  下的市场需求， $\xi_i(t)$  是  $[0,1]$  间的随机变量，与工厂和时间不相干； $\gamma_p$  和  $\gamma_y$  是  $[0,1]$  间的参数。

$$\bar{p}(t) = \frac{\sum_i p_i(t) D_i(t)}{\sum_i D_i(t)} \quad (2)$$

是时刻  $t$  商品的平均价格。公式(1)中的四条规则可以理解为工厂的一种自适应的策略博弈，工厂会依据上个时间步的供需关系和价格水平对这一步的价格和产量进行相应调整。前两条对应工厂  $i$  的产量和市场需求量相等的情况，即生产的产品能全部被卖出，如果定价高于均价，那么该工厂将增加目标产量；如果定价低于均价，则该工厂将提高定价。后两条对应工厂  $i$  的产量大于市场需求的情况，即供大于求，如果定价小于均价，那么该工厂将减少目标产量；如果定价大于均价则降价。

我们将在下面看到，等式(1)表示的价格与产量的调整规则会导致系统出现两个不同的稳定状态(全就业和全失业)，系统达到双稳态其中的任一个状态主要依赖于上升和下降的生产调节之间不对称的水平。

在等式(1)中,产量的调整依赖于一个单一的参数 $\gamma_y$ ,在没有其他限制条件下系统会到达一个完全失业状态。但是,贷款的利率水平和金融限制也可能导致有效的上升调节受到抑制,甚至可能导致完全失业状态的出现。值得指出的是,模型的动力学行为的细节虽然和策略的具体选择有关,但是所描述的现象却是内秉的,只要这种不对称性的策略调整不被打破。

模型假设生产力是线性的,因为目标产量和目标劳动力 $Y_i^T(t)/\alpha$ 一致,其中 $\alpha$ 是一个常系数,工厂的准备的资金需要为 $\max[0, Y_i^T(t)W_i(t) - L_i(t)]$ ,工厂的金融脆弱值为 $l_i(t)$ ,在模型 MARK I 中被定义为负债占现金的比例,银行关于贷款的贷款利率被定义为:

$$\rho_i(t) = \rho_0 G(l_i(t))(1 + \xi'_i(t)) \quad (3)$$

其中 $\rho_0$ 是基准利率, $G$ 是一个递增的函数, $\xi'$ 代表噪声项,并在 $[0,1]$ 区间内呈均匀分布,MARK I 中我们设定 $\xi'$ 为0。根据提供的贷款利率,工厂决定是借贷全部的贷款还是只贷一部分 $F(\rho)$ ,因此 $F$ 是关于 $\rho$ 的函数,并且是一个单调递减的阶跃函数,对应于“信用收缩”现象。在 MARK I 模型中 $F(\rho \leq 5\%) = 1$ , $F(\rho > 5\%) = 0.8$ 。当 $F < 1$ 时,工厂没有足够的钱去雇佣目标劳动力,不得已只能雇佣较少的人,甚至是解雇员工从而适应他的财政约束。这个财政约束诱发了雇佣和解雇过程间的不对称性。当工厂举债时,因为更多贷款将提升利率而使得雇佣的人数被迫减少,这个雇佣和解雇过程间的不对称性将有可能引起经济系统的状态突变。

工厂支付薪水给工人,成为工人的积蓄,那么在购买过程中,住户将他们积蓄中的一部分 $c$ (是一个常数与住户和时间无关)的部分作为预算用来购买商品,每个住户随意选择 $M$ 家工厂并根据他们的价格由低到高购买,从而花费掉预算,如果有剩余那么剩下的预算重新加入到积蓄中。每个工厂卖出的产品数量要小于他们的产量,工厂卖出商品后需要计算它的利润,如果利润为正数,那么还会给工厂主一定的分红,每个工厂都得根据现有负债情况还给银行总负债的一部分,之后计算它剩余的流动资金,当工厂的流动资金小于0时,它就会破产。一旦一个工厂破产,那么在下个时间步,他会带着工厂主的资金重新初始化。重新初始化的工厂的价格以及产量和当前时刻的平均水平一致,并且负债为0。

### 3. 数值模拟

依据模型我们进行了数值计算,数值计算是在 FORTRAN 的程序平台上来完成的。图 1(a)显示了不同基准利率失业率 $u$ 随时间的变化情况。当基准利率 $\rho = 0.01$ 时,失业率在0附近作微小振动,这表明系统的经济状态很好。银行的基准利率很低的结果就是工厂会更加倾向于向银行借贷,这就意味着当工厂没有足够的资金时就可以通过借贷去支付工人的工资,而当工厂欠债濒临破产时,从银行借贷钱款可以恢复生产从而避免工厂破产。但是当基准利率 $\rho = 0.03$ 时,失业率 $U$ 持续上升直到达到几乎完全失业,并且持续保持高失业状态,这种情况意味着,当工厂没有足够的流动资金支付工人工资时就得向银行借款,但是因为基准利率较高,工厂所能借贷的资金不足,工厂无力偿还已有贷款而破产,如果这样的工厂的数目增多,整个系统的高失业率状态将会出现。

所以,基准利率的大小对于这个宏观经济系统模型而言是很关键的一个因素,基准利率越小,经济状态越好,基本不会出现经济危机;而随着基准利率的增大,达到基准利率的一个临界值时,经济状态会随着时间步的增加最终走向完全失业的道路;直到基准利率大于临界值,那么失业人数迅速升高直到完全失业并持续完全失业状态。

图 1(b)显示的是基准利率调整导致的从低失业率到高失业率的不连续相变现象。 $M$ 是住户在购买商品时可选择购买商品的工厂数。无论 $M$ 的值是多少,随着基准利率的升高,失业率都会随之增大,并且在较低的基准利率和较高的基准利率之间存在一个临界值是失业率逐渐增大直到完全失业是的状态。当

$M = 2$ 时,也就是说住户只可以选择两家工厂来购买他们所需的产品,那么剩下的工厂无法卖出商品,从而基本没有更新策略,那么工厂间的竞争就会非常小,无法获得盈利的结果就是没有足够的资金来支付工人的薪水,解雇就是唯一的解决办法,那么此时的失业率就是居高不下;但是当 $M = 4$ 和 $M = 8$ 时,较小的基准利率使得系统的失业率一直在0附近振荡,可能,在早期的时候,工厂会依赖于银行的借贷来维持正常的生产,但是随着基准利率的升高,生产能力越来越弱,工厂能借贷的越来越少以致无法支付工资,最终导致完全失业。另外,相位转变的临界基准利率 $\rho_c$ 随着 $M$ 的增大而增大,这种现象出现的原因就是,当 $M$ 足够大时,住户就有足够的工厂来选择价格相对便宜的商品,也就意味着,工厂间需要有力的竞争才能销售出商品,所以当基准利率很小的时候,工厂有足够的资金支付工人的薪水,也就不会导致较多工人失业。

图2表示的是相变点 $\rho_c$ 随着可选择购买的工厂数 $M$ 的增加而增加,直到 $M$ 达到较大的值时, $\rho_c$ 基本保持不变;当 $M$ 特别小的时候,相变点 $\rho_c$ 的值是很小的,当 $M$ 增大到5时,相变点 $\rho_c$ 随着 $M$ 的增大而增大,直到 $M$ 大于5,相变点不再随着 $M$ 的增加而增加,而是几乎保持不变的水平。 $M$ 是住户可

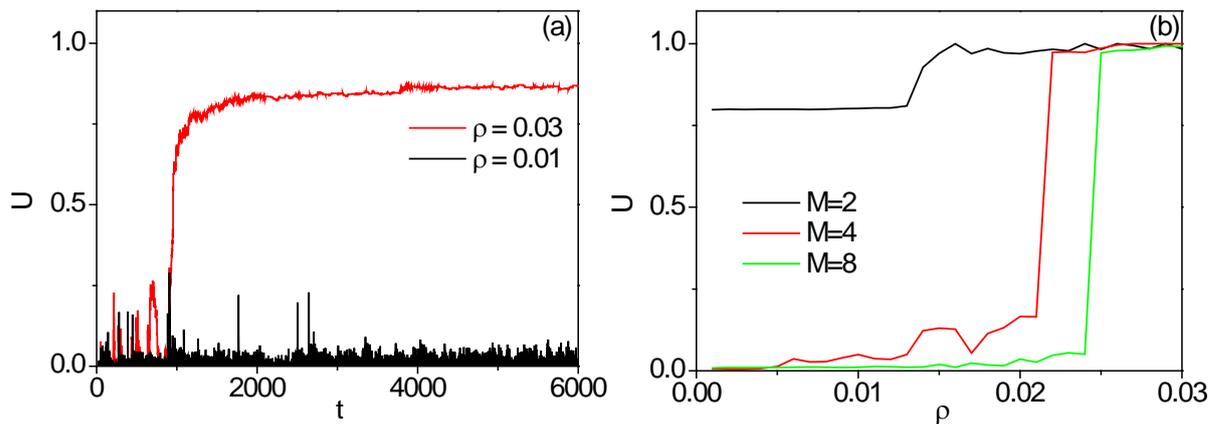


Figure 1. (a) Time series of the unemployment rate  $U$  for the different values of baseline interest rate  $\rho$ .  $M = 15$ ,  $\gamma_y = \gamma_p = 0.1$ . (b) Average unemployment rate  $U$  as a function of  $\rho$  for the different values of  $M$ .  $\gamma_y = \gamma_p = 0.1$

图1. (a)不同的基准利率( $\rho = 0.01, \rho = 0.03$ )所对应的失业率 $U$ 随着时间的变化,此时的其他参数为 $M = 15, \gamma_y = \gamma_p = 0.1$ ; (b)不同的可供购买的工厂数 $M$ 所对应的失业率随着基准利率 $\rho$ 的变化,此时 $\gamma_y = \gamma_p = 0.1$

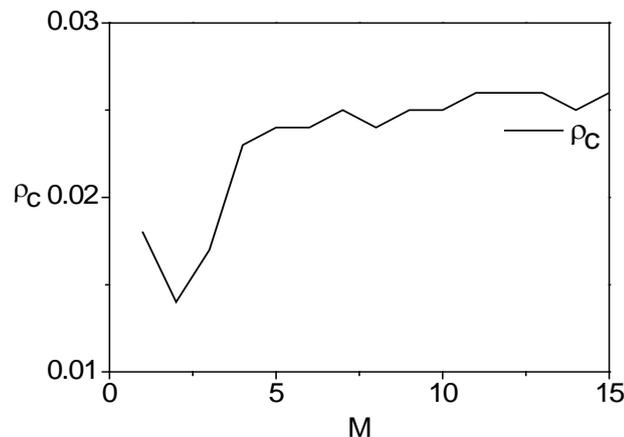


Figure 2. The phase transition point  $\rho_c$  as a function of localization condition strength  $M$ .  $\gamma_y = \gamma_p = 0.1$

图2. 相变点位置 $\rho_c$ 随着局域化强度系数 $M$ 的变化,参数为 $\gamma_y = \gamma_p = 0.1$

选择购买商品的工厂数量,那么  $M$  越大,可供选择的工厂数越多,能卖出商品的工厂也就越多,那么工厂间的竞争就会更加激励,工厂会更加积极的更新价格和产量策略从而适应新的市场需求,健康的工厂越多经济系统的状态就越好,失业率自然就越低,临界阈值  $\rho_c$  也就越大。

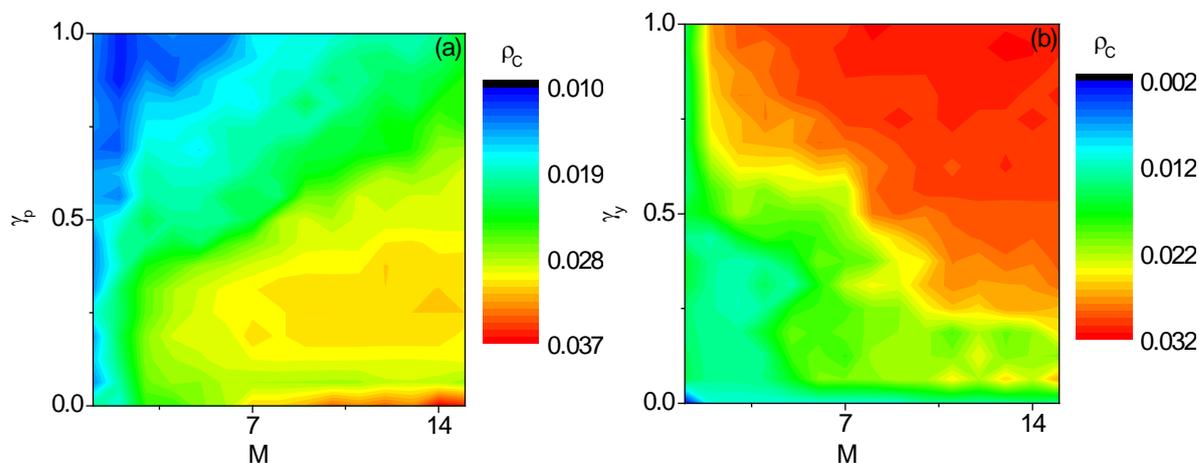
我们进一步研究了策略变更规则(公式 1)中价格调整敏感系数和产量调整敏感系数对相变的影响。在图 3(a)显示了不同价格调整敏感系数和不同局域化强度系数  $M$  对相变点位置  $\rho_c$  的影响,固定可供购买的工厂数  $M$ ,相变点  $\rho_c$  会随着价格敏感系数  $\gamma_p$  的增大而减小;但是当固定价格敏感系数时,相变点会随着  $M$  的增加而变得越来越大。所以,  $M$  和  $\gamma_p$  的作用是完全相反的。

如果  $M$  的数值足够大,那么住户就有足够多的工厂去选择价格更低产品,这就导致工厂间需要强烈的竞争以使得自身的产品价格更低卖出去,这种情况下的系统是非常良好的,也就是失业率处在比较低的状态。所以,不管  $\gamma_p$  的值是大是小,较大的  $M$  对应的  $\rho_c$  总是要比较小的  $M$  对应的  $\rho_c$  的值要大。当  $\gamma_p$  足够大的时候,系统对于价格相当敏感,但是工厂并不能承受价格如此之大的波动,那么他就有可能因为无法承受此种波动而走向破产的道路。所以这两个参数的功能虽然相互抵消,但是却无法改变他们本身的功能。

图 3(b)显示了不同产量调整敏感系数和不同局域化强度系数  $M$  对相变点位置  $\rho_c$  的影响,固定可供购买的工厂数  $M$ ,相变点  $\rho_c$  会随着产量敏感系数  $\gamma_y$  的增加而增加;固定产量敏感系数,相变点  $\rho_c$  会随着产量敏感系数的增加而增加;所以,  $M$  和  $\gamma_y$  的作用是类似的。如果  $M$  和  $\gamma_y$  的值都取得很小的时候,相变点  $\rho_c$  的值就很小,相反的,如果  $M$  和  $\gamma_y$  的值都取得很大的时候,相变点  $\rho_c$  的值就很大。可以看出,  $\gamma_p$  和  $\gamma_y$  的作用是相对的。

#### 4. 结论

本文将宏观经济的代理人基模型同复杂网络的研究相结合,采用代理人基模型研究局域化条件,策略更新的动力学演变对于经济系统中同步以及同步的相位转变性质的影响;而对于完全失业出现前的相位转变在现实的宏观经济模型中经常遇到,我们发现局域化条件以及策略更新的敏感系数在失业率的波动方面扮演了一个很重要的角色;最后,我们讨论完全失业的经济危机出现的条件。经济系统中的失业率一直是一个值得关注的话题,当然我们想要知道的是怎样使得经济系统一直保持在比较好的状态也就



**Figure 3.** The influence of localization condition strength and strategy sensitivity. (a)  $\rho_c$  as a function of the price sensitivity parameter  $\gamma_p$  and  $M$ . (b)  $\rho_c$  as a function of the production sensitivity parameter  $\gamma_y$  and  $M$

**图 3.** 相变点位置  $\rho_c$  等高图。显示了不同的局域化强度系数  $M$  和策略调整敏感系数对相变点位置的影响; (a)  $\rho_c$  随价格调整敏感系数  $\gamma_p$  和  $M$  的变化影响; (b)  $\rho_c$  随产量调整敏感系数  $\gamma_y$  和  $M$  的变化

是说怎样使得失业率保持很低，以及如何避免系统不稳定而出现较大的波动，本文从物理相变和同步的角度为驱动经济系统向好提供了一定的参考。

## 基金项目

本文的研究得到江苏省普通高校自然科学研究项目(项目编号: 15KJB140007), 江苏省高等学校大学生实践创新训练计划项目(201413984010Y), 青年教师科研能力提升计划(项目编号: PPN201207)项目的资助。

## 参考文献 (References)

- [1] Strogatz, S. (2003) Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order. *Hyperion*.
- [2] Buck, J. and Buck, E. (1978) Toward a Functional Interpretation of Synchronous Flashing by Fireflies. *American naturalist*, **112**, 471-492. <http://dx.doi.org/10.1086/283291>
- [3] Sismondo, E. (1990) Synchronous, Alternating, and Phase-Locked Stridulation by a Tropical Katydid. *Science*, **249**, 55-58. <http://dx.doi.org/10.1126/science.249.4964.55>
- [4] Li, D., Liu, K., Sun, Y. and Han, M. (2008) Emergent Computation: Virtual Reality from Disordered Clapping to Ordered Clapping. *Science in China Series F: Information Sciences*, **51**, 449-459. <http://dx.doi.org/10.1007/s11432-008-0046-9>
- [5] Traub, R.D., Miles, R. and Wong, R.K. (1989) Model of the Origin of Rhythmic Population Oscillations in the Hippocampal Slice. *Science*, **243**, 1319-1325. <http://dx.doi.org/10.1126/science.2646715>
- [6] Hong, H., Choi, M.Y. and Kim, B.J. (2002) Synchronization on Small-World Networks. *Physical Review E*, **65**, Article ID: 026139. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.65.026139>
- [7] Moreno, Y. and Pacheco, A.F. (2004) Synchronization of Kuramoto oscillators in Scale-Free Networks. *EPL (Europhysics Letters)*, **68**, 603. <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2004-10238-x>
- [8] Arenas, A., Díaz-Guilera, A., Kurths, J., Moreno, Y. and Zhou, C. (2008) Synchronization in Complex Networks. *Physics Reports*, **469**, 93-153. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2008.09.002>
- [9] Gaffeo, E., Gatti, D.D., Desiderio, S. and Gallegati, M. (2008) Adaptive Microfoundations for Emergent Macroeconomics. *Eastern Economic Journal*, **34**, 441-463. <http://dx.doi.org/10.1057/ej.2008.27>
- [10] Gatti, D.D., Desiderio, S., Gaffeo, E., Cirillo, P. and Gallegati, M. (2011) Macroeconomics from the Bottom-Up (Vol. 1). Springer Science & Business Media, Berlin. <http://dx.doi.org/10.1007/978-88-470-1971-3>
- [11] Gualdi, S., Bouchaud, J.P., Cencetti, G., Tarzia, M. and Zamponi, F. (2015) Endogenous Crisis Waves: Stochastic Model with Synchronized Collective Behavior. *Physical review letters*, **114**, Article ID: 088701. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.088701>
- [12] Gatti, D., Gaffeo, E., Gallegati, M., Giulioni, G. and Palestrini, A. (2008) Emergent Macroeconomics: An Agent-Based Approach to Business Fluctuations. Springer Science & Business Media, Berlin.
- [13] Westerhoff, F. (2010) An agent-based macroeconomic model with interacting firms, socio-economic opinion formation and optimistic/pessimistic sales expectations. *New Journal of Physics*, **12**, Article ID: 075035.