

调谐惯容X型减振器

王伟杰, 张 振*

沈阳航空航天大学航空宇航学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2024年5月13日; 录用日期: 2024年6月13日; 发布日期: 2024年6月21日

摘 要

工程环境中, 振动大多是有害的。为更好地抑制振动, 本文将X型结构框架与调谐惯容减振器相结合, 提出一种新型调谐惯容X型减振器。基于拉格朗日方程建立单自由度线性振子耦合调谐惯容X型减振器系统的动力学方程。应用谐波平衡法结合伪弧长延伸法求得系统化的幅频响应曲线, 并由龙格库塔方法进行了数值验证。通过与传统X型结构减振器对比展示了调谐惯容X型减振器的减振性能。而后讨论了调谐惯容X型减振器的参数对其减振性能的影响。研究表明, 新型调谐惯容X型减振器有着优异的减振性能。本文的研究可以进一步促进X型结构和惯容器的工程实际应用。

关键词

X型结构, 调谐惯容减振器, 谐波平衡法, 减振

Tuned Inerter X-Shaped Vibration Damper

Weijie Wang, Zhen Zhang*

College of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang Liaoning

Received: May 13th, 2024; accepted: Jun. 13th, 2024; published: Jun. 21st, 2024

Abstract

In engineering environments, vibration is mostly harmful. For better vibration suppression, a new tuned inerter X-shaped vibration damper is designed, which consists of an X-shaped structural frame and a tuned inerter damper. Based on the Lagrange equations, the dynamical equations of a single-degree-of-freedom linear oscillator coupled with a tuned inertial X-shape damper are established. The amplitude-frequency response curves of the system are obtained by the harmonic balance method combined with the pseudo arc-length extension method. And the results are verified numerically by the Runge Kutta method. The vibration reduction performance of the tuned inerter X-shaped vibration damper is demonstrated by comparing it with a traditional X-shaped

*通讯作者。

structural vibration damper. And then the effects of the parameters of the tuned inerter X-shaped vibration damper on its vibration reduction performance are discussed. The results show the tuned inerter X-shaped vibration damper has excellent vibration reduction performance. The research in this paper can further promote the engineering applications of X-shaped structure and inerter.

Keywords

X-Shaped Structure, Tuned Inerter Damper, Harmonic Balance Method, Vibration Reduction

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

工程领域中的振动[1]通常都是有害的[2] [3] [4], 因此, 需要考虑设计减振结构来抑制振动。调谐质量减振器[5]利用弹簧, 阻尼和集中质量吸收振动能量, 具有简单和高可靠性的特点, 是一种经典的被动减振器。

近年来研究人员对仿生结构[6]进行了大量研究。其中受到鸵鸟腿部结构启发, 简化得到的 X 型仿生结构具有良好的低频减振性能[7]。Feng 等[8]模拟人体行走肢体摆动提出了带有旋转单元和 X 型结构的隔振器, 并研究了其抗振性能。Wei 等[9]将能量采集系统与杠杆系统和 X 型支撑结构相结合, 该结构具有可调的刚度和独特的非线性阻尼特性, 有利于提高能量采集效率。该系统可以通过匹配激励频率和覆盖更宽的频段来调整和提高能量收集效率。常见的 X 型结构隔振系统的承载能力相对固定, 如果出现超载, 系统容易发生故障[10]。

2002 年, Smith [11]设计了惯容器。惯容器具有两个的连接端点, 作用在端点上的力与两端点间的相对加速度成正比。惯容器与质量相似的是, 在系统中都作为惯性元件提供惯性, 不同之处在于质量元件只能提供自身质量等值的惯性, 而惯容器可以凭借机械结构, 可以提供自身质量几十甚至上百倍的惯性, 且是可调节的。Chen 等[12]介绍了剑桥大学工程系所制造的滚珠丝杠型惯容器已被应用于一级方程式赛车领域, 其质量约为 1 千克, 却能提供相当于 60 至 240 千克的惯性。基于传统的调谐质量阻尼器, 惯容器为设计新型的, 具有更高性能的减振器提供了思路。Lazar [13]和 Gonzalez-Buelga [14]将传统调谐质量减振器的质量块替换成惯容器, 提出了调谐惯容减振器。Zhang [15]和 Pan [16]提出并研究了用于带有平行布局的粘性惯性的减振器。惯容器运用调谐系统隔振已非常广泛。

本文在 X 型结构框架的基础上, 通过引入横向的调谐惯容阻尼器吸收系统振动能量。通过与传统 X 型结构进行对比, 研究了新型组合减振器的减振性能, 促进了 X 型结构与惯容器的工程实际应用。

2. 力学模型

系统的力学模型如图 1 所示。主结构等效为质量为 m_1 , 线性弹簧刚度为 k_1 , 阻尼为 c_1 的单自由度线性振子。调谐惯容减振器主要由线性弹簧 k_2 , 线性阻尼 c_2 和惯容器 m_2 组成。X 型结构由杆长为 $2l$ 的长杆铰接而成, 忽略铰接处的摩擦力, 长杆初始装配角度为 θ , 含有四边形结构层的层数为 n 。系统外激励为基础位移谐波激励, $x_e = A \cos(\omega t)$, 其中, A 和 ω 分别为位移激励的幅值和频率。 x_1 和 x_2 分别为主系统结构和调谐惯容减振器的惯容器的位移。

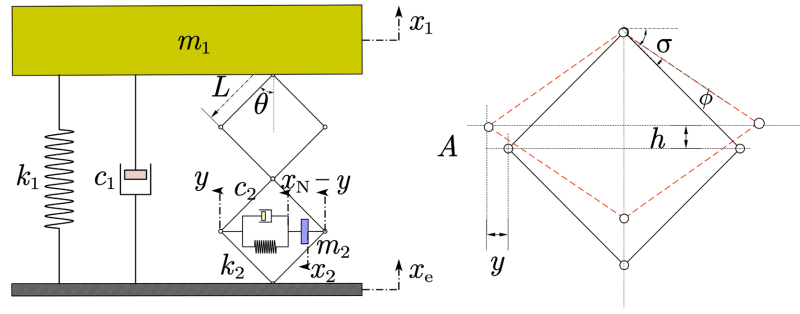


Figure 1. Mechanical model
图 1. 力学模型

X 型结构初始状态为静力平衡状态, σ 为连杆静平衡初始安装角度。在建模过程中, 采用两个附加约束坐标 x 和 ϕ 作为中间坐标, y 为连接关节 A 的水平位移, ϕ 为连杆的旋转角度。当 x_1 和 x_2 位移确定时, x 和 ϕ 可通过几何关系得出, 根据连接接头 A 的水平 and 竖直位移可得出以下关系:

$$l \cos \theta + x = l \cos(\sigma - \phi), \quad l \sin \theta - h = l \sin(\sigma - \phi) \quad (1)$$

其中 $h = (x_1 - x_e)/2n$ 。 y 和 ϕ 可表示为:

$$y = \sqrt{l^2 - (l \sin \theta + h)^2} - l \cos \theta, \quad \phi = \theta - \arctan \left(\frac{l \sin \theta + h}{\sqrt{l^2 - (l \sin \theta + h)^2}} \right) \quad (2)$$

旋转角度受限制, 其范围: $\theta - 90^\circ < \phi < \theta$ 。

由图 1 中几何位移关系, X 型结构两端连接接头位移分别为 y 与 $-y$, 可得 $x_2 = x_n + y$, $x_n = x_2 - y$ 。弹簧与阻尼位移为 $2y - x_2$ 。

该系统的动能为:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 \quad (3)$$

该系统的势能为:

$$V = \frac{1}{2} k_1 (x_1 - x_e)^2 + \frac{1}{2} k_2 (2y - x_2)^2 \quad (4)$$

该系统忽略 X 型结构连接接头处的摩擦, 得到非保守力做的功为:

$$Q_1 = -c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_e), \quad Q_2 = -c_2 (2\dot{y} - \dot{x}_2) \frac{d(2y - x_2)}{dx_1} \quad (5)$$

将系统能量方程(3)、(4)、(5)带入拉格朗日方程可以得到:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 (x_1 - x_e) + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_e) + 4k_2 y \frac{dy}{du} - 2k_2 x_2 \frac{dy}{du} + 4c_2 \left(\frac{dy}{du} \right)^2 \dot{u} = 0 \quad (6)$$

$$m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{y}) + k_2 (x_2 - 2y) + c_2 (\dot{x}_2 - 2\dot{y}) = 0 \quad (7)$$

其中 $u = x_1 - x_e$ 是相对位移。

用泰勒级数将方程(6)、(7)中的 y 项与 $4y \frac{dy}{du}$, $\frac{dy}{du}$ 和 $4 \left(\frac{dy}{du} \right)^2$ 项分别展开, 动力学方程可以写成:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 (x_1 - x_e) + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_e) + k_2 (q_0 + q_1 u + q_2 u^2 + q_3 u^3) - 2k_2 x_2 (g_0 + g_1 u + g_2 u^2 + g_3 u^3) + c_2 (p_2 u^2 \dot{u} + p_1 u \dot{u} + p_0 \dot{u}) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & m_2 \left[\ddot{x}_2 + w_1 \ddot{u} + 2w_2 (\dot{u}^2 + u\ddot{u}) + 3w_3 (2u\dot{u}^2 + u^2\ddot{u}) \right] \\ & + k_2 \left[x_2 - 2u(w_1 + w_2 u + w_3 u^2) \right] + c_2 \left[\dot{x}_2 - 2\dot{u}(w_1 + 2w_2 u + 3w_3 u^2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

泰勒展开项分别为:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{\tan^2 \theta}{n^2}, q_2 = \frac{3}{4} \frac{\sin \theta}{n^3 l \cos^4 \theta}, q_3 = \frac{1}{8} \frac{5 - 4 \cos^2 \theta}{l^2 n^4 \cos^6 \theta}, g_0 = \frac{\tan \theta}{2n}, g_1 = -\frac{\sec^3 \theta}{4n^2 l}, \\ g_2 = \frac{3}{16} \frac{\tan \theta \cdot \sec^4 \theta}{l^2 n^3}, g_3 = \frac{4 \cos^2 \theta - 5}{32 l^3 n^4 \cos^7 \theta}, p_0 = \frac{\tan^2 \theta}{n^2}, p_1 = \frac{\sin \theta}{n^3 l \cos^4 \theta}, \\ p_2 = \frac{1}{4} \frac{4 - 3 \cos^2 \theta}{l^2 n^4 \cos^6 \theta}, w_1 = -\frac{\tan \theta}{2n}, w_2 = \frac{\sec^3 \theta}{8n^2 l}, w_3 = \frac{\tan \theta}{16n^3 l^2 \cos^4 \theta} \end{cases} \quad (10)$$

由方程(8)、(9)可知, 虽然系统的弹簧和阻尼都是线性的, 但等效刚度和阻尼特性却是非线性, 非线性刚度可以通过结构参数来实现, 非线性阻尼项是一个关于相对位移的函数, 也由结构参数决定。

动力学方程写成无量纲形式可以得到:

$$\begin{aligned} & \ddot{u}_1 + u_1 - f \cos(\gamma\tau) + \zeta_1 [\dot{u}_1 + f\gamma \sin(\gamma\tau)] + \beta Q_1(\tau) - 2\beta u_2 G_1(\tau) \\ & + \zeta_2 [\dot{u}_1 + f\gamma \sin(\gamma\tau)] P_1(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\ddot{u}_2 + \beta\mu [u_2 - 2W(\tau)] + \zeta_2 \mu [\dot{u}_2 - 2\dot{W}(\tau)] = 0 \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} Q_1(\tau) = \sum_{i=1}^3 q_i (u_1 - f \cos(\gamma\tau))^i, G_1(\tau) = \sum_{i=0}^3 g_i (u_1 - f \cos(\gamma\tau))^i \\ P_1(\tau) = \sum_{i=0}^2 p_i (u_1 - f \cos(\gamma\tau))^i, W_1(\tau) = \sum_{i=1}^3 w_i (u_1 - f \cos(\gamma\tau))^i \end{cases} \quad (13)$$

无量纲参数分别为:

$$f = \frac{A}{l}, \gamma = \frac{\omega}{\omega_0}, \tau = \omega_0 t, \zeta_1 = \frac{c_1}{m_1 \omega_0}, \zeta_2 = \frac{c_2}{m_1 \omega_0}, \beta = \frac{k_2}{m_1 \omega_0^2}, \mu = \frac{m_1}{m_2} \quad (14)$$

其中 ω_0 为无阻尼时主结构的固有频率。 ζ_1 是主结构阻尼的阻尼比。 ζ_2 是调谐惯容减振器的阻尼与主结构的临界阻尼的阻尼比。 β 表示调谐惯容减振器的线性弹性参数与主结构的线性弹性参数之比。 μ 是主系统的质量与参数惯容器惯性参数之比。此时无量纲动力学方程泰勒展开项系数分别为:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{\tan^2 \theta}{n^2}, q_2 = \frac{3}{4} \frac{\sin \theta}{n^3 \cos^4 \theta}, q_3 = \frac{1}{8} \frac{5 - 4 \cos^2 \theta}{n^4 \cos^6 \theta}, g_0 = \frac{\tan \theta}{2n}, g_1 = -\frac{\sec^3 \theta}{4n^2}, \\ g_2 = \frac{3}{16} \frac{\tan \theta \cdot \sec^4 \theta}{n^3}, g_3 = \frac{4 \cos^2 \theta - 5}{32 n^4 \cos^7 \theta}, p_0 = \frac{\tan^2 \theta}{n^2}, p_1 = \frac{\sin \theta}{n^3 \cos^4 \theta}, \\ p_2 = \frac{1}{4} \frac{4 - 3 \cos^2 \theta}{n^4 \cos^6 \theta}, w_1 = -\frac{\tan \theta}{2n}, w_2 = \frac{\sec^3 \theta}{8n^2}, w_3 = \frac{\tan \theta}{16n^3 \cos^4 \theta} \end{cases} \quad (15)$$

3. 稳态幅频响应

3.1. 谐波平衡法求解

应用谐波平衡方法求解系统的幅频响应。假设主结构位移 x_1 和惯容器位移 x_2 的解的形式为:

$$x_p(t) = a_{p,0}(t) + \sum_{i=1}^n \cos(i\omega t) a_{p,i}(t) + \sum_{i=1}^n \sin(i\omega t) b_{p,i}(t) \quad (16)$$

式中, i 为谐波阶数, $i=1,2,\dots,n$ 。 $a_{p,i}$ 和 $b_{p,i}$ ($p=1,2$) 为对应谐波项的待定系数。

考虑到系统响应为对称性运动, 因此可以确定 $a_{1,0} = a_{2,0} = 0$ 。这里给出一阶谐波推导过程。令 $i=1$, $a_{p,i}$ 和 $b_{p,i}$ ($p=1,2$) 定义为常数, 无量纲谐波系数方程则为:

$$\begin{aligned} & -a_{1,1}\gamma^2 \cos(\gamma t) - b_{1,1}\gamma^2 \sin(\gamma t) + a_{1,1} \cos(\gamma t) + b_{1,1} \sin(\gamma t) - f \cos(\gamma t) \\ & + \beta Q_2(\tau) - 2\beta u_2 G_2(\tau) + \zeta_2 [\dot{u}_1 + f\gamma \sin(\gamma\tau)] P_2(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\ddot{u}_2 + \beta\mu[u_2 - 2W(\tau)] + \zeta_2\mu[\dot{u}_2 - 2\dot{W}(\tau)] = 0 \quad (18)$$

其中:

$$\begin{cases} Q_2(\tau) = \sum_{i=1}^3 q_i [a_{1,1} \cos(\gamma\tau) + b_{1,1} \sin(\gamma\tau) - f \cos(\gamma\tau)]^i \\ G_2(\tau) = \sum_{i=0}^3 g_i [a_{1,1} \cos(\gamma\tau) + b_{1,1} \sin(\gamma\tau) - f \cos(\gamma\tau)]^i \\ P_2(\tau) = \sum_{i=0}^2 p_i [a_{1,1} \cos(\gamma\tau) + b_{1,1} \sin(\gamma\tau) - f \cos(\gamma\tau)]^i \\ W_2(\tau) = \sum_{i=1}^3 w_i [a_{1,1} \cos(\gamma\tau) + b_{1,1} \sin(\gamma\tau) - f \cos(\gamma\tau)]^i \end{cases} \quad (19)$$

给定系统参数, 由伪弧长连续算法求解式(17)和式(18)组成的代数方程组, 得到系统的稳态幅频响应曲线。当 $a_{p,i}$ 和 $b_{p,i}$ ($p=1,2$) 定义为时间变量时, 整理谐波系数方程可以得到常微分方程组。经线性稳定性判断方法可以判断解的稳定性。主结构的位移响应 x_1 和惯容器位移响应 x_2 的幅值为:

$$A_{x_1} = RMS[a_{1,1} \cos(\gamma\tau) + b_{1,1} \sin(\gamma\tau)], \quad A_{x_2} = RMS[a_{2,1} \cos(\gamma\tau) + b_{2,1} \sin(\gamma\tau)] \quad (20)$$

3.2. 数值验证

设定系统仿真参数如表 1 所示。由谐波平衡解析法和 Runge-Kutta 数值法得到的系统幅频响应曲线如图 2 所示。显然, 两种结果有很高的吻合度, 验证了求解方法的正确性。此外, 曲线呈现出向右弯曲的硬化特性, 且数值结果正反向扫频的对比显示了非线性跳跃现象。

Table 1. Calculation of simulation parameters

表 1. 仿真计算参数

名称	符号	值
主结构固有频率	ω_0	44.7 rad/s
主结构阻尼比	ζ_1	0.0224
调谐惯容减振器与主结构阻尼比	ζ_2	0.0045
调谐惯容减振器与主结构刚度比	β	0.15
调谐惯容减振器与主结构惯性比	μ	0.25
X 型结构四边层数	n	2
X 型结构初始装配角	θ	$\pi/3$
激励幅值	f	0.0167

4. 减振效果分析

未控系统(Uncontrolled)主结构幅频响应的最大幅值记为 A_u , 带有调谐惯容 X 型减振器系统主结构的

幅频响应的最大幅值记为 A_n , 那么, 系统的最大响应幅值减少百分比 R_A 为:

$$R_A = \frac{A_u - A_n}{A_u} 100\% \tag{21}$$

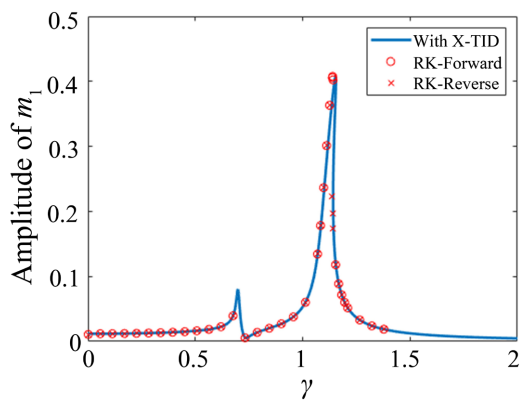


Figure 2. Comparison of analytical and numerical solutions
图 2. 解析解与数值解对比

Table 2. Calculation of simulation parameters
表 2. 仿真计算参数

名称	符号	值
调谐惯容减振器与主结构阻尼比	ζ_2	0.0045
调谐惯容减振器与主结构刚度比	β	0.15
调谐惯容减振器与主结构惯性比	μ	0.25

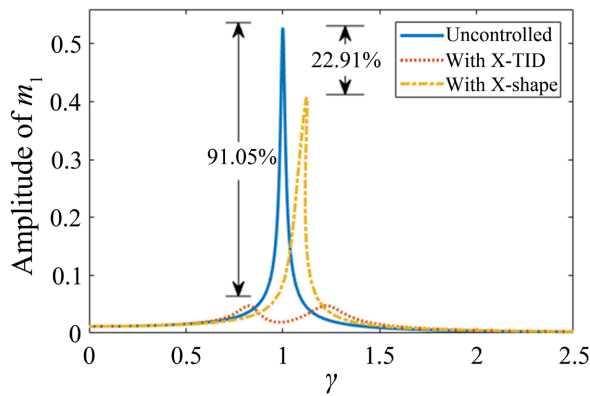


Figure 3. Comparison of vibration suppression effect at $f=0.0167$
图 3. 激励幅值 $f=0.0167$ 时减振性能比较

两种减振器的 X 型框架均采用表 1 的参数, 改变的其他参数由表 2 列出, 与传统 X 型结构进行数值计算仿真比较分析。在外加激励幅值 $f = 0.0167$ 时, 两种减振器的减振性能分别如图 3 所示。传统 X 型结构对系统振动幅值的减振百分比为 22.91%。而组合减振器对振动幅值的减振百分比为 91.05%, 减振效果非常明显。由此可得, 在相同的条件下, 组合减振器比传统 X 型结构对系统振动幅值有着更加优秀的减振性能。此外, 在激励幅值 $f = 0.0167$ 情况下, 传统 X 型结构的幅频响应曲线出现了跳跃的非线性现象。而引入了惯容调谐减振器的组合减振器十分稳定, 说明组合减振器的稳定性更强。

5. 减振器参数分析

5.1. 刚度的影响

基于表 1 和表 2 系统参数值, 减振器的刚度变化对系统的幅频响应影响如图 4 中所示。随着刚度的增大, 第一、二阶固有频率都有增大的趋势, 第一阶峰有向右上方移动的趋势, 而第二阶峰有向右下方移动的趋势。刚度对第一阶共振峰频率影响较小, 对第二阶共振峰频率较大。刚度变化对反共振峰的频率和幅值影响较大。反共振峰随着减振器刚度的增大有向右下方移动的趋势, 且反共振频带区间变宽。研究结果表明随着线性刚度的增大, 减振器引起的反共振效果越好。调节刚度参数, 可以控制反共振点的频率值, 使可调反共振频带具有很好的对称性, 振动系统总体振幅响应最小, 而增大刚度参数可使系统的固有频率增大。

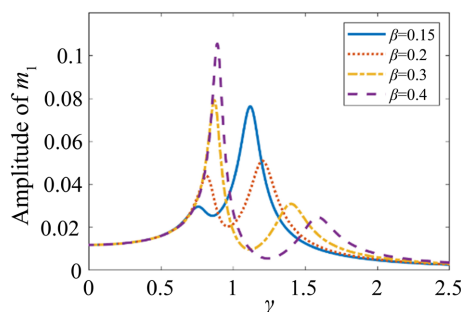


Figure 4. Vibration suppression effect with stiffness variation

图 4. 随刚度变化的减振效果

5.2. 阻尼的影响

减振器的阻尼变化对系统的幅频响应影响如图 5 所示。阻尼参数对第一共振峰频率影响较小, 对第二共振峰频率影响较大。当阻尼参数增大时, 第一阶共振频率略微增大, 而第二阶共振频率减小, 两频率逐渐靠近。在阻尼值小于 0.15 时, 随着阻尼增大, 两个共振峰都有减小的趋势, 而吸振引起的反共振峰则逐渐变高。特别当阻尼取值足够小时, 系统第二阶共振峰存在向右偏的硬化非线性特性, 可以证明随着阻尼增大, 系统的非线性现象会逐渐消失。阻尼值大于 0.15 后, 此时两频率已足够靠近, 发生重频现象(重频可视为两频率靠近的极限情况), 系统不再出现反共振现象, 此时增大阻尼反而使得系统最大振幅增大。在共振区外的高频段范围, 随着阻尼增大, 系统幅值响应未出现明显变化。因此, 适当的阻尼可以避免系统的非线性现象, 使系统共振峰降低, 但增大阻尼可能会使反共振峰升高甚至消失, 但并不影响减振器对系统高频段范围的减振性能。

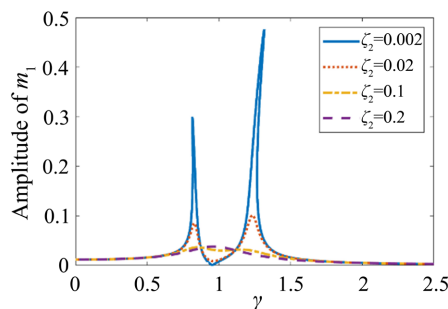


Figure 5. Vibration suppression effect with variation of damping

图 5. 随阻尼变化的减振效果

5.3. 惯性的影响

减振器的惯性变化对系统的幅频响应影响如图 6 所示。可以发现随着减振器惯容器与主系统惯性比值的增大, 系统的一、二阶固有频率都减小, 第一阶峰有向左下移动的趋势, 第二阶峰有向左上移动的趋势。惯性比对第一阶共振峰频率影响较大, 第二阶共振峰频率影响较小。惯性比对反共振峰频率影响较大, 研究表明对于特定刚度的系统, 调节惯性比参数, 可以控制反共振点的频率值, 使可调反共振频带具有很好的对称性, 振动系统总体振幅响应最小, 而增大惯性比参数可使系统的固有频率减小。可见对于不同固有频率的振动系统, 可以通过调节惯性比的方式, 调节反共振峰位置, 使对系统最大振幅的减振达到最优。

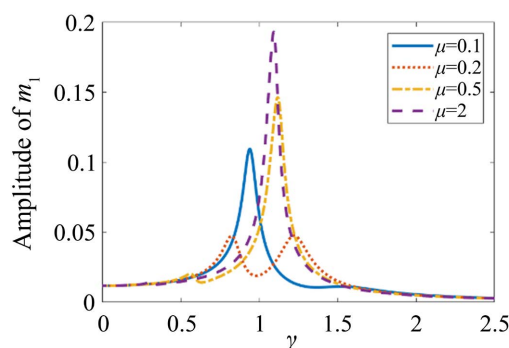


Figure 6. Vibration suppression effect with variation of inertia ratio
图 6. 随惯性比变化的减振效果

5.4. X 型结构四边形层数的影响

减振器的四边形层数变化对系统的幅频响应影响如图 7 所示。随着四边形层数的增加, 系统的第一阶峰有向右上移动的趋势, 第二阶峰有向左上移动的趋势, 两个共振峰逐渐靠近, 系统的反共振峰逐渐变窄, 且有上升逐渐消失的趋势。在层数取到 5 层时, 反共振峰消失。由此可见越少的层数能提供振幅更低, 频带更宽的反共振频带区间, 综合考虑对系统幅值的减振性能以及稳定性, X 型结构层数不宜取太多。

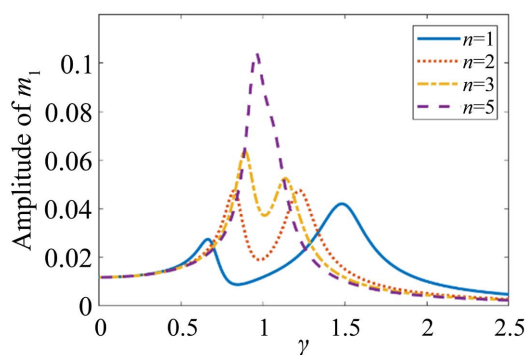


Figure 7. Vibration suppression effect with the number of quadrilateral layers
图 7. 随四边形层数变化的减振效果

5.5. 初始装载角的影响

减振器的装载角变化对系统的幅频响应影响如图 8 所示。随着装载角度的增大, 系统的共振峰呈现下降的趋势。特别当装载角小于 $\pi/4$ 时, 系统的反共振峰已不明显, 系统在装载角 $\pi/8$ 时反共振峰完全消

失。当装载角大于 $\pi/4$ 时, 一阶共振峰向左移动, 二阶共振峰向右移动, 反共振峰变宽振幅变小, 系统反共振频带变宽。因此, 为了保证系统的吸振性能, X 型框架的安装角度应大于 $\pi/8$ 。较大的装载角度能提供频带更宽的反共振频带范围。

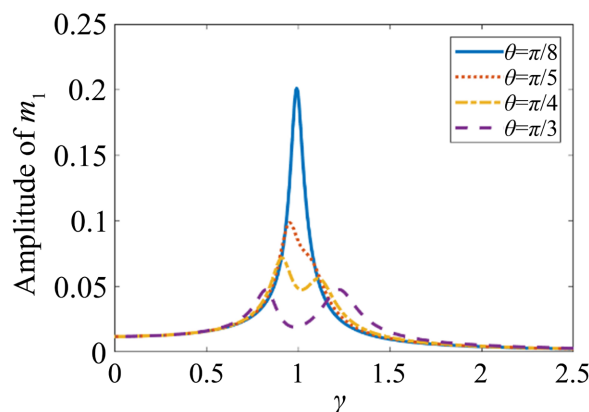


Figure 8. Vibration suppression effect with loading angle

图 8. 随装载角变化的减振效果

6. 总结

本文将调谐惯容减振器引入 X 型结构框架, 提出了调谐惯容 X 型减振器。调谐惯容 X 型减振器可以将线性刚度转化为非线性刚度, 且不需要加入非线性元件。利用拉格朗日方程建立了系统的动力学方程。采用了谐波平衡法结合伪弧长延伸法求解系统动力学方程, 得到了系统的幅频响应曲线。探究了调谐惯容 X 型减振器的减振性能, 并讨论了参数对其减振性能的影响。

与传统 X 型结构减振器不同, 调谐惯容 X 型减振器可以在原系统的固有频率附近形成一个反共振峰, 实现更优异的减振效果。调谐惯容 X 型减振器的刚度、阻尼、惯性、四边形层数和装载角的变化都会引起系统两阶共振峰值的变化。然而, 当其中的四个参数固定时, 另一个参数存在一个最优值, 使得系统的两阶共振峰值相等, 达到最优减振效果。

基金项目

感谢国家自然科学基金青年项目(NO.12002217)的资助。

参考文献

- [1] 刘壮壮, 宝音贺西. 基于非线性单元模型的绳系卫星系统动力学[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(1): 21-26.
- [2] Ding, H., Dowell, E.H. and Chen, L. (2018) Transmissibility of Bending Vibration of an Elastic Beam. *Journal of Vibration and Acoustics*, **140**, Article ID: 031007. <https://doi.org/10.1115/1.4038733>
- [3] Virgin, L.N. (2000) Numerical Methods for Bifurcation Problems. In: Virgin, L.N., ed., *Introduction to Experimental Non-linear Dynamics A Case Study in Mechanical Vibration*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [4] Wei, X. and Mottershead, J.E. (2016) Block-Decoupling Vibration Control Using Eigenstructure Assignment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **74**, 11-28. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.03.028>
- [5] Elias, S. and Matsagar, V. (2017) Research Developments in Vibration Control of Structures Using Passive Tuned Mass Dampers. *Annual Reviews in Control*, **44**, 129-156. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.09.015>
- [6] 牛岩, 石立伟, 郭书祥. 基于刚柔耦合模型的仿生鸭机器人运动分析[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(12): 89-95.
- [7] Dai, H., Jing, X., Wang, Y., Yue, X. and Yuan, J. (2018) Post-capture Vibration Suppression of Spacecraft via a Bio-Inspired Isolation System. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **105**, 214-240. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.12.015>

- [8] Feng, X., Jing, X., Xu, Z. and Guo, Y. (2019) Bio-inspired Anti-Vibration with Nonlinear Inertia Coupling. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **124**, 562-595. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.02.001>
- [9] Wei, C. and Jing, X. (2017) Vibrational Energy Harvesting by Exploring Structural Benefits and Nonlinear Characteristics. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **48**, 288-306. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.12.026>
- [10] Leng, D., Feng, W., Ning, D. and Liu, G. (2022) Analysis and Design of a Semi-Active X-Structured Vibration Isolator with Magnetorheological Elastomers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **181**, 109492. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109492>
- [11] Smith, M.C. (2002) Synthesis of Mechanical Networks: The Inerter. *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, NV, USA, 10-13 December 2002. <https://doi.org/10.1109/CDC.2002.1184758>
- [12] Chen, M., Papageorgiou, C., Scheibe, F., Wang, F. and Smith, M. (2009) The Missing Mechanical Circuit Element. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, **9**, 10-26. <https://doi.org/10.1109/MCAS.2008.931738>
- [13] Lazar, I.F., Neild, S.A. and Wagg, D.J. (2016) Vibration Suppression of Cables Using Tuned Inerter Dampers. *Engineering Structures*, **122**, 62-71. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.017>
- [14] Gonzalez-Buelga, A., Lazar, I.F., Jiang, J.Z., Neild, S.A. and Inman, D.J. (2016) Assessing the Effect of Nonlinearities on the Performance of a Tuned Inerter Damper. *Structural Control and Health Monitoring*, **24**, Article No. e1879. <https://doi.org/10.1002/stc.1879>
- [15] Zhang, R., Zhao, Z. and Dai, K. (2019) Seismic Response Mitigation of a Wind Turbine Tower Using a Tuned Parallel Inerter Mass System. *Engineering Structures*, **180**, 29-39. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.020>
- [16] Pan, C., Zhang, R., Luo, H., Li, C. and Shen, H. (2017) Demand-Based Optimal Design of Oscillator with Parallel-Layout Viscous Inerter Damper. *Structural Control and Health Monitoring*, **25**, Article No. e2051. <https://doi.org/10.1002/stc.2051>