

# 门式框架结构出平面外参数共振试验研究

杨 浩, 李遇春

西京学院土木工程学院, 陕西 西安

收稿日期: 2024年8月5日; 录用日期: 2024年9月7日; 发布日期: 2024年9月18日

## 摘 要

本文对一个门式框架结构出平面外参数共振(动力失稳)问题进行了试验研究, 采用振动台激发了门式框架结构的出平面外参数共振, 观测和分析了门式框架结构出平面外参数共振的现象和机理, 测量并探究了结构参数共振的稳定边界, 研究了参数共振下激励频率与稳态响应幅值的变化关系。结果表明, 当外部周期激励的频率大约是结构出平面外自振频率的两倍时, 门式框架结构发生出平面外参数共振; 在不稳定区域内, 当固定激励幅值时, 非线性稳态响应的幅值随激励频率的增大近似地呈线性减小。

## 关键词

门式框架, 平面外参数共振, 试验现象, 稳定边界, 非线性响应

# Experimental Study on Out-of-Plane Parametric Resonance of Portal Frame Structure

Hao Yang, Yuchun Li

School of Civil Engineering, Xijing University, Xi'an Shaanxi

Received: Aug. 5<sup>th</sup>, 2024; accepted: Sep. 7<sup>th</sup>, 2024; published: Sep. 18<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

This paper reports an experimental study on the out-of-plane parametric resonance (dynamic instability) of a portal frame structure. A vibration table is used to induce the out-of-plane parametric resonance of the portal frame, and the phenomenon and mechanism of this resonance are observed and analyzed. The stable boundary of the structural parametric resonance is measured and investigated. The relationship between the excitation frequency and the steady-state response amplitude under parametric resonance is investigated. The results show that out-of-plane parametric

文章引用: 杨浩, 李遇春. 门式框架结构出平面外参数共振试验研究[J]. 声学 & 振动, 2024, 12(3): 94-101.

DOI: 10.12677/ojav.2024.123009

resonance occurs in the portal frame structure when the frequency of the external periodic excitation is approximately twice the natural frequency of the structure's out-of-plane vibration. Within the unstable region, when the excitation amplitude is fixed, the amplitude of the nonlinear steady-state response decreases approximately linearly with the increase of the excitation frequency.

## Keywords

Portal Frame, Out-of-Plane Parametric Resonance, Experimental Phenomenon, Stable Boundary, Nonlinear Response

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

门式框架是一种常见的工程结构型式, 框架可能受到周期荷载的作用, 这些荷载可能来源于机械振动、风载、地震等多种因素, 当周期荷载的频率约等于结构自振频率的两倍时, 结构系统可能发生参数共振或动力失稳[1] [2]。与普通共振不同, 参数共振属于非线性共振范畴。在实际工程中, 工程师需要对这些参数共振效应进行精确计算和预测, 以确保结构的安全性和稳定性, 特别是在设计敏感设备或结构时, 参数共振的影响不容忽视, 需要进行详细的动力学研究, 以避免潜在的风险。

关于结构的参数共振研究, Bolotin [1], Xie [2]与 Majorana & Pomaro [3]研究了不同支撑条件下单跨梁的参数振动问题; Mishra & Sahu 等[4]研究了横向裂纹梁的参数失稳问题; Catellani 等[5]采用 Galerkin 法分析了具有几何缺陷的圆柱壳参数不稳定性问题; 钟子林等[6]对矩形薄板的参数共振失稳进行了理论与试验分析。

目前对于参数共振的研究多限于单跨平面结构, 对于由多个梁组成的框架结构空间参数共振研究相对较少。在工程实践中, 框架结构容易发生出平面外(空间的)动力失稳或参数共振, 可能会导致结构的疲劳损伤甚至破坏, 因此对其进行深入研究和了解是非常必要的。

本文采用试验方法研究门式框架结构的平面外参数振动(动力失稳)问题, 通过试验分析门式框架结构平面外参数共振的发生机理并探索其产生共振的不稳定区域, 为进一步的非线性参数共振理论分析提供试验基础与数据, 本文的研究对于工程中柔软结构(如: 航天结构)可能的参数共振研究具有参考意义。

## 2. 试验模型和模态频率

### 2.1. 试验模型设计

门式框架 OABC 及其尺寸如图 1 所示。框架由直径 1.04 mm 的钢丝制成, 材料质量密度为  $7800 \text{ kg/m}^3$  通过对由相同钢丝制成的悬臂梁进行自由振动试验, 预先确定钢丝的弹性模量为  $1.71 \times 10^{11} \text{ Pa}$ 。框架的 O 端和 C 端分别夹持在安装在振动台上的两个夹具上(参见图 3)。由陶土制成的二个集中质量(4.0 g)附着在框架的 A、B 点上。

### 2.2. 结构出平面外振动自振频率与阻尼比

采用自由振动方法可测得门式框架一阶自振频率及阻尼比, 对结构模型施加一个平面外的初始位移, 使结构发生出平面外自由衰减振动, 采用激光位移传感器 1 监测 D 点 Z 方向的位移响应曲线。根据衰减位移曲线可得到出平面外的自振频率及对应的阻尼比, 经过 6 次测量, 得到实测一阶频率与阻尼比列于

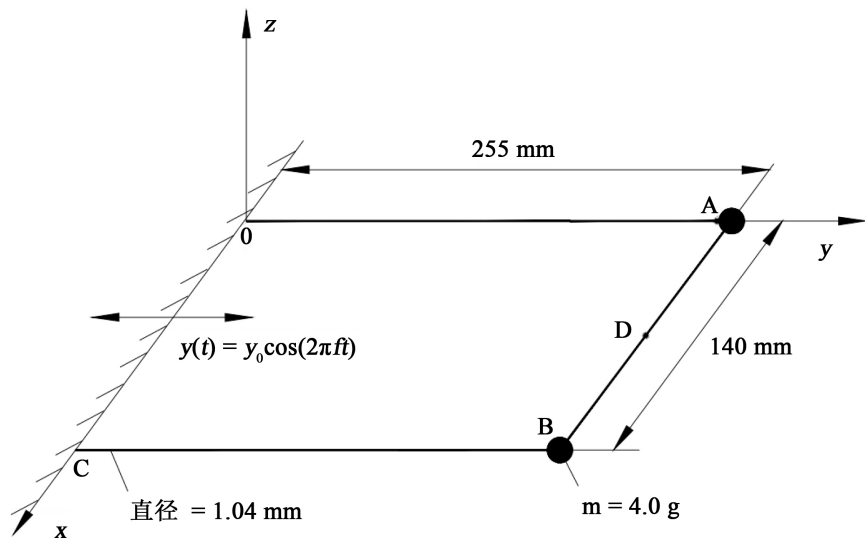


Figure 1. Schematic diagram of the portal frame model  
图 1. 门式框架模型示意图

表 1, 由表 1 可以看出测量频率的离散性比较小, 而阻尼比的离散性比较大, 这符合已有的结构动力学现象。

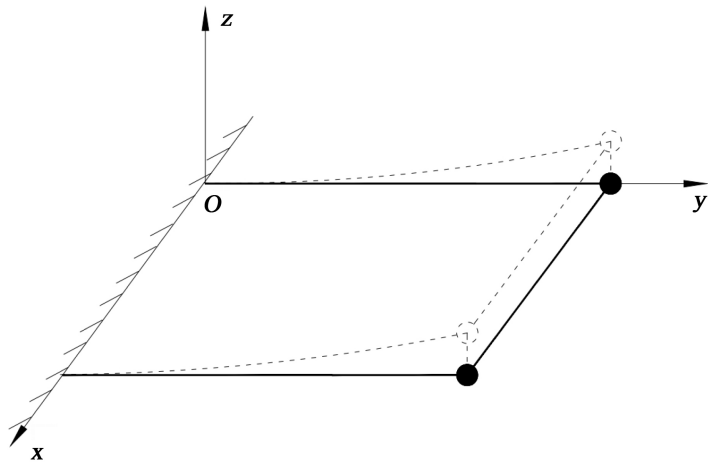
当集中质量 A 与 B 调整为 4.0 g 时, 可采用有限元法计算门式刚架的一阶频率, 如表 2 所示, 可以看出理论频率与实验频率非常吻合, 即  $f_{1t} \approx f_{1e}$ 。如图 2 所示, 门式框架结构一阶模态为出平面外模态, 对应自振频率为  $f_1$ 。如图 1 所示, 当激励器向振动台施加 y 方向上周期位移激励  $y(t) = y_0 \cos(2\pi ft)$  时, 其中  $y_0$  为激励幅值,  $f$  为激励频率, 这个周期位移激励可激发出门式框架模型的参数共振。

Table 1. The first out-of-plane frequency and damping ratio of the portal frame  
表 1. 门式框架一阶出平面外频率及阻尼比

实验次数	频率 $f_1$ (Hz)	阻尼比 $\zeta$
1	2.924	0.2730%
2	2.929	0.258%
3	2.922	0.303%
4	2.935	0.174%
5	2.935	0.279%
6	2.930	0.280%
均值	2.929	0.261%

Table 2. The first theoretical and experimental frequencies  
表 2. 一阶理论及试验频率

理论一阶频率 $f_{1t}$ (Hz)	试验一阶频率 $f_{1e}$ (Hz)
2.954	2.929



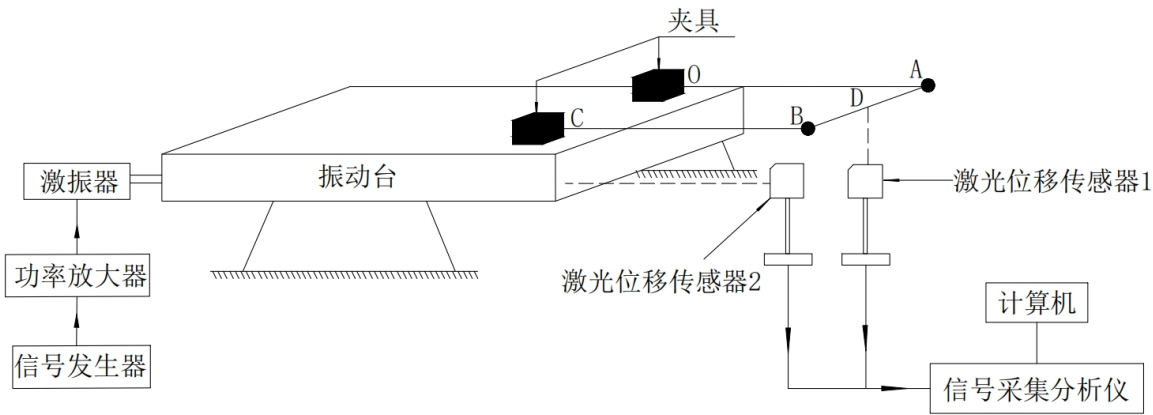
**Figure 2.** Schematic diagram of first-order vibration mode of portal frame structure ( $f_1 = 2.929$  Hz)  
**图 2.** 门式框架结构一阶振型示意图( $f_1 = 2.929$  Hz)

2.3. 试验设备

本实验设备包括激振系统和数据采集系统两个部分，试验设备与模型示意图如图 3 所示，试验设备与模型实图如图 4 所示。

试验的激励信号由信号发生器(型号为：EM32003B)产生，本试验中采用正弦波形，产生的正弦波信号首先输送给功率放大器(型号为：HEA-500G)放大后，最终用于驱动激振器(HEV-500)，使振动台发生周期位移振动。

试验采用激光位移传感器(型号为：HL-G112-S-J)进行测点的位移信号捕捉，位移信号由多通道的数据采集仪(型号为：INV306N)采集后传输至电脑。振动台的位移信号  $y(t) = y_0 \cos(2\pi ft)$  由激光位移传感器 2 监测，门式框架结构 Z 方向上的 D 点位移由激光位移传感器 1 监测，即激光位移传感器 1 用于平面外共振响应的测量。数据处理软件为 Coinv DASP V10 (以下简称 DASP)，通过 DASP 可以实时观测和记录模型的振动位移数据。



**Figure 3.** Experimental setup diagram  
**图 3.** 试验装置简图



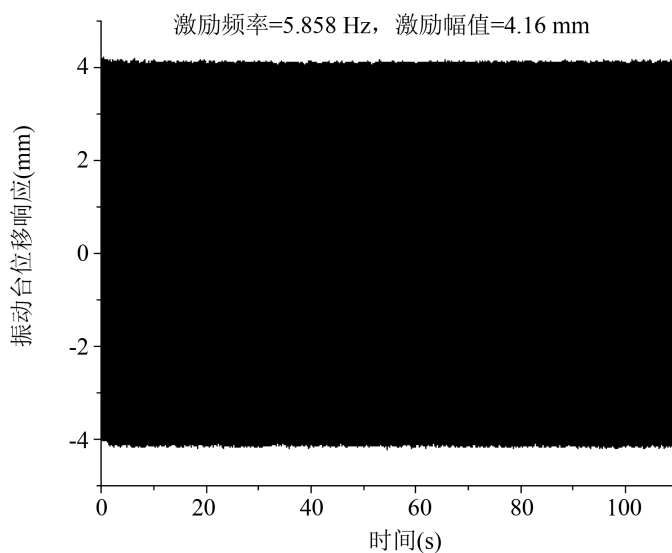
**Figure 4.** Experimental equipment and model drawings  
**图 4.** 试验设备与模型实拍图

### 3. 试验结果

#### 3.1. 出平面外参数共振现象

结构平面外振动的自振频率约为  $f_1 \approx 2.929$  Hz, 可以将信号发生器的激励频率调至结构一阶自振频率的两倍附近, 这时可以发生平面外参数共振, 如可以设置为  $f = 5.858$  Hz, 即满足  $f \approx 2f_1$ , 保持激励频率不变, 逐渐增大激励幅值, 直至结构发生出平面外参数共振。图 5 为振动台的激励位移, 测得激励频率为 5.858 Hz, 激励位移幅值约为 4.16 mm。图 6 为结构模型动力失稳过程中 D 点的位移响应, 出平面外振动的响应频率为 2.936 Hz, 约为激励频率  $f = 5.858$  Hz 的一半, 表明结构发生了主参数共振, 在该激励作用下, 门式框架结构的结构初期呈现失稳过程, 振动幅值快速增长, 随着 Z 方向上位移增长达到最大值后, 结构开始进行稳态的极限环振动。出平面外参数共振试验失稳的过程可见如下视频链接

[https://www.bilibili.com/video/BV1Hm421N75i/?vd\\_source=d8ee7844d4b6ea912ceadf5387c1596](https://www.bilibili.com/video/BV1Hm421N75i/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceadf5387c1596)。



**Figure 5.** Excitation displacement of vibration table  
**图 5.** 振动台激励位移

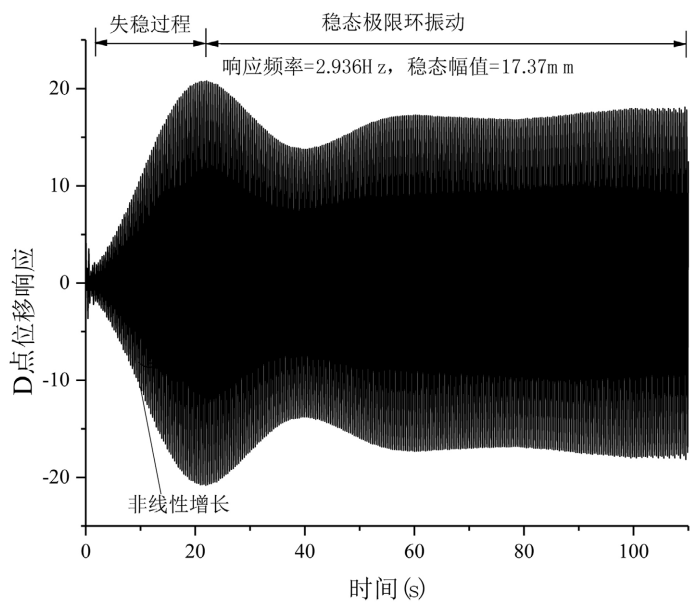


Figure 6. Structural out-of-plane parametric resonance response  
图 6. 结构出平面外参数共振响应

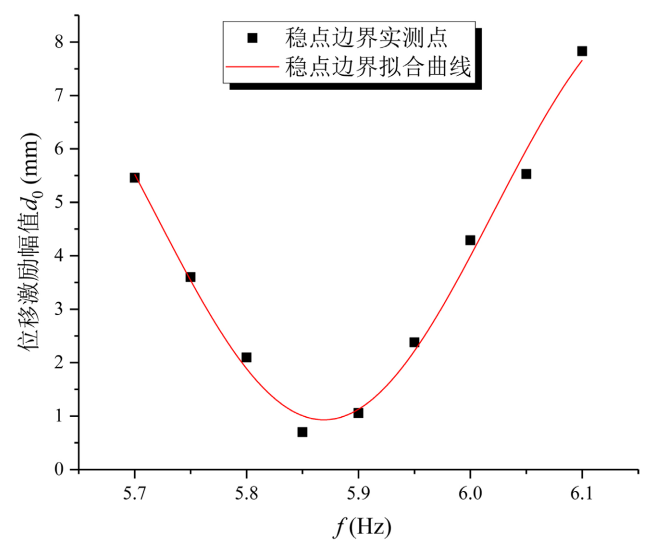
3.2. 出平面外参数共振失稳边界曲线

据非线性动力学理论, 当激励频率  $f$  接近于结构的 2 倍一阶自振频率  $f_1$  时, 若激励位移幅值超过临界失稳值, 将激发结构的出平面外参数共振, 导致结构发生强烈振动; 当激励位移幅值低于失稳临界值时, 结构将几乎不振动或仅微微振动, 故结构存在刚好失稳的临界点, 即为失稳边界。

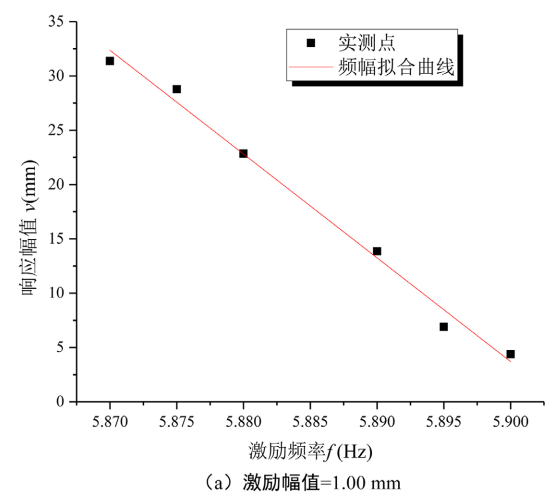
为了测量失稳边界, 实验中采用固定激振频率, 逐渐增加激励幅值的方法, 直到结构产生出平面外振动参数共振(动力失稳), 通过这种方法, 可以采集到刚好引发参数共振的激励点的数据。这些数据包括了激励的稳定边界点的频率和对应的幅值, 如表 3 所示, 将这些数据绘制成失稳边界图形如图 7 所示, 可以发现该失稳边界形状与已有其它结构参数共振的稳定边界相似。

Table 3. Measurement results of the instable boundary  
表 3. 失稳边界测量结果

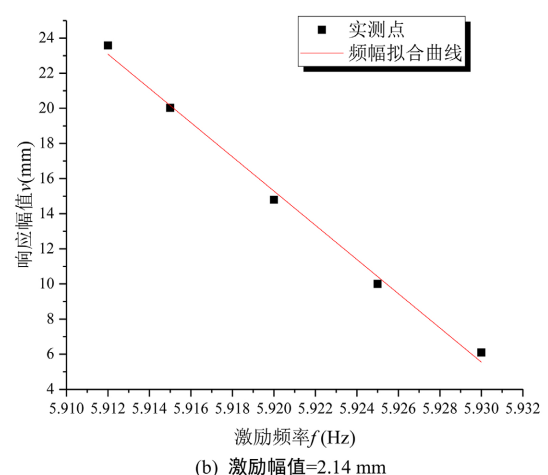
实验次数	激振频率(Hz)	振动台幅值(mm)
1	5.70	5.46
2	5.75	3.60
3	5.80	2.10
4	5.85	0.70
5	5.90	1.06
6	5.95	2.38
7	6.00	4.29
8	6.05	5.53
9	6.10	7.83



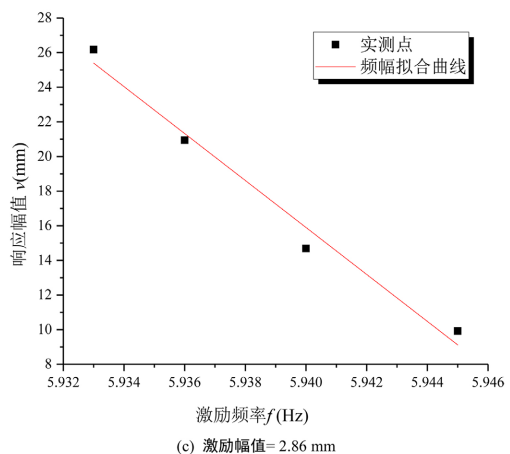
**Figure 7.** Instable boundary of out-of-plane parametric resonance  
**图 7.** 平面外参数共振失稳边界



(a) 激励幅值=1.00 mm



(b) 激励幅值=2.14 mm



(c) 激励幅值= 2.86 mm

**Figure 8.** Variation of response amplitude with excitation frequency (constant excitation amplitude)  
**图 8.** 响应幅值随激励频率的变化(激励幅值不变)



### 3.3. 参数共振下激励频率与响应幅值的关系

在结构失稳进入极限环稳态振动, 通过实验方法测得结构的稳态幅值响应, 在失稳区域内, 固定位移激励的幅值, 当改变激励频率时, 可以得到不同的结构稳态幅值响应。图 8 展示了结构在不同位移幅值( $a = 1 \text{ mm}$ ,  $2.84 \text{ mm}$ ,  $2.86 \text{ mm}$ )作用下的出平面外参数共振的频幅响应曲线, 从这些曲线中可以观察到, 随着激励频率的增大, 稳态响应的幅值近似地呈线性逐步减小。

## 4. 结论

本文通过试验的方法研究了一个门式框架结构平面外参数共振(动力失稳)问题。试验结果表明: 门式框架结构在  $y$  方向上施加周期激励, 当激励频率大约是两倍的结构一阶自振频率时, 门式框架结构将发生出平面外参数共振(动力失稳), 当动力失稳后, 结构的平面外振动位移响应呈非线性增长, 最后振幅保持在一个稳定的振动状态; 出平面外参数共振稳定边界的形状与已有其它结构参数共振的稳定边界相似, 说明出平面外参数共振与其它结构参数共振的失稳机制是类似的; 在不稳定区域内, 当固定激励幅值时, 随着激励频率的增大, 结构非线性稳态响应的幅值近似地呈线性逐步减小。

本文的试验结果可为进一步的非线性参数共振理论分析提供试验基础与数据。

## 参考文献

- [1] Bolotin, V.V. (1964) *The Dynamic Stability of Elastic Systems*. Holden Day.
- [2] Xie, W.C. (2006) *Dynamic Stability of Structures*. Cambridge University Press.
- [3] Majorana, C.E. and Pellegrino, C.D. (1997) Dynamic Stability of Elastically Constrained Beams: An Exact Approach. *Engineering Computations*, **14**, 792-805. <https://doi.org/10.1108/02644409710188709>
- [4] Mishra, U.K., Sahu, S.K. (2015) Parametric Instability of Beams with Transverse Cracks Subjected to Harmonic In-Plane Loading. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **15**, Article 1540006. <https://doi.org/10.1142/S0219455415400064>
- [5] Catellani, G., Pellicano, F., Dall'Asta, D., et al. (2004) Parametric Instability of a Circular Cylindrical Shell with Geometric Imperfections. *Computers and Structures*, **82**, 2635-2645. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.07.006>
- [6] 钟子林, 刘爱荣. 矩形薄板的参数共振失稳理论与试验[J]. 实验室研究与探索, 2019, 38(7): 26-33.