

输电杆塔接地体等值电路的频率与阻抗响应计算方法研究

刘子瑞, 邱晟璇, 谢 飞

西北农林科技大学动力与电气工程系, 陕西 咸阳

收稿日期: 2025年5月13日; 录用日期: 2025年6月6日; 发布日期: 2025年6月16日

摘 要

本研究针对输电杆塔接地体等值电路在宽频域下的频率与阻抗响应计算问题, 提出基于二端口网络理论的建模与分析方法。通过将接地体分布参数模型分解为多段二端口网络单元, 利用级联传输矩阵法构建系统整体传输矩阵, 建立接地体的等值电路的频率响应与阻抗响应特性曲线计算公式, 并采用Multisim电路仿真平台对所述方法的计算结果进行验证。研究表明, 理论计算与仿真结果的频率响应曲线相关系数达0.999以上, 能够准确计算接地体等值电路的频率响应与阻抗特性。本文研究可为防雷接地系统的频率特性与阻抗响应计算提供理论依据。

关键词

接地体, 二端口, 等值电路, 频率响应, 阻抗响应

Frequency and Impedance Response Calculation Method for Equivalent Circuit of Transmission Tower Grounding Electrode

Zirui Liu, Shengxuan Qiu, Fei Xie

Department of Power and Electrical Engineering, Northwest A&F University, Xianyang Shaanxi

Received: May 13th, 2025; accepted: Jun. 6th, 2025; published: Jun. 16th, 2025

Abstract

The issue of calculating the frequency and impedance responses of the equivalent circuit of transmission tower grounding bodies over a wide frequency range is addressed in this study. A modeling and analysis method based on the two-port network theory is proposed. By decomposing the

distributed parameter model of the grounding body into multiple two-port network units, the overall transmission T-matrix of the system is constructed using the cascaded transmission matrix method. This establishes the calculation formulas for the frequency response and impedance response characteristics of the equivalent circuit of the grounding body. The Multisim circuit simulation platform is employed to validate the computational results of the proposed method. The research demonstrates that the correlation coefficient between the theoretical calculations and the simulation results of the frequency response curve exceeds 0.999, indicating accurate calculation of the frequency response and impedance characteristics of the equivalent circuit of the grounding body. A theoretical basis for the calculation of frequency characteristics and impedance responses in lightning protection grounding systems is provided through this investigation.

Keywords

Grounding Body, Two-Port, Equivalent Circuit, Frequency Response, Impedance Response

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在电力系统安全防护领域，接地体作为泄放故障电流、抑制过电压的核心部件，其性能直接决定了输电线路的绝缘安全与设备可靠性。传统研究中，接地体的设计与评估主要围绕工频(50/60 Hz)接地电阻[1]展开，通过集总参数模型计算其稳态散流能力[2]。然而，随着新能源并网、电力电子设备普及以及电网智能化升级，系统中高频干扰源的强度显著增加。例如，风电变流器与光伏逆变器产生的宽频谐波电流[3]、雷电流脉冲上升沿的高频分量[4]均需通过接地体泄放。在实际工程中，接地体往往具有数十米至数百米的延伸长度，其分布参数效应在高频条件下尤为显著。现有研究多采用有限时域差分法(FDTD)等全波仿真手段能精确表征分布参数[5]，但其需剖分复杂三维结构，单次仿真耗时数小时，难以支撑工程快速设计。此外，基于时域雷电流激励傅里叶变换的频域研究[6]，其频响结果受限于特定雷电流波形(如2.6/50 μ s 脉冲)的频谱分布，无法分离接地体固有特性与外部激励的耦合影响。因此，构建具有物理可解释性的接地体宽频等效模型，建立其频率响应与阻抗响应的计算方法，对于了解接地体阻抗特性具有指导意义。

针对输电杆塔接地体在宽频域下的频率与阻抗响应计算问题，本研究提出了一种基于二端口网络理论的建模与分析方法。具体而言，首先，将长距离接地体的分布参数系统离散化为 N 个等长单元，每个单元采用传输线模型构建其传输矩阵；其次，利用传输矩阵的乘积特性实现多段级联系统的整体特性计算，通过矩阵运算将复杂三维电磁场问题转化为可解析计算的电路网络问题；进而，分别通过 T 、 Z 参数建立宽频域下频率响应与阻抗响应计算表达式。为验证模型的有效性，基于 Multisim 平台构建与理论模型一致的等值电路，并通过交流扫描生成 1 kHz~2 MHz 频段的频率与阻抗响应曲线。采用相关系数定量评估理论计算与仿真结果的一致性，形成“算法 - 仿真”闭环验证，确保方法的可靠性。

2. 接地体等值电路建模

在冲击电流作用下，水平杆塔接地体可分成等长 N 段，每段以 π 型电路等效，包含自身电阻 R 、自身电感 L 、对地电容 C 、泄漏电导 G ，这些参数通常认为是全长均匀分布的。由于冲击电流的时变性，接地体周围火花放电区域随之变化，各段等效半径亦随时间波动，电容和电导也随时间变化。但各段自阻

抗与互阻抗不受等效半径变化影响，因电流在导体 - 土壤界面近垂直扩散，磁链基本恒定。同时，雷电流主要通过金属导体传导，电感与电阻特性不受火花放电区域变化影响[7]。

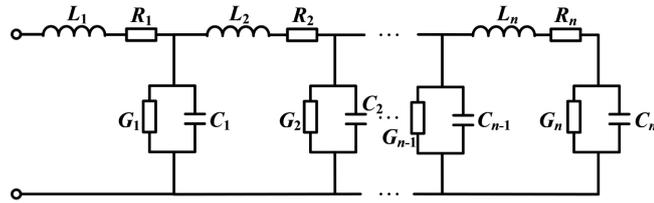


Figure 1. Transmission tower grounding electrode equivalent circuit
图 1. 杆塔接地体等值电路

非均匀分布输电杆塔接地体等值电路如图 1 中，其模型可看作一个典型的二端口网络。本文研究其频域特性，施加单位激励电压源，在稳态电压情况下，接地体参数 R, L, C, G 均为静态值，无需考虑时变非线性效应。此时仍可采用等长 π 型等效电路进行建模， π 型等效电路本质是分布参数系统的离散化近似，分段的本质目的是解决分布参数效应与时变非线性特性的建模问题，与激励类型无关。各参数计算公式如下所示[8]。

$$R_i = \frac{\rho_0 \cdot \Delta L}{\pi r^2} \tag{1}$$

$$L_i = \frac{\mu_0 \Delta L}{2\pi} \left(\ln \frac{2\Delta L}{r} - 1 \right) \tag{2}$$

$$G_i = \frac{2\pi \Delta L}{\rho \left(\ln \frac{\Delta L^2}{2hr} - 0.61 \right)} \tag{3}$$

$$C_i = \epsilon \rho G_i \tag{4}$$

式中， ρ_0 是接地体的电导率， r 是接地体半径， μ_0 是真空磁导率，大小为 $4\pi \times 10^{-7}$ H/m， ρ 为土壤电导率， h 为土壤埋深， ϵ 是土壤介电常数。

3. 基于二端口网络等值电路的频域计算

3.1. 二端口网络理论基础

二端口网络是通过输入 - 输出端口变量(电压 U_1, U_2 与电流 I_1, I_2)的线性映射关系表征网络特性[9]，如图 2 所示关系。

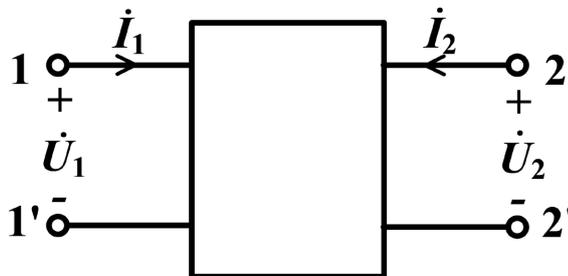


Figure 2. Linear two-port current-voltage relationships
图 2. 线性二端口电流电压关系

二端口网络常用参数主要有阻抗 Z 参数、导纳 Y 参数、混合 H 参数和传输 T 参数，对于不同的电路结构和运算需要，可选择不同参数方程进行运算。根据 T 、 Z 参数的物理意义，分别可用于接地体等值电路的频率响应与阻抗计算， T 、 Z 参数方程、参数物理意义、参数矩阵如表 1 所示。

Table 1. T -parameters and Z -parameters

表 1. T 参数和 Z 参数

	T 参数	Z 参数
参数方程	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$
参数物理意义	$\begin{cases} A = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big _{i_2=0} & B = \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \Big _{\dot{U}_2=0} \\ C = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \Big _{i_2=0} & D = \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} \Big _{\dot{U}_2=0} \end{cases}$	$\begin{cases} Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big _{i_2=0} & Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \Big _{i_1=0} \\ Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \Big _{i_2=0} & Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \Big _{i_1=0} \end{cases}$
参数矩阵	$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$

式中， A 、 B 、 C 、 D 为 T 参数，具有转移参数性质，其物理意义分别表征电压传递比 A 、反向电流阻抗 B 、正向导纳 C 及电流传递比 D 。 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{21} 、 Z_{22} 是二端口的 Z 参数，具有阻抗性质[10]。例如， Z_{11} 物理意义是设端口 2-2' 开路，在端口 1-1' 施加一个电流源，可得 1-1' 的输入阻抗。

Z 参数适用于端口阻抗直接测量，但处理级联网络时计算复杂，需进行矩阵求逆和乘法。相比之下， T 参数体现传输特性，即前一网络的输出作为后一网络的输入，符合线性时不变系统级联要求。在无源网络中，级联后的 T 参数保持因果性和稳定性，因此成为后续计算的优选。根据 T 参数和 Z 参数的物理定义，可得到 T 、 Z 参数的转换公式。

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta_T}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中， $\Delta_T = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ 。

3.2. 基于 T 参数的单元等值电路计算

对于单元等值电路，其 T 参数矩阵可通过串联支路阻抗 $Z = R + j\omega L$ 与并联导纳 $Y = G + j\omega C$ 解析推导，对每个单元划分方式如图 3 所示，根据 T 参数物理意义，可列出式(6) (7)

$$\mathbf{T}_{LR} = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L_i + R_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{T}_{CG} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_i + G_i & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

单个单元的传输矩阵可表示为：

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{T}_{LR} \mathbf{T}_{CG} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & j\omega L_i + R_i \\ j\omega C_i + G_i & 1 - \omega^2 LC + j\omega(L_i G_i + C_i R_i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

当接地体被均匀分割为 N 段时，整体网络的传输矩阵通过逐级级联得到 T^N ，该连乘运算需遵循矩阵乘法非交换律，且每段矩阵需按物理连接顺序排列。

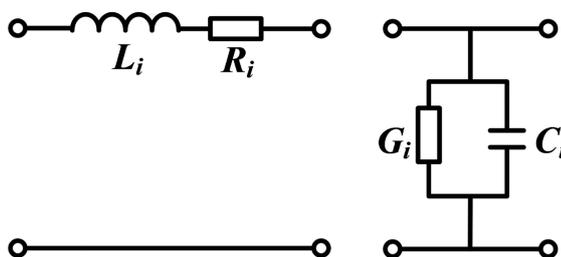


Figure 3. Two-port network partitioning strategy
图 3. 二端口网络划分方式

3.3. 频率响应与阻抗响应计算

图 4 所示为用于频率响应与阻抗计算的分为 4 段的接地体等效电路。对于频率响应计算，设定端口 1 连接含内阻 R_s 的激励电压源 U_s ，端口 2 接响应电阻 R_o 。利用 A 参数，推导出输出电压 U_2 与输入电压 U_1 之间的传递函数(13)，以评估电路在不同频率下的响应幅值。对于阻抗响应，设定端口 1 连接含内阻 R_s 的电压源 U_s ，端口 2 开路。利用 Z_{11} 参数，推导出输入电压 U_1 与输入电流 I_1 之间的传递函数(14)，通过 T 参数到 Z 参数的转换公式(5)，即可得到输入阻抗公式。频域响应与阻抗响应分析通过扫频计算实现：在 1 kHz~2 MHz 范围内按对数步长离散频率点，逐点求解端口电压传递函数 $H(\omega)$ 与系统输入阻抗传递函数 $Z_{in}(\omega)$ 。

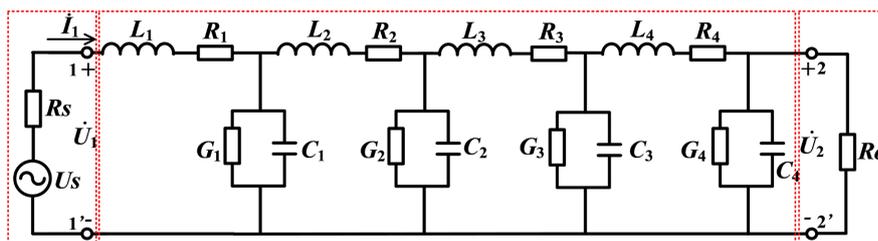


Figure 4. Equivalent circuit for frequency response and impedance calculation
图 4. 频率响应与阻抗计算的等效电路

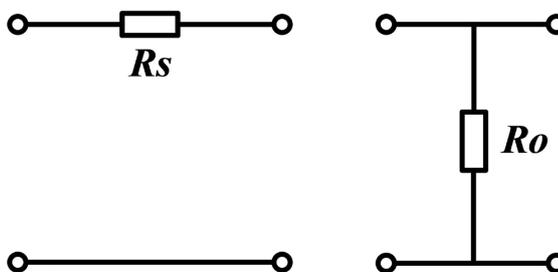


Figure 5. Input and output port partitioning strategy
图 5. 输入与输出端口划分方式

同样地，将图 4 所示电路看作由三个二端口网络组成，并用虚线方框分开。用于计算频率响应与阻抗响应网络划分如图 5 所示。

$$\mathbf{T}_{in} = \begin{bmatrix} 1 & R_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{T}_{out} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_o & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于 N 段接地体等效电路级联系统，总传输矩阵为各单元矩阵的连乘，频率响应与阻抗响应的级联网络的全局矩阵如式(11) (12)所示。

$$\mathbf{T}_H = \mathbf{T}_{in} \mathbf{T}^N \mathbf{T}_{out} \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_Z = \mathbf{T}_{in} \mathbf{T}^N \quad (12)$$

根据 $U_2/U_1 = 1/A^{(H)}$ ， $U_1/I_1 = Z_{in}^{(Z)} = A^{(Z)}/C^{(Z)}$ 可得接地体频率响应与阻抗响应函数表达式。

$$H(\omega) = 20 \lg \frac{1}{A^{(H)}} \quad (13)$$

$$Z_{in}(\omega) = 20 \lg \frac{A^{(Z)}}{C^{(Z)}} \quad (14)$$

基于二端口网络的接地体频率/阻抗响应求解流程如下：

- (1) 输入：频率范围、分段数、每段 $RLCG$ 值。
- (2) 循环每个频点：

 - a. 计算角频率 $\omega = 2\pi f$;
 - b. 计算单 π 单元 \mathbf{T} 参数矩阵；
 - c. 级联所有单元得到传输矩阵 \mathbf{T} 计算频率响应 $H(\omega)$ ；
 - d. 转换为阻抗矩阵 \mathbf{Z} 计算阻抗响应 $Z_{in}(\omega)$ 。

- (4) 输出频率 - 频率/阻抗响应曲线。

4. 仿真验证与误差分析

本节基于 Multisim 仿真软件验证二端口法计算杆塔接地体等值电路的频域特性的正确性，包括不考虑火花效应的两个计算案例。

算例 1 引用文献[7]的参数，选取长 20 m 单根水平接地体作为研究对象，导体半径 $r = 0.005$ m，埋深 $h = 0.5$ m，土壤电阻率 $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$ ， $\varepsilon = 7.974 \times 10^{-11}$ ，分段数 $N = 4$ ，即分别每段长 $\Delta L = 5$ m，接地体半径 $r = 0.005$ m，接地体的电阻率为 $\rho_0 = 1.27 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ 。

算例 2 参数源于文献[11]，取水平接地体长 30 m，分段数 $N = 6$ ，其它参数均与算例 1 相同。

算例 3 取接地体长度 24 m，分为 4 段，圆钢电阻率 $\rho_0 = 0.13 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ，埋深 $h = 0.6$ m，土壤电阻率 $\rho = 120 \Omega \cdot \text{m}$ [12]。

根据公式(1)~(4)计算的 $RLCG$ 参数如表 2 所示。

Table 2. Parameters of transmission tower grounding electrode equivalent circuit

表 2. 杆塔接地体等值电路参数

参数	$L_i/\mu\text{H}$	R_i/Ω	C_i/nF	G_i/S	R_s/Ω	R_o/Ω	N
案例 1	6.6	0.25	0.317	25.16	0.01	50	4
案例 2	8.4	0.25	0.154	0.0193	0.01	50	6
案例 3	8.14	0.0099	0.373	0.039	0.01	50	6

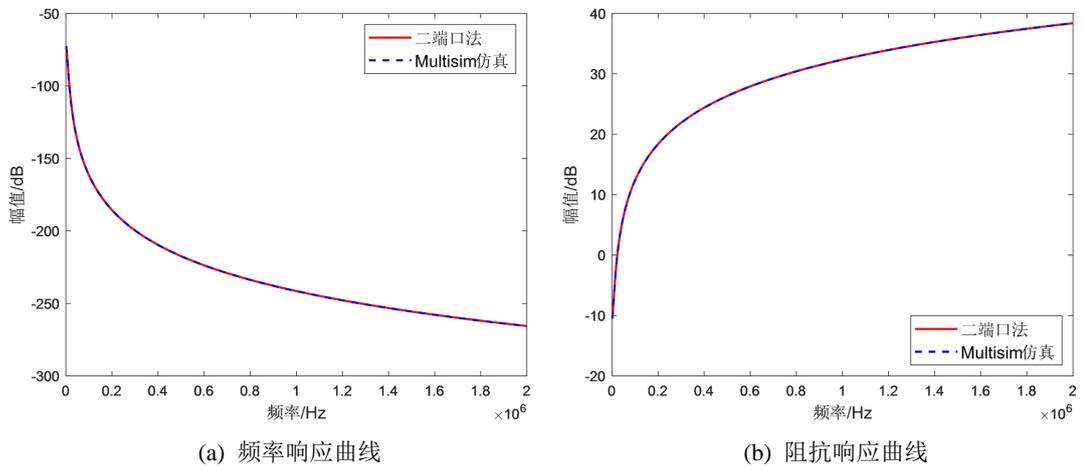


Figure 6. Case 1: comparative analysis
图 6. 案例 1 对比

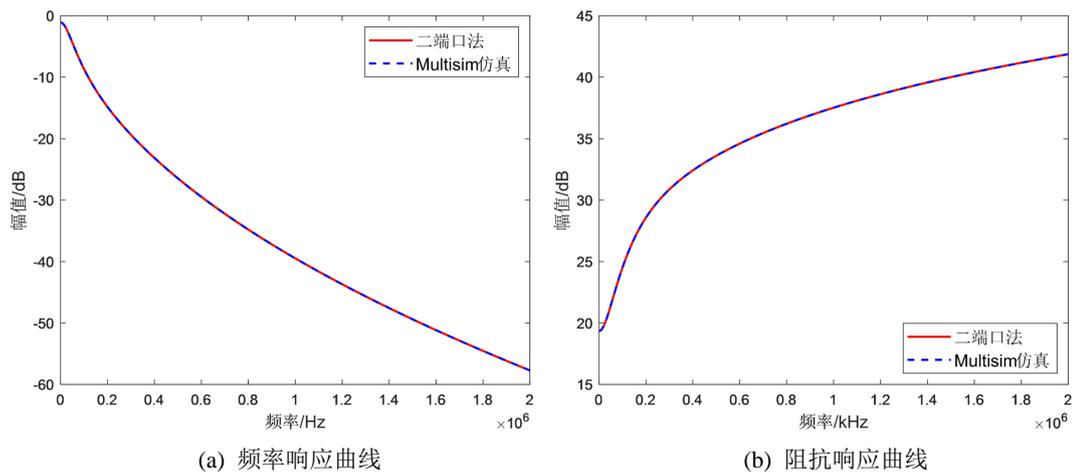


Figure 7. Case 2: comparative analysis
图 7. 案例 2 对比

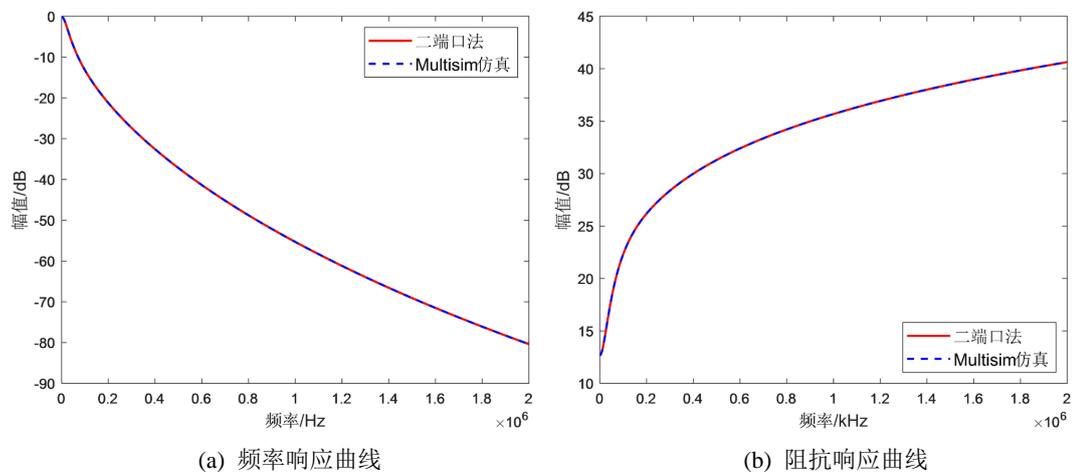


Figure 8. Case 3: comparative analysis
图 8. 案例 3 对比

为验证理论模型, 在 Multisim 中构建接地体 π 型等效电路, $RLCG$ 参数设置与理论模型完全一致如表 2 所示。仿真设置为交流扫描分析(AC Sweep), 输出的频率响应与阻抗响应曲线分别如图 6、图 7 和图 8 所示。

图中阻抗响应幅值随频率增加增大, 频率响应定义为输出电压与输入电压比, 幅值随着频率减小, 谐振频率公式如公式(16)所示。

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (15)$$

没有出现谐振时电容电感参数小, 谐振频率随之变高, 导致 f_r 超出测试频段曲线, 在有限的频带范围内没有出现。此外, 对比算例 1 与算例 2, 可见分段数越少, 频率响应与阻抗响应曲线的斜率越大。算例 3 与算例 2 对比发现, 土壤电阻率越大, 频率响应曲线斜率越大, 阻抗响应差异不大。

由图可见二端口网络法与软件仿真的曲线结果均有很高的重合度, 为进一步量化曲线间的差异, 分别计算两种方法的相关系数以表征二端口法的计算准确率, 相关系数计算式如式(15)所示。频率/阻抗响应的结果均达 0.999 以上, 充分验证了二端口法的正确性, 这里误差来源于不同软件传递时数值计算的截断误差。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (16)$$

式中, x 和 y 分别是二端口法和 Multisim 仿真曲线的幅值向量, \bar{x} 和 \bar{y} 分别是 x 与 y 向量的平均值, x_i 和 y_i 是两个向量的第 i 个元素, n 是频率点数量。

5. 结论

本研究针对输电杆塔接地体宽频域下的频率与阻抗响应计算问题, 提出一种基于二端口网络级联的分布式参数解析方法, 通过物理建模、算法设计与仿真验证的系统性研究, 揭示了接地体在宽频域下的本征频率响应与阻抗特性规律, 为防雷接地系统的频率特性与阻抗响应计算提供理论依据。通过将长距离接地体离散化为 N 段等长单元, 建立每段包含频变参数 R, L, C, G 的二端口网络模型。利用传输矩阵级联特性构建整体系统模型, 实现了三维分布参数问题的二维电路网络等效转换, 建立接地体的等值电路的频率响应与阻抗响应特性曲线计算公式。基于 Multisim 平台构建 4 段/6 段单元等效电路仿真案例, 在 1 kHz~2 MHz 频段内开展交流扫描实验, 理论计算与仿真结果的频响与阻抗响应曲线的相关系数均达 0.999 以上, 验证了本文所提方法的正确性。

基金项目

陕西省自然科学基金项目(2023-JC-QN-0438)。

参考文献

- [1] 孙西宁, 高振国, 李冠华. 杆塔接地体冲击特性试验研究[J]. 沈阳工程学院学报(自然科学版), 2020, 16(4): 52-55, 66.
- [2] 高晓晶, 胡元潮, 姜志鹏, 等. 输电杆塔混凝土桩基接地散流与结构优化研究[J]. 电瓷避雷器, 2021(5): 115-122.
- [3] 赵梓航, 王海云, 唐新安, 等. 风电机组变频器电流谐波水平案例分析[J]. 电测与仪表, 2018, 55(24): 114-120.
- [4] 程锐, 李梅, 张新燕. 雷电电流的频谱和能量分析[J]. 四川电力技术, 2012, 35(3): 4-7.
- [5] Panayappan, K. and Mitra, R. (2016) A Technique for Handling Multiscale Electromagnetic Problems Using the Finite

Difference Time Domain (FDTD) Algorithm. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, **30**, 1241-1264.
<https://doi.org/10.1080/09205071.2016.1194235>

- [6] 唐滢松, 曾宪文, 梁振, 等. 基于矢量匹配法和遗传算法的杆塔接地阻抗频域特性分析[J]. 电瓷避雷器, 2019(5): 105-110, 117.
- [7] 徐伟. 考虑火花效应时杆塔接地装置冲击特性的研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [8] 王思捷, 黄松, 赵海龙. 基于 ATP-EMTP 的杆塔接地装置冲击接地电阻仿真研究[J]. 计算机与数字工程, 2020, 48(5): 1258-1263.
- [9] 齐超, 孙天, 孙立山, 等. 含源二端口网络等效电路及其传输参数研究[J]. 电测与仪表, 2020, 57(1): 36-41.
- [10] 孙立山, 陈希有. 电路理论基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [11] 周力行, 罗力之, 刘宇彬, 等. 基于 ATP-Draw 的双层土壤中杆塔接地装置冲击特性的仿真研究[J]. 电力科学与技术学报, 2022, 37(5): 191-197.
- [12] 杨秋玉, 郑小刚. 考虑火花效应的杆塔接地体冲击接地电阻仿真计算[J]. 电瓷避雷器, 2022(5): 86-91, 100.