基于模拟退火算法的主动后轮转向PID控制器 参数优化研究

李春亮1,徐 征1,王旭龙1,贾一帆2

¹天津职业技术师范大学汽车与交通学院,天津 ²江苏电子信息职业学院汽车工程学院,江苏 淮安

收稿日期: 2025年5月15日; 录用日期: 2025年7月2日; 发布日期: 2025年7月10日

摘要

为应对车辆在高速低附着路面工况下易发生失稳的问题,文章以具备主动后轮转向功能的四轮转向车辆为研究对象,构建了基于二自由度车辆动力学模型与魔术轮胎模型的系统结构,设计了以跟踪理想横摆角速度为控制目标的PID控制器,以提升车辆的操稳性能与行驶稳定性,在MATLAB中建立联合仿真模型,通过模拟退火算法(SAA)算法全局整定优化PID参数,结合积分平方误差(ISE)指标抑制稳态误差与超调量。MATLAB仿真结果表明:相较于传统PID,优化后的控制效果明显优于传统PID控制。验证了SAA 在参数全局寻优中的优势,为复杂工况下的车辆稳定性控制提供了可行方案。

关键词

模拟退火算法(SAA),PID控制,参数优化,主动后轮转向

Optimization Study of Active Rear Wheel Steering PID Controller Parameters Based on Simulated Annealing Algorithm

Chunliang Li¹, Zheng Xu¹, Xulong Wang¹, Yifan Jia²

¹School of Automotive and Transportation, Tianjin University of Technology and Education, Tianjing ²School of Automotive Engineering, Jiangsu Vocational College of Electronics and Information, Huai'an Jiangsu

Received: May 15th, 2025; accepted: Jul. 2nd, 2025; published: Jul. 10th, 2025

Abstract

In order to cope with the problem of vehicle instability under high speed and low adhesion road

文章引用: 李春亮, 徐征, 王旭龙, 贾一帆. 基于模拟退火算法的主动后轮转向 PID 控制器参数优化研究[J]. 交通技 术, 2025, 14(4): 401-411. DOI: 10.12677/ojtt.2025.144041 conditions, this paper takes the four-wheel steering vehicle with active rear-wheel steering function as the research object, constructs the system structure based on the two-degree-of-freedom vehicle dynamics model and the magic tire model, and designs the PID controller with the tracking of the ideal pendulum angular velocity as the control objective to improve the vehicle's maneuvering performance and driving stability, and establishes the joint simulation model in MATLAB. A joint simulation model is established in MATLAB, and the PID parameters are optimized by global rectification of Simulated Annealing Algorithm (SAA) algorithm, which is combined with the Integral Squared Error (ISE) index to suppress the steady state error and overshooting. The simulation results in MATLAB show that the optimized control effect is significantly better than that of the traditional PID control. The advantages of SAA in the global optimization of parameters are verified, which provides a feasible solution for the stability control of vehicles under complex working conditions.

Keywords

Simulated Annealing Algorithm (SAA), PID Control, Parameter Optimization, Active Rear Wheel Steering

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

1. 引言

随着智能驾驶技术的快速演进,车辆行驶稳定性控制已成为提升行车安全性与操纵性能的核心研究方向。尤其在高速、低附着路面等复杂工况下,车辆易因横摆角速度与质心侧偏角的剧烈波动而面临失稳风险,本文以具备主动后轮转向功能的车辆为研究对象,设计了相应的 PID 控制器。并对 PID 控制器的参数 进行整定优化。PID 控制器在车辆稳定性控制领域得到广泛的应用,传统基于固定参数的 PID 控制策略难 以适应动态变化的行驶条件,存在调节精度不足、响应滞后等问题。针对上述问题,袁春元采用粒子群算 法对 PID 控制器参数实施整定,以此提升 PID 控制器设计效率,有效攻克传统 PID 控制器设计周期长、成 本高的难点[1]。杨巧曼为提升四轮驱动汽车行驶的稳定性,设计了一种利用改进粒子群算法优化模糊比例 -积分 - 微分(PID)控制系统的方法,并通过仿真实验验证了优化后控制系统的输出性能[2]。

上述研究采用多种优化方法对 PID 控制器的参数进行了调节与优化,以提升其控制性能。但现有研 究多忽略轮胎非线性特性对控制精度的影响,并且 PID 参数依赖经验调整,难以实现全局最优,导致车 辆稳定性控制的鲁棒性受限。模拟退火算法(SAA)相较于其他优化算法具有全局搜索能力强,简单易实现 的优点,广泛应用于解决组合优化问题[3]。本文主要建立了线性二自由度车辆动力学模型并整合魔术轮 胎模型的非线性力学特性,提出基于模拟退火算法的主动后轮转向 PID 参数优化策略,引入模拟退火算 法对 PID 参数开展全局寻优,旨在抑制稳态误差、超调量与调节时间以增强系统动态响应能力,在 MATLAB 中验证不同工况下所提出方案的有效性。

2. 车辆动力学模型建立与分析

2.1. 车辆二自由度模型

为深入分析车辆的基本运动特性与控制行为,提升其操控性能、稳定性与行驶安全性,本文以线性 二自由度车辆动力学模型为基础开展研究。通过简化建模条件,忽略车辆姿态变化、侧倾效应、悬挂系 统非线性、车身结构变形以及悬架干扰等因素,建立了以侧向运动与横摆运动为核心的线性二自由度四 轮转向车辆模型[4] [5],如图1所示。



Figure 1. Two-degree-of-freedom model 图 1. 二自由度模型

由图 1 得到线性二自由度模型沿 y 轴方向所受的合外力和合外力矩如下:

$$\begin{cases} \sum F_{Y} = F_{yf} \cos \delta_{f} + F_{yr} \cos \delta_{r} \\ \sum M_{Z} = aF_{yf} \cos \delta_{f} - bF_{yr} \cos \delta_{r} \end{cases}$$
(1)

考虑由于 δ_f 、 δ_r 较小,这里我们认为 $\cos \delta_f \approx 1$, $\cos \delta_r \approx 1$ 。式(1)可表示为:

$$\begin{cases} \sum F_Y = k_f \alpha_1 + k_r \alpha_2 \\ \sum M_Z = a k_f \alpha_1 - b k_r \alpha_2 \end{cases}$$
(2)

其中k,和k,分别为轮胎前后轴侧偏刚度。得到质心侧偏角为:

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{v}{u} \tag{3}$$

v为汽车沿 y 轴方向的速度, u 为汽车沿 x 轴方向的行驶速度。整合得到线性二自由度车辆模型的微分方程如下:

$$\begin{cases} mu(\dot{\beta}+\omega) = (k_f + k_r)\beta + \frac{(ak_f - bk_r)}{v_x}\omega + k_f\delta_f + k_r\delta_r \\ I_Z\dot{\omega} = -(ak_f + bk_r)\beta - \frac{(a^2k_f + b^2k_r)}{v_x}\omega + ak_f\delta_f - bk_r\delta_r \end{cases}$$
(4)

除了前述建立的二自由度车辆模型外,为实现控制目标,还需构建理想的参考模型作为控制系统的 目标输出,我们希望车辆的实际运动状态参量与期望的参量值尽量接近或者重合,以便于车辆达到较好 的操纵性以及稳定性,理想值同时也是判断车辆是否处于稳定状态的一个标准,当实际值与理想值之间 存在一个误差超过一定范围时车辆就会有失稳的分险[6]。对上述微分方程进行稳态分析,得出理想值为:

$$\begin{cases}
\omega_d = \frac{u/L}{1+Ku^2} \delta_f \\
\beta_d = \frac{b + \frac{mau^2}{(Lk_r)}}{(1+Ku^2)L}
\end{cases}$$
(5)

其中 K 为车辆稳定性参数。

一些文章中默认质心侧偏角的理想值为0,其实是不准确的,在没有任何横向位移的前提下可认为β 的理想值为0,但显然是不现实的,在实际应用中,考虑到安全、性能、舒适度以及系统实现等因素,质 心侧偏角的理想值[7]并非一成不变的。

2.2. 轮胎模型

本文采用的魔术公式轮胎模型[8]具备良好的非线性力学行为刻画能力,同时结构简洁、使用便捷。 魔术轮胎的输入输出如图 2。



Figure 2. Input/Output schematic 图 2. 输入输出示意图

通过输入滑移率、侧偏角等关键参数,模型可高效输出轮胎的纵向力与侧向力,在应对复杂工况时, 依然能够兼顾计算精度与运算效率,体现出良好的建模实用性。魔术轮胎基本公式如下:

$$F(x) = D\sin\left\{C\tan^{-1}\left[Bx - E\left(Bx - \tan^{-1}Bx\right)\right]\right\} + S_{V}$$
(1)

$$Y = F(x) + \Delta S_V \tag{1}$$

$$x = X + \Delta S_h \tag{1}$$

参数 B、C、D 分别对应刚度因子、曲线形状因子和峰值因子,C 与 D 的组合共同决定线性侧偏特性 下的侧偏刚度,参数 B 的数值变化直接影响轮胎在接触面产生的非线性力学响应特征。实际应用中考虑 到帘布层的影响,魔术轮胎模型引入了水平漂移 S_h,和垂直漂移 S_v,E 作为曲率因子调控曲线峰值附近 的形态特征。

3. 主动后轮转向控制器设计与参数优化

3.1. PID 控制器

PID 控制,比例 - 积分 - 微分控制,是一种广泛应用的反馈控制策略。它基于系统误差来调整控制器输出,从而实现对系统的精确控制。在车辆运动学稳定性控制中,PID 控制其结构简单、参数调整直观,PID 控制器通过 P、I、D 三个独立的参数进行调节,适合车辆实时性要求高且模型复杂度有限的场景[9]。本文设计一种基于 PID 控制的主动后轮转向控制器,该系统以方向盘转角和车辆实际状态参数与

理想值的偏差作为控制器输入。理想状态下的参数为理想横摆角速度,可通过二自由度车辆模型计算得出。根据实际参数与理想值之间的偏差形成控制误差。系统通过优化 PID 控制器的参数,将控制误差转换为后轮转向角的输出,从而实现对横摆角速度和质心侧偏角的动态跟踪与调节。

PID 控制结构如图 3 所示。





PID 控制是根据真实的横摆角速度和理想的横摆角速度之间的偏差 e(t) 来产生控制量:

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{9}$$

r(*t*)为实际的横摆角速度,*y*(*t*)为横摆角速度理想值。通过将偏差的比例项(*P*)、积分项(*I*)和微分项(*D*)进行线性加权组合,生成控制量以调节被控对象,PID 控制器的控制规律如下:

$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$
(10)

式(10)可以写成:

$$u(t) = K_{P}e(t) + K_{I} \int_{0}^{t} e(t) + K_{D} \frac{de(t)}{dt}$$
(11)

其中: u(t)为控制器的输出, T_i 为积分时间常数、 T_D 为微分时间常数、 K_P 为比例系数、 $K_I = K_P/T_I$ 积分系数、 $K_D = K_P T_D$ 微分系数。

3.2. SAA 算法优化 PID 控制器参数

为实现理想的控制性能。本文引入模拟退火算法(SAA)对 PID 控制器的参数进行整定优化,有效提升基于主动后轮转向的车辆在不同行驶工况下的稳定性。

3.2.1. SAA 算法的基本原理与应用

模拟退火算法(Simulated Annealing Algorithm, SAA)是一种受物理退火过程启发的随机优化技术。通过在搜索过程中加入一种接受具有一定概率的次优解的机制,该算法可以逃避局部最优,从而增强其寻找全局最优解的能力。温度参数逐步降低时趋向全局最优解,虽然这个算法适合复杂组合优化问题并且能跳出局部极值,但是收敛速度较慢的问题比较明显,全局搜索方面的优势却比较突出[10]。SAA 算法主要由 Metropolis 准则和退火算法两个部分构成,分别对应的是内循环和外循环。

(1) Metropolis 准则

Metropolis 准则是模拟退火算法(Simulated Annealing, SAA)中的一个核心组成部分,主要作用是帮助系

统逃脱局部最优解,是 SAA 算法的基础, Metropolis 算法源于统计热力学,用于模拟系统在不同温度下的 平衡行为,在 SAA 中,每次迭代时会生成一个新的候选解,根据 Metropolis 准则评估是否接受这个新解 [11]。接受的概率则与当前的状态和能量有关,因此对于接受新解的概率的设计是必要的。接受概率如下:

$$P = \begin{cases} 1, & if E_{T_{New}} < E_{T_{cur}} \\ exp\left(-\frac{E_{T_{New}} - E_{T_{cur}}}{T}\right), & if E_{T_{New}} > E_{T_{cur}} \end{cases}$$
(12)

P为接受新的能量状态的概率,T为当前温度, $E_{T_{New}}$ 为当前温度下的新解能量值, $E_{T_{cur}}$ 为当前温度下旧解能量值。

(2) SAA 算法运算步骤

对于 SAA 算法的实现步骤,这里简单介绍一下 SAA 算法的运算过程:

a) 初始化:根据 Metropolis 准则,算法开始需要先给定一个足够高的初始状态温度,并且设置初始 解状态 *X*(0),以及每个 *T* 值的迭代次数 *L*,设置 *X* 更新函数、最优解 *best* 和最优解目标函数 *f*(*best*):

b) 对于 1…L 的迭代过程, 重复 c~f;

c) 计算出一个新的参数 X(i) = g(x(i-1));

d) 计算目标函数增量 $\Delta f = f(x(i)) - f(x(i-1));$

e) 在优化迭代过程中,依据 Metropolis 准则对当前生成的新解是否被接受进行判断;

若该解不被采纳,则继续保留上一步解 x(i-1)作为当前迭代结果;

f) 若 f(x(i)) < f(best), best = x(i);

g) 最后,若达到终止准则(即温度降至预设阈值或目标函数收敛至设定精度),则输出当前最优解并 终止优化流程;反之,执行降温操作后返回步骤 b 继续迭代。

3.2.2. 基于 SAA 算法的 PID 参数优化

本文的 SAA 算法优化 PID 控制结构上可以分为两个部分, SAA 算法优化部分、模型验证部分。

SAA 算法优化部分首先确定 SAA 算法各参数值,以便搜索 PID 参数的最优解。在 PID 控制中,控 制效果的主要衡量指标包括稳态误差、上升时间、超调量以及调节时间。这主要的四个指标通常是相互 耦合的,需要在根据不同的控制要求选择对应的指标函数。在选择目标函数时,常用的性能评估指标包 括 IE、ISE、ISET、IAE 和 ITAE 等[12]。本文选取 ISE 指标函数作为目标函数, ISE 指标函数具有后期 响应误差小、反映速度高、震荡次数少的优点[13]。并且由于 ISE 是对误差进行平方后积分,因此它对大 的瞬时误差更加敏感,这有助于避免在控制过程中出现大幅度的偏差。可使系统的控制性能更加的优良。 ISE 的数学表达式为:

$$ISE = \int_{0}^{\infty} t^* e(t)^2 dt$$
(13)



Figure 4. ISE indicator function module diagram 图 4. ISE 指标函数模块图

ISE 应用广泛,能够得到 PID 控制器参数的最优值,同时 ISE 对大的瞬时误差更加敏感,能够有效 避免控制过程中出现大幅度的偏差,并且一般可以使 PID 控制器参数达到最优值。ISE 指标函数的模型 图如图 4 所示。

利用 SAA 对 PID 参数的优化如下:

(1) 参数进行初始化

在 SAA 的参数整定方面,初始温度 *T* 的设定需在搜索效率与解的质量之间进行权衡。通过对比分析,最终将初始温度设置为 100℃,并将降温系数 α 取为 0.98。温度值的选择具有双重影响:较高的初始 温度虽能提高非优解的接受概率,但并非越高越好。实验数据表明,随着初始温度从 50℃提升至 200℃, 优化目标的收敛速率显著加快,但计算复杂度也随之上升。当 *T* 取值为 100℃时,算法在解质量与计算 效率间取得最优平衡。

在降温策略的选择中,不同的 a 值对算法性能具有显著影响。当降温系数 a 设为 0.95 时,算法容易 陷入局部最优;根据实验将 a 增大为 0.98,其全局搜索能力得到了显著提升。该参数配置通过降低温度 衰减速度,为算法提供了更充分的邻域探索机会,有助于逐步逼近全局最优解。

初始化参数代码如图 5 所示。

L = 10; K = 0.98; T=100; YZ = 1e-6; P = 0; Figure 5. Initialization code 图 5. 初始化代码 %马可夫链长度
%衰减参数
%初始温度
%容差
%Metropolis过程中总接受点

(2) 设定初始解以及解空间

利用线性二自由度四轮转向车辆模型为研究对象,通过实验得到经典 PID 控制的参数 *Kp、Ki、Kd* 参数分别为 15、1.5、0.15。并且通过实验确定搜索范围能够覆盖 PID 参数的最优解。设定的 *Kp、Ki、Kd* 的搜索变量如图 6 所示。

%% 模拟退火算法参数

PMAX=15; %搜索变量P范围,基准值为10,允许50%偏离
PMIN=5;
IMAX=1.5; %搜索变量I范围,基准值为1,允许50%偏离
IMIN=0.5;
DMAX=0.15; %搜索变量D范围,基准值为0.1,允许50%偏离
DMIN=0.05;
Figure 6. Setting search variables
图 6. 搜索变量设置

比例函数 *Kp* 的最大值应当低于 15 且小于 5,即搜索变量 *Kp* \in [5,15],积分函数 *Ki* 的变动范围应 当较小,不应当超过理想值,所以搜索变量 *Ki* \in [0.5, 1.5],而微分函数 *Kd* 数值较小,控制在 0.15 以 下,因此搜索变量 *Kd* \in [0.05, 0.15],对于积分、微分、比例函数的设定通过实验结果表明如下:同时 设定 *Kp*、*Ki*、*Kd* 的基准值分别为 10、1、0.1,均满足允许 50%偏差的条件。基准值的设定会影响算法运 行的效果。采用 SAA 算法对最优解的寻优过程中,即使初始解对最终结果影响较小,但是合适的初始解 可以节约算法运行的时间以及系统的计算量。

(3) 生成新解

新解生成后,首先需要计算评价函数的增量,来确定是否进入下一步,基于 Metropolis 准则判别解 的全局最优属性,依照预设概率接受新解后完成输出操作[14]。每迭代一次退火一次(降温),直到满足迭 代条件为止。同时设置最大迭代次数以避免算法运行时间过长;此外,当目标函数在连续多次迭代中无 明显改进时,也可触发提前终止条件,从而提高算法效率。

(4) 满足算法终止条件,结束算法

为了更加直观的评估模拟退火算法的性能,本文引入了适应度曲线帮助观察以及寻优,适应度进化 曲线可以反映算法迭代过程中解的质量变化趋势,通过观察适应度曲线,可以了解算法在搜索空间中的 探索和利用行为。早期阶段,适应度曲线可能显示较大的波动,表明算法正在进行广泛的探索;随着时 间推移,曲线逐渐平稳,表明算法开始集中在某些区域精细搜索。算法的适应度曲线如图7所示。





适应度曲线也可以作为停止算法执行的依据。通过观察上面的适应度曲线,我们发现适应度曲线早期处于大的波动阶段,后期随着迭代次数的变化,曲线逐渐平稳,在达到 40 次时,我们认为算法已经达到了算法终止的条件,可以结束算法,输出结果。通过实验发现 40 次迭代后目标函数值趋于稳定,得到了优化后的 PID 参数为: *Kp*=15, *Ki*=1.1245, *Kd*=0.1354。在 MATLAB/simulink 中运行优化后的 PID 控制器,进行实验,验证本文利用 SAA 算法优化 PID 参数后的控制策略的有效性。

4. 仿真实验与结果分析

4.1. 仿真环境搭建

本文采用的软件为MATLAB2024a版本。建立包含PID控制器、主动后轮转向模型的MATLAB/Simulink 仿真模型如图 8 所示。



Figure 8. Joint simulation model 图 8. 联合仿真模型

4.2. 仿真结果分析

为了测试优化后 PID 控制器在高速低附着路面上的控制效果,分别进行角阶跃和双移线工况实验, 设置车速为 120 km/h,路面附着系数 0.3。得到仿真分析的结果如图 9、图 10 以及表 1 所示。

(1) 角阶跃工况下,得到稳定性参数对比,如图 10 所示。





在角阶跃工况下,采用 PID 控制以及优化后 SA-PID 控制策略后的车辆对理想的横摆角速度的跟踪 效果较好,跟踪持续时间较长,从图 9(a)中看出在方向盘转动的瞬间对理想质心侧偏角的跟踪误差为 0.22°,最大误差达到 0.28°,同理想值的误差相比于未控制的减少了 1.83°。但整体来看,曲线能够较好地 跟随质心侧偏角的理想变化趋势。从图 10(b)可以观察到,相较于未加控制的情况,车辆横摆角速度的误

差最大减少了 6.2 rad/s,且实际曲线与理想值高度贴合,展现出良好的控制性能。但依然对理想质心侧偏 角的跟踪存在一定的偏差,尤其在方向盘转动的第 1 秒时间内偏差较大,但相对于没有控制的车辆其误 差也减少了将近 3°。在角阶跃工况下,采用 SA-PID 控制策略得到的曲线对理想横摆角速度的跟踪效果 略优于对质心侧偏角的跟踪效果。同时在方向盘转动之后的一段时间 SA-PID 优化后的控制器输出的质 心侧偏角和横摆角速度能够更快的收敛。整体来说,在进行转向的过程中,采用本文优化策略的汽车在 角阶跃工况下能够拥有更好的稳定性。



(2) 双移线工况得到稳定性参数对比,如下图。

Figure 10. Comparison of double shifted line working conditions 图 10. 双移线工况对比

如图 10 所示,在双移线工况下,相比于未经优化的 PID 控制器,经过模拟退火算法优化的 PID 控制器输出的质心侧偏角和横摆角速度对理想值有更好的贴合效果。如图 10(b)所示对横摆角速度的跟踪效果 相差不大,但能体现采用 SAA 算法优化的跟踪程度更好。但是,在对理想质心侧偏角的跟踪上,如图 10(b)所示,模拟退火优化算法优化的控制策略的误差最大仅仅 0.7°,相较于没有控制的情况最大误差减少了将近 0.35°,在 3.7 秒到 4.1 秒的 0.4 秒短暂时间内采用优化算法的质心侧偏角和理想质心侧偏角实现了重合,总的来说,经过 SAA 算法优化的 PID 控制策略更能体现出较好的对理想值的跟踪效果。响应时间也大大优于未控制值。

实验工况	控制策略	横摆角速度最大误差/(rad·s ⁻¹)	质心侧偏角最大误差/(°)
角阶跃输入	未控制	6.44	2.11
	PID 控制	0.32	0.29
	SA-PID	0.12	0.22
双移线输入	未控制	1.01	0.44
	PID 控制	0.16	0.08
	SA-PID	0.04	0.05

 Table 1. Maximum error values of each parameter for different control strategies

 表 1. 不同控制策略的各个参数的最大误差值

总的来说,上述实验数据证实采用模拟退火算法优化 PID 参数后的控制策略有效延长了车辆稳定时间,减小了对理想值的跟踪误差,响应时间更快。显著提升了驾驶稳定性,体现出优化算法的可行性,表现出良好的控制效果。

5. 结论

本文针对高速行驶状态下的车辆稳定性控制问题,提出了一种基于模拟退火算法(SAA)优化的 PID 控制策略,以提高车辆运行过程中的动态稳定性。首先,构建了包含线性二自由度车辆动力学模型和魔术 轮胎模型的系统模型,选取质心侧偏角和横摆角速度作为关键控制目标,设计了相应的主动后轮转向 PID 控制器。随后,采用 SAA 对 PID 参数进行全局寻优,以提升控制器性能。在 MATLAB/Simulink 环境中 搭建了完整的仿真平台,对所提出的 SA-PID 控制器在典型工况下的控制性能进行验证。仿真结果显示,该控制策略在多种驾驶工况下均表现出良好的控制效果,能够有效降低横摆角速度与质心侧偏角对理想 值的偏差,从而显著增强了车辆的稳定性与操控性。

基金项目

天津市科技项目(23KPHDRC00170)。

参考文献

- [1] 袁春元,蔡锦康,王新彦.基于粒子群算法的车辆悬架 PID 控制器研究[J].中国农机化学报, 2019, 40(5): 91-97.
- [2] 杨巧曼, 刘妮. 基于改进粒子群算法的四轮驱动汽车模糊 PID 控制优化研究[J]. 中国工程机械学报, 2024, 22(6): 744-749.
- [3] 谭学武,邓木生,彭思程,等.基于模拟退火算法的模型预测控制策略[J].电工电气,2023(9):14-19.
- [4] 张超敏. 基于线控四轮转向操纵稳定性控制策略研究及实验设计[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 南昌大学, 2017.
- [5] 付友. 线控四轮转向系统控制技术研究[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津职业技术师范大学, 2023.
- [6] 刘皓皓. 基于参数估计与路径跟踪的智能汽车横向稳定性协调控制研究[D]: [硕士学位论文]. 镇江: 江苏大学, 2023.
- [7] 田彦涛, 许富强, 庾文彦, 等. 低附着路况条件下车辆横向稳定性控制[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2024, 42(1): 25-37.
- [8] 郑香美, 高兴旺, 赵志忠. 基于"魔术公式"的轮胎动力学仿真分析[J]. 机械与电子, 2012(9): 16-20.
- Hasan, M.W., Mohammed, A.S. and Noaman, S.F. (2024) An Adaptive Neuro-Fuzzy with Nonlinear PID Controller Design for Electric Vehicles. *IFAC Journal of Systems and Control*, 27, Article ID: 100238. https://doi.org/10.1016/j.ifacsc.2023.100238
- [10] 张安玲. 融合 Tent 映射和模拟退火的改进鸽群优化算法[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2025, 46(1): 53-63+75.
- [11] 徐强, 徐坚磊, 胡燕海, 等. 基于改进模拟退火遗传算法的机械臂轨迹优化[J]. 系统仿真学报, 2025, 37(2): 404-412.
- [12] 陈思岐, 李自成, 何汶璟, 等. 典型二阶系统的单纯形法 PID 参数优化设计[J]. 现代工业经济和信息化, 2024, 14(2): 170-172
- [13] 汤伟, 胡祥满. 基于模拟退火算法的 PID 参数优化研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2018(4): 92-96+101.
- [14] 邵文超. 基于模拟退火算法的船舶航向 PID 控制器参数优化研究[J]. 科学技术创新, 2019(22): 19-21.