Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2024, 14(3), 109-128
Published Online June 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2024.143250

考虑需求分布未知的期权–现货双渠道航运舱鲁棒订舱定价策略研究

余　贝，魏海蕊*

上海理工大学管理学院，上海

收稿日期：2024年3月15日；录用日期：2024年6月5日；发布日期：2024年6月13日

摘　要

针对如新冠疫情等突发事件导致的航运市场运力紧张和运价飙升的外部风险，长期合同与期权合同均是规避市场风险的重要金融工具。从货代利润最大化的视角出发，在仅知需求部分信息的情形下，研究了合同市场和现货市场组合的订舱与定价决策问题。建立了现货市场分别与长期合同、期权合同结合的双渠道鲁棒优化模型，并得出了最优订舱与定价决策。结果表明，需求信息的缺失造成的损失很小，这表明基于文中方法得到的策略具有良好的鲁棒性。此外，现货市场的存在能够有效提高货代期望利润。在面对需求和现货市场价格的波动风险时，期权合同和现货市场的结合展现出更高的灵活性，能更能有效地保障货代的利润稳定性和难抵抗需求信息缺失造成的利润损失。

关键词

航运服务供应链，长期合同，期权合同，订舱定价决策，鲁棒优化

Study on Robust Booking and Pricing Strategies for Option-Spot Dual-Channel Shipping with Unknown Demand Distribution

Bei Yu, Hairui Wei*

Business School, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai

Received: Mar. 15th, 2024; accepted: Jun. 5th, 2024; published: Jun. 13th, 2024

*通讯作者。

文章引用: 余贝, 魏海蕊. 考虑需求分布未知的期权-现货双渠道航运舱鲁棒订舱定价策略研究[J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(3): 109-128. DOI: 10.12677/orf.2024.143250

Abstract

Long-term contracts and option contracts are both important financial work to avoid market risks due to the external risks of tight shipping market capacity and soaring freight rates caused by emergencies such as the New Crown epidemic. From the perspective of maximizing freight forwarder profits, this paper studies the booking and pricing decision-making problem of the combination of contract market and spot market, with only the demand information known. We have established a dual-channel robust optimization model that combines the spot market with long-term contracts and option contracts, and obtained the optimal booking and pricing decisions. The results indicate that the loss caused by the lack of demand information is minimal, indicating that the strategy based on the method proposed in the article has good robustness. In addition, the existence of spot markets can effectively increase the expected profits of freight forwarders. When facing the risk of fluctuations in demand and spot market prices, the combination of option contracts and spot markets demonstrates higher flexibility, which can more effectively ensure the stability of freight forwarder profits and resist profit losses caused by lack of demand information.

Keywords

Shipping Services Supply Chain, Long-Term Contracts, Option Contracts, Booking Pricing Decisions, Robust Optimization

1. 引言

航运作为全球贸易的重要载体，扮演着至关重要的角色[1]。目前，海上运输货物的比重约占据了全球贸易总量的 80%，对国际贸易市场的影响深远[2]。近年来，全球航运市场多次受到如新冠疫情和俄乌战争等突发事件的冲击，导致航运需求和运价的大幅波动[3]。面对航运市场的不确定性，航运企业为了降低运营风险和提高船舶的载荷利用率，通常会在海运舱销售过程中寻找长期而稳定的货源。同时，货运代理或者大型货主也在寻求低运费且可靠的运输服务。这种双向的需求动力促使双方都倾向于签订合同以形成稳定的合作关系[4]。长期合同和期权合同是航运市场中两种较为常见的合同形式[5]。长期合同，也称为固定承诺合同，航运企业会在固定的航线上，按照预定的发船频率和挂靠港口顺序，以公布的船期为货主提供运输服务。在这种合作关系中，价格由双方协商确定，形成一种较为固定的合同价[6]。然而，长期合同在应对市场剧烈波动时缺乏灵活性。相较之下，期权合同提供了更多灵活性，赋予持有者在未来某一时间按预定价格购买或出售舱位的权利，但并不强制执行，降低市场不确定性的影响[7]。

在合同市场的基础上，有学者进一步考虑现货市场对合同市场的影响，研究了现货市场与合同市场并存的双市场决策问题。现货市场价格波动会直接影响长期合同和期权合同的价值，从而影响企业在选择合同时的决策偏好。曾庆成等[8]研究了差价补偿策略下货主订舱决策和航运企业合同定价决策。结果显示市场需求波动越大，航运企业需降低运价来提高货主在现货市场的订舱量。Yang 等[4]研究了航运企业和货主在信息不对称情况下的合同设计问题，并提出了一个策略来应对货主在低需求季节偏向现货市场的动机。许垒等[5]考虑现货市场存在，对比了期权合同与长期合同两类合同，结果发现期权合同在哪种模式下都是最佳选择。卜祥智等[9]利用现货市场的期望价格来刻画货主的参照价格，并探讨了长期合

同的分配和定价问题。上述文献的研究均考虑了现货市场，但还需注意的是现货市场的供应并非始终充足。赵海峰和毛婉晴[10]以及王丽梅[11]等人均指出的，突发事件会导致需求急剧变化，从而使现货市场产生缺货情况。这一情况在 2019 年新冠疫情导致的航运市场出现“一舱难求”的现象中得到了进一步的印证。因此，在航运服务供应链中探讨合同市场与现货市场共同存在，且现货市场存在缺货的双渠道决策问题具有更深远的现实意义。

在实践层面，航运舱作为一种无形的服务产品，具有显著的易逝品特征。随着时间的推移，舱位的使用价值将逐渐衰减[12]。在货运代理企业运营过程中，制定合理的订舱量和定价策略是至关重要，有助于实现利益最大化的同时还能降低社会资源浪费以及舱位贬值的风险。因此，针对货运代理订舱与定价决策也备受关注。王琳等[13]在舱位容量的限制下，构建了货主订舱模型。Widjanarka 等[14]探讨了联盟合作情景下的策略以提高货代盈利能力，降低超预订和运力短缺的风险。Yin 和 Kim [15]考虑了价格折扣对货代的影响，构建了舱位折扣定价模型。许垒等[16]构建利润模型并分析了空箱调运责任与运力定价策略，在考虑货运代理决策时求解出了运力的最优零售价和最优订舱量。然而，上述文献要么仅关注货代的订舱策略，将舱位零售价视为外生变量。要么考虑了定价订舱决策，却将定价与订舱视为独立决策。在现实运作中，舱位定价和订舱决策是相互影响的。在航运淡季，货代为揽到更多的货物将选择降低舱位零售价。在航运旺季，面对供不应求的情况，货代只要能订购到舱位，就要较大的主动权去抬高价格。因此，将定价因素纳入并与订舱决策集成起来考虑更具有现实意义。

此外，需求的不确定性一直是企业所关注的问题。它会导致货代出现舱位超预订、短缺和浪费等问题，同时也是影响合同选择的重要因素[17]。在这种不确定性下，货代需要选择合适的合同类型，并做出有效的订舱与定价决策。然而，多数文献将市场需求描述为随机的，知道其具体分布信息。实际上，突发风险具有突发性与信息高度缺失等特征。马庆国等[18]也曾指出，突发事件一旦发生，决策主体等几乎没有可以借鉴的决策规则和经验。这使得企业获取完备需求信息变得非常困难甚至不可能。因此，在航运服务供应链中考虑需求信息缺失特征的情况，探讨如何制定具有鲁棒性的决策具有重要意义和挑战性。鲁棒优化方法备受关注。例如“Wosrt-case”决策方法，也叫分布鲁棒优化方法或 max-min 鲁棒优化，其核心思想是最优化最坏情形下的供应链绩效。Scarf [19]是最早研究在仅知部分需求信息的情况下，获得模型最优 Worst-case 型鲁棒解。由于其计算的复杂性，Gallego [20]运用 Cauchy-Schwarz 不等式给出了更为简明的证明。随后分布鲁棒优化方法被拓展到其他领域[21] [22] [23]。尽管供应链鲁棒优化研究在处理需求信息不完备方面取得了一些重要进展，但在航运服务供应链领域，考虑需求信息缺失的鲁棒优化研究仍然非常有限。

基于此，本文提出了如下的研究问题：本文旨从货运代理利润最大化视角出发，在需求信息缺失和现货价格波动等风险下探讨选择何种合同作为订舱方式更为合适，并将现货市场视为舱位的补充渠道。目标是制定合理的订舱与定价联合决策。

2. 基本模型描述与问题假设

2.1. 基本模型描述

本研究考虑了一个包含航运企业、货运代理和货主组成的三级航运服务供应链。在此供应链中，航运企业作为拥有船舶的运营商负责货物的海上运输服务，通常在合同市场的发运期前决定合同价格，提前将大部分舱位售卖给与之有合作关系的货运代理。若在货物装运的几周前仍有剩余舱位，航运企业则将其放到现货市场进行售卖。其中，在合同市场中，航运企业向货运代理商提供长期合同或期权合同。长期合同价为 w，期权合同价由两个参数刻画 $\left(c_0, c_e\right)$。鉴于在突发事件导致需求波动性高的情形下，现货市场中舱位会出现缺货情况。同时，在终端市场上，货代还面临市场需求信息的缺失，并且该市场需

求具有价格敏感性特征，价格的变动会引起需求量的反向变化。

当货代通过合同订舱时，不论是长期合同还是期权合同，其核心流程相似。在舱位销售期之前 t_0，航运企业首先公布合同价 $w/(c_0,c_e)$，为舱位预订提供基础。然后货代根据合同价和对下游市场需求的预测，决定适宜的订舱量 q_n/q_o，并支付合同费用 wq_n/c_0q_o。当舱位销售季节到来 t_1，对于期权合同，货代还需根据市场情况并来确定是否执行期权，期权执行量不得超过订购量。对于未能满足的需求，则从现货市场以价格 s 购买舱位。货代从合同市场和现货市场分别以不同价格获取舱位，然后制定合适的舱位零售价 p_n/p_o，将其出售给货主以赚取差价。具体事件流程分别如图 1 和图 2 所示：

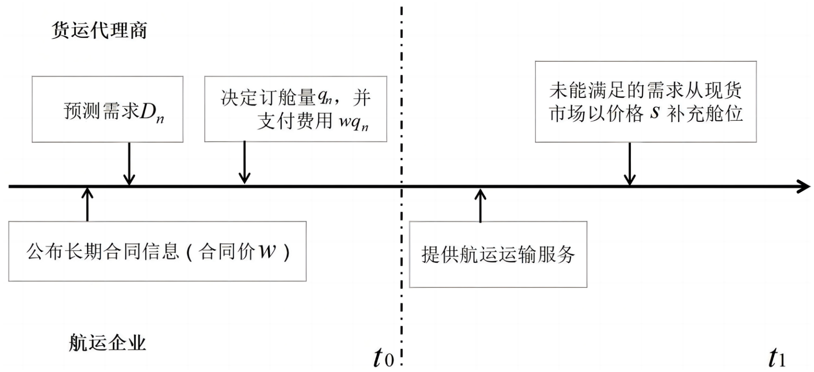


Figure 1. Event flowchart for freight agents opting for long-term contracts
图 1. 货运代理选择长期合同下的事件流程图

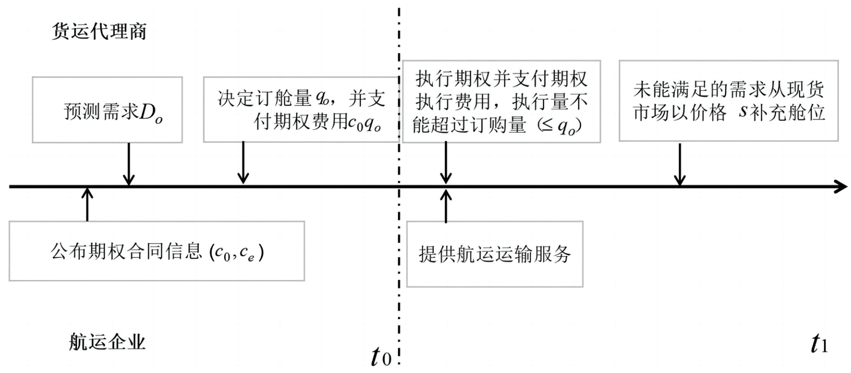


Figure 2. Event flowchart for freight agents opting for option contracts
图 2. 货运代理选择期权合同下的事件流程图

相关的符号定义如表 1 所示：

Table 1. Definitions of symbols
表 1. 符号定义

符号	定义
	决策变量
p_n p_o	分别代表货代采用长期合同和期权合同时的舱位零售价格
z_n z_o	分别代表货代采取长期合同和期权合同时的订舱波动量，意味着合同订舱量与预测需求之间的差异。$z_n=q_n-y(p_n)$ $z_o=q_o-y(p_o)$
q_n q_o	分别代表货代采用长期合同和期权合同时的订舱量

续表

模型其他参数定义	
D_n D_o	舱位实际市场需求，$D = y(p) + \varepsilon$
Π_n^F Π_o^F	分别代表货代采用长期合同和期权合同订舱时的利润函数
$y(p)$	货代预测的市场需求函数
a	市场规模，$a > 0$
b	货主对舱位零售价的敏感性，价格敏感因子，$b > 0$
ε	市场实际需求与预测需求间的需求波动量，其分布未知，仅知均值u_ε与方差σ_ε^2
s	现货市场价格(即运价)
g	缺货成本
c_0	舱位的期权价格
c_e	舱位的期权执行价格
β	现货市场交易比例系数

2.2. 问题假设

依据问题描述和运输实际情况，模型的必要假设条件如下：

1) 考虑存在仅有一个货运代理向一个航运企业订舱的中短期决策问题。

2) 考虑到货物运输的经济性，本文所采取的期权类型与欧式看涨期权相类似，只能在期权到期日行权期权[6]。

3) 舱位属于无形、不可存储的服务类产品，不存在隔期购买，需求递延的情况，因而在航班出发时未能出售的舱位残值为零。

4) 根据文献[9]，采用模型$D = y(p) + \varepsilon = a - bp + \varepsilon$来刻画市场需求。

5) 现货市场价格是外生变量，完全由市场经济环境状况所决定，不受航运企业和货运代理的影响。航运企业与货运代理均是现货市场价格的接受者。

6) 不失一般性，货运代理是理性人。为了保证理想的收益从而做出有利于自身的决策，需满足舱位零售价大于订舱，$p_o > c_o + c_e$，$p_n > w$。

7) 在突发事件下，航运市场具有较强的价格波动性，使得现货市场价格通常高于合同价格，这反映了航运企业对货代的市场低价承诺，也是为了吸引货代的手段。路遥和汪传旭[23]曾运用期权来对冲运费激增对经营带来的风险时，假设现货市场价格大于期权价格与期权执行价格之和。因此基于市场需求，竞争环境以及供需关系等多种因素的综合考虑，本文假定现货市场价格始终高于合同价$s > c_o + c_e$，$s > w$。这也是体现货代以合同市场为主要的采购渠道。

3. 模型构建与分析

3.1. 长期合同下货运代理决策模型

本节考虑货代采用长期合同向航运企业订舱。长期合同要求货代在合同执行阶段，必须按照预先约定的固定数量进行履行。那么，货代的决策变量为长期合同订舱量和舱位零售价，其利润函数为：

$$\Pi_n^F(p_n, q_n) = p_n \min\left(D_n, q_n + \beta(D_n - q_n)^+ - wq_n - (1-\beta)g(D_n - q_n)^+ - s\beta(D_n - q_n)^+\right) \tag{1}$$

等式右边第一项为舱位销售收入，第二项为长期合同订舱成本，第三项为缺货成本，第四项为现货

购买成本。其中 $\min\left(q_n+\beta\left(D_n-q_n\right)^+,D_n\right)=q_n+\beta\left(D_n-q_n\right)-\left(q_n+\beta\left(D_n-q_n\right)-D_n\right)^+$。

在完备需求分布信息的情况下，可以采用随机优化方法解决上述问题。由于假设需求的分布未知，仅知其均值 $E\left(D_n\right)=y\left(p_n\right)+u$ 与 $Var\left(D_n\right)=\sigma^2$ 方差，那么运用传统的随机优化方法不能进行求解，于是本文采用 Scarf [18]提出的 min-max 思想，借鉴 Gallego [19]求最坏分布的思路来求解该问题，即先构建货代企业最坏需求分布情况下的利润函数，然后最大化该利润进一步获得其鲁棒解。这样，问题(1)就转变为寻找最差需求分布下的最优决策，鲁棒优化模型的目标函数也相应的转化为：

$$\begin{aligned}&\max_{p_n,q_n}\ \min_{D_n\sim\left(y(p_n)+u,\ \sigma^2\right)}\ \Pi_n^F\left(p_n,\ q_n\right)\\&s.t.\quad p_n,q_n>0\end{aligned}\tag{2}$$

引理 1：令 Ψ 为 ε 所有可能的最坏分布集合，寻找最坏的需求分布具体方法为运用 Cauchy-Schwarz 不等式有下列式子成立：

$$\mathrm{E}\left(D-q\right)^+\le\frac{\sqrt{Var\left(D\right)+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}-\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)}{2}$$

证明：

$$\left(D\text{-}q\right)^+=\frac{D\text{-}q+\left|D\text{-}q\right|}{2}$$

由于 D 是服从均值为 $E\left(D\right)=y\left(p\right)+u$，方差为 $Var\left(D\right)=\sigma^2$ 的随机变量，根据 Cauchy-Schwarz 可得到下式：

$$E\left|D-q\right|\le\left[\mathrm{E}\left(D-q\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}=\left[\sigma^2+\left(\mathrm{E}\left(D\right)-q\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

引理 2：对于任意 q, $G^*\in\Psi$ 使得 $\mathrm{E}\left(D-q\right)^+$ 的上界为紧约束。

证明：构造了一个两点分布 G^*，令两点的权重分别为 ς 与 $1-\varsigma$，则两点及权重表达式分别为：

$\mathrm{E}\left(D\right)-\sigma\left|\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right|^{\frac{1}{2}}=q-\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}$，权重为 $\varsigma=\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)}{2\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}}$。另一个点为 $\mathrm{E}\left(D\right)+\sigma\left|\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right|^{\frac{1}{2}}=q-\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}$，权重为 $1-\varsigma=\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}-\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)}{2\sqrt{\sigma^2+\left(q-\mathrm{E}\left(D\right)\right)^2}}$。将两点及权重代入可以证明对于任意 $q,G^*\in\Psi$ 使得引理 1 的上界为紧约束，不等式取等。证毕。

通过引理 1 和引理 2 证明了引理 1 的上界为紧约束，进一步目标函数(2)最大化可以转化为：

$$\begin{aligned}\max\ \min_{\mathrm{G}\in\Psi}\ \Pi_n^F\left(p_n,\ q_n\right)=&\left[p_n-w+g-\beta\left(p_n-s+g\right)\right]q_n\\&+\left[-g+\beta\left(p_n-s+g\right)\right]\left(y\left(p_n\right)+u\right)\\&-\left[p_n+g-\beta\left(p_n-s+g\right)\right]\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(q_n-D_n\right)}+q_n-D_n}{2}\end{aligned}\tag{3}$$

定义 $z_n=q_n-y\left(p_n\right)$ 为长期合同订舱波动量。进一步相应地定义 $\Lambda\left(z_n\right)=\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}+z_n-u}{2}$，$\Theta\left(z_n\right)=\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}-\left(z_n-u\right)}{2}$，这样对于 p_n,q_n 的求解转化为对 p_n,z_n 的求解，货运代理的 worst-case

型的鲁棒利润最大目标函数(3)相应地可以改写为：

$$\begin{aligned}\max \min_{G\in\Psi} \Pi_n^F\left(p_n,z_n\right)=&\left[p_n-w+g-\beta\left(p_n-s+g\right)\right]\left(z^n+y\left(p_n\right)\right)\\&+\left[-g+\beta\left(p_n-s+g\right)\right]\left(y\left(p_n\right)+u\right)\\&-\left[p_n+g-\beta\left(p_n-s+g\right)\right]\Lambda\left(z_n\right)\end{aligned} \tag{4}$$

为了方面描述，本文假设 $\mathrm{K}_n\left(p_n, z_n\right)=\max\min_{G\in\Psi} \Pi_n^F\left(p_n,z_n\right)$。

定理 1： 对于给定的长期合同订舱波动量 z_n，考虑存在航运现货市场交易占全部交易比例为 β 时，存在最优航运舱零售价格 p_n^* 使得货运代理航运舱长期合同最优订舱量为 $q_n^*=y\left(p_n^*\right)+z_n$，并且最优定价可以表示为 z_n 的函数。即：

$$p_n^*=p_n^0-\frac{(1-\beta)\Theta\left(z_n\right)}{2b} \tag{5}$$

其中 $p_n^0=\dfrac{a+bw+u}{2b}$。

证明：

给定长期合同订舱波动量 z_n。对货运代理期望利润函数中的 p_n 求一阶偏导、二阶偏导，可得：

$$\frac{\partial \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial p_n}=a-2bp_n+u+bw-(1-\beta)\Theta\left(z_n\right) \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{K}_n\left(p_n, z_n\right)}{\partial p_n^2}=-2b<0 \tag{7}$$

可知 $\dfrac{\partial^2 \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial {p_n}^2}<0$，即存在 p_n^* 满足 $\dfrac{\partial \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial p_n}=0$，整理后得到 p_n^* 的封闭解。证毕。

从定理 1 可知，最优定价的结构可以看成由基本价格和溢价两部分组成。其中 p_n^0 为现货充足情形下的最优定价，可以理解为无缺货风险时航运舱的最优零售价，则 p_n^* 可以理解为存在缺货风险时航运舱零售价。由于 $\Theta\left(z_n\right)$ 为负数，很明显 $p_n^0>p_n^*$。这表明货代为了实现自身利益最大化，考虑存在缺货惩罚、缺货损失与需求不确定等风险因素对自身收益的影响，选择牺牲部分收益。

下一步根据定理 1 得出对最优定价表达式，将其代入模型(4)，就将货代的鲁棒优化模型目标函数的优化问题转化成了对长期合同订舱波动量 z_n 的优化问题的求解。进一步可以得到有关长期合同订舱波动量 z_n 最优解的定理 2。

定理 2： 在上述问题中，p_n^* 由定理 1 给出，在满足条件 $\dfrac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\left[M-(1-\beta)^2\dfrac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\right]-2bw\sqrt{\sigma^2+u^2}>0$ 下，存在最优订舱波动量 z_n^* 使得货运代理鲁棒优化模型的目标函数取得唯一的极大值。同时使得最优鲁棒联合订舱定价策略为 $q_n^*=y\left(p_n^*\right)+z_n^*$。其中 z_n^* 可以通过下列式子计算得到：

$$-\frac{\Theta'\left(z_n^*\right)}{2b}\left[M-(1-\beta)^2\Theta\left(z_n^*\right)\right]-w=0 \tag{8}$$

其中 $M=a+u+b\left(w+2g\right)-\beta\left(a+u+b\left(w+2\left(g-s\right)\right)\right)$。

证明： 首先给定 p_n^* 的情况下，对货代期望利润函数中的 z_n 求一阶偏导、二阶偏导，可得：

$$\frac{\partial \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial z_n}=-\left[\beta\left(s-w\right)+\left(1-\beta\right)\left(p-w+g\right)\right]\Theta'\left(z_n\right)-w\Lambda'\left(z_n\right) \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial z_n^2}=-\left[\beta\left(s-w\right)+\left(1-\beta\right)\left(p-w+g\right)+c_0\right]\Theta''\left(z_n\right)<0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial z_n\partial p_n}=\frac{\partial^2 \mathrm{K}_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial p_n\partial z_n}=-\left(1-\beta\right)\Theta'\left(z_n\right) \tag{11}$$

其中 $\Theta'\left(z_n\right)=-\dfrac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}-\left(z_n-u\right)}{2\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}$， $\Theta''\left(z_n\right)=\dfrac{\sigma^2}{2\left(\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$。

然而 $|H|=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial^2 K_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial z_n^2} & \dfrac{\partial^2 K_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial z_n\partial p} \\ \dfrac{\partial^2 K_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial p_n\partial z_n} & \dfrac{\partial^2 K_n\left(p_n,z_n\right)}{\partial p_n^2}\end{vmatrix}$ 无法判断正负定。因此，通过二元鲁棒次序求解，将 $p\left(z_n\right)$ 代入 $\mathrm{K}_n\left(p_n,\ z_n\right)$ 中，进一步转化为舱位期权订舱波动量的优化问题 $\mathrm{K}\left(p\left(z_n\right),\ z_n\right)=\max\min\limits_{\mathrm{G}\in\Psi}\ \Pi\left(p\left(z_n\right),z_n\right)$。

进一步我们对 $\mathrm{K}\left(p\left(z_n\right),z_n\right)$ 中的 z_n 一阶导数和二阶导数，可得：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathrm{K}_n\left(p\left(z_n\right),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}&=-\frac{\left(1-\beta\right)\Theta'\left(z_n\right)}{2b}\left(a-bp_n+u\right)+\left(p_n-w\right)+\left(p_n-w\right)\frac{\left(1-\beta\right)\Theta'\left(z_n\right)}{2b}b\\&\quad+\frac{\left(1-\beta\right)^2\Theta'\left(z_n\right)}{2b}\Theta\left(z_n\right)-\left[\beta\left(s-w\right)+\left(1-\beta\right)\left(p_n-w+g\right)\right]\Theta'\left(z_n\right)-w\Lambda'\left(z_n\right)\\&=-\frac{\Theta'\left(z_n\right)}{2b}\left[a+u+b\left(w+2g\right)-\beta\left(a+u+b\left(w+2\left(g-s\right)\right)\right)-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)\right]-w\end{aligned} \tag{12}$$

为了计算方便，假设 $M=a+u+b\left(w+2g\right)-\beta\left(a+u+b\left(w+2\left(g-s\right)\right)\right)$

$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{K}_n\left(p\left(z_n\right),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}=-\frac{\Theta'\left(z_n\right)}{2b}\left[M-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)\right]-w \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{K}_n\left(p\left(z_n\right),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n^2}&=\frac{-\dfrac{\Theta\left(z_n\right)}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}2b\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}-\Theta\left(z_n\right)\dfrac{2\left(z_n-u\right)b}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}}{4b\left(\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2\right)}\left[M-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)\right]\\&\quad+\frac{\Theta\left(z_n\right)}{2b\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}\frac{-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}\\&=-\frac{\Theta\left(z_n\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2\right)}\left[\left(1+\frac{z_n-u}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2}}\right)\left(M-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)\right)-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_n\right)\right]\end{aligned} \tag{14}$$

很明显 $-\dfrac{\Theta\left(z_n\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_n-u\right)^2\right)}<0$，但无法判断

$\left[\left(1+\frac{z_n-u}{\sqrt{\sigma^2+(z_n-u)^2}}\right)\left(M-(1-\beta)^2\Theta(z_n)\right)-(1-\beta)^2\Theta(z_n)\right]$的正负。因此，为了判断$\mathrm{K}\left(p(z_n),z_n\right)$关于$z_n$的凹凸性，进一步对$\mathrm{K}\left(p(z_n),z_n\right)$中的$z_n$求解三阶导数，考虑更加细微的结构。可得：

$$\frac{\mathrm{d}^3\mathrm{K}_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}^3z_n^3}=\frac{\frac{\mathrm{d}^2K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n^2}}{-\frac{2b\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}{\Theta(z_n)}}\left(-\frac{\Theta(z_n)}{2b\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}\right)'$$
$$-\frac{\Theta(z_n)}{2+\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}\left(\frac{M\sigma^2+(1-\beta)^2z_n^2\Theta(z_n)}{\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}+\frac{(1-\beta)^2\sigma^2}{2\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}\right)\tag{15}$$

观察$\frac{d^3\mathrm{K}_n\left(p(z_n),z_n\right)}{dz_n^{\ 3}}$可知，

$$-\frac{\Theta(z_n)}{2b\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}\left(\frac{M\sigma^2+(1-\beta)^2(z_n-u)^2\Theta(z_n)}{\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}+\frac{(1-\beta)^2\sigma^2}{2\left(\sigma^2+(z_n-u)^2\right)}\right)<0。$$

当$\frac{\mathrm{d}^2K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n^2}=0$时，$\frac{\mathrm{d}^3\mathrm{K}_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_2^3}<0$，这表明$\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}$要么为单调函数，要么为单峰函数。进一步分析可知$\lim\limits_{z_n\to+\infty}\frac{\mathrm{d}K\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}=-w<0$，$\lim\limits_{z\to-\infty}\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}=-\infty<0$。若$\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n,z_n)\right)}{\mathrm{d}z_n}$为单调函数，意味着$K_n\left(p(z_n),z_n\right)$单调递减函数，不符合情况舍去。若$\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}$为单峰函数，那么假设$\lim\limits_{z_n\to 0}\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}>0$，即

$\frac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\left[M-(1-\beta)^2\frac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\right]-2bw\sqrt{\sigma^2+u^2}>0$，这使得$\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}$在保持单峰形态并有两个根，一个极大值，一个为极小值。由此可得，满足$\frac{\mathrm{d}K_n\left(p(z_n),z_n\right)}{\mathrm{d}z_n}=0$的$z_n^*$存在且为唯一极大值。证毕。

从定理 2 可以看出，货代采用长期合同订舱方式下，最优定价订舱量决策唯一。由定理 1 关于最优零售价的表达式和定理 2 关于最优订舱波动量的证明可以发现，最优零售价和最优订舱量不仅受到长期合同参数和市场不确定性的影响，还受到现货市场价格与供应量的影响。货代要考虑订购长期合同过多产生的超额成本与购买现货以及现货不足产生的短缺成本之间的权衡。

3.2. 期权合同下货运代理决策模型

为了规避航运市场风险，航运期权作为一种新兴的补充策略受到供应链上下游的高度关注。它赋予货代在未来某一时间按预定价格购买或出售舱位的权利，但并不强制执行。那么，货代的决策变量为期权合同订舱量和舱位零售价，其利润函数为：

$$\Pi_o^F\left(p_o,q_o\right)=p_o\min\left(q_o+\beta\left(D_o-q_o\right),D_o\right)-c_0q_o-c_e\min\left(q_o,D_o\right)-\left(1-\beta\right)g\left(D_o-q_o\right)^+-s\beta\left(D_o-q\right)^+ \quad (16)$$

式中第一项为舱位销售收入，第二项和第三项分别为期权订购和执行成本，第四项为缺货成本，第五项为现货购买成本。

在仅知需求均值 $E\left(D_o\right)=y\left(p_o\right)+u$ 与方差 $Var\left(D_o\right)=\sigma^2$ 信息条件下，最坏情况下的货代期望利润最大化问题(16)可描述为：

$$\begin{aligned}&\max_{p_o,q_o}\ \min_{D_o\sim\left(y\left(p_o\right)+u,\ \sigma^2\right)}\Pi_o^F\left(p_o,\ q_o\right)\\&s.t.\ \ p_o,q_o>0\end{aligned}\quad (17)$$

通过引理 1 和引理 2，进一步目标函数(17)最大化可以转化为：

$$\begin{aligned}\max\ \min_{G\in\Psi}\Pi_o^F\left(p_o,\ q_o\right)=&\left[p_o-c_0-c_e+g-\beta\left(p_o-s+g\right)\right]q_o\\&+\left[-g+\beta\left(p_o-s+g\right)\right]\left(y\left(p_o\right)+u\right)\\&-\left[p_o-c_e+g-\beta\left(p_o-s+g\right)\right]\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(q_o-D_o\right)}+q_o-D_o}{2}\end{aligned}\quad (18)$$

定义 $z_o=q_o-y\left(p_o\right)$ 为期权订舱波动量。进一步相应地定义 $\Lambda\left(z_o\right)=\dfrac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}+z_o-u}{2}$，$\Theta\left(z_o\right)=\dfrac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}-\left(z_o-u\right)}{2}$，式子对于 p_o,q_o 的求解转化为对 p_o,z_o 的求解，货运代理的 worst-case 型的鲁棒利润最大目标函数(18)相应地可以改写为：

$$\begin{aligned}\max\ \min_{G\in\Psi}\Pi\left(p_o,z_o\right)=&\left[p_o-c_0-c_e+g-\beta\left(p_o-s+g\right)\right]\left(z_o+y\left(p_o\right)\right)\\&+\left[-g+\beta\left(p_o-s+g\right)\right]\left(y\left(p_o\right)+u\right)\\&-\left[p_o-c_e+g-\beta\left(p_o-s+g\right)\right]\Lambda\left(z_o\right)\end{aligned}\quad (19)$$

为了方面描述，本文假设 $K_o\left(p_o,z_o\right)=\max\ \min_{G\in\Psi}\Pi_o^F\left(p_o,z_o\right)$。

定理 3：对于给定航运期权订舱波动量 z_o，考虑存在航运现货市场交易占全部交易比例为 β 时，存在最优航运舱零售价格 p_o^* 使得货运代理航运舱期权合同最优订舱量为 $q_o^*=y\left(p_o^*\right)+z_o$，并且最优定价可以表示为 z_o 的函数。即：

$$p_o^*=p_o^0-\frac{\left(1-\beta\right)}{2b}\Theta\left(z_o\right)\quad (20)$$

其中 $p_o^0=\dfrac{a+u+b\left(c_e+c_0\right)}{2b}$。

证明：

给定航运期权订舱波动量 z_o。对货运代理期望利润函数中的 p_o 求一阶偏导、二阶偏导，可得：

$$\frac{\partial K_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial p_o}=a-2bp_o+u+b\left(c_e+c_0\right)-\left(1-\beta\right)\Theta\left(z_o\right)\quad (21)$$

$$\frac{\partial^2K_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial p_o^2}=-2b<0\quad (22)$$

可知 $\frac{\partial \mathrm{K}_o^2\left(p_o,z_o\right)}{\partial p_o^2}<0$，即存在 $p*$ 满足 $\frac{\partial \mathrm{K}_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial p_o}=0$，整理后得到结果。证毕。

下一步根据定理 3 得出对最优定价表达式，将其代入(19)，就将货代的鲁棒优化模型目标函数的优化问题转化成了对期权订舱波动量 z_o 优化问题的求解。进一步可以得到有关航运期权订舱波动量 z_o 最优解的定理 4。

定理 4： 在上述问题中，p_o^* 由定理 3 给出，在满足条件 $\frac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\left[N-(1-\beta)^2\frac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\right]-2bc_0\sqrt{\sigma^2+u^2}>0$ 下，存在最优期权订舱波动量 z_o^* 使得货运代理鲁棒优化模型的目标函数取得唯一的极大值。同时使得最优鲁棒联合订舱定价策略为 $q_o^*=y\left(p_o^*\right)+z_o^*$。其中 z_o^* 可以通过下列式子计算得到：

$$-\frac{\Theta'\left(z_o^*\right)}{2b}\left[N-(1-\beta)^2\Theta\left(z_o^*\right)\right]-c_0=0 \tag{23}$$

其中 $N=a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-c_e\right)\right)-\beta\left(a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-s\right)\right)\right)$。

证明：

首先给定 p_o 的情况下，对货代期望利润函数中的 z_o 求一阶偏导、二阶偏导，可得：

$$\frac{\partial \mathrm{K}_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial z_o}=-c_0-\left[\beta\left(s-c_e-c_0\right)+(1-\beta)\left(p-c_0-c_e+g\right)+c_0\right]\Theta'\left(z_o\right) \tag{24}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{K}_o\left(p,z\right)}{\partial z_o^2}=-\left[\beta\left(s-c_e-c_0\right)+(1-\beta)\left(p-c_0-c_e+g\right)+c_0\right]\Theta''\left(z_o\right)<0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{K}_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial z_o\partial p_o}=\frac{\partial^2 \mathrm{K}_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial p_o\partial z_o}=-(1-\beta)\Theta'\left(z_o\right) \tag{26}$$

其中 $\Theta'\left(z_o\right)=-\frac{\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}-\left(z_o-u\right)}{2\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}}$，$\Theta''\left(z_o\right)=\frac{\sigma^2}{2\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$。

然而 $|H|=\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 K_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 K_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial z_o\partial p_o}\\ \frac{\partial^2 K_o\left(p_o,z\right)}{\partial p_o\partial z_o} & \frac{\partial^2 K_o\left(p_o,z_o\right)}{\partial p^2}\end{vmatrix}$ 无法判断正负定。因此，通过二元鲁棒次序求解，将 $p\left(z_o\right)$ 代入 $\mathrm{K}_o\left(p_o,z_o\right)$ 中，进一步转化为舱位期权订舱波动量的优化问题 $\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)=\max\min_{G\in\Psi}\Pi_o^F\left(p\left(z_o\right),z_o\right)$。

进一步我们对 $\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)$ 中的 z_o 一阶导数和二阶导数，可得：

$$\frac{\mathrm{dK}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}=-\frac{\Theta'\left(z_o\right)}{2b}\left[a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-c_e\right)\right)-\beta\left(a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-s\right)\right)\right)-(1-\beta)^2\Theta\left(z_o\right)\right]-c_0 \tag{27}$$

为了计算方便，假设

$$\frac{\mathrm{dK}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}=-\frac{\Theta'\left(z_o\right)}{2b}\left[N-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_o\right)\right]-c_0 \tag{28}$$

其中 $N=a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-c_e\right)\right)-\beta\left(a+u+b\left(c_0+c_e+2\left(g-s\right)\right)\right)$

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^2}=-\frac{\Theta\left(z_o\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\left[\left(1+\frac{z_o-u}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}}\right)\left(N-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_o\right)\right)-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_o\right)\right] \tag{29}$$

很明显 $-\dfrac{\Theta\left(z_o\right)}{2b+\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}<0$，但无法判断 $\left[\left(1+\dfrac{z_o-u}{\sqrt{\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2}}\right)\left(N-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_o\right)\right)-\left(1-\beta\right)^2\Theta\left(z_o\right)\right]$ 的正负。因此，为了判断 $\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)$ 关于 z_o 的凹凸性，进一步对 $\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)$ 中的 z_o 求解三阶导数，考虑更加细微的结构。可得：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^3}&=\frac{\dfrac{\mathrm{d}^2K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^2}}{-\dfrac{2b\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}{\Theta\left(z_o\right)}}\left(-\frac{\Theta\left(z_o\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\right)'\\&-\frac{\Theta\left(z_o\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\left(\frac{N\sigma^2+\left(1-\beta\right)^2z_o^2\Theta\left(z_o\right)}{\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}+\frac{\left(1-\beta\right)^2\sigma^2}{2\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\right)\end{aligned} \tag{30}$$

观察 $\dfrac{\mathrm{d}^3\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^3}$ 可知，

$-\dfrac{\Theta\left(z_o\right)}{2b\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\left(\dfrac{N\sigma^2+\left(1-\beta\right)^2\left(z_o-u\right)^2\Theta\left(z_o\right)}{\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}+\dfrac{\left(1-\beta\right)^2\sigma^2}{2\left(\sigma^2+\left(z_o-u\right)^2\right)}\right)<0$。

当 $\dfrac{\mathrm{d}^2K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^2}=0$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}^3\mathrm{K}_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o^3}<0$，这表明 $\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}$ 要么为单调函数，要么为单峰函数。进一步分析可知 $\lim\limits_{z_o\to+\infty}\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}=-c_0<0$，$\lim\limits_{z_o\to-\infty}\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}=-\infty<0$。若 $\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}$ 为单调函数，意味着 $K\left(p\left(z_o\right),z_o\right)$ 单调递减函数，不符合情况舍去。若 $\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}$ 为单峰函数，那么假设 $\lim\limits_{z_o\to0}\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}>0$，即 $\dfrac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\left[N-\left(1-\beta\right)^2\dfrac{\left(\sqrt{\sigma^2+u^2}+u\right)}{2}\right]-2bc_0\sqrt{\sigma^2+u^2}>0$，这使得 $\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}$ 在保持单峰形态并有两个根，一个极大值，一个为极小值。由此可得，满足 $\dfrac{\mathrm{d}K_o\left(p\left(z_o\right),z_o\right)}{\mathrm{d}z_o}=0$ 的 z_o^* 存在且为唯一极大值。

证毕。

从定理 4 可以看出，货代在采用期权合同订舱方式时，最优定价订舱量决策唯一。同样地，最优订舱与定价不仅受到期权参数和市场不确定性的影响，还受到现货市场价格与供应量的影响。

由于长期合同和期权合同下的最优订舱量均不能显性给出，所以接下来本文将通过数值仿真分析来验证“worst-case”决策方法的有效性和稳定性以及分析重要参数对最优鲁棒决策与期望利润的影响。

4. 数值仿真与分析

模拟假定在某一航线上存在航运服务供应链，包含航运企业、货代企业和货主三个主体。其中航运企业向货代提供两类合同：长期合同和期权合同。受以新冠疫情为例的突发事件影响所引起的现货市场价格波动和海运需求信息缺失等风险，给货运代理最优定价与订舱策略带来挑战。在此给出具体数值，用验证文中所建模型及相关理论结果和策略在应对需求不确定性方面的有效性与稳健性。参照文献[9]，选取数据：市场规模 $a = 400$，价格敏感因子 $b = 8$，现货市场价格 $s = 20$。再根据 2.2 提出的假设，其他数据赋值如下：期权价格 $c_0 = 2.5$，期权执行价格 $c_e = 12.5$，长期合同价格 $w = 15$，市场需求波动量 ε 均值 $u = 10$，标准差 $\sigma = 20$，缺货惩罚 $g = 5$，现货市场交易比例系数 $\beta = 0.67$。将上述数据作为初步数据，部分参数在之后的分析将做出调整。

将上述参数分别代入长期合同和期权合同下货代的鲁棒优化模型，求解在最坏分布情形下的最优订舱量和舱位零售价，相应的计算结果见下表 2 所示。此外，表 2 汇总了需求服从正态分布的相关计算结果，其中正态分布下的均值和方差与需求分布未知下的均值和方差保持一致。

Table 2. Optimal decisions and profits of freight agents
表 2. 货运代理的最优决策与利润

	合同类型	订舱波动量	定价	订舱量	期望利润
最坏分布	长期合约	6.79	32.88	143.73	2371.91
	期权合约	26.15	33.03	161.94	2523.41
正态分布	长期合约	6.01	32.92	142.68	2425.08
	期权合约	27.88	33.08	163.22	2543.82

从上表 2 分析知：

1) 在需求最坏分布下，与长期合同和现货市场组合相比，货代采用期权合同和现货市场组合时，舱位定价，订舱量和期望利润分别增加 0.46%，12.66%，6.39%。结果表明在需求部分信息缺失的情况下，期权合同和现货市场的组合提供了更大的灵活性，货代可以通过提高订舱量与定价来提高自身利润

2) 在需求服从正态分布时，与长期合同和现货市场组合相比，货代采用期权合同和现货市场组合时，舱位定价、订舱量和期望利润分别增长了 0.48%、14.39%和 4.89%。这一变化与需求在最坏分布情形下的结果类似，货代可以提高订舱量与定价来提高自身利润。同时，不论选择何种合同，货代在正态分布下的期望利润均大于在需求信息缺失下的期望利润，这是因为需求信息的缺失不可避免的造成利润损失。

针对表 2 的计算结果，为证明鲁棒决策的有效性，将鲁棒决策效率(Efficiency)视为需求信息缺失下的期望收益与完备需求信息下的期望收益之比。为方面描述与分析，令 E_n 和 E_o 分别表示在正态分布下，货代分别采用长期合同和期权合同时鲁棒策略的决策效率。通过计算可得 $E_n = 97.81\%$，$E_o = 99.20\%$。结果显示，货代无论是采用何种合同，鲁棒决策效率都较高，也进一步说明本文运用的鲁棒优化方法在处理不确定性需求时具有良好的鲁棒性。此外，货代采用期权合同时的鲁棒决策效率略高于长期合同。这也意味着在需求分布未知的情况下，期权合同在应对不确定性上是一种更优的工具。

4.1. 需求方差对最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的影响

需求方差的大小可以用来衡量需求风险、不确定性和波动大小。当方差值越大时，需求不确定性就越大，高方差能体现出突发风险导致的剧烈需求变化情况。因而，固定需求均值，变动标准差 σ ($\sigma \in [10,30]$)，使得需求波动从小变大以便观察需求波动剧烈的情形，图 3 显示了相关结果，并得出以下结论：

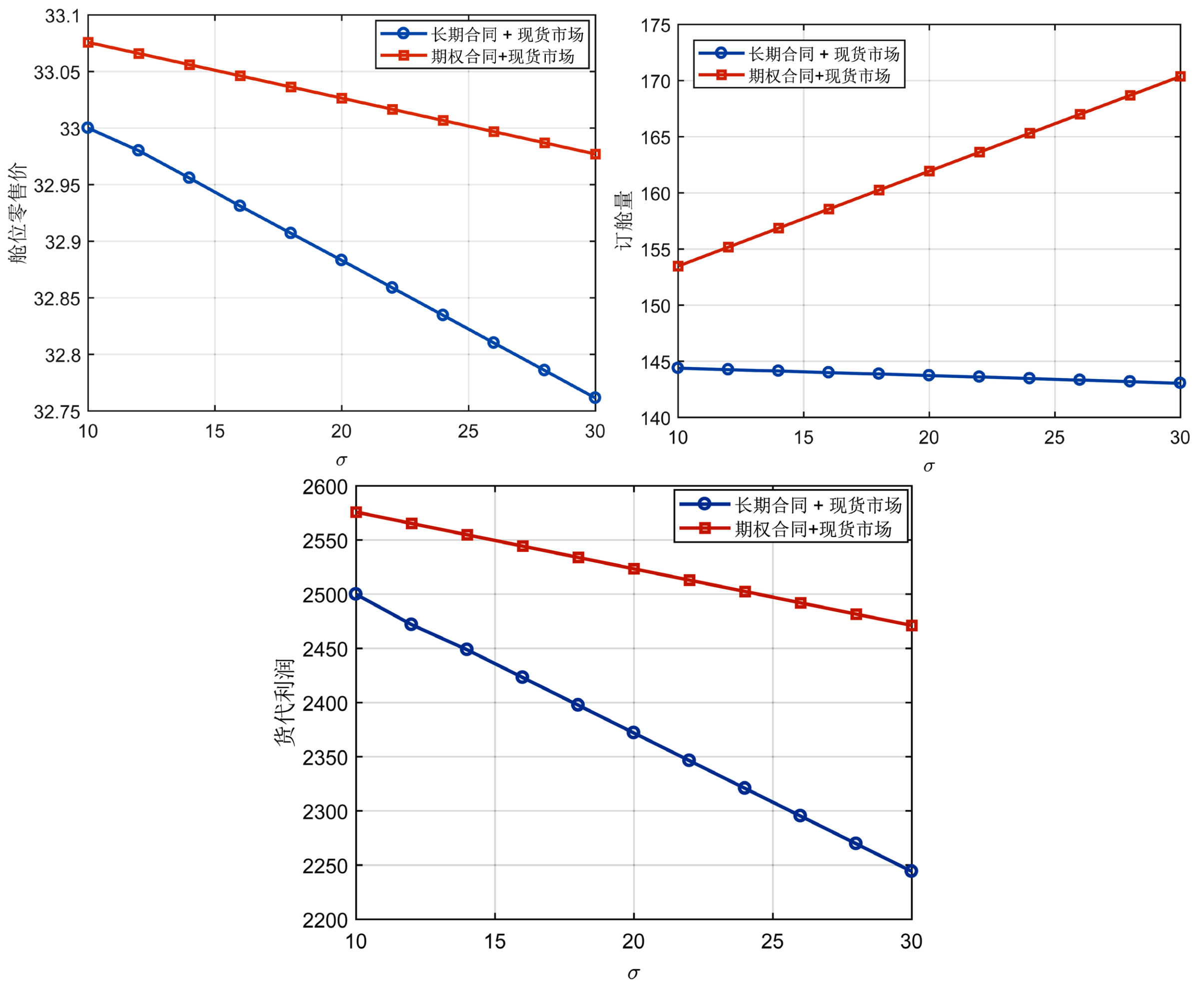


Figure 3. The relationship between demand variance and optimal robust decision-making and expected profit under robust decision-making

图 3. 需求方差与最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的关系

1) 随着需求波动的增加，两种合同组合的舱位零售价和期望利润均呈现下降趋势，但期权合同与现货市场组合下的零售价和期望利润始终高于长期合同与现货市场组合，并展示更为平稳的变化。这是因为期权合同为货代提供未来买卖的选择权，但不强制执行。正因为这种灵活性，期权合同在面对需求波动时，能提供更加稳定的价格，同时能够更好地调整策略以最大化利润。但需求波动性越大则会导致货代的运作成本增加，因此两种合同下利润均呈现下降趋势。

2) 订舱量变化则有所不同。随着需求波动的增加，长期合同与现货市场组合下的订舱量呈现下降趋势，而期权合同与现货市场组合则相反。同时长期合同与现货市场组合下的订舱量始终低于期权合同与现货市场组合，并展示更为平稳的变化。这是因为期权合同的灵活性可以快速调整以满足市场需求，因

而订舱量也更大。而长期合同的固定性导致其不能灵活应对，减少订舱避免造成更大损失。

因此，在需求波动较大时，期权合同与现货市场组合更为适宜，可以提供更高的舱位零售价，保障更高的订舱量，并为货代带来更大的利润。而在需求波动较小时，长期合同与现货市场组合更为优选，能够在一定程度上减少交易成本，提升企业利润。

4.2. 不同订舱方式下货代期望利润对比分析

现货市场的风险主要体现在补货过程中的价格波动。基于模型参数设定，本小节进行了不同订舱方式的比较分析。这些方式包括单一合同订舱以及组合方式订舱。具体分为：1) 长期合同；2) 期权合同；3) 长期合同结合现货市场补货(现货市场不足)；4) 期权合同结合现货市场补货(现货市场不足)；5) 长期合同结合现货市场补货(现货市场充足)；6) 期权合同结合现货市场补货(现货市场充足)。变动现货市场价格 $s \in [16, 40]$ 以模拟价格波动情形，然后再通过比较不同订舱方式下货代期望利润差异变化，为在不同市场条件下选择最佳订舱方式提供有价值的洞察。为了方便描述分析，上述对应订舱方式下货代在需求最坏分布下的期望利润符号分别假设为：K_n^0，K_o^0，K_n，K_o，K_n^1，K_o^1。可以得出以下结论：

1) 从表 3 可知，当货代采用单一合同订舱时，长期合同或者期权合同订舱方式下货代期望利润维持不变。这是因为这两种方式都没有考虑现货市场，现货市场价格波动也不会对其利润产生影响。然而，这种稳定性的代价是牺牲了利润的最大化可能性。同时 $K_o^0 > K_n^0$，这表明期权合同货代利润高于长期合同。

2) 从现货市场价格对期望利润的影响来看，无论货代选择哪种合同与现货市场组合，现货市场价格上升均会导致期望利润降低。但采用期权合同和现货市场组合时，利润降幅较小，始终保持在相对较高的水平。这是因为在组合订舱方式下，运用合同市场与现货市场组合，可以带来高度的灵活性。无论现货市场是否充足，组合订舱方式的灵活性都优于单一合同订舱，具体表现为当现货市场价格较低时可以加大现货的采购，而现货市场价格较高时可以更多地利用合同进行订舱。

3) 对比组合订舱方式，期权合同与现货市场的结合相比长期合同与现货市场的结合更能抵御风险。它的灵活性使得货代能在价格或需求波动时，有效调整策略，从而维持较高的利润水平。这和合同本身特性有关，长期合同规定了固定的购买价格和购买数量，当市场价格波动时，其购买成本无法进行调整，因此在价格波动剧烈的市场环境下，长期合同的利润会受到更大的影响。而期权合同由于具有行权的选择权，可以根据市场价格或需求变动情况，调整购买策略，从而更有效地保持较高的预期利润水平。上述算例结果均验证了基于期权合同和现货市场组合下货运代理应对市场风险事件、提高自身期望利润的有效性与优越性。

Table 3. Expected profits of freight forwarders under different booking methods
表 3. 不同订舱方式下货代的期望利润

s	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
K_n^0	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258	2258
K_o^0	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476	2476
K_n	2406	2388	2372	2357	2342	2328	2315	2302	2291	2279	2268	2257	2246
K_o	2537	2530	2523	2517	2511	2506	2500	2495	2490	2485	2481	2476	2472
K_n^1	2551	2494	2455	2423	2396	2371	2349	2328	2309	2290	2273	2257	2241
K_o^1	2597	2573	2557	2544	2533	2523	2514	2506	2498	2490	2483	2476	2470

4.3. 合同参数的敏感性分析

4.3.1. 长期合同价格对最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的影响

本小节讨论长期合同价格 w 对最优鲁棒决策和期望利润的影响。保持其他参数不变，变动 w ($w \in [12,18]$)。相应的结果如图 4 所示。

从图 4 可知，在长期合同和现货市场结合的订舱方式下，货代最优订舱量和最大期望利润随着 w 的增加而减少，最优舱位零售价随着 w 的增加而增加。这是因为长期合同价格的增加造成货代通过长期合同进行订舱的成本增加。货代一方面减少舱位订购，同时提高舱位零售价以减少成本增加而带来的损失。但通过减少订舱量和增加舱位零售价对市场需求产生负面影响，从而导致利润的降低。尽管在前文结论中，期权合同和现货市场组合呈现更大的优势和灵活性，然而观察图 4 当长期合同价格较低时，较少的订舱成本能够给货代带来更高的收益。

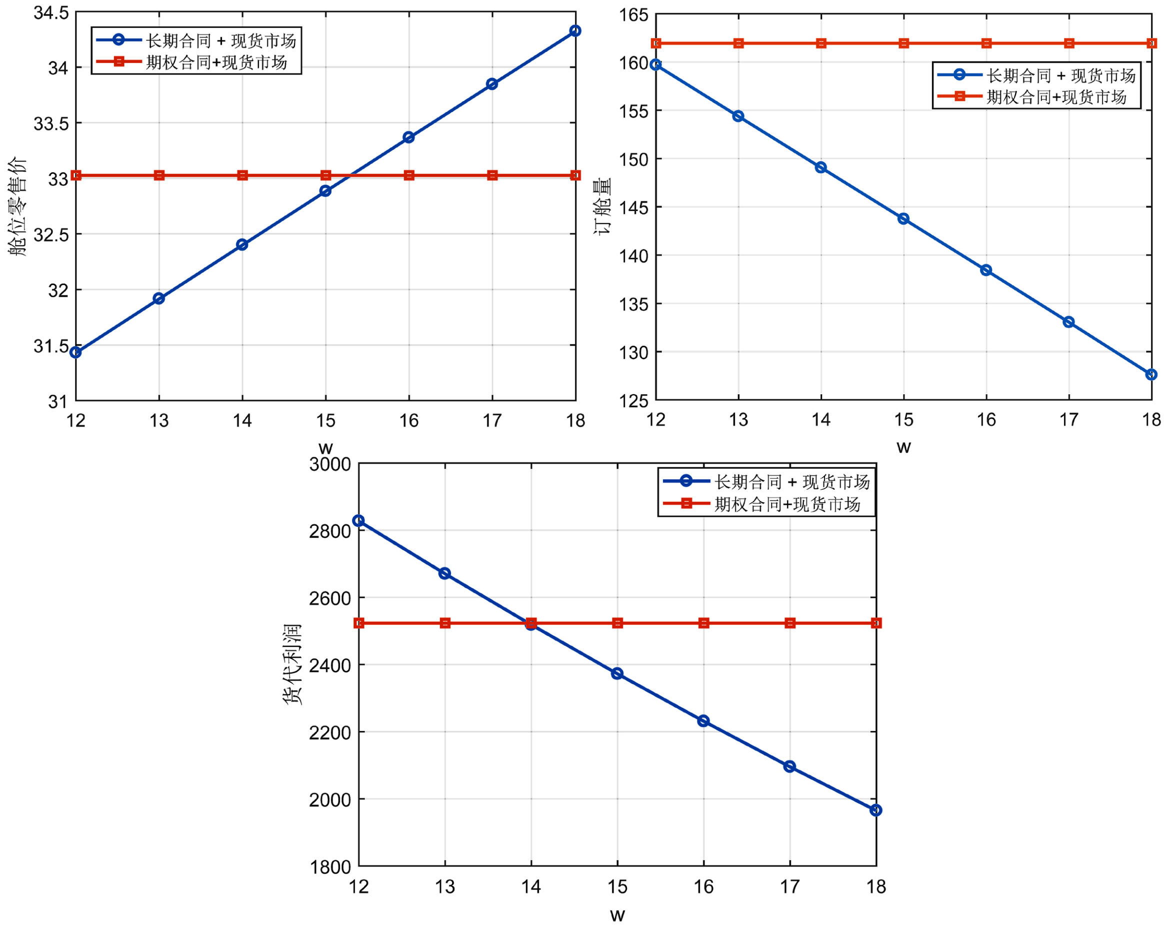


Figure 4. The relationship between long-term contract price and optimal robust decision-making and expected profit under robust decision-making
图 4. 长期合同价格与最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的关系

4.3.2. 期权参数对最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的影响

1) 期权价格

本小节讨论期权价格 c_0 对最优鲁棒决策和期望利润的影响。保持其他参数不变，变动 c_0 ($c_0 \in [1,4]$)。相应的结果如图 5 所示。

从图 5 可知，在期权合同和现货市场结合的订舱方式下，货最优订舱量和期望利润随着期权价格 c_0 的增加而降低减函数，最优舱位零售价随着期权价格 c_0 的增加而增加。该趋势原因与 4.3.1 分析相类似。

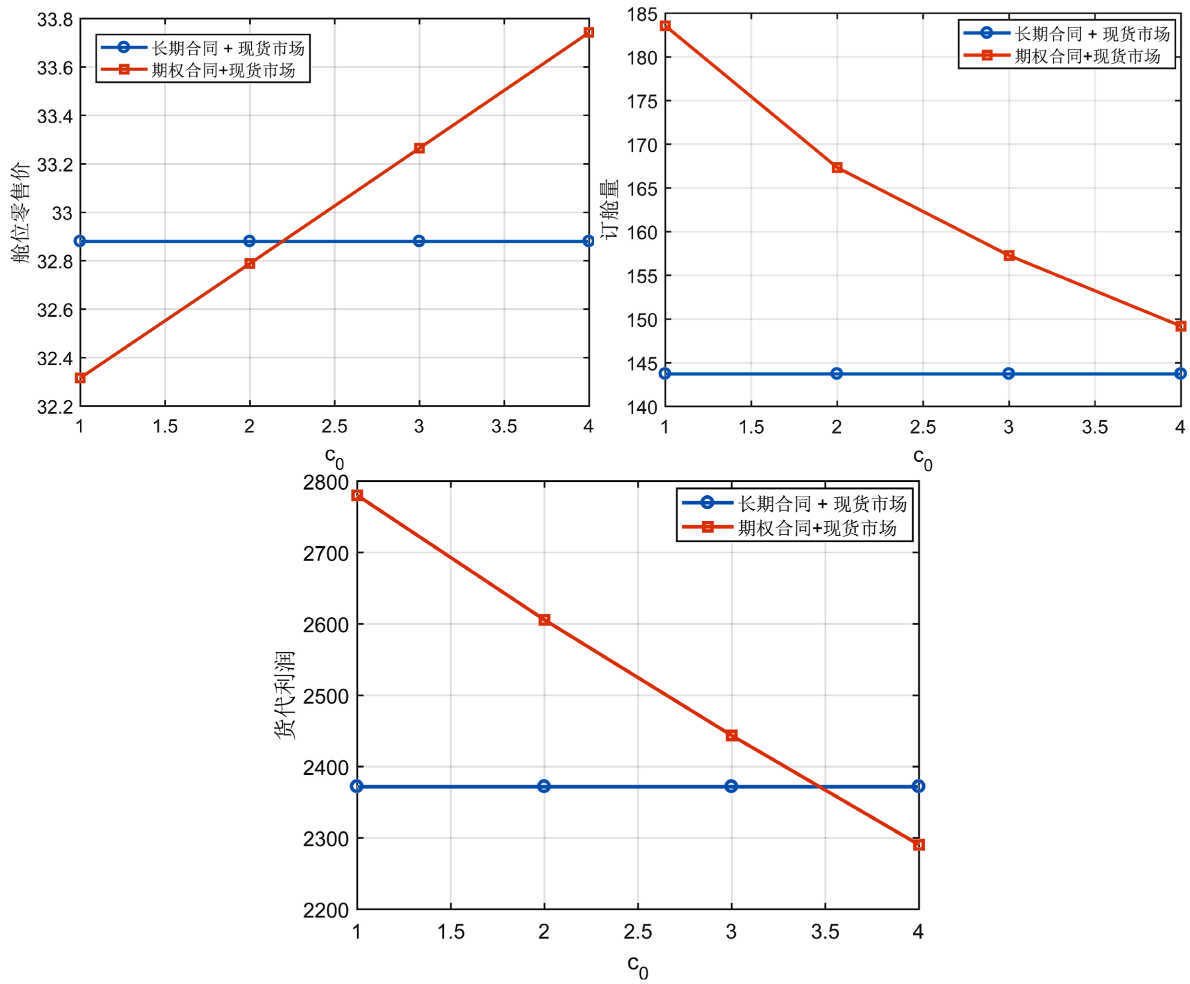
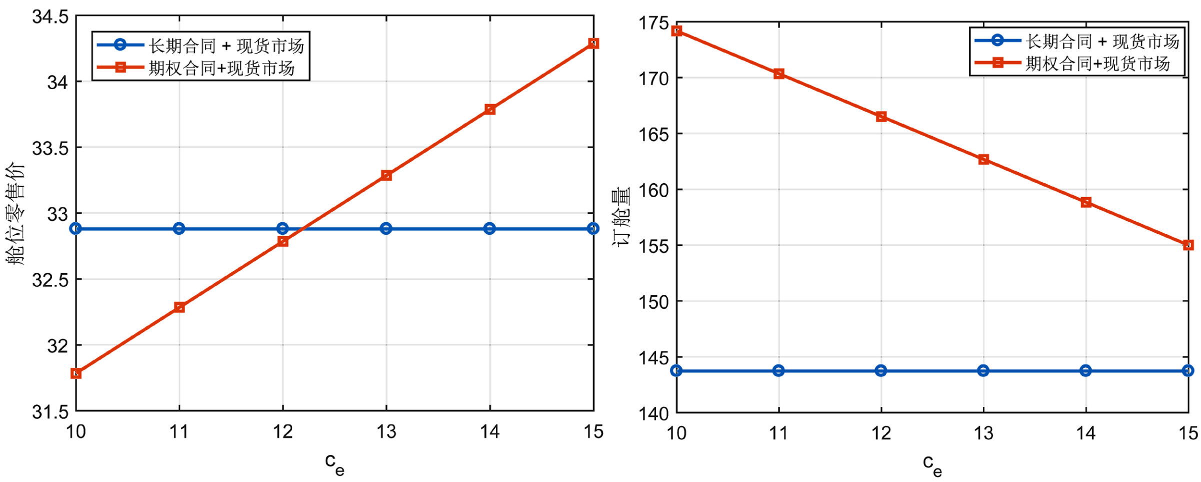


Figure 5. The relationship between option price and optimal robust decision-making and expected profit under robust decision-making

图 5. 期权价格与最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的关系



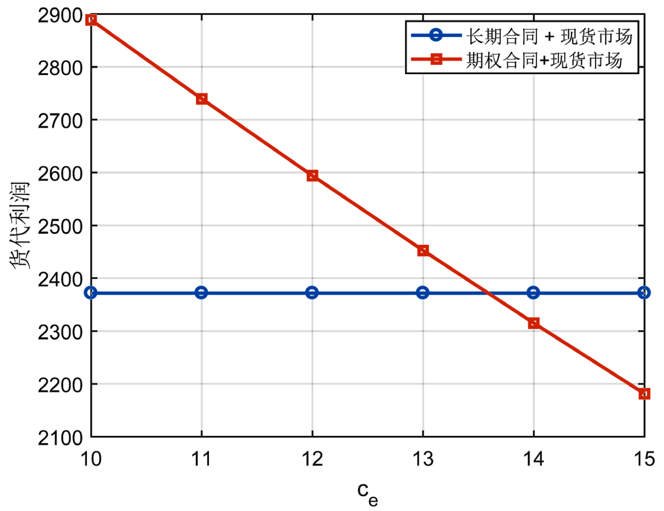


Figure 6. The relationship between option execution price and optimal robust decision-making and expected profit under robust decision-making
图 6. 期权执行价格与最优鲁棒决策及鲁棒决策下期望利润的关系

2) 期权执行价格

本小节讨论期权执行价格 c_e 对最优鲁棒决策和期望利润的影响。保持其他参数不变，变动 c_e ($c_e \in [10,15]$)。相应的结果如图 6 所示。

从图 6 可知，在期权合同和现货市场结合的订舱方式下，最优订舱量和期望利润随着 c_e 增加而减少，最优舱位零售价随着的 c_e 增加而增加。该趋势原因与 4.3.1 的分析相类似。

结合上述结论可知，有着类似的结果。这是因为 w，c_0，c_e 均属于货代的成本结构。过高的订舱成本不仅对货代构成压力，同样也不利于满足市场需求。为了维护其经济利益，货代会降低订舱量，利润也随之降低。显然，合同参数是影响货代决策的重要因素。因此，货代应努力在航运供应链中提升其地位和议价能力，以争取更为有利的合同条款降低成本赚取更多利润。

5. 结语

本文针对由一个航运企业，货运代理和货主组成的三级航运服务供应链，研究了货运代理订舱与定价决策。在仅知部分需求均值和方差的情形下，运用“worst-case”决策方法建立了现货市场分别与长期合同、期权合同结合的双渠道鲁棒优化模型，并分别得到了最优决策解。最后通过数值仿真计算了相关结果来验证鲁棒优化方法的有效性、对不同订舱方式进行对比分析，分析了现货市场价格、合同参数等参数对最优鲁棒决策与期望利润的影响。

根据上述分析讨论，可以得到如下结论和启示：1) 在面对需求不确定性时，货代可以考虑采用期权合同和现货市场组合以保持较高的舱位零售价、订舱量和稳定的利润。这种订舱方式在需求最坏分布和正态分布条件下都表现出较好的效果。相较于长期合同和现货市场组合，其能更好地抵抗需求信息缺失造成的利润损失。除此之外，分析结果也证明鲁棒决策的有效性，但也反映出需求信息缺失产生的损害。特别对于反复无常的突发风险，为了企业的长远发展，货代还需提升自身的行业信息收集能力和分析能力以对抗风险未知程度。2) 比起单一合同订舱，现货市场的存在增加了订舱方式的灵活性，更能够有效对冲风险并提高货代期望利润。特别地，在面对现货市场价格波动风险时，相比长期合同和现货市场的组合，期权合同和现货市场组合能更有效地应对价格或需求变动，能够确保更为稳定的期望利润，并增强对市场风险的抵御力；3) 对于货代而言，合同参数作为货代的成本结构，其参数结构非常重要。因此，

货代需仔细分析市场，或进行多货代企业联合等方式，提高与航运企业谈判、协调合同参数的能力。但这不代表着货代企业一味的压榨航运企业的利润，货代还应该注重与上游航运企业之间的关系维护，朝着合作双赢的方向迈进。

本文仅从货运代理利润视角进行了研究，未来研究可以进一步扩展到整个航运服务供应链，考虑航运企业的决策行为。

基金项目

教育部人文社科项目(22YJC630153)。

参考文献

[1] Chen, J.H., Ye, J., Zhuang, C.L., Qin, Q.D. and Shu, Y.Q, (2022) Liner Shipping Alliance Management: Overview and Future Research Direction. *Ocean & Coastal Management*, **219**, Article ID: 106039. https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2022.106039

[2] Xu, L., Shi, J. and Chen, J.H. (2021) Platform Encroachment with Price Matching: Introducing a Self-Constructing Online Platform into the Sea-Cargo Market. *Computers & Industrial Engineering*, **156**, Article ID: 107266. https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107266

[3] Xu, L., Yang, S.M., Chen, J.H. and Shi, J. (2021) The Effect of Covid-19 Pandemic on Port Performance: Evidence from China. *Ocean & Coastal Management*, **209**, Article ID: 105660. https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2021.105660

[4] Yang, R., Yu, M., Lee, C.Y. and Du, Y.Q. (2021) Contracting in Ocean Transportation with Empty Container Repositioning under Asymmetric Information. *Transportation Research Part E Logistics and Transportation Review*, **145**, Article ID: 102173. https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102173

[5] 许垒，卜祥智，杨晓丽. 期权和固定承诺合同在货运业中的应用价值[J]. 系统管理学报, 2012, 21(3): 357-365.

[6] 宋巍，刘李鹏，杨华龙，王大元. 运价呈几何布朗运动规律的班轮运输期权决策[J]. 中国航海，2020，43(3): 129-134.

[7] Nomikos, N.K., Kyriakou, I., Papapostolou, N.C. and Pouliasis, P.K. (2013) Freight Options: Price Modelling and Empirical Analysis. *Transportation Research, Part E. Logistics and Transportation Review*, **51**, 82-94. https://doi.org/10.1016/j.tre.2012.12.001

[8] 曾庆成，岳安娜，孙赫迎，陈超. 基于差价补偿策略的集装箱班轮运输定价模型[J]. 系统工程理论与实践，2017，37(9): 2366-2372.

[9] 卜祥智，许垒，赵泉午. 考虑货主价格参照效应的海运运力合同定价策略[J]. 管理科学学报, 2012, 15(2): 28-36.

[10] 赵海峰，毛婉晴. 突发事件下服务供应链期权与现货市场组合采购决策[J]. 系统工程, 2014, 32(10): 78-83.

[11] 王丽梅，姚忠，刘鲁. 基于需求价格相关商品的双源采购策略[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(2): 396-404.

[12] 孔凡强，曲林迟，徐朗. 基于需求更新的班轮舱位预订决策与协调策略[J]. 上海理工大学学报，2017，39(3): 255-261.

[13] 王琳，全雄文，杜玉泉. 集装箱班轮远期舱位分配博弈研究[J]. 物流技术, 2009, 28(4): 57-59.

[14] Widjanarka, A., Wirjodirdjo, B., Pujawan, I.N. and Baihaqi, I. (2018) Coalition in Utilization Capacity in Container Transportation Services. *International Journal of Applied Science and Engineering*, **15**, 95-104.

[15] Yin, M. and Kim, K.H. (2012) Quantity Discount Pricing for Container Transportation Services by Shipping Lines. *Computers & Industrial Engineering*, **63**, 313-322. https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.03.008

[16] 许垒，卜祥智，冯立攀. 海运服务链中的运力定价和空箱调运责任研究[J]. 运筹与管理, 2014, 23(5): 101-108.

[17] 马庆国，王小毅. 非常规突发事件中影响当事人状态的要素分析与数理描述[J]. 管理工程学报，2009，23(3): 126-130.

[18] Scarf, H. (1958) A Min-Max Solution of an Inventory Problem. Studies in the Mathematical Theory of Inventory & Production.

[19] Gallego, G. and Moon, I. (1993) The Distribution Free Newsboy Problem: Review and Extensions. *Journal of the Operational Research Society*, **44**, 825-834. https://doi.org/10.1057/jors.1993.141

[20] 邱若臻，初晓晶，孙月. 价格和交货期敏感需求下基于鲁棒优化的双渠道供应链决策模型[J]. 中国管理科学，

2023, 31(9): 114-126.

[21] 金小丹, 周泓. 需求分布未知下的供应链融资及鲁棒订购策略[J]. 系统工程理论与实践, 2021, 41(5): 1263-1271.

[22] 柏庆国, 徐健腾. 碳政策下分布式鲁棒优化模型的生产与减排策略[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(7): 14.

[23] 路遥, 汪传旭. 考虑运费期权的航运服务供应链优化与协调[J]. 交通运输系统工程与信息, 2011, 11(5): 35-41.