

基于改进人工势场法的车辆换道轨迹规划

冯 黎, 杜胜品

武汉科技大学汽车与交通工程学院, 湖北 武汉

收稿日期: 2024年6月11日; 录用日期: 2024年7月30日; 发布日期: 2024年8月6日

摘 要

针对当下智能车辆在换道过程中的安全性及舒适性问题, 提出了一种基于人工势场法的轨迹筛选方法。首先, 基于五次多项式生成所有换道轨迹簇, 并以车辆的动力学特性对轨迹簇进行初次筛选, 留下符合运动学特性的轨迹; 其次, 在传统人工势场模型的基础上增加形状系数对该模型进行改进, 基于改进的人工势场模型分别对换道环境中的障碍车辆及道路边界等建立安全势场; 最后以换道过程中的风险值及横向冲击度建立损失函数对余下轨迹进行二次筛选, 得到最优换道轨迹。为验证其可行性, 以双车道结构化道路作为换道环境, 以主动换道和强制换道作为换道场景。结果表明提出的轨迹规划算法可以满足换道安全性和舒适性的要求。

关键词

换道轨迹规划, 人工势场法, 安全性, 舒适性

Vehicle Lane Change Trajectory Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method

Li Feng, Shengpin Du

School of Automotive and Traffic Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan Hubei

Received: Jun. 11th, 2024; accepted: Jul. 30th, 2024; published: Aug. 6th, 2024

Abstract

A trajectory screening method based on the artificial potential field approach is proposed to address safety and comfort issues in intelligent vehicle lane changes. Initially, all lane change trajectory clusters are generated using quintic polynomials, and then screened based on vehicle dy-

kinematic characteristics to retain trajectories that conform to kinematic characteristics. Additionally, a shape factor is incorporated into the traditional artificial potential field model for further improvement. This improved model establishes safety potential fields for obstacle vehicles and road boundaries in the lane changing environment. Finally, a loss function incorporating risk value and lateral impact during lane change is used for secondary screening of remaining trajectories, resulting in optimal lane change trajectories. To validate its feasibility, a two-lane structured road is utilized as the lane changing environment with active and forced lane changing scenarios. The results demonstrate that the proposed trajectory planning algorithm meets requirements for both safety and comfort during lane changes.

Keywords

Lane Change Trajectory Planning, Safety Field, Security, Comfort

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

智能网联汽车通过视觉、定位等技术持续感知周围环境,并通过车联网进行信息共享,实现车辆运行状态的实时调整,一定程度上减小了交通事故几率,提高了车内乘员的安全性。因此,自动驾驶技术成为了改善交通安全问题的热点领域,而换道轨迹规划是智能网联汽车能够安全行驶的关键。

李胜琴等人通过仿真对比,验证了五次多项式换道模型得到的曲线曲率在不同路面附着系数均小于等速偏移+正弦函数换道模型[1]。丁嘉纯等人针对五次多项式换道曲线,以曲线插值法作为轨迹规划方法,保证了曲线具有位置、速度及加速度连续性的特性[2]。余姝源等人建立了权衡换道稳定性和效率的目标函数,得到最优五次多项式换道轨迹,该方法可实现车辆自主超车机动,并保持良好的稳定性[3]。牛国臣等人提出了一种基于双五次多项式的智能汽车换道轨迹规划算法,该算法在横向速度、加速度等各方面都具有优势,且安全性得到提升[4]。闫为佳等人通过增加临时引导点的方法,解决了传统人工势场法经常陷入局部最优困境,无法达到目标点的问题[5]。吴琪引入修正系数改进人工势场法中的斥力势场系数,解决了传统人工势场法局部极小值点的问题[6]。梅艺林等人通过修改引力势场函数使引力在距离较大或较小时收敛于某一值,解决了引力过大导致的目标车与障碍物碰撞以及目标点不可达的问题[7]。葛甜等人建立了基于安全走廊的逃逸轨迹规划方法,通过动态调整势场引导自车规划出最优方案[8]。谢春丽等人通过在势场中引入安全距离因子,并对该参数进行优化,从而使目标与障碍物保持合适的距离,顺利达到目标点,成功解决了路径规划中的局部最小值问题[9]。Bai 等人综合考虑车辆运动学和舒适性要求,采用多项式方法和协同策略进行轨迹规划,建立了换道车辆在目标车道上不同协同程度下的换道模型[10]。Ke 等人提出了一种面向自动驾驶的基于最小动作原则的分层换道轨迹规划器,旨在实现结构化城市道路的多车交互场景中可靠地实时避开静态和移动障碍物[11]。王江武等人采用模糊控制器动态调整评价函数的权重系数,从而根据实际工况选取最优换道轨迹[12]。郭俊超等人提出一种基于虚拟车道线的换道轨迹规划方法,该方法实现了无车道线环境下的自主换道功能[13]。Yu 等人使用深度确定性策略梯度法开发了一个换道模型,所提出的模型对整体交通流的平均速度也有积极的影响[14]。Wang 等人详细设计并分析了具有代表性的局部换道场景,在保证安全性的前提下降低了所研究的动态轨迹规划系统的灵敏度[15]。

综上所述, 换道轨迹五次多项式曲线计算速度快、曲率连续、便于实时控制, 有利于车辆安全、平稳地完成换道。场域的思想越来越多地应用到车辆领域, 当下自动驾驶车辆换道轨迹规划一般是将换道车辆与障碍车辆或障碍物的行驶轨迹或位置是否存在交际来作为安全性判断条件, 引入场域思想后, 将模型中的车辆由传统的点转化成面, 将车辆轨迹安全性量化, 且能够考虑到换道车辆以及障碍车辆的相对行驶速度。因此, 引入风险场模型, 将安全性量化, 结合安全性和舒适性设计损失函数, 以损失函数对轨迹簇进行筛选, 得到最优换道轨迹。

2. 生成换道轨迹

自动驾驶车辆在规划最优轨迹时首先要考虑到车辆的运动学因素、换道环境与道路形状等各种基本约束条件。为满足车辆动力学约束, 规划轨迹的曲率以及加速度关于时间的一阶导数是必须连续的。五次多项式的换道轨迹为:

$$y(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0)^3 + a_4(x - x_0)^4 + a_5(x - x_0)^5$$

其中 a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 都是待定的系数, 取决于车辆在换道过程中的运行状态。其中 x 和 y 分别为换道车辆的横坐标和纵坐标, 以 x_0 为初始状态横坐标, x_1 为最终状态横坐标。换道过程中车辆的状态别表示为 y, y', y'' 。即此时车辆的状态 $Y = [y, y', y'']$

$$\begin{cases} y_0 = a_0 \\ y'_0 = a_1 \\ y''_0 = 2a_2 \\ y_1 = a_0 + a_1(x_1 - x_0) + a_2(x_1 - x_0)^2 + a_3(x_1 - x_0)^3 + a_4(x_1 - x_0)^4 + a_5(x_1 - x_0)^5 \\ y'_1 = a_1 + 2a_2(x_1 - x_0) + 3a_3(x_1 - x_0)^2 + 4a_4(x_1 - x_0)^3 + 5a_5(x_1 - x_0)^4 \\ y''_1 = 2a_2 + 6a_3(x_1 - x_0) + 12a_4(x_1 - x_0)^2 + 20a_5(x_1 - x_0)^3 \end{cases}$$

求解上述方程组得出:

$$\begin{cases} a_0 = y_0 \\ a_1 = y'_0 \\ a_2 = \frac{y''_0}{2} \\ a_3 = \frac{20y_1 - 20y_0 - 3y''_0x_1^2 - 12y'_0x_1}{2(x_1 - x_0)^3} \\ a_4 = \frac{30y_1 - 30y_0 - 3y''_0x_1^2 - 16y'_0x_1}{2(x_1 - x_0)^4} \\ a_5 = \frac{12y_1 - 12y_0 - y''_0x_1^2 - 6y'_0x_1}{2(x - x_0)} \end{cases}$$

该式中, x_0 、 y_0 、 y'_0 、 y''_0 是换道车辆在换道轨迹起始点的状态, x_1 、 y_1 、 y'_1 、 y''_1 是换道车辆在换道轨迹终点的状态。

3. 安全势场模型构建

为了满足车辆在轨迹规划阶段的轨迹安全性要求, 以人工势场模型为基础, 考虑车辆尺寸以及换道车辆与障碍车辆之间的相对运动建立安全势场模型。

3.1. 障碍车辆安全势场

3.1.1. 人工势场理论

根据现有研究得出, 一般使用二维正态分布描述安全势场[16], 标准的二维正态分布可表示为:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right)\right)$$

其中, $f(x, y)$ 为在坐标 (x, y) 处的函数值;

μ_1 和 μ_2 为 x 和 y 两个维度的均值;

σ_1 和 σ_2 为 x 和 y 两个维度的标准差。

3.1.2. 人工势场理论

上述安全势场描述方式是将换道车辆及障碍车辆都考虑成点, 将其应用于智能网联车辆换道, 需要考虑换道车辆与障碍车辆的形状大小, 因此对传统的人工势场函数进行改进, 在原有基础上增加一个形状系数 s 。

$$P(x, y) = A \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{(x-\mu_1)}{\sigma_1}\right)^s + \left(\frac{(y-\mu_2)}{\sigma_2}\right)^s\right)\right)$$

其中, P 为障碍车辆或道路边界的势场值;

A 为势场值系数;

x, y 为障碍车辆与换道车辆的横、纵向距离;

s 为势场中的形状系数。

通过改变 s 的大小使得势场函数在障碍车辆内部始终维持一个较大的值, 但在障碍车辆边缘处, 这个势场值会很快降低, 这样更加符合障碍车辆的实际势场情况。同时, 可以通过调节 s 值的大小去适应不同大小的障碍物。根据国家标准, 结构化道路宽度为 3.5 m, 标准汽车长 4.8 m 左右, 宽 1.5 米左右。因此, 对于道路中心线、车辆、道路边界的形状系数 s 取值分别为 $s_{rc} = 2$ 、 $s = 4$ 、 $s_{rb} = 8$ 。

本文主要考虑换道车辆周围其他车辆对换道车辆换道的影响, 因此需要考虑的是运动过程中其他运动车辆的势场值。换道车辆在换道过程中, 周围的障碍车辆处于运动状态, 随着障碍车辆的运动, 障碍车辆势场也会随之而移动。所以对于移动过程中的障碍车辆, 需要考虑车辆运动中的位置变化, 因此在原有的势场函数中加入时间变量 t 。本文将目标车辆与周围的障碍车辆均假设为匀速行驶。那么车辆关于时间变量的势场函数即为:

$$P_{veh}(t) = A_{veh} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x(t) - x_{veh}(t)}{\sigma_{vehx}}\right)^s + \left(\frac{y(t) - y_{veh}(t)}{\sigma_{vehy}}\right)^s\right)\right)$$

其中, $P_{veh}(t)$ 为车辆在 t 时刻的势场值;

A_{veh} 为势场值系数;

$x_{veh}(t)$ 、 $y_{veh}(t)$ 为在 t 时刻时车辆的横、纵向距离;

s 为车辆的形状系数, 且 s 必须为偶数, 标准的正态分布相当于 $s = 2$;

σ_{vehx} 、 σ_{vehy} 由车辆的长度和宽度决定。

势场值系数 A_{veh} 表示最大势场值, 障碍物内部的势场值为 A_{veh} 。在该安全势场中, 由于换道车辆在换道过程中需要与障碍车辆保持一定的安全距离以预防障碍车辆在运动过程中的运动状态发生变化, 因此

σ_{vehx} 不仅需要考虑车辆的长度, 还要预留的安全距离, 因此 σ_{vehx} 需要大于车辆的长度。本文以标准型小汽车为例, 其中 $A_{veh}=10$, $\sigma_{vehx}=20$ 、 $\sigma_{vehy}=1$ 。

3.2. 道路安全势场

本文以常见的双车道结构化道路作为换道环境, 道路安全势场包括道路边界安全势场, 道路中心线安全势场。车辆在行驶过程中基于安全性考虑, 应该保持在车道中间行驶, 远离道路两侧护栏边界以及道路中心线。

3.2.1. 道路边界安全势场

道路边界安全势场是静态安全势场, 因为道路两边的边界之间的距离不会随着车辆的运动而发生改变, 轨迹规划的范围也只会道路边界之间, 因此, 道路边界安全势场应表达为:

$$P_{rb}(y) = A_{rb} \sum_{i=1}^2 \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y - y_{rb}}{\sigma_{rb}} \right)^{s_{rb}} \right)$$

式中, $P_{rb}(y)$ 为道路边界的安全势场值;

A_{rb} 为势场值系数; y_{rb} 为道路边界的纵向距离; σ_{rb} 、 s_{rb} 为形状系数。

i 为道路边界序号。其中 $A_{rb}=10$, $\sigma_{rb}=1$ 。

3.2.2. 道路中心线安全势场

道路中心线与道路边界类似, 安全势场的场强大小只与换道车辆与道路中心线的距离有关。

$$P_{rc}(y) = A_{rc} \sum_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y - y_{rci}}{\sigma_{rc}} \right)^{s_{rc}} \right)$$

式中, P_{rc} 为道路中心线的安全势场; A_{rc} 为道路中心线势场值系数, 因车辆在行驶过程过, 应尽量远离道路边界行驶, 故 A_{rc} 应该是负数; y_{rci} 为第 i 条车道的边界纵坐标; σ_{rc} 和 s_{rc} 为道路中心线的势场形状系数。其中 n 为车道数。本文中, 设 $A_{rc}=-5$, $\sigma_{rc}=1$ 。

4. 轨迹筛选

4.1. 轨迹初次筛选

在车辆换道过程中, 需要满足车辆的运动学和动力学极限, 但是在轨迹规划的过程中, 可能会出现部分不满足车辆运动学和动力学极限的轨迹, 所以需要将其排除, 轨迹初次筛选主要是从曲率、速度以及加速度对轨迹进行筛选。筛选条件为:

$$\begin{cases} \kappa_z(i) \leq \kappa_{\max}, & 0 \leq z \leq N \\ 0 \leq v_z(i) \leq v_{\max}, & 0 \leq z \leq N \\ |a_z(i)| \leq a_{\max}, & 0 \leq z \leq N \end{cases}$$

其中, $\kappa_z(i)$ 表示第 i 条轨迹按照采样时间间隔 Δt 进行离散化所对应的曲率; N 表示对轨迹进行离散化之后的轨迹点的数量上限, 与采样时间间隔 Δt 相关, 为减少计算量, 且确保轨迹的可靠性, 纵向位移每间隔 10 m 取一个采样点, 所需时间每间隔 0.5 s 取一个采样点[17]; 受车辆转向半径的约束, 须保证拟合的曲线上任意点曲率不小于车辆当前速度下的最小转向半径[18], 最大曲率 $\kappa_{\max}=0.2 \text{ m}^{-1}$; $v_z(i)$ 表示第 i 条轨迹离散化之后所对应的速度, 根据道路法规及车辆性能, $v_{\max}=30 \text{ m/s}$; $a_z(i)$ 表示第 i 条轨迹离散化之后的加速度, 根据车辆的动力学特性, $a_{\max}=5 \text{ m/s}^2$ [19]。

4.2. 轨迹二次筛选

通过轨迹初次筛选, 排除了轨迹簇中不满足车辆运动学极限的轨迹, 但是初次筛选只是筛选出了能够使得车辆在道路上正常行驶的轨迹, 忽略了换道轨迹的安全性及舒适性等多方面因素。因此, 需要对轨迹簇进行二次筛选。在考虑安全性和舒适性两方面因素的情况下建立损失函数。

4.2.1. 舒适性

对于车辆的舒适性, 以车辆的横向冲击来评价, 冲击度越高, 舒适度越低。横向舒适性的损失加权 J_{cx} 表示为横向冲击度的二次方在 t_0 到 t_1 之间的积分:

$$J_{cx} = A_{\text{strike}} \int_{t_0}^{t_1} \ddot{d}^2(t) dt$$

其中, A_{strike} 表示车辆的冲击度系数, 取值[20]为 $A_{\text{strike}} = 0.01$, $\ddot{d}^2(t)$ 表示车辆换道过程中的横向冲击度。

4.2.2. 安全性

对于车辆的安全性损失加权 J_{cs} 表示为风险场场强 P 在 t_0 到 t_1 之间的积分:

$$J_{cs} = \int_{t_0}^{t_1} P(t) dt$$

综上, 本文以换道的安全性及舒适性目标, 综合考虑建立总损失函数:

$$J_c(i) = \omega_{cx} J_{cx}(i) + \omega_{cs} J_{cs}(i)$$

其中 i 表示二次筛选的轨迹序号; ω_{cx} 、 ω_{cs} 分别表示舒适性以及安全性的权重系数, 不同的权重系数组合会影响损失函数, 从而影响到最佳轨迹的筛选。本文以层次分析法将总目标轨迹筛选分解为安全性和舒适性两个子目标, 以冲击度和风险场场强分别作为舒适性和安全性的评价准则, 之后构造判断矩阵求解得到权重系数分别为 $\omega_{cx} = 0.83$ 、 $\omega_{cs} = 0.17$ 。

5. 仿真验证

为了验证上述轨迹规划算法的有效性, 通过 Matlab 对算法进行编程, 并设计双车道结构化道路对提出的轨迹规划方法进行仿真验证。由于换道风险值的大小主要取决于换道车辆与障碍车辆之间的速度及加速度的不同, 因此设置换道车辆和障碍车辆的初始位置不变, 以不同的速度设置不同的场景, 初始位置如图所示:

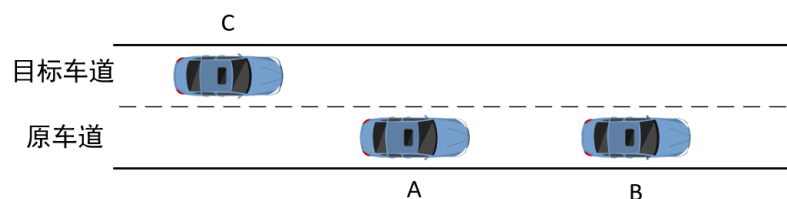


Figure 1. Schematic diagram of the lane change environment
图 1. 换道环境示意图

如图 1 所示, 车辆 A 是换道车辆, 车辆 B 为原车道前方障碍, 车辆 C 为目标车道后方障碍车。

根据车辆换道时的相互作用可将车辆的换道行为划分为主动换道、强制换道[21]。

主动换道场景: 车辆 B 及车辆 C 以略小于车辆 A 的纵向速度行驶, 导致车辆 A 产生主动换道路意图。

强制换道场景: 车辆 B 减速, 车辆 C 正常行驶, 导致车辆 A 强制换道。

在城市结构化双车道道路上, 两种场景中车辆 A 的纵向速度均设置为 20 m/s。主动场景中, 车辆 B

和车辆 C 的纵向速度分别为 16 m/s 和 12 m/s, 车辆 A 不满足车辆 B 的行驶速度, 产生主动超车换道意图。紧急场景中车辆 B 和车辆 C 的纵向速度为 16 m/s 和 14 m/s, 车辆 B 的加速度为 -2 m/s^2 , 车辆 B 处于减速行驶状态, 车辆 A 考虑安全因素, 需换道行驶。

5.1. 换道安全性分析

由于在不同的场景下, 车辆的初始位置都相同, 所以在不同场景下基于五次多项所规划出来的轨迹也相同, 轨迹数量为 276 条, 主动换道场景中, 初次筛选排除了 242 条不符合条件的轨迹, 随后对余下的 34 条轨迹进行二次筛选; 强制换道场景中, 初次筛选排除了 237 条不符合条件的轨迹, 随后对剩下的 39 条轨迹进行二次筛选。

车辆在两个场景下进行轨迹二次筛选的换道风险值与总损失函数值 J_c 的大小变化折线图如图所示。

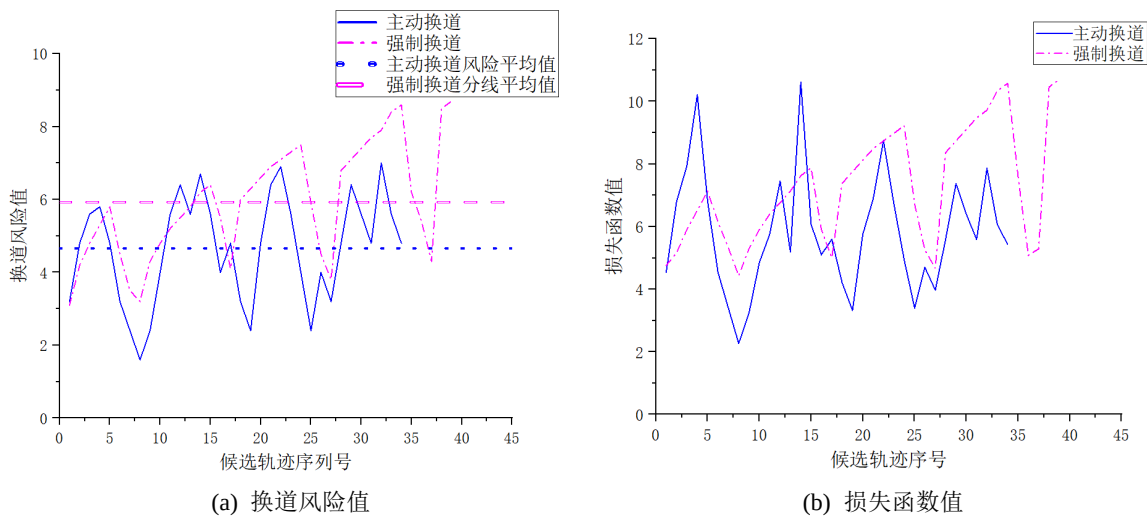


Figure 2. Selection of the best trajectory sequence
图 2. 最佳轨迹序列选择

如图 2(a)所示, 主动换道场景的换道风险最大值、最小值、平均值均小于强制换道场景, 因此强制换道风险更大。如图 2(b)所示, 主动换道场景中的最佳轨迹序号为 8, 损失函数值为 2.8, 强制换道场景的最佳轨迹序号为 9, 损失函数值为 5.4。

5.2. 换道舒适性分析

当前行车舒适性只考虑车辆在平面上的运动, 不考虑垂直方向上的上下震动对舒适性的影响。车辆的横向加速度对乘员舒适性的影响如表 1 所示[22]。

Table 1. The relationship between occupant comfort and vehicle acceleration
表 1. 乘员舒适度与车辆加速度之间的关系

加速度 a (m/s^2)	乘员舒适性
$a < 1.8$	舒适
$a < 3.6$	较舒适
$a > 5$	不舒适

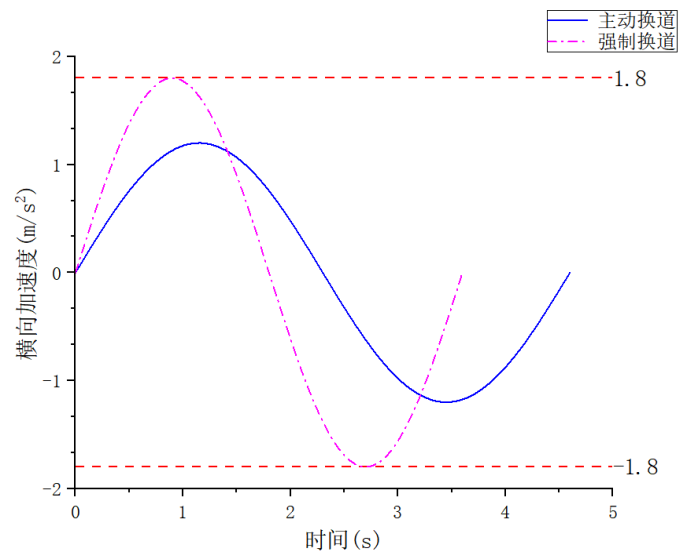


Figure 3. Lateral acceleration of the vehicle
图 3. 车辆横向加速度

由图 3 可知，在两个场景的换道过程中，换道车辆的横向加速度均未超过 1.8 m/s^2 ，满足车辆行驶过程中的舒适性要求。且从图 3 中可以看出，换道车辆在强制换道场景下，加速度变化率远大于主动换道场景，致使换道时间减小，舒适性降低。

此外，人体舒适性的冲击度阈值为 0.3 g ，本文中 g 取近似值 9.8 m/s^2 。若冲击度小于 0.3 g ，则均认为舒适。

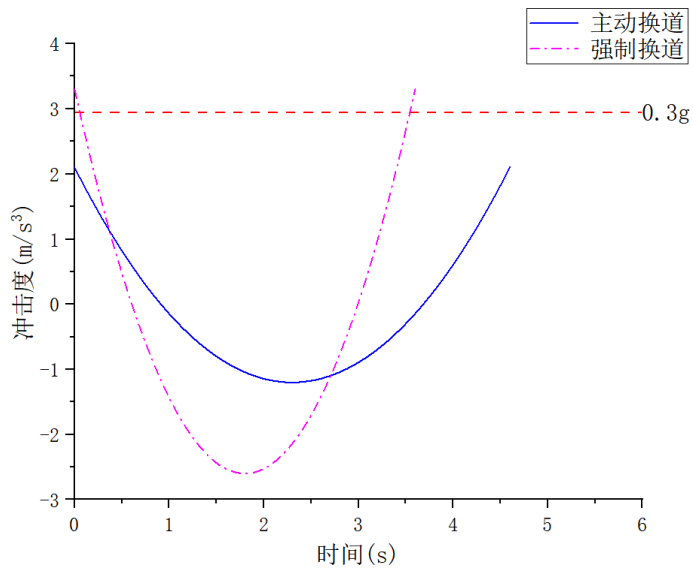


Figure 4. Lateral impact of the vehicle
图 4. 车辆横向冲击度

由图 4 可知，在主动换道过程中，换道车辆的横向冲击度始终没有超过 0.3 g ，因此，在换道过程中完全满足换道的舒适性要求；在强制换道过程中，换道车辆在换道过程初始阶段的 0.06 s 和结束阶段的 0.06 s 超过了舒适性的冲击度阈值，97%的换道时间是满足舒适性要求的。综上所述，车辆在正常行驶过

程中进行换道时, 乘客在整体换道过程中是舒适的; 车辆遇到紧急情况导致紧急换道时, 乘客在大部分换道过程中是处于舒适状态的。

6. 总结

本文以五次多项式函数规划换道轨迹簇, 以人工势场法为理论基础建立车辆换道安全势场模型, 以安全性和舒适性为目标建立损失函数对轨迹簇进行筛选, 选出综合安全性与舒适性的最优轨迹, 主要结论如下:

1) 基于五次多项式建立了换道轨迹簇, 以车辆运动学和动力学极限对轨迹进行约束, 使规划出的轨迹具有很好的平滑性。

2) 基于人工势场法, 对车辆换道环境中的障碍车辆及道路建立安全势场模型, 该模型相较于传统的人工势场法, 考虑到了车辆的尺寸、速度及加速度等参数, 可以为换道车辆在轨迹规划时提供对周围环境的安全性评价的理论基础。

3) 在传统人工势场理论的基础上, 考虑车辆的形状大小, 增加形状系数对模型进行改进, 可以使模型更贴合车辆换道场景。

4) 提出的方法使得换道车辆在面对不同的换道情况时, 不管是正常行驶过程中的主动换道, 还是遇到紧急情况时的被动换道, 在安全性和舒适性两方面均表现出良好的适应性。

参考文献

- [1] 李胜琴, 丁雪梅. 基于五次多项式的智能车辆轨迹规划[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2023, 44(4): 392-398.
- [2] 丁嘉纯, 田杰. 无人车换道轨迹与跟踪控制研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2024, 38(4): 72-78.
- [3] 余姝源, 等. 双向两车道公路自主超车轨迹规划及跟踪控制[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2023, 37(7): 90-100.
- [4] 牛国臣, 李文帅, 魏洪旭. 基于双五次多项式的智能汽车换道轨迹规划[J]. 汽车工程, 2021, 43(7): 978-986+1004.
- [5] 闫为佳, 等. 改进人工势场法解决局部最小值路径规划研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2024(5): 36-39.
- [6] 吴琪, 等. 基于改进人工势场法的机织机器人避障路径规划[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2024, 50(2): 113-120.
- [7] 梅艺林, 崔立堃, 胡雪岩. 基于人工势场法的无人车路径规划与避障研究[J]. 兵器装备工程学报, 2024: 1-6.
- [8] 葛甜, 岳佳豪. 改进人工势场法的避障轨迹规划[J]. 汽车实用技术, 2023, 48(23): 50-55.
- [9] 谢春丽, 陶天艺, 李佳浩. 基于改进人工势场法的路径规划研究[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2023, 41(6): 998-1006.
- [10] Bai, H., Shen, J.F., Wei, L.Y. and Feng, Z.X. (2017) Accelerated Lane-Changing Trajectory Planning of Automated Vehicles with Vehicle-to-Vehicle Collaboration. *Advanced Transportation*, **2017**, Article ID: 8132769. <https://doi.org/10.1155/2017/8132769>
- [11] Liu, K., Wen, G.Z., Fu, Y. and Wang, H.L. (2024) A Hierarchical Lane-Changing Trajectory Planning Method Based on the Least Action Principle. *Actuators*, **13**, Article No. 10. <https://doi.org/10.3390/act13010010>
- [12] 郭明皓, 姬鹏, 黄海威. 基于改进人工势场法的无人车路径规划与跟踪控制[J]. 系统仿真学报, 2023: 1-10.
- [13] 郭俊超, 等. 基于虚拟车道线的智能车辆换道轨迹规划方法[J]. 汽车技术, 2023(11): 19-26.
- [14] Yu, C., et al. (2022) A Novel Dynamic Lane-Changing Trajectory Planning Model for Automated Vehicles Based on Reinforcement Learning. *Advanced Transportation*, **2022**, Article ID: 8351543. <https://doi.org/10.1155/2022/8351543>
- [15] Wang, Y., et al. (2020) Dynamic Trajectory Planning of Autonomous Lane Change at Medium and Low Speeds Based on Elastic Soft Constraint of the Safety Domain. *Automotive Innovation*, **3**, 73-87. <https://doi.org/10.1007/s42154-020-00091-4>
- [16] 刘鹏, 贾寒冰, 张雷, 等. 结构化道路下智能汽车自主换道轨迹规划研究[J]. 机械工程学报, 2023, 59(24): 271-281.

-
- [17] 唐斌, 许占祥, 江浩斌, 等. 基于分段优化的车辆换道避障轨迹规划[J]. 汽车工程, 2022, 44(6): 831-841.
 - [18] 杨彬, 宋学伟, 高振海. 考虑车辆运动约束的最优避障轨迹规划算法[J]. 汽车工程, 2021, 43(4): 562-570.
 - [19] 李文礼, 韩迪, 任勇鹏, 等. 基于交互车辆轨迹预测的自动驾驶车辆轨迹规划[J]. 计算机应用研究, 2023, 40(2): 519-525+538.
 - [20] 周振宇, 万华森. 行车舒适性评价方法综述[J]. 物流科技, 2020, 43(1): 124-127.
 - [21] Hidas, P. (2002) Modelling Lane Changing and Merging in Microscopic Traffic Simulation. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **10**, 351-371.
 - [22] 周振宇. 基于行车舒适性的车辆换道轨迹规划[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2021.