

不同销售模式下平台自有品牌引入与物流外包策略的交互影响

王 顺, 韩小雅

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年10月15日; 录用日期: 2024年12月2日; 发布日期: 2024年12月10日

摘 要

平台不仅作为线上交易渠道, 还通过引入自有品牌影响着供应链的结构。本文基于两种不同的销售模式, 研究平台自有品牌引入与制造商的物流外包策略的交互影响。结合供应链的运营策略, 提出6种决策模型结构。通过理论与数值分析探讨自有品牌入侵、物流外包选择策略以及供应链的销售模式偏好。结果表明: 在转售或代理销售外包平台物流情形下, 平台有动机实行入侵; 在代理销售外包第三方物流情形下, 其入侵策略与产品接受度和物流水平差异有关。无论平台是否引入自有品牌, 在其物流服务费用较高且平台物流与第三方物流水平差异较小时, 制造商的物流外包策略应从平台物流转到第三方物流。此外, 不同的市场环境下制造商与平台关于销售模式的偏好存在差异性, 通过外生参数调节可以在转售模式中局部实现供应链均衡, 实现双赢局面。

关键词

销售合同, 平台自有品牌, 物流外包策略, 交互影响

The Interactions between Platform Store Brand Introduction and Logistics Outsourcing Strategy under Different Sale Modes

Shun Wang, Xiaoya Han

Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Oct. 15th, 2024; accepted: Dec. 2nd, 2024; published: Dec. 10th, 2024

文章引用: 王顺, 韩小雅. 不同销售模式下平台自有品牌引入与物流外包策略的交互影响[J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(6): 343-357. DOI: 10.12677/orf.2024.146536

Abstract

The platform serves not only as an online trading channel but also impacts the supply chain structure by introducing proprietary brands. Based on two different sales contracts, this paper studies the interaction between the introduction of a platform store brand and the logistics outsourcing strategy of the manufacturer. Considering the operation strategy of the supply chain, six decision models are proposed. Through theoretical and numerical analysis, store brand invasion, logistics outsourcing selection strategy and supply chain sales contract preference are discussed. The results show that: in the models of reselling and agent sale outsourcing the platform logistics, the platform has the motivation to invade. In the case of agent sale outsourcing third-party logistics, its intrusion strategy is related to store brand product acceptance and logistics service level difference. Whether the platform introduces its own brand or not, when the platform logistics service cost is high and the difference of service level between platform logistics and third-party logistics is small, the logistics outsourcing strategy of the manufacturer should be changed from platform logistics to third-party logistics. In addition, the manufacturer and platform have commonalities and differences in their preferences for sales models in different market environments. Through the adjustment of exogenous parameters, supply chain equilibrium can be partially realized in the reselling model to achieve a win-win situation.

Keywords

Sales Contract, Platform Store Brand, Logistics Outsourcing Strategy, Interaction

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着网络零售的迅速发展以及日益增长的电商平台力量,越来越多的平台纷纷引入自有品牌产品(SB)来获取在供应链中的优势地位,增强与制造商在定价上的话语权[1]。例如,国内电商平台巨头京东引入“惠寻”、“LATIT”和“京造”等自有品牌。自有品牌的侵入导致平台与线上的第三方卖家的关系变得更复杂,同时SB与制造商产品(NB)之间存在一定的竞争。为了应对自有品牌的侵入,制造商通常战略采用开拓销售渠道、广告宣传和产品创新等举措来提高其自身的品牌影响力。其中,物流服务是一种常见的选择,因为优质高效的物流能提高消费者的满意度,从而提高品牌影响力[2]。现实中一些品牌商采用物流策略(第三方物流或平台物流)提高自身竞争力以应对自有品牌入侵。例如,京东作为大型电子零售商且具有自建的物流系统,当京造自有品牌上线,这些自有品牌与同类产品产生了竞争关系,而一些在京东平台的强势品牌(如网易严选)可能会考虑从京东的物流服务转向第三方物流(TPL)服务。平台有动机引入自有品牌,通过差异化运营策略来占据一定的市场份额。对于制造商来说,外包平台物流或第三方物流服务的策略有可能随着SB产品的入侵而改变。然而,平台自有品牌的引入与制造商物流外包策略战略性的互动是否有利于存在竞争关系的双方尚不清楚,也鲜有文献去研究。

除此之外,实践中转售模式和代理模式是广泛被制造商和平台零售商采用的两种销售方式。转售模式下,制造商将产品以批发价卖给平台,平台再将其以零售价销售给顾客,例如京东和亚马逊等自营店铺。代理模式下,制造商向平台交一定比例的佣金以获得直接面向消费者的权利,例如淘宝和天猫等电

商平台。实证表明不同的销售模式影响消费者的选择, 从而影响企业的盈利能力[3]。因此, 研究不同的销售模式对平台供应链自有品牌引入与物流外包策略的交互影响也是非常重要的。

基于上述背景, 本文构建一个由电商平台、制造商和第三方物流提供商组成的供应链, 研究在不同销售合同下平台自有品牌引入与制造商物流外包策略的交互作用, 主要探讨以下几个问题: 1) 自有品牌的引入在什么情形下能使平台收益? 2) 针对 SB 产品的入侵, 制造商最优的物流策略, 是继续外包平台物流, 还是转向第三方物流? 3) 自有品牌入侵与物流外包的交互作用如何影响两者的均衡利润, 是否能实现帕累托改进呢?

与本文相关的文献主要有平台销售模式、自有品牌入侵与物流外包服务选择策略三个方面。在平台销售模式方面, 哪种模式可能被采取与一系列因素有关。比如 Xu 等[4]研究了在需求中断扰动下跨渠道效应以及佣金率对制造商销售模式选择的影响; Wei 等[5]等分析了两个竞争性的制造商, 两者之间的竞争强度和权利结构对各自销售模式选择的影响。反过来, 运营模式也会对供应链决策产生影响, 如 Tian 等[6]研究转售、代理和混合销售三种模式对供应链定价以及利润的影响。Li 等[7]研究表明两种销售契约模式下, 零售商产品示范水平是相反的。与上面这些文献不同, 本文除了探讨制造商与平台对销售模式的偏好, 还研究了动态运营下平台自有品牌的引入与制造商物流外包选择的交互作用。

近年来关于对自有品牌引入的相关文献较为丰富。一些学者论证了零售商能从引入自有品牌中受益。例如 Assarzadegan 等[8]论证了零售商引入高级自有品牌(PPL)产生的利润比引入低级自有品牌更多; Li 等[9]研究发现了制造商品牌质量高的情况下, 在某些条件下引入更高质量的自有品牌可能对零售商更有利。也有一些文献分析了在何种情形下引入 SB 产品对供应链更有利, 比如 Jin 等[10]探讨了零售商在不同定价策略下引入 SB 的条件。范小军等[11]考虑成本差异, 研究不同质量定位的 SB 产品引入策略以及渠道效应。李春雨等[12]基于不同的销售模式, 研究供应商质量投资与平台自有品牌的交互影响。基于消费者的品牌与渠道偏好, 王鹏等[13]探讨了平台零售商的 SB 引入与制造商的三种渠道策略的交互行为。与这些文献不同的是, 本文除了研究平台自有品牌的侵入策略问题, 还将制造商的物流策略加入其中, 分析两者的交互影响。

此外, 本文还与物流外包策略有关。Qin 等[14]和 Li 等[15]研究了不同销售模式与物流服务策略的最优组合。在平台引入自有品牌的前提下, Xu 等[16]研究了入驻平台的生鲜企业关于外包物流模式的选择问题。Cao 等[2]分析了供应商除了向平台供应产品, 是否在平台开设旗舰店以及外包物流策略。与 Xu 等[16], Cao 等[2]不同, 本文聚集差异化的供应链销售模式, 探讨 SB 引入与制造商物流外包应对策略的相互作用。

Table 1. Comparison with the related literature

表 1. 与相关文献的比较

文献	销售契约	制造商入侵	平台 SB 入侵	制造商外包	交互作用
Qin et al. (2021)	√			√	
李春雨等(2023)	√		√		√
Xu et al. (2023)			√	√	
Li et al. (2021)	√		√	√	
Cao et al. (2023)		√		√	
Xu et al. (2024)		√		√	
Zenny (2020)	√				√
本文	√		√	√	√

由表 1 可知, 已有文献大多是从销售模式、自有品牌入侵, 物流外包策略与交互作用等单方面进行研究, 鲜有文献从不同销售合同下, 平台引入自有品牌与制造商的物流外包响应策略两者的交互作用这一角度进行分析。与本文联系紧密的是 Li 等[15]和 Xu 等[16]的研究, 主要讨论了代理模式下平台自有品牌入侵下制造商的物流外包策略以及不同模式下制造商的物流选择。但本文与之不同的是, 还考虑平台无引入自有品牌的情形, 分析零售平台与制造商的策略交互问题。本文以两种销售合同为基础, 研究 SB 产品的产品接受度、物流水平差异和佣金率对供应链运营的影响, 进一步丰富了自有品牌入侵与制造商的响应策略的理论研究。

2. 问题描述与符号说明

考虑由一个制造商(m)、自营物流系统的电商平台(R)和第三方物流提供商(TPLP)组成的供应链, 根据转售和代理两种不同的销售模式, 制造商可以将产品批发给平台, 平台再卖给消费者或是平台以收取佣金的方式允许制造商直接面向消费者。在两种销售模式下, 电商平台可能会引入自有品牌产品(SB)来满足消费者的需求多样性。考虑到自有品牌的入侵, 原来使用平台自营物流的制造商可能会战略选择外包物流的策略以回应这种入侵。在现实实践中, 制造商通常可以选择第三方物流(TPL)或平台物流来配送产品。由此本文研究在两种销售模式下, 根据平台引入自有品牌与制造商物流外包策略的互动作用, 提出 NR、NAT、NAP、SR、SAT 和 SAP 六种模型。其中 NR、NAT、NAP 模式分别表示平台无引入自有品牌情形下平台与制造商以转售合同销售, 平台与制造商以代理合同销售并且由 TP 进行配送服务, 平台与制造商以代理合同销售并且由平台物流进行配送服务。SR、SAT、SAP 模式分别表示平台引入自有品牌情形下平台与制造商以转售合同销售, 平台与制造商以代理合同销售并且由 TPL 进行配送服务, 平台与制造商以代理合同销售并且由平台物流进行配送服务。假设消费者对制造商品牌产品(NB)的感知价值为 v , 尽管最近观察表明, SB 产品质量正在接近 NB 产品的质量, 但是 NB 产品依然占据市场中大多数的产品种类, 具有更高的品牌影响力。因此假设 δv 作为消费者对 SB 产品的感知价值, 其中 δ 可认为是消费者对自有品牌的接受程度[17]。本文假设平台收取的物流服务费用 f 与 TPLP 收取的物流费用 k 作为决策变量[18]。为突出 TPL 与平台物流的差异性, 本文假设平台自营物流水平 s 高于 TPL 水平, 则第三方物流水平可表示为 $s - \Delta$ 。

消费者购买自有品牌的效用函数 $u_s = \delta v - p_s + \beta s$, 其中 β 为物流敏感系数。根据制造商外包平台物流或第三方物流, 消费者购买制造商品牌的效用 $u_m = v - p_m + \beta s$ 或 $u_m = v - p_m + \beta(s - \Delta)$ 。根据消费者效用最大化原则, 市场上只存在制造商品牌时, 对其需求量 $D^{NR/NAP} = 1 - p_m + \beta s$, $D^{NAT} = 1 - p_m + \beta(s - \Delta)$ 。当平台引入有自有品牌竞争时, 为保证两种产品的需求量同时存在, 本文只关注

$$\delta((p_m - \beta s) - \Delta) > p_s - \beta s \text{ 的市场条件。不同模式下对制造商品牌的需求量 } D_m^{SR/SAP} = 1 - \frac{p_m - p_s}{1 - \delta},$$

$$D_m^{SAT} = 1 - \frac{p_m - p_s + \beta \Delta}{1 - \delta}, \text{ 对自有品牌需求量 } D_R^{SR/SAP} = \frac{p_m - p_s}{1 - \delta} - \frac{p_s - \beta s}{\delta}。$$

3. 制造商品牌独占市场下供应链运营情形

市场上只存在制造商品牌产品情况下, 根据电商平台与制造商之间达成的不同销售合同以及制造商的外包物流策略选择, 建立 NR、NAT 和 NAP 三种模型结构。

3.1. NR 模型

NR 模式下, 电商平台以转售销售合同的方式转售制造商的产品。在给定的自营物流水平(s)下, 制造商首先确定其批发价格(w), 接着平台决定产品的零售价(p)。制造商和平台的利润函数分别给出

如下:

$$\pi_m^{NR} = w(1-p+\beta s) \quad (1)$$

$$\pi_R^{NR} = (p-w-c)(1-p+\beta s) \quad \pi_R^{NR} = (p-w-c)(1-p+\beta s) \quad (2)$$

定理 1. NR 模式下, NB 产品的最优批发价 $w^{NR} = \frac{1-c+s\beta}{2}$, 最优零售价 $p^{NR} = \frac{3+c+3s\beta}{4}$ 。

将制造商和平台的最优决策结果代入各自的利润函数中, 可得双方的均衡利润分别为 $\pi_m^{NR} = \frac{(1-c+s\beta)^2}{8}$, $\pi_R^{NR} = \frac{(1-c+s\beta)^2}{16}$ 。

定理 1 给出了 NR 模式下制造商和平台的最优价格决策, 由命题 1 可知, 平台的物流服务成本与 NB 产品的销售价格成正相关, 而与制造商和平台的收益负相关。当物流服务成本增加时, 平台会以提高产品价格的方式抵消部分成本, 这也会影响顾客的购买量, 使得平台的利润减少。

3.2. NAT 模型

NAT 模式下, 平台收取制造商收益的一部分比例, 制造商以零售价直接销售给市场, 并利用第三方物流配送商品。TPLP 首先确定物流费用 k , 接着制造商制定零售价。在此情形下制造商、平台与 TPLP 的利润函数分别为:

$$\pi_m^{NAT} = ((1-\lambda)p-k)(1-p+\beta(s-\Delta)) \quad (3)$$

$$\pi_R^{NAT} = \lambda p(1-p+\beta(s-\Delta)) \quad (4)$$

$$\pi_T^{NAT} = k(1-p+\beta(s-\Delta)) \quad (5)$$

定理 2. NAT 模式下, 第三方物流提供商收取的单位物流费用 $k = \frac{(1+s\beta-\beta\Delta)(1-\lambda)}{2}$, NB 产品的最优零售价 $p_m^{NAT} = \frac{3(1+s\beta-\beta\Delta)}{4}$ 。

根据定理 2 的最优决策, 可得制造商利润 $\pi_m^{NAT} = \frac{(1+s\beta-\beta\Delta)^2(1-\lambda)}{16}$, 平台利润 $\pi_R^{NAT} = \frac{3(1+s\beta-\beta\Delta)^2\lambda}{16}$, TPLP 提供商利润 $\pi_T^{NAT} = \frac{(1+s\beta-\beta\Delta)^2(1-\lambda)}{8}$ 。

定理 2 给出了 NAT 模式下的最优决策结果, 根据定理 2, 第三方物流提供商在制定外包物流费用时, 应考虑物流敏感系数、平台物流水平和佣金率这几个因素来使自己的收益最大化。另外, NR 模式下的产品销售价格高于 NAT 模式下的销售价格, 这是因为 NR 模式中制造商和平台以批发价格合同建立联系, 由于双重边际效应的存在, 这就导致处于供应链下游的平台零售商设定的产品价格要高于代理模式下的产品价格。

3.3. NAP 模型

NAP 情形下, 制造商向平台支付佣金费用的方式获得零售定价权, 并且制造商选择平台自营物流进行订单配送。制造商和平台的利润函数分别给出如下:

$$\pi_m^{NAP} = ((1-\lambda)p-f)(1-p+\beta s) \quad (6)$$

$$\pi_R^{NAP} = (\lambda p+f-c)(1-p+\beta s) \quad (7)$$

定理 3. NAP 模式下, 平台的单位物流服务费用 $f = \frac{(c - (1 + s\beta)(\lambda - 1))(\lambda - 1)}{2}$, 制造商产品的零售价

$$p_m^{NAP} = \frac{c - (1 + s\beta)(2\lambda - 3)}{4 - 2\lambda}.$$

根据定理 3 的最优决策, 可知该模式下制造商和电商平台的均衡利润分别为

$$\pi_m^{NAP} = \frac{(1 - c + s\beta)^2 (1 - \lambda)}{4(2 - \lambda)^2}, \quad \pi_R^{NAP} = \frac{(1 - c + s\beta)^2}{4(2 - \lambda)}.$$

定理 3 给出了 NAP 模式下平台和制造商的最优均衡解, NAP 模式下, 制造商直接将产品出售给消费者, 并与平台分享一部分收益。该模式下平台收取的物流服务费用与 NB 产品的零售价格均随平台的单位物流成本的增加而增加。NB 产品价格与平台佣金率成负相关, 这是因为在佣金率提高的情形下, 制造商销售每个产品获得的单位利润会降低, 制造商需要降低零售价格去刺激需求增长。

结合定理 2 和定理 3 中的最优决策, 下面的命题 1 和命题 2 给出代理模式下不同物流选择对决策结果的影响。

命题 1. 比较 NAT 和 NAP 两种模式的物流费用决策, 可得: (a) 当 $c > \frac{\lambda(1 + s\beta)}{2}$, $k < f$; (b) 当 $c < \frac{\lambda(1 + s\beta)}{2}$, 如果 $\Delta < \tilde{\Delta}$, $k > f$; 否则 $k < f$ 。其中 $\tilde{\Delta} = \frac{2c - \lambda(1 + s\beta)}{\beta(\lambda - 2)}$ 。

命题 1 (a) 表明, 当平台自营物流的单位成本较高时, 平台收取的单位物流费用要大于 TPLP 收取的物流费用; 命题 1 (b) 则表明当平台物流成本相对较低时, 在 TPL 与平台物流水平的差异小的情形下, TPLP 收取的物流费用超过平台制定的物流费用; 否则平台收取的物流费用会更高。较高的物流服务提供成本会使平台承担较高的成本费用, 因而平台会设定较高的物流费用来弥补成本负担。当平台物流成本较小且 TPL 与平台物流水平差异相对较小时, 相对于平台物流, 第三方物流更具有成本优势, 因此更有可能被制造商选择外包。从而 TPLP 会提高其物流服务费用来攫取更多收益; 否则的话, TPL 相对平台物流没有这么大的优势, 这会促使 TPLP 去降低物流费用吸引制造商采取其物流外包。

命题 2. 比较 NAT 和 NAP 模式的产品零售价可得: (a) 当 $c > \frac{\lambda(1 + s\beta)}{2}$, $p_m^{NAT} < p_m^{NAP}$; (b) 当 $c < \frac{\lambda(1 + s\beta)}{2}$, 如果 $\Delta < \hat{\Delta}$, 则有 $p_m^{NAT} > p_m^{NAP}$; 否则 $p_m^{NAT} < p_m^{NAP}$ 。其中 $\hat{\Delta} = \frac{2c - \lambda(1 + s\beta)}{\beta(\lambda - 2)}$ 。

命题 2 表明当平台物流服务成本较高时, 在模式 NAP 中, 制造商将设定一个更高的产品零售价。而当平台物流成本较低的话, 如果第三方物流水平与平台物流水平的差异小于某个阈值, 则在模式 NAT 下, 制造商将设定较高的产品销售价格; 否则模式 NAP 下的 NB 产品零售价会更高。根据命题 1 中的结果, 命题 2 的结论很容易解释。更高的物流成本使平台或 TPLP 去收取更高的物流外包费用, 这就进而导致使用该物流服务的制造商制定一个更高的零售价格。

4. 平台自有品牌引入下供应链运营情形

当电商平台推出自有品牌, 市场上的制造商品牌与自有品牌产品相互竞争。根据平台与制造商达成的销售合同以及制造商的外包物流策略选择, 建立 SR, SAT, SAP 三种博弈模型。

4.1. SR 模型

SR 模式下, 与制造商品牌有替代关系的自有品牌侵入市场, 平台与制造商以转售合同方式建立联系, 平台同时销售自有品牌与制造商品牌。制造商首先确定批发价, 平台接着设定 NA 和 SB 产品的零售价。

制造商和电商平台的利润函数分别如下:

$$\pi_m^{SR} = w \left(1 - \frac{p_m - p_s}{1 - \delta} \right) \quad (8)$$

$$\pi_R^{SR} = (p_m - w - c) \left(1 - \frac{p_m - p_s}{1 - \delta} \right) + (p_s - c) \left(\frac{p_m - p_s}{1 - \delta} - \frac{p_s - \beta s}{\delta} \right) \quad (9)$$

定理 4. SR 模式下, NB 产品批发价 $w^{SR} = \frac{1 - \delta}{2}$, NB 产品零售价 $p_m^{SR} = \frac{3 + 2c + 2s\beta - \delta}{4}$, SB 产品零售价 $p_s^{SR} = \frac{c + s\beta + \delta}{2}$ 。

由定理 4 的结果得出制造商的利润 $\pi_m^{SR} = \frac{1 - \delta}{8}$, 平台利润 $\pi_R^{SR} = \frac{4(c - s\beta)^2 + (1 - 8c + 8s\beta)\delta + 3\delta^2}{16\delta}$ 。

定理 4 给出了 SR 模式下制造商和平台的最优决策。平台既作为零售商自营 NB 产品, 同时销售自有品牌。从中可以明显看出, 当 δ 增大, 即 SB 产品与 NB 产品的质量差异减小时, SB 产品在市场有更强的竞争优势, 因此平台有动机提高其 SB 产品销售价格。同时会降低自营的 NB 产品价格来占取市场份额, 稳定运营。

4.2. SAT 模型

SAT 模式下, 制造商与平台签订代理销售合同并通过 TPL 配送产品, 同时平台引入自有品牌。供应链成员的利润函数给出如下:

$$\pi_m^{SAT} = ((1 - \lambda)p_m - k) \left(1 - \frac{p_m - p_s + \beta\Delta}{1 - \delta} \right) \quad (10)$$

$$\pi_R^{SAT} = \lambda p_m \left(1 - \frac{p_m - p_s + \beta\Delta}{1 - \delta} \right) + (p_s - c) \left(\frac{p_m - p_s + \beta\Delta}{1 - \delta} - \frac{p_s - \beta s}{\delta} \right) \quad (11)$$

$$\pi_T^{SAT} = k \left(1 - \frac{p_m - p_s + \beta\Delta}{1 - \delta} \right) \quad (12)$$

定理 5. SAT 模式下, TPLP 收取的物流费用 $k^{SAT} = \frac{(c - (2 + s\beta)(\delta - 1) + \beta(\delta - 2)\Delta)(\lambda - 1)}{2(-2 + \delta + \delta\lambda)}$, NB 产品

价格 $p_m^{SAT} = \frac{(c - (2 + s\beta)(\delta - 1) + \beta(\delta - 2)\Delta)(-3 + \delta + \delta\lambda)}{(4 - \delta - \delta\lambda)(-2 + \delta + \delta\lambda)}$, SB 产品价格

$$p_s^{SAT} = \frac{c(8 - 3\delta(1 + \lambda)) + s\beta(\delta - 1)(-8 + 3\delta(1 + \lambda)) + F_1}{2(-4 + \delta + \delta\lambda)(-2 + \delta + \delta\lambda)}。$$

根据定理 5 的最优结果, 可得制造商的利润 $\pi_m^{SAT} = \frac{(c - (2 + s\beta)(-1 + \delta) + \beta(-2 + \delta)\Delta)^2(-1 + \delta)}{4(-4 + \delta + \delta\lambda)^2(-1 + \delta)}$, 平台

利润 $\pi_R^{SAT} = \frac{F_2 + \frac{1}{\delta}(s\beta(\delta - 1)(-8 + 3\delta(1 + \lambda)) - c(8 + \delta(1 + \lambda)(-9 + 2\delta(1 + \lambda))) + F_1)F_3}{4(-4 + \delta + \delta\lambda)^2(-1 + \delta)(-2 + \delta + \delta\lambda)^2}$, TPLP 利润

$$\pi_T^{SAT} = \frac{(c - (2 + s\beta)(-1 + \delta) + \beta(-2 + \delta)\Delta)^2(-1 + \lambda)}{4(-4 + \delta + \delta\lambda)(-1 + \delta)(-2 + \delta + \delta\lambda)}。$$

定理 5 给出了 SAT 模式下各供应链成员的价格决策。TPLP 收取的物流服务费用与制造商的零售价均随 Δ 的增大而减小。随着 TPL 与平台物流水平差异的增大, TPLP 将会降低其物流费用以吸引更多卖家承包其物流服务。随着单位物流费用的减小, 制造商在物流上的成本削减, 在制定售价上有更大的灵活性, 因此会适当降价。

4.3. SAP 模型

SAP 模式下, 制造商向电商平台交付佣金比例 λ 并选取平台物流配送订单, 平台的自有品牌侵入市场。制造商和平台的收益函数给出如下:

$$\pi_m^{SAP} = ((1-\lambda)p_m - f) \left(1 - \frac{p_m - p_s}{1-\delta} \right) \quad (13)$$

$$\pi_R^{SAP} = (\lambda p_m + f - c) \left(1 - \frac{p_m - p_s}{1-\delta} \right) + (p_s - c) \left(\frac{p_m - p_s}{1-\delta} - \frac{p_s - \beta s}{\delta} \right) \quad (14)$$

定理 6. 平台收取的物流费用 $f^{SAP} = \frac{1}{2} \left(c + s\beta + \delta + \frac{8-8\delta}{8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda} - \lambda(2+c+s\beta-\delta) \right)$, NB 产品零

售价 $p_m^{SAP} = \frac{1}{2} \left(2+c+s\beta-\delta + \frac{8(\delta-1)}{8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda} \right)$, SB 产品零售价

$$p_s^{SAP} = \frac{1}{2} \left(c + s\beta + \frac{\delta(10-6\lambda+\delta(\lambda-1)^2)}{8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda} \right)。$$

由定理 6 的最优决策, 得出制造商和平台的均衡利润分别为 $\pi_m^{SAP} = \frac{(\delta-1)(\lambda-1)(2+\delta-\delta\lambda)^2}{(8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda)^2}$,

$$\pi_R^{SAP} = \frac{(-c+s\beta+\delta)^2(8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda)+4\delta(1-\lambda)}{4\delta(8+\delta(\lambda-1)^2-4\lambda)^2}。$$

结合定理 5 和定理 6, 下面的命题 3 给出物流费用和零售价格决策的比较分析。

命题 3. (1) 当 $c > c_1$ 时, $k^{SAT} < f^{SAP}$; 当 $c < c_1$ 时, 如果 $\Delta < \Delta_1$, 则 $k^{SAT} > f^{SAP}$, 否则 $k^{SAT} < f^{SAP}$ 。

(2) 存在物流成本阈值 c_2 , 当 $0 < c < c_2$ 时, $p_s^{SAP} > p_s^{SAT}$; 当 $c > c_2$ 时, 则 $p_s^{SAT} > p_s^{SAP}$ 。

(3) $p_m^{SAP} > p_m^{SAT}$ 。

命题 3 (1) 得到的结论与命题 1 相似, 也就是说, 不管平台是否引入自有品牌, 物流服务成本与 TPL 和平台物流水平之间的差异始终影响着 TPLP 和平台收取的物流费用, 且影响趋势一致。命题 3 (2) 表明当平台物流成本相对较低时, 共享平台物流下自有品牌的销售价格高于使用差异化物流下的自有品牌零售价, 否则 SAT 模式下的零售价更高。命题 3 (3) 表明在平台自有品牌入侵后, 制造商在 SAP 模式设定的零售价始终高于 SAT 模式的零售价。

5. 最优策略分析

本节通过平台自有品牌引入前后, 制造商在不同销售模式下的均衡利润, 来进一步探讨平台的自有品牌入侵策略、制造商的物流外包选择以及供应链的最优销售模式偏好。

5.1. 平台自有品牌入侵策略

本文假设平台先做出是否引入自有品牌的决策, 制造商的物流策略选择在自有品牌入侵策略之后。

命题 4 首先给出平台利润的比较。

命题 4. 转售销售模式下, $\pi_R^{SR} > \pi_R^{NR}$; 在代理销售模式中, SB 产品与 NB 产品共用平台物流服务的条件下, 则有 $\pi_R^{SAP} > \pi_R^{NAP}$ 。

命题 4 表明转售模式下, 平台同时销售 NB 和 SB 产品, 自主决策两个产品的定价权, 该情形下平台更倾向竞争市场环境, 会选择引入 SB 产品通过差异化产品策略来增加收益。在代理销售模式下, 如果 SB 产品与 NB 产品采取相同物流服务, 即平台物流时, 平台更倾向引入自有品牌, 除了收取一部分比例的制造商利润, 还通过自有品牌的推出来吸引一部分消费者, 获取更多收益。

由于 SAT 模式与 NAT 模式下平台的均衡利润较复杂, 故采用数值仿真来研究此两种模式下平台的自有品牌入侵策略。参照相关文献以及实际情况, 参数设置为 $\beta = 0.6$, $\lambda = 0.1$, $s = 5$, $c = 0.1$ 。如图 1 所示, 当消费者对 SB 产品者接受度较大且第三方物流与平台物流水平差异较小时, 供应链两种产品竞争激烈, 平台 SB 产品入侵市场的门槛较高, 平台很可能不会引入自有品牌。反之, 则平台会引入 SB 产品。

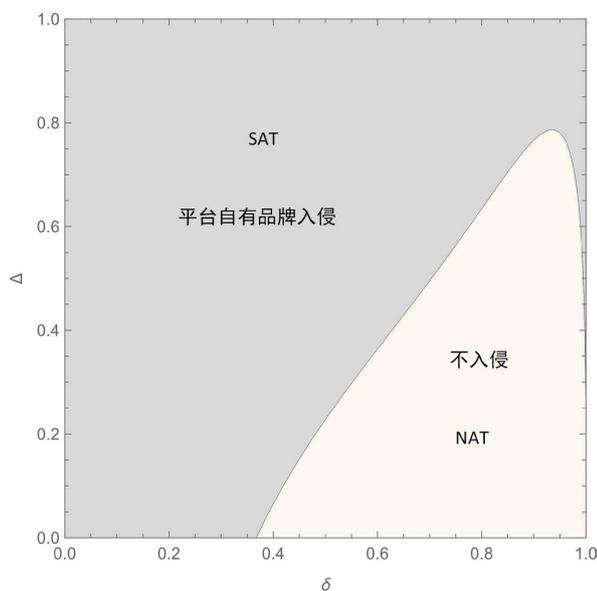


Figure 1. The influence of product acceptance and logistics level difference on platform intrusion strategy

图 1. 产品接受度与物流水平差异对制造商物流外包策略的影响

命题 4 说明平台在转售以及代理合同的 SAP 模式下, 平台总是有动机去引入自有品牌, 这也与一些电商平台(如京东、严选等)日益增长的自有品牌趋势一致。SAT 模式下平台的最优入侵策略则跟 S 产品接受度以及物流水平差异程度有关。

5.2. 制造商物流外包策略

在平台做出是否进行入侵策略的基础上, 本小节进一步讨论制造商的最优物流外包策略。下面的命题 5 和 6 分别给出平台自有品牌有无引入情形下, 制造商在代理销售模式下的利润比较。

命题 5. 当 $c < \frac{(4-\lambda)(1+s\beta)}{2}$, $\pi_m^{NAP} > \pi_m^{NAT}$; 当 $c > \frac{(4-\lambda)(1+s\beta)}{2}$ 时, 如果 $\Delta < \Delta_2$, 则 $\pi_m^{NAT} > \pi_m^{NAP}$; 否则 $\pi_m^{NAP} > \pi_m^{NAT}$ 。其中 $\Delta_2 = \frac{2c - \lambda(1+s\beta)}{\beta(2-\lambda)}$ 。

命题 5 表明, 当平台物流成本较小时, 制造商在 NAP 模式下的利润高于 NAT 模式下的利润。当平台物流成本较大时, 如果 TPL 与平台物流水平差异较小时, 制造商选择外包 TPL 能给其带来更多收益; 如果两者物流水平差异较大, 制造商外包平台物流对其更有利。这是因为在平台物流成本较小时, 平台可能会收取一个较低的物流费用, 这就使得制造商可以降低其零售价从而吸引更多顾客购买。当物流成本和 TPL 与平台物流水平差异均较大时, 与采用 TPL 相比, 制造商外包平台物流虽然承担更多的物流费用, 但由于优质的物流服务质量带来的消费增加量可以弥补掉产生的费用损失, 因此选择平台物流会给制造商带来更多利润。而当物流成本较大但两物流水平差异不那么大时, 与采用平台物流相比, 制造商采用 TPL 承担更少的物流支出费用, 因此其利润在 NAT 模式下会更高。

下面的命题 6 给出自有品牌侵入下, 制造商在 SAT 和 SAP 两种模式下的利润比较。

命题 6. 当 $c < c_3$ 时, $\pi_m^{SAP} > \pi_m^{SAT}$; 当 $c > c_3$ 时, 如果 $\Delta < \Delta_3$ 。则有 $\pi_m^{SAT} > \pi_m^{SAP}$; 否则 $\pi_m^{SAP} > \pi_m^{SAT}$ 。

从命题 6 可以看出, 在平台的自有品牌侵入后, 制造商在 SAP 与 SAT 模式下利润的情形比较与制造商产品独占市场下两种模式的情形比较相似。即制造商的最优物流外包策略取决于平台物流成本以及 TPL 与平台物流水平间的差异大小。由命题 5 和命题 6 可知, 作为对平台自有品牌的市场入侵的回应, 制造商的物流外包策略何时从平台物流转向第三方物流可以根据平台的物流成本以及物流水平差异大小来综合做出决策。

5.3. 供应链销售模式偏好

在以上平台和制造商运营策略的基础上, 本节进一步谈论两者的最优销售模式偏好, 给出帕累托最优改进条件。命题 7 和命题 8 分别给出 SB 产品在侵入前后, 制造商和平台的最优销售模式偏好。

命题 7. (a) (1) $\pi_m^{NR} > \pi_m^{NAP}$; (2) 当 $\lambda < \hat{\lambda}$ 时, $\pi_m^{NAT} > \pi_m^{NR}$; $\hat{\lambda} < \lambda < 0.5$ 时, $\pi_m^{NR} > \pi_m^{NAT}$ 。其中

$$\hat{\lambda} = 1 - \frac{2(1-c+s\beta)^2}{(1+s\beta-\beta\Delta)^2}.$$

(b) (1) $\pi_R^{NAP} > \pi_R^{NR}$; (2) 当 $\tilde{\lambda} < \lambda < 0.5$ 时, $\pi_R^{NAT} > \pi_R^{NR}$; 否则 $\pi_R^{NR} > \pi_R^{NAT}$ 。其中 $\tilde{\lambda} = \frac{(1-c+s\beta)^2}{3(1+s\beta-\beta\Delta)^2}$ 。

命题 7 表明, SB 产品无侵入下, 制造商产品独占市场。在制造商外包平台物流的基础上, 制造商倾向于采用转售模式销售产品, 而电商平台则更倾向代理模式。在制造商选择外包第三方物流情况下, 当平台佣金率较小时, 制造商更偏好代理模式; 反之, 则更偏好转售模式。对于平台来说, 在佣金率较小的情形下, 转售模式能给其带来更多收益。而当佣金率大于某个阈值时, 较高的佣金率使其收取更多的服务费且承担的风险较小, 因此平台倾向代理销售契约。

命题 8. (a) (1) $\pi_m^{SR} > \pi_m^{SAP}$; (2) 当 $\delta < \delta_1$ 时, $\pi_m^{SAT} < \pi_m^{SR}$; 当 $\delta > \delta_1$ 时, 如果 $\lambda < \lambda_1$, $\pi_m^{SAT} > \pi_m^{SR}$; 否则 $\pi_m^{SAT} < \pi_m^{SR}$ 。

(b) (1) $\pi_R^{SAP} > \pi_R^{SR}$; (2) 当 $\delta > \delta_2$ 时, $\pi_R^{SR} > \pi_R^{SAT}$; 当 $\delta < \delta_2$ 时, 如果 $\lambda > \lambda_2$, 有 $\pi_R^{SAT} > \pi_R^{SR}$; 否则 $\pi_R^{SR} > \pi_R^{SAT}$ 。

命题 8 表明, 在 SB 产品侵入下, 市场中两种产品相互竞争。在制造商选择外包平台物流的基础上, 制造商倾向转售模式。而电商平台则更倾向于以代理合同的形式销售, 自主销售 SB 产品且与制造商共享其一部分收益比例的方式。在制造商外包 TPL 的情况下, 如果消费者对 SB 产品接受度较低或产品接受度和平台佣金率都相对较高, 如图 2(a) 区域①和②, SR 模式对制造商更有利。在 SB 产品接受度较高而平台佣金率较低的情况下(区域③), 选择转售模式能给制造商带来更多收益。对于平台来说, 自有品牌接受度高于某个阈值, 如(b)区域①, 更倾向转售销售合同。而当产品接受度相对较低时, 其销售模式偏好与平台佣金率相关。当佣金率较高时, 平台更倾向代理模式, 如图 2(b) 区域③, 否则更偏好转售模式。

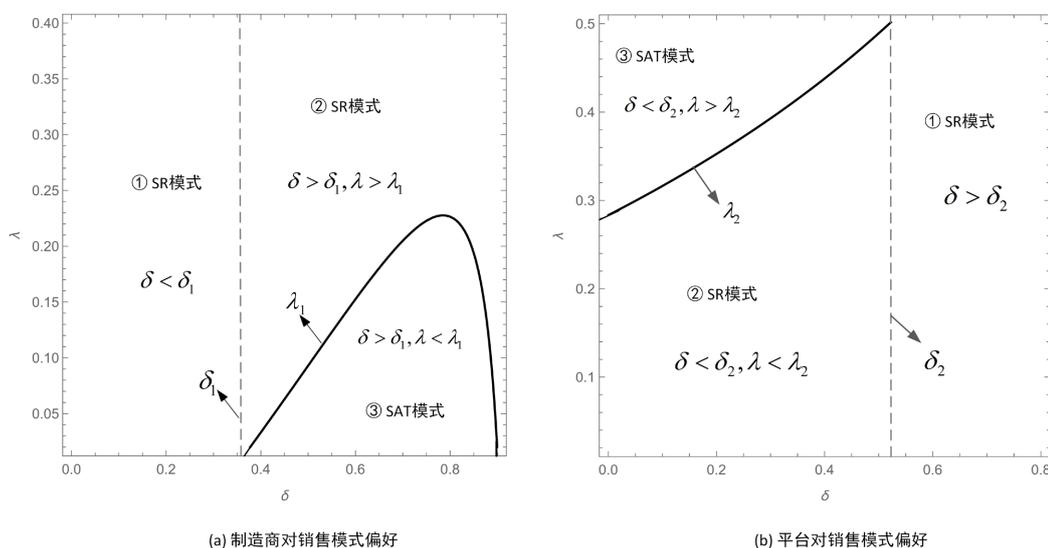


Figure 2. Manufacturer and platform sales model preferences in competitive market
图 2. 竞争市场下制造商和平台销售模式偏好

命题 7 和 8 研究了自有品牌产品侵入前后, 制造商和平台的最优销售模式偏好, 在不同的情形下, 两者的偏好也有所不同。那么在何种条件下, 哪种销售模式可以实现供应链局部均衡呢? 如图 3(a)表示的是 SB 产品侵入前的销售模式偏好, 可以发现平台佣金率适中且物流水平差异较大时, NB 产品垄断下供应链在转售模式下可以实现局部帕累托改进。在 SB 产品引进后, 当平台佣金率适中且产品接受度不那么大时, 竞争环境下供应链在转售模式下可以实现局部帕累托改进, 如图 3(b)所示。

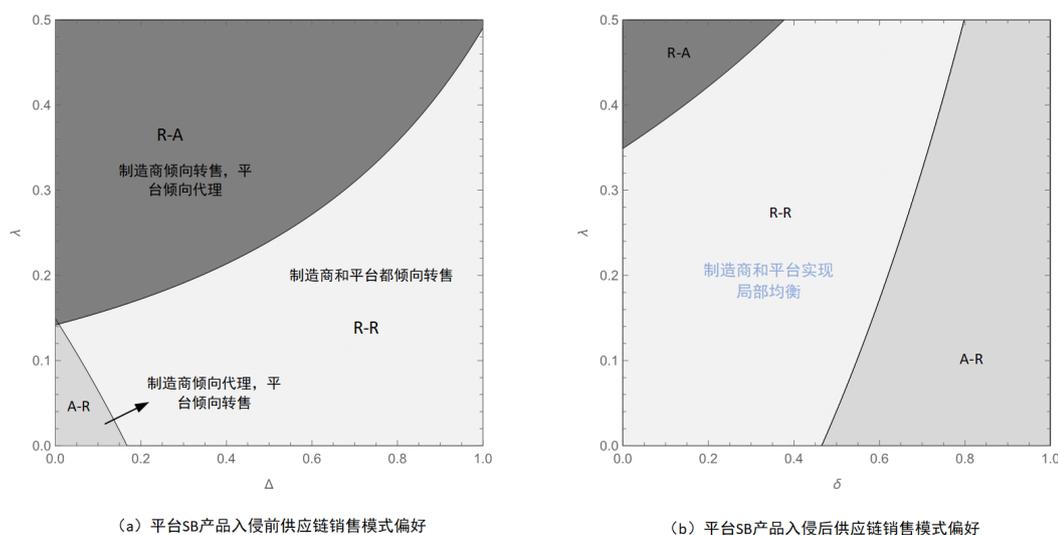


Figure 3. Supply chain optimal sales model preference before and after private brand invasion
图 3. 自有品牌入侵前后供应链最优销售模式偏好

6. 结语

本文在转售和代理两种不同的销售模式下, 根据电商平台自有品牌引入与制造商物流外包策略的相互作用, 建立六种供应链模型。通过理论分析与仿真分析, 比较不同情形下的均衡结果, 探究这两者的

相互作用对供应链的影响, 主要结论以及管理启示如下:

1) 在不同的市场环境下, 制造商和平台对销售模式的偏好有所不同。制造商产品独占市场环境下, 若制作商外包平台物流服务, 电商平台与制造商分别倾向转售、代理模式; 若制作商外包第三方物流, 此时双方的销售模式偏好与佣金率相关, 且发现在佣金率适中以及 TPL 与平台的物流水平差异较大时, 制造商与平台在转售模式下实现供应链的帕累托改进。竞争市场环境下, SAP 模式下制造商倾向转售模式, 而平台更喜欢代理销售。SAT 模式下, 制造商和平台的最优模式受 SB 产品接受度和佣金率影响, 且在平台佣金率适中与产品接受度不那么大时, 双方在转售合同下达到局部供应链帕累托改进。因此, 当自有品牌的接受度不大, 即 SB 与 NB 产品的质量差异较大时, 平台可以调整收取的佣金比率, 这样在转售合同下制造商与平台可以达到一个双赢的局面。

2) 转售模式以及 SAP 模式下, 自有品牌的引入可以给平台带来额外的收益。SAT 模式下, 在 SB 产品接受度不那么大且 TPL 平台物流水平之间具有一定的差异时, 平台更有动机实行入侵。这给平台的自有品牌入侵策略提供一定的参考意义。在达成的代理销售合同下, 若制造商外包 TPL 情形且平台物流有显著的优势时, 平台可以采取引入差异化产品的策略来实施入侵来获取更多利润。而当两种产品竞争激烈与物流水平差异又较小时, 平台自有品牌产品入侵市场的门槛较高, 引入 SB 对其不一定是有利的。在达成的转售合同或代理合同下两者共享平台物流服务时, 平台可能更会采取引入自有品牌的策略。

3) 无论平台是否引入自有品牌, 平台的物流服务成本以及第三方物流与平台物流水平的差异都会对制造商的物流外包策略产生影响。也就是说, 当平台物流成本较小时, 选择外包平台物流服务给制造商带来更多利润。当平台物流成本较大, 如果两者物流水平差异相对较小, 选择第三方物流服务对制造商是更有利的。然而在物流水平差异大的情形下, 制造商虽需承担更多的物流费用, 却以优质的物流服务吸引更多消费者, 选择平台物流为其带来更多收益。因此这对于在平台自有品牌入侵时, 原本使用平台物流的品牌商是否转向第三方物流服务, 以及继续使用平台物流对其更有利提供一定的理论指导意义。

本文研究在不同的销售模式下, 平台的自有品牌引入与制造商物流外包应对策略的交互作用问题, 存在一定的局限性。首先, 本文假设平台的引入自有品牌的成本以及生产成本均为零, 未来可以考虑引入成本和制造商的生产成本对销售系统中供应链成员决策的影响; 其次, 线上销售中普遍存在的退货现象可能影响运营策略, 因此考虑消费者的退货行为更具现实意义。

参考文献

- [1] Li, D., Liu, Y., Hu, J. and Chen, X. (2021) Private-Brand Introduction and Investment Effect on Online Platform-Based Supply Chains. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **155**, Article ID: 102494. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102494>
- [2] Cao, K., Xu, Y., Hua, Y. and Choi, T. (2023) Supplier or Co-Optor: Optimal Channel and Logistics Selection Problems on Retail Platforms. *European Journal of Operational Research*, **311**, 971-988. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.06.005>
- [3] Chen, P., Zhao, R., Yan, Y. and Li, X. (2020) Promotional Pricing and Online Business Model Choice in the Presence of Retail Competition. *Omega*, **94**, Article ID: 102085. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2019.07.001>
- [4] Xu, X., Chen, Y., He, P., Yu, Y. and Bi, G. (2021) The Selection of Marketplace Mode and Reselling Mode with Demand Disruptions under Cap-and-Trade Regulation. *International Journal of Production Research*, **61**, 2738-2757. <https://doi.org/10.1080/00207543.2021.1897175>
- [5] Wei, J., Lu, J. and Zhao, J. (2020) Interactions of Competing Manufacturers' Leader-Follower Relationship and Sales Format on Online Platforms. *European Journal of Operational Research*, **280**, 508-522. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.07.048>
- [6] Tian, L., Vakharia, A.J., Tan, Y. and Xu, Y. (2018) Marketplace, Reseller, or Hybrid: Strategic Analysis of an Emerging E-commerce Model. *Production and Operations Management*, **27**, 1595-1610. <https://doi.org/10.1111/poms.12885>
- [7] Li, Y., Li, B., Song, D. and Wu, S. (2021) Improve It or Reveal It? Product Innovation and Demonstration Decisions

-
- under Different Supply Chain Contract Modes. *Computers & Industrial Engineering*, **162**, Article ID: 107757. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107757>
- [8] Assarzadegan, P., Hejazi, S.R. and Raissi, G.A. (2020) An Evolutionary Game Theoretic Model for Analyzing Retailers' Behavior When Introducing Economy and Premium Private Labels. *Journal of Retailing and Consumer Services*, **57**, Article ID: 102227. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2020.102227>
- [9] Li, X., Cai, X. and Chen, J. (2022) Quality and Private Label Encroachment Strategy. *Production and Operations Management*, **31**, 374-390. <https://doi.org/10.1111/poms.13549>
- [10] Jin, Y., Wu, X. and Hu, Q. (2017) Interaction between Channel Strategy and Store Brand Decisions. *European Journal of Operational Research*, **256**, 911-923. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.001>
- [11] 范小军, 王成付, 刘艳. 成本差异条件下的自有品牌定位策略与渠道效应[J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(8): 12.
- [12] 李春雨, 张翠华, 马勇. 不同销售模式下质量投资和自有品牌侵入的交互影响[J]. 系统管理学报, 2024, 33(4): 849-864.
- [13] 王鹏, 王要玉, 王建才. 零售平台自有品牌与制造商渠道策略的竞合博弈分析[J]. 中国管理科学, 2024, 32(9): 214-224.
- [14] Qin, X., Liu, Z. and Tian, L. (2021) The Optimal Combination between Selling Mode and Logistics Service Strategy in an E-Commerce Market. *European Journal of Operational Research*, **289**, 639-651. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.07.029>
- [15] Li, D., Liu, Y., Fan, C., Hu, J. and Chen, X. (2021) Logistics Service Strategies under Different Selling Modes. *Computers & Industrial Engineering*, **162**, Article ID: 107684. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107684>
- [16] Xu, Y., Wang, J. and Cao, K. (2023) Logistics Mode Strategy of Firms Selling Fresh Products on E-Commerce Platforms with Private Brand Introduction. *Journal of Retailing and Consumer Services*, **73**, Article ID: 103306. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2023.103306>
- [17] Cheng, F., Chen, T., Shen, Y. and Jing, X. (2022) Impact of Green Technology Improvement and Store Brand Introduction on the Sales Mode Selection. *International Journal of Production Economics*, **253**, Article ID: 108587. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2022.108587>
- [18] Cao, K., Xu, Y., Wu, Q., Wang, J. and Liu, C. (2021) Optimal Channel and Logistics Service Selection Strategies in the E-Commerce Context. *Electronic Commerce Research and Applications*, **48**, Article ID: 101070. <https://doi.org/10.1016/j.elerap.2021.101070>

附录

1) 定理及命题中涉及到的相关参数

$$F_1 = \delta(6 + 2\beta\Delta + 6\lambda - 6\beta\Delta\lambda + 2\delta^2(1 + \lambda)^2 + \delta(1 + \lambda)(-2(4 + \lambda) + \beta\Delta(-1 + 2\lambda)));$$

$$F_2 = -2(c - (2 + s\beta)(-1 + \delta) + \beta(-2 + \delta)\Delta)^2 \lambda(-3 + \delta + \delta\lambda)(-2 + \delta + \delta\lambda);$$

$$F_3 = \delta(-6 - 2\beta\Delta + \delta(8 - 2\delta + \beta\Delta) + 6\lambda - (6\delta + \beta(6 + \delta(-9 + 2\delta))\Delta)\lambda - 2(\delta - 1)\delta(\beta\Delta - 1)\lambda^2) + c(8 + 2\delta^2(1 + \lambda) - 3\delta(3 + \lambda)) + s\beta(\delta - 1)(8 + \delta(-3 + \lambda(-9 + 2\delta(1 + \lambda))));$$

$$c_1 = \frac{-8\lambda - s\beta(8 + \delta(\lambda - 1)^2 - 4\lambda)(-1 + \delta\lambda) + \delta(6 + 4\delta + 10\lambda^2 + \delta^2(\lambda - 1)(\lambda + 1)^2 - 2\delta\lambda(3 + \lambda(2 + \lambda)))}{(8 + \delta(\lambda - 1)^2 - 4\lambda)(-1 + \delta + \delta\lambda)};$$

$$\Delta_1 = \frac{2 + c + s\beta - 4\delta - c\delta + 3\delta^2 + \delta(-2 - c - s\beta + \delta)\lambda + \frac{4(\delta - 1)(4 - \delta(5 + \delta) + (-1 + \delta)\delta\lambda)}{8 + \delta(\lambda - 1)^2 - 4\lambda}}{\beta(-2 + \delta)};$$

$$c_2 = \frac{\delta^3(-3 + \lambda)(-1 + \lambda)(1 + \lambda)^2 - 8(4 + 3(-3 + \lambda)\lambda) + F_4 + 2\delta(1 + \lambda)(5 + \lambda(-20 + 7\lambda))}{(8 + \delta(\lambda - 1)^2 - 4\lambda)(-3 + \delta + \delta\lambda)}; \text{其中}$$

$$F_4 = -2\delta^2(1 + \lambda)(4 - 9\lambda + \lambda^3) - s\beta(8 + \delta(\lambda - 1)^2 - 4\lambda)(5 - 3\lambda + \delta(-2 + \lambda)(1 + \lambda));$$

2) 相关定理与命题的证明

定理 1 证明 对式(2)求 π_p^{NR} 关于 p 的二阶导数为 $-2 < 0$, 根据 $\frac{\partial \pi_p^{NR}}{\partial p} = 0$ 得 $p^{NR} = \frac{1 + c + w + s\beta}{2}$, 逆向代入式

(1), 求偏导可得定理 1 的最优解。

定理 2 证明 对式(4)的利润函数求关于 p 的二阶偏导, 值为 $-2 + 2\lambda < 0$, 因此存在关于 p 的唯一解, 得到 $p^{NAT}(k) = \frac{1 - \lambda + k + \beta(s - \Delta)(1 - \lambda)}{2(1 - \lambda)}$, 逆向代入式(3), 对 k 求二阶偏导得 $\frac{1}{-1 + \lambda} < 0$, 满足唯一解条件。令其一

阶导为 0, 得到 k^* , 回代入 p^{NAT} , 由此得到定理 2 的最优解。

定理 3 与定理 2 的证明过程相似, 略。

定理 4 证明 对式(9)的利润函数关于 p_m, p_s 的海塞矩阵为 $H = \begin{bmatrix} \frac{2}{\delta - 1} & \frac{2}{1 - \delta} \\ \frac{2}{1 - \delta} & \frac{2}{(\delta - 1)\delta} \end{bmatrix}$, 由于 $0 < \delta < 1$, 可得

$H_1 < 0, H_2 > 0$, 因此 π_R^{SR} 存在关于 p_m 和 p_s 的唯一最优解。将得到的最优解代入式(8)中, 得到 $\frac{\partial^2 \pi_m^{SR}}{\partial w^2} = \frac{1}{\delta - 1} < 0$,

令关于 w 的一阶导为 0, 得到 $w = \frac{1 - \delta}{2}$, 将最优批发价回代入上述式子, 可得定理 4 的最优解。

定理 5 证明

分别对式(10)和式(11)求关于 p_m 和 p_s 的二阶导得到 $\frac{\partial^2 \pi_m^{SAT}}{\partial^2 p_m} = \frac{2(1 - \lambda)}{\delta - 1} < 0, \frac{\partial^2 \pi_R^{SAT}}{\partial^2 p_s} = \frac{2}{(\delta - 1)\delta} < 0$ 。从而令一阶偏导为 0 分别得到 p_m 和 p_s 的最优解, 将其代入式(11)对 k 求二阶导值小于 0, 因此求解得到

$k^{SAT} = \frac{(c - (2 + s\beta)(\delta - 1) + \beta(\delta - 2)\Delta)(\lambda - 1)}{2(-2 + \delta + \delta\lambda)}$, 再将其代入零售价格, 最终得到定理 5 的所有最优解。

定理 6 与定理 5 的证明过程相似, 略。

命题 1 证明

$k - f = \frac{(1 - \lambda)(-2c - 2\beta\Delta + \lambda + \beta(s + \Delta)\lambda)}{2 - \lambda}$, 令 $f(\Delta) = -2c - 2\beta\Delta + \lambda + \beta(s + \Delta)\lambda$, 其关于 Δ 的一阶导为 $-2\beta + \lambda\beta < 0$, 故 $f(\Delta)$ 是 Δ 的减函数。又 $f(\Delta)$ 在 $\Delta = 0$ 的函数值为 $-2c + \lambda + \lambda s\beta$ 。当 $c < \frac{\lambda + s\beta\lambda}{2}$, $f(\Delta = 0) > 0$, $f(\Delta)$ 有唯一解 $\tilde{\Delta} = \frac{\lambda + s\beta\lambda - 2c}{\beta(2 - \lambda)}$ 。如果 $\Delta < \tilde{\Delta}$, $f(\Delta) > 0$, 即 $k > f$; $\Delta > \tilde{\Delta}$, $f(\Delta) < 0$, 即 $k < f$ 。当 $c > \frac{\lambda + s\beta\lambda}{2}$, $f(\Delta = 0) < 0$, 此时 $k < f$ 。

命题 2 证明

$p_m^{NAT} - p_m^{NAP} = \frac{-2c + 3\beta(\lambda - 2) + \lambda + s\beta\lambda}{2(4 - 2\lambda)}$ 。令 $F(\Delta) = -2c + 3\beta(\lambda - 2) + \lambda + s\beta\lambda$, 其关于 Δ 的一阶导为 $6\beta(-2 + \lambda) < 0$, 故 $F(\Delta)$ 关于 Δ 单调递减。 $f(\Delta = 0) = -2c + \lambda + \beta s\lambda$, 当 $c > \frac{\lambda + s\beta\lambda}{2}$, $f(\Delta = 0) > 0$, 因此 $p_m^{NAT} < p_m^{NAP}$ 。当 $c < \frac{\lambda + s\beta\lambda}{2}$, $F(\Delta)$ 存在关于 Δ 的唯一解 $\hat{\Delta}$, 当 $\Delta < \hat{\Delta}$, $F(\Delta) < 0$, 故 $p_m^{NAT} > p_m^{NAP}$, 否则 $p_m^{NAT} < p_m^{NAP}$ 。命题 2 证毕。

命题 3~8 的证明过程与命题 1 和 2 类似, 在此省略其证明过程。