

面对损失厌恶消费者的渠道策略研究

常一桐, 郭永江

北京邮电大学理学院, 北京

收稿日期: 2024年10月31日; 录用日期: 2024年12月17日; 发布日期: 2024年12月25日

摘要

考虑一个由制造商和消费者构成的Hotelling线性市场, 假设制造商是理性的, 消费者是损失厌恶的, 消费者的参照价格是公知的市场价。进一步假设消费者是异质的。无论采用集中式销售还是分散式销售, 制造商的最优产品质量和最优出售价格不变。但是, 相对于集中式销售渠道, 消费者在分散式销售渠道下购买产品的价格相对较高。在单位距离成本高和参照价格高或者低的情况下, 制造商会在集中式渠道中延长产品线以满足足够多的市场需求, 并保持其最优策略与延长前相同。若不满足上述情况, 制造商仍要延长产品线, 则制造商会因需求的溢出而被迫降低销售价格。

关键词

损失厌恶, 营销策略, 消费者异质性, 分销渠道, 产品线

Research on Channel Strategies When Facing Loss-Averse Consumers

Yitong Chang, Yongjiang Guo

School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing

Received: Oct. 31st, 2024; accepted: Dec. 17th, 2024; published: Dec. 25th, 2024

Abstract

Consider a Hotelling linear market consisting of a manufacturer and consumers, where the manufacturer is assumed to be rational and the consumers are loss-averse, with the reference price being the publicly known market price. Consumers are assumed to be heterogeneous. Regardless of whether a centralized or decentralized sales channel is adopted, the manufacturer's optimal product quality and optimal selling price remain unchanged. However, compared to centralized sale channel, the price consumers pay for the product is relatively higher in decentralized sales channels. When the unit transportation cost is high and the reference price is either high or low, the

manufacturer will extend the product line in the centralized channel to meet sufficient market demand while maintaining the same optimal strategy as before the expansion. If these conditions are not met, the manufacturer still extends the product line, the manufacturer will be forced to lower the selling price due to demand overflow.

Keywords

Loss Aversion, Marketing Strategies, Consumer Heterogeneity, Distribution Channels, Product Line

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在销售市场中, 消费者、商家及市场本身三者紧密相连, 每一方的状态变化均对市场整体产生深远影响。消费者群体可能展现出同质或异质的特性, 其风险偏好亦各不相同, 有的倾向于追求风险, 有的则厌恶风险。商家方面, 则涵盖了垄断、竞争、多层次结构等经营模式。对于市场本身, 则有价格水平、市场规模及实际条件等方面的不同情况。本文旨在通过构建基于损失厌恶消费者效用模型的框架, 深入分析在集中式与分散式渠道下制造商的生产营销策略, 及其延长产品线决策带来的影响。

对于消费者决策过程的分析, 其往往依赖于与某一参考点的对比, 并受到对结果本身偏好的影响。特别地, 损失厌恶现象在消费者行为中占据重要地位, 即相比等额的收益, 消费者对等额的损失更为敏感(见 Kahneman 等[1][2]), 且这一现象会带来重要的经济后果(见 Ariely 等[3])。直至 Kőszegi 和 Rabin [4] 搭建的损失厌恶消费者效用模型出台, 其定义了效用由获得商品本身的经济剩余和基于参考消费水平 r 产生的损益剩余两部分组成, 此后该模型一直被沿用(见 Karle 和 Peitz [5])。Hu 和 Nasiry [6] 的研究给损益剩余中参考价格和售价之差赋予了不同大小的系数, 当差额为正时系数更小, 当差额为负时系数更大。本文也使用同样的方式, 设置市场公共参考价 r 和售价 p , 并以函数 $\mu(r-p)$ 表达损益剩余, 再结合商品本身的经济剩余, 共同刻画消费者总效用。

在商家层面, 首先考虑分销渠道这一因素, 其分为两种: 集中式渠道和分散式渠道。集中式渠道是指制造商直接面向消费者售卖产品的销售方式, 分散式渠道是指制造商首先将商品批发给独立的零售商, 再由零售商售卖给消费者, 且往往分散式渠道下的价格更高。例如, 消费者从“三只松鼠”等零售商处购买干果的价格, 往往贵于“1688”等直销工厂。另外, 制造商并不一定能自由选择其分销渠道(见 Shi 等[7]), 例如, Heron [8] 提到, 美国的酿酒师会依据各国法律将葡萄酒通过不同的渠道进行销售。因此, 对于制造商而言, 分别考虑在两种渠道下的生产营销策略是必要的。本文分别对单一店铺模型的集中式渠道和分散式渠道、双店铺模型的集中式渠道下制造商最优生产营销策略展开了研究。

除了分销渠道外, 产品线的长度也是商家的重要决策之一, 其会对制造商的盈利能力产生重大影响(见 Netessine 和 Taylor [9])。例如, Lancaster [10] 认为更长的产品线可以更好地实现产品供应与消费者需求之间的契合。然而, Barwise 和 Meehan [11] 提到, 过长的产品线也可能带来不利影响, 例如, 在纽约非处方药产品线的扩展已经达到饱和点时, 制药商的长产品线未必能提供足够多的好处(见 Gannon [12])。进而, Liu 和 Cui [13] 研究了分销渠道中的产品线长度。本文也研究了集中式渠道下制造商在何种市场情况时适合延长产品线, 以及盲目延长产品线将带来的后果。

对于市场自身状况方面, 本文研究的是 Hotelling 线性市场, 且市场上存在固定的单位配错成本 t , 可以理解为统一的单位距离成本, 其大小由市场决定。在消费者购买产品的过程中, 其所在的水平位置为随机变量 x , 则需要付出大小各不相同的成本, 这也构成了消费者的水平异质性。这一成本将体现在消费者的经济剩余当中, 会直接影响他们的购买决策。且对于制造商而言, t 的大小反映了市场情况, 因此也会影响他们的最优策略。

现有文献对于分销渠道、消费者异质性、损失厌恶及产品线长度四方面均有相关研究, 其综述性结论可汇总如下: 在两种不同的分销渠道下, 面对不同异质类型的消费者时, 集中式渠道常有更低的售价和更大的市场需求, 分散式渠道有更高的售价和更小的市场需求。在研究产品线长度时, 延长产品线往往能带来更高的需求和更大的效用, 但其延长策略很大程度上受市场状况影响, 盲目延长产品线往往不会带来足够多的好处。该领域的不足之处在于, 面对上述四种经济状况时, 现有研究对它们的融合程度不够高, 例如, 在研究产品线长度时, 现有文献将其与分销渠道和消费者异质性相结合, 忽略了损失厌恶现象。

本文创新性地将上述提到的所有内容整合, 拟解决制造商面对损失厌恶的水平异质性消费者时, 分别在集中式渠道、分散式渠道及不同产品线长度下的最优策略制定问题。制造商的决策变量为商品质量 q 和出售价格 p (分散式渠道中制造商的出售价格为批发价 w), 生产成本 c 由产品质量决定, 定义为 $c = q^2$ 。对于消费者, 其总效用由经济剩余和损益剩余两部分组成, 经济剩余定义为产品本身价值与购买成本之差, 损益剩余定义为前文提到的 $\mu(r - p)$ 。本文假定所有消费者在效用大于等于 0 的情况下均会选择购买, 市场规模定义为 1, 则需求为消费者选择购买的概率。本文结论如下: 在单一店铺的分散式和集中式渠道下, 给出制造商的最优策略, 并发现这两种策略相等; 在延长产品线的集中式渠道下, 分析出适合延长产品线的市场类型, 以及在不同市场状况下, 商家的最优策略。

本文的结构如下: 第 2 部分是制造商产品线上只有一家店铺的模型, 分别研究了其集中式渠道和分散式渠道下的最优策略; 第 3 部分是制造商将其产品线延长至两家店铺后, 在集中式渠道下的最优策略; 第 4 部分是本文的总结; 第 5 部分是附录, 给出了文中定理的证明。

2. 单店铺销售模型

考虑一个由单店铺和消费者构成的 Hotelling 线性市场, 店铺坐落于市场水平位置的 0 处。单店铺商家售卖一种商品, 商品的质量为 q , 售价为 p 。消费者普遍是对价格损失厌恶的, 且市场上存在一个对于价格的参照点常数 r , 可以理解为市场价, 是所有消费者的共同信念, 为公开信息。设消费者是水平异质性的, 即他们的交易成本不同, 用来衡量消费者在购买过程中产生的负效用, 如由于距离远而产生的额外花费、产品本身就难以获得而产生的花费等。具体来说, 消费者均匀地分布在 $[0, 1]$ 的 Hotelling 线性市场上, 市场规模归一化为 1, 每人在购买时需要付出的交易成本为 tx , 其中, x 是表示消费者与店铺之间距离的随机变量, 服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布, 即 $x \sim U(0, 1)$; t 是单位距离成本。为了保证异质性的作用, 假设为

$$t > \max \left\{ \frac{1}{8(1+\eta)} + \frac{\eta r}{2}, \frac{1}{8(1+\lambda\eta)} + \frac{\lambda\eta r}{2} \right\} \quad (1)$$

具体原因将在注 1 说明。

消费者的效用由两部分组成: 经济剩余和损益剩余。经济剩余是指获得或消费该产品所产生的效用, 即: 对于给定的商品质量 q 、商品价格 p 和距离成本 tx , 经济剩余等于 $q - p - tx$ 。此外, 由于消费者是损失厌恶的, 其还将额外获得一部分损益剩余, 反映的是消费者对交易的感受, 取决于参考价格 r 和商

品售价 p 之间的差额 $r-p$ 。下面定义损益剩余函数 $\mu(r-p)$ 如下:

$$\mu(r-p) = \begin{cases} \eta(r-p), & p \leq r \\ \lambda\eta(r-p), & p > r \end{cases}$$

其中 $\eta > 0$, $\lambda > 1$, λ 表示消费者对损失与收益的态度差异。根据此函数定义易知, 若商品售价 p 低于市场参考价 r , 则 $r-p$ 为正数, 即消费者会获得一个正效用, 进而使其购买产品所获得的总效用变大; 反之, 若商品售价 p 高于市场参考价 r , 则 $r-p$ 为负数, 即消费者会认为该商品定价过高, 感到自己有所损失, 会获得一个负效用, 进而使其总效用变小, 更不愿意购买商品。此外, 对于 $\lambda > 1$, 可以理解为消费者对于同等数量的损失比收益更敏感。例如, 某商品的市场参考价为 6 元, 而实际售价为 5 元, 此时消费者会感到自己赚了 1 元, 则获得的损益剩余为 $\mu(6-5) = \eta(6-5) = \eta$; 但是, 若该商品实际售价为 7 元, 此时消费者会感到自己亏了 1 元, 其获得的损益剩余并不是 $-\eta$, 而是 $-\lambda\eta$, 绝对值更大, 说明在面对同等大小的差价时, 消费者遇到亏损时的不满情绪会超过遇到收益时的满足情绪, 即消费者是损失厌恶的。类似地, 如果 $\lambda > 1$, 则表示消费者是收益偏好的, 如果 $\lambda = 1$, 则是盈亏中性的。

将经济剩余与损益剩余相加可得到消费者的总效用为

$$U_c = q - p + \mu(r-p) - tx$$

当消费者的效用大于等于 0 时, 就会选择购买。消费者的购买概率为

$$\begin{aligned} P(U_c \geq 0) &= P(q - p + \mu(r-p) - tx \geq 0) \\ &= P\left(x \leq \frac{q - p + \mu(r-p)}{t}\right) \\ &= \frac{q - p + \mu(r-p)}{t} \end{aligned}$$

则市场需求 D 为

$$D = \min\left\{\frac{q - p + \mu(r-p)}{t}, 1\right\}$$

本研究通过引入随机变量 x 来体现顾客的异质性, 从而影响市场需求。但是, 若在此情况下, 市场需求仍可以保持恒为 1, 则说明水平异质性并不足以起到差异化消费者的作用, 即它的存在是可以被忽略的, 那么本研究将无意义。因此, 不失一般性, 我们要求 $[q - p + \mu(r-p)]/t < 1$, 则市场需求为

$$D = \frac{q - p + \mu(r-p)}{t} \quad (2)$$

2.1. 集中式销售渠道

集中式销售渠道下, 市场由一个生产商(M)及消费者(C)两部分组成, 将集中式销售渠道简称为 M-C 渠道。生产商负责生产商品, 支付生产成本, 并自行定价, 然后将商品直接售卖给消费者。设商品的质量为 q , 售价为 p , 单位产品成本为 $c = q^2$ (见 Shi 等[7])。生产商的决策变量是产品质量 q 和产品售价 p 。生产商的效用为单位商品利润与需求的乘积:

$$\pi_{cm1}(q, p) = (p - c)D = \frac{q - p + \mu(r-p)}{t} (p - q^2) \quad (3)$$

其中 D 如(2)所定义。

定理 1. 在单店铺 M-C 渠道下, 生产商的最优生产销售策略为:

1) 若 $r \geq \tilde{r}_{c1}$, 则 $q = q_{c1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}$, $p = p_{c1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}$, 此时有 $p_{c1}^* \leq r$;

2) 若 $\tilde{r}_{c2} \leq r < \tilde{r}_{c1}$, 则 $q = q_{cr}^* = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$, $p = r$;

3) 若 $r < \tilde{r}_{c2}$, 则 $q = q_{c2}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}$, $p = p_{c2}^* = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}$, 此时有 $p_{c2}^* > r$;

其中 $\tilde{r}_{c1} = \frac{3}{4(1+\eta)(2+\eta)}$, $\tilde{r}_{c2} = \frac{3}{4(1+\lambda\eta)(2+\lambda\eta)}$ 。

对于某一固定且公知的市场参考价 r , 商家很可能会选择直接将该市场价定为自己商品的售价(即 $p = r$), 并同时制定出能让自己收益最大化的生产策略, 这一生产销售决策符合直观。但是, 当市场参考价足够高(即 $r \geq \tilde{r}_{c1}$)时, 商家可以使售价略低于该市场价, 这样虽然会降低一部分经济剩余, 却能保证该售价本身也是足够大的, 让商家在经济剩余上有利可赚, 同时能给消费者提供正的损益剩余, 提高消费者总效用, 从而扩大市场需求。当市场参考价足够低(即 $r < \tilde{r}_{c2}$)时, 若想迎合市场价, 商家需要同样制定一个足够低的售价, 这将导致自身经济剩余的折损。因此, 它会选择一个略高于市场价的策略, 这一决策给消费者带来了损失厌恶, 虽然会牺牲小部分市场需求, 但是可以提升商品利润, 使总效用最优。定理 1 展示的最优策略如图 1 所示。

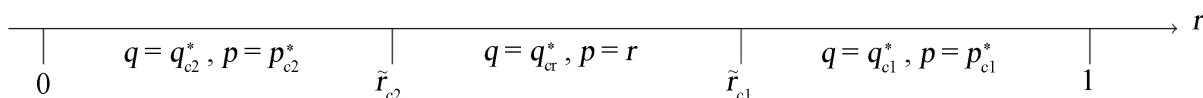


Figure 1. The optimal strategy for centralized single store model merchants

图 1. 集中式单店铺模型商家最优策略

注 1. 如同前文所说, 为体现出异质性的作用, 本文要求最优结果必须满足 $D(q_{c1}^*, p_{c1}^*) < 1$ 及 $D(q_{c2}^*, p_{c2}^*) < 1$, 即

$$\begin{cases} D\left(q = \frac{1}{2(1+\eta)}, p = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}\right) < 1 \\ D\left(q = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}, p = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}\right) < 1 \end{cases}$$

经计算即可证明(1)。这一假设要求单位距离成本 t 不能过小, 至少需对市场需求有影响。如果其小到可以被消费者完全忽略, 只需考虑产品本身的价值, 那么它就失去了差异化消费者的作用, 商家也失去了研究这一异质性的意义。且从现实角度而言, 消费者的决策受距离成本的影响本就较大。因此本文对 t 的这一假设是合理的。

2.2. 分散式销售渠道

在分散式销售渠道下, 市场由三部分组成: 一个生产商(M)、一个零售商(R)及消费者(C), 将分散式销售渠道简称为 R-C 渠道。生产商负责生产商品、支付生产成本、自行制定批发价, 并将商品以该批发价卖给零售商; 零售商自行制定销售价, 再以销售价把商品卖给消费者。博弈顺序为: 生产商先决定商品质量 q 及批发价 w , 生产单位产品所需成本仍为 $c = q^2$; 零售商后决定售价 p 。则生产商的单位商品利润为批发价与生产成本之差, 零售商的单位商品利润为销售价与批发价之差。二者的效用均表示为单位商品利润与市场需求的乘积, 则生产商的效用为

$$\pi_{dm1}(q, w, p) = (w - q^2)D = \frac{q - p + \mu(r - p)}{t}(w - q^2) \quad (4)$$

零售商的效用为

$$\pi_{dr1}(p) = (p - w)D = \frac{q - p + \mu(r - p)}{t}(p - w) \quad (5)$$

其中 D 均如(2)所定义。

定理 2. 在单店铺的 R-C 渠道下, 可以得到市场最优生产销售策略为:

1) 若 $r \geq \tilde{r}_{d1}$, 则取 $q = q_{d1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}$, $w = w_{d1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}$, $p = p_{d1}^* = \frac{7}{16(1+\eta)^2} + \frac{3\eta r}{4(1+\eta)}$, 此

时有 $p_{d1}^* \leq r$;

2) 若 $\tilde{r}_{d2} \leq r < \tilde{r}_{d1}$, 则取 $q = q_{dr}^* = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$, $w = p = r$;

3) 若 $r < \tilde{r}_{d2}$, 则取 $q = q_{d2}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}$, $w = w_{d2}^* = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}$,

$p = p_{d2}^* = \frac{7}{16(1+\lambda\eta)^2} + \frac{3\lambda\eta r}{4(1+\lambda\eta)}$, 此时有 $p_{d2}^* > r$;

其中 $\tilde{r}_{d1} = \frac{7}{4(1+\eta)(4+\eta)}$, $\tilde{r}_{d2} = \frac{7}{4(1+\lambda\eta)(4+\lambda\eta)}$ 。

对于分散式渠道的最优策略, 容易发现, 其同样是根据 r 的大小分为三种, 当 r 较大时, 商家会选择牺牲自身部分经济剩余来弥补市场需求; 当 r 较小时, 商家会牺牲部分市场需求来弥补自身经济剩余; 当 r 的大小较为适中时, 商家没有办法取到前两种最优策略, 因此会选择直接依照市场价来定价。其图示如下方图 2。

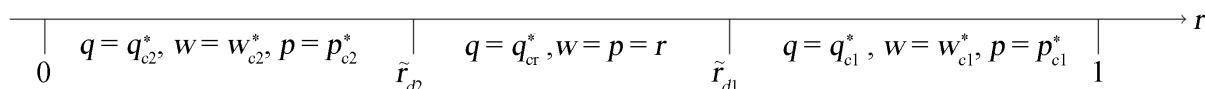


Figure 2. The optimal strategy for decentralized single store model merchants

图 2. 分散式单店铺模型商家最优策略

注 2. 在 R-C 渠道下, 同样要求最优结果必须满足 $D(q_{d1}^*, p_{d1}^*) < 1$ 及 $D(q_{d2}^*, p_{d2}^*) < 1$, 经计算可得:

$$t > \max \left\{ \frac{1}{16(1+\eta)} + \frac{\eta r}{4}, \frac{1}{16(1+\lambda\eta)} + \frac{\lambda\eta r}{4} \right\}$$

在本节开头我们已经假设市场 $t > \max \left\{ \frac{1}{8(1+\eta)} + \frac{\eta r}{2}, \frac{1}{8(1+\lambda\eta)} + \frac{\lambda\eta r}{2} \right\}$, 因此它一定满足此 R-C 销售

渠道下对 t 的限制。

综合定理 1 和定理 2 的结论进行分析, 可以得到如下共同点和不同点: 在共同点方面, 对于制造商而言, 无论是 M-C 销售渠道还是 R-C 销售渠道, 都不影响生产商的决策, 其最优生产质量和最优出售价格是相等的, 即 $q_{c1}^* = q_{d1}^*$, $q_{c2}^* = q_{d2}^*$, $p_{c1}^* = w_{d1}^*$, $p_{c2}^* = w_{d2}^*$, 且价格均和参照点 r 呈正线性关系。这是由于在博弈中, 制造商处于上游, 对下游有决定性, 即其可以通过选择自身的决策来影响下游的选择, 因此其总会选择对自己最有利的一种策略, 即使市场额外出现了零售商, 他也不会放弃自己的最优收益, 因此保

持策略不变; 在售价 p 与市场价 r 的关系上, 显然, 如果市场价较高, 则商家可以制定更高的售价, 反之亦然, 这一点也与直观相符。其次, 在最优策略的选择上, 都是依据 r 的大小来分成三种情况, 且均是在 r 足够大时牺牲自身的经济剩余、提升消费者的损益剩余, 从而提升市场需求, 以“范围广”实现自身效用最优; 在 r 较小时牺牲消费者的损益剩余、提升自身的经济剩余, 从而提升单位商品利润, 以“利润高”实现自身效用最优; 在 r 大小适中时, 遵循市场情况, 只能退而求其次选择 $p = w = r$ 这一边界情况下的策略。

在不同点方面, 两种销售模式对 r 和 t 的限制不同。从 t 的角度而言, R-C 渠道下, 若想实现其对市场需求有影响, 只需要 $t > \max \left\{ \frac{1}{16(1+\eta)} + \frac{\eta r}{4}, \frac{1}{16(1+\lambda\eta)} + \frac{\lambda\eta r}{4} \right\}$ 。而在 M-C 渠道下, 则需要达到

$t > \max \left\{ \frac{1}{8(1+\eta)} + \frac{\eta r}{2}, \frac{1}{8(1+\lambda\eta)} + \frac{\lambda\eta r}{2} \right\}$ 时才会影响市场, 显然说明 R-C 渠道下市场是对 t 更敏感的。这

是由于在想获得同一质量的商品 ($q_{c1}^* = q_{d1}^*$ 或 $q_{c2}^* = q_{d2}^*$) 时, R-C 渠道下消费者需要付出的价格可能高于 M-C 渠道 (即 $p_{d1}^* > p_{c1}^*, p_{d2}^* > p_{c2}^*$), 这使消费者从该商品上获得的剩余更少, 因此在他们进行判断时, 其他因素就变得更具影响力。下面我们通过一个示例来解释。例如, 一家食品店开在郊区, 价格非常便宜, 即使消费者住在市中心, 其也认为付出较高的距离成本前去购买是划算的。但是, 如果这家食品店涨价了, 虽然也是比较实惠的价格, 其吸引力及购买价值却降低了, 此时住在市中心的消费者就会更认真考虑, 可能只有在交通十分便利的情况下才会购买, 而距离成本太高的消费者会放弃购买。另外, 从 r 的角度而言, $\tilde{r}_{c1} < \tilde{r}_{d1}, \tilde{r}_{c2} < \tilde{r}_{d2}$, 整体取值范围向右偏移, 这与 R-C 渠道下商品售价增高的情况是相符的。

3. 双店铺销售模型

本节将在上一节的基础上延长产品线, 研究由两家相同店铺和消费者构成的 Hotelling 线性市场。可以直观理解为: 在 2.1 节的基础上, 生产商额外在 1 处开设了一家完全相同的分店, 以此探索当消费者有多家店铺可选择时, 生产商的生产销售策略。具体来说, 考虑一个消费者均匀分布的 $(0,1)$ 线性市场, 市场销售模式为集中式销售渠道, 即 M-C 渠道。在市场的 0 处和 1 处各有一家由同一生产商开设的直销门店, 它们的产品质量、定价和生产成本都相同, 自产自销, 无调货成本, 且两家门店的收入整合计算。同样地, 在本节中, 市场仍遵循假设(1)。

与单店铺模型相同, 消费者的效用仍然为 $U_c = q - p + \mu(r - p) - tx$ 。由于市场上出现两家店铺, 因此消费者会选择使自己总效用更高的一家店购买。在两家店铺的产品质量和售价都相同的情况下, 容易得知, 处于 $x \in (0, 1/2]$ 范围内的消费者会选择位于 $x = 0$ 处的店铺购买, 而处于 $x \in (1/2, 1)$ 范围内的消费者会选择位于 $x = 1$ 处的店铺购买。则市场需求可表示为

$$\begin{aligned} D &= P(q - p + \mu(r - p) - tx \geq 0, x \leq 1/2) + P(q - p + \mu(r - p) - t(1 - x) \geq 0, 1/2 < x < 1) \\ &= 2P(q - p + \mu(r - p) - tx \geq 0, x \leq 1/2) \\ &= 2P\left(x \leq \frac{q - p + \mu(r - p)}{t}, x \leq 1/2\right) \end{aligned} \quad (6)$$

比较公式(6)与公式(2)容易发现, 同样是市场需求, 其形式上有很大差别。在(6)中, 由于模型出现了双店铺, 消费者拥有了选择权, 直接减小了其距离成本, 进而扩大了市场需求。根据表达式容易看出。

需要比较 $\frac{q - p + \mu(r - p)}{t}$ 和 $1/2$ 的大小, 当 $\frac{q - p + \mu(r - p)}{t}$ 更小时, 取 $D = 2P\left(x \leq \frac{q - p + \mu(r - p)}{t}\right)$, 后

续优化思路与与上一节类似; 当 $1/2$ 更小时, 则显然 $D = 1$, 这一点与上节有着本质区别。在上一节中, 由于我们要求顾客的异质性必须对市场产生足以体现出来的影响, 其直观表现就是对市场需求的影响,

因此, 如同注 1 所说, 在该模型下要求 $D < 1$ 。然而在本节中, 制造商多开设了一家门店, 其目的就是增加市场需求, 因此即使在水平异质性的作用下, 也有可能会出现 $D = 1$ 的情况, 不能再将此类型排除。

定理 3. 在双店铺的 M-C 渠道下, 可以得到如下生产销售策略:

1) 分别对于 $p \leq r$ 和 $p > r$, 商家会优先选择其严格优势的最优策略: 当 r 和 t 同时满足 $t > \tilde{t}_1$ 和 $r \geq \tilde{r}_1$ 时, 取 $q = q_{i1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}$, $p = p_{i1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}$, 此时 $p_{i1}^* \leq r$; 当 r 和 t 同时满足 $t > \tilde{t}_2$ 和 $r < \tilde{r}_3$ 时, 取 $q = q_{i3}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}$, $p = p_{i3}^* = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}$, 此时 $p_{i3}^* > r$ 。

2) 在不满足上述条件的情况下, 商家的最优策略如下: 若有 $r \geq \tilde{r}_{i2}$, 则取 $q = q_{i2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}$, $p = p_{i2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)^2} + \frac{\eta r - t/2}{1+\eta}$, 此时 $p_{i2}^* \leq r$; 若有 $r < \tilde{r}_{i4}$, 则取 $q = q_{i4}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}$, $p = p_{i4}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r - t/2}{1+\lambda\eta}$, 此时 $p_{i4}^* > r$ 。

3) 在其他情况下, 取 $q = q_{ir}^* = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$, $p = r$ 。
其中, $\tilde{r}_{i1} = \frac{3}{4(1+\eta)(2+\eta)}$, $\tilde{r}_{i2} = \frac{1}{2(1+\eta)} - \frac{t}{2}$, $\tilde{r}_{i3} = \frac{3}{4(1+\lambda\eta)(2+\lambda\eta)}$, $\tilde{r}_{i4} = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)} - \frac{t}{2}$;
 $\tilde{t}_1 = \frac{1}{4(1+\eta)} + \eta r$, $\tilde{t}_2 = \frac{1}{4(1+\lambda\eta)} + \lambda\eta r$ 。

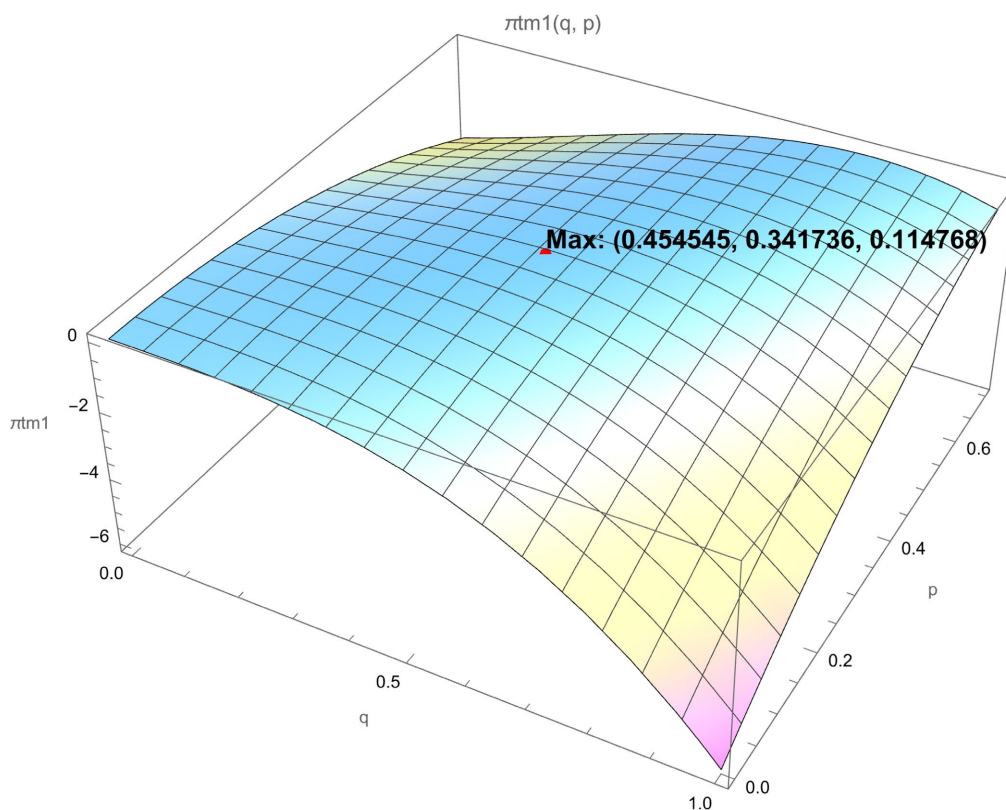


Figure 3. The utility of the manufacturer in the first case

图 3. 第一种情况下商家效用图

在集中式渠道双店铺模型下, 商家有上述的五种生产销售策略可选择。首先我们容易发现, 如(1)所示的两种情况表明, 较大的 t 对双店铺模型而言是优的, 因为 (q_{t1}^*, p_{t1}^*) 和 (q_{t3}^*, p_{t3}^*) 分别是制造商在 $p \leq r$ 和 $p > r$ 情况下希望取到的最优策略, 这两种策略除了分别要求 r 足够大或足够小之外, 还有一个共同的限制是 t 足够大。这一点也与直观相符, 因为在商家决定延长产品线时, 很可能是发现水平异质性的存在对商家产生的负效用太大, 也就是距离成本太高, 导致很多消费者由于受到地理位置的限制而不购买商品。因此, 在商家延长了产品线时, 足够大的 t 能更好地展示其优势性。此两种情况下, 商家效用分别如图 3、图 4 所示。

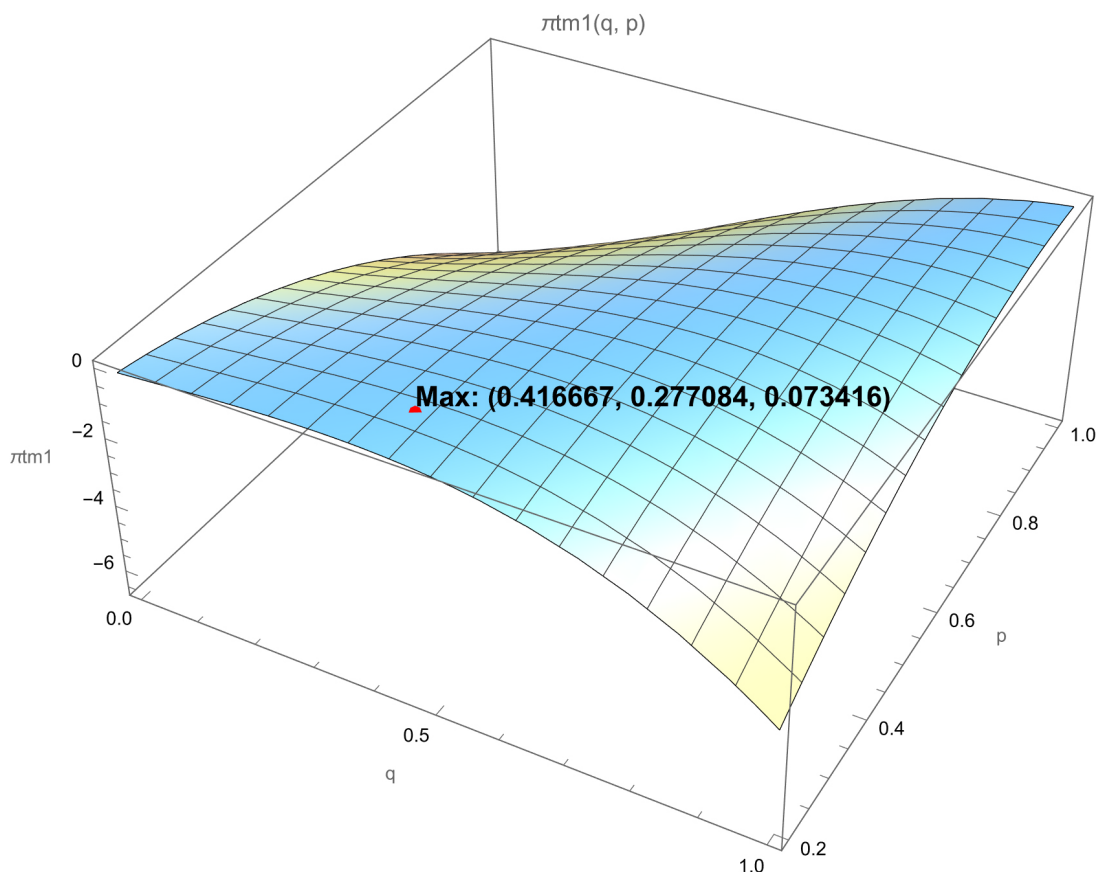


Figure 4. The utility of the manufacturer in the second case
图 4. 第二种情况下商家效用图

注 3. 其中, 图 3 设置的参数为 $\eta = 0.1, t = 0.35, r = 0.7$, 其符合(1)中的第一种条件, 即 r 和 t 同时满足 $t > \tilde{t}_1$ 和 $r \geq \tilde{r}_{t1}$ 。图 4 设置的参数为 $\eta = 0.1, t = 0.35, r = 0.2, \lambda = 2$, 其符合(1)中的第二种条件, 即 r 和 t 同时满足 $t > \tilde{t}_2$ 和 $r < \tilde{r}_{t3}$ 。图上所示点均为最优策略点, 且其 q 与 p 的值均与按照定理计算出的值相等。

其次, 商家并不是在任何情况下都要一味地追求市场需求最大化。在计算过程中容易发现, 取到最优策略 (q_{t1}^*, p_{t1}^*) (下简称为策略一)时, 其市场需求 $D < 1$, 而取劣于它的策略 (q_{t2}^*, p_{t2}^*) (下简称为策略二)时, 市场需求 $D = 1$ 。不过显然, 策略一的利润虽然优于策略二, 但是其限制条件更苛刻、更难以实现。在 $p > r$ 的情况下可以得出完全相同的结论, 因此后续也不再重复论述, 仅以 $p \leq r$ 为例进行分析。

第三, 较大的 t 在一定情况下可能给商家带来定高价的空间。对比策略一和策略二可以发现, 其产品质量是一样的, 而策略一在需求更低的情况下还能取得更高的利润, 说明其定价一定更贵, 即 $p_{t1}^* > p_{t2}^*$ 。

从直观角度来看, 想满足策略一需要商品市场价够高, 且消费者距离成本足够大, 总体来说就是商品相对更“稀有”, 因此会定价更贵。

在实际销售中, 策略一和策略二可以分别对应“精选限定品”和“日常普及品”两种赛道的产品。结合上述三点来看, 我们可以简要挖掘出这两种赛道商品的营销特点: 对于定位为“精选限定品”的商品, 需要市场现状的依托, 因此商家要在一定程度上打造其“物以稀为贵”的形象(即需要足够大的 t), 可以通过产品限量来实现, 比如各种限量售卖的产品; 也可以通过其地域特殊性来实现, 比如只开在长沙的“茶颜悦色”奶茶店、淄博烧烤等, 打出足够强大的特色, 才能变现成功。显然, 这种方式有一定的风险性, 特别是对于快消品等, 受市场影响很大。而定位为“日常普及品”的商品, 并不太会受到市场行情的影响(即对 t 的大小没有过度依赖), 它只需要通过合适的定价, 拓宽市场, 让尽量多的消费者愿意购买即可, 整体发展会较前一种更平稳。

接下来, 我们将定理 3 与定理 1 的结论进行对比。首先, 容易发现 $p_{r1}^* = p_{c1}^*$, $q_{r1}^* = q_{c1}^*$, $\tilde{r}_{r1} = \tilde{r}_{c1}$, 说明该策略已经是商家可以取到的最优策略。然而在双店铺模型中, 取到 (q_{r1}^*, p_{r1}^*) 策略的前提是需要满足 t 满足 $t > \tilde{t}_1$, 由计算可知, 当 t 满足该条件时, 若在单店铺模型下, 如(2)所示的 $D < 1/2$, 意味着只有不足一半的消费者会选择购买此商品, 这也证明了我们前文提到的推测: 商家延长产品线的原因是市场上的单位距离成本太高, 给商家带来的负面影响过大, 因此他们会选择延长产品线, 使另外一半消费者也有可能选择购买。其次, 我们将策略二与定理一中的情况进行对比。在分析策略二时容易发现, 该策略有可能出现在下述两种市场情况中: 一是 $t \leq \tilde{t}_1$, 此时将 (q_{c1}^*, p_{c1}^*) 与 (q_{r2}^*, p_{r2}^*) 作比较, 容易发现它们的最优质量相等(即 $q_{r2}^* = q_{c1}^*$), 但是却有 $p_{r2}^* < p_{c1}^*$ 。这是由于此时如(2)所示的 $D \geq 1/2$, 若再建立一家相同的店铺, 则使市场需求产生了冗余, 则商家不得不通过降价来平衡这部分冗余, 而对于总利润而言, 受具体市场情况 t 的影响, 双店铺模型下有可能提升。二是 $t > \tilde{t}_1$ 但 $\tilde{r}_{r2} \leq r < \tilde{r}_{r1}$, 此时若为单店铺模型, 制造商会选择 (r, p_{cr}^*) 的策略, 此策略与 (r, p_{tr}^*) 相等, 均劣于策略二, 说明此时延长产品线对商家有提升效果。

4. 结论

在 Hotelling 线性市场中, 面对损失厌恶的水平异质性消费者时, 制造商可以依据实际状况做出自己的最优决策。当市场上只有一家店铺时, 面对集中式渠道, 若产品的市场参考价足够高, 则制造商可以选择在参考价的基础上适当降低, 以获得市场上足够多消费者的好感, 虽然牺牲了单个商品的净利润, 但是可以换来更大市场需求; 当市场参考价偏低时, 制造商赚取单品利润的空间较小, 因此可以选择适当抬价, 虽然会牺牲一部分市场需求, 但总体而言依旧是更优的选择; 当参考价位于中档时, 制造商可以选择比较保守的策略, 直接按照参考价来定价。面对分散式渠道时, 我们发现处于上游位置的制造商并不会牺牲自身效用, 选择保持其在集中式渠道下的策略, 只是出售对象由消费者转变为零售商; 而对消费者而言, 由于零售商这一中介的出现, 他们购买商品所需付出的价格较集中式渠道升高。

当制造商想要寻求其产品线扩展时, 要根据市场的实际情况而定。若市场上的单位距离成本 t 足够高, 说明在单一店铺时, 会有大量消费者受到非产品因素影响, 不得已选择不购买。此时, 若延长产品线, 无疑对制造商来说是很好的选择。但是, 若市场上本身愿意选择购买的消费者已经占了大多数, 制造商又执意扩展其产品线, 则未必能产生足够多的好处。此时, 即使市场需求接近于 1, 但由于市场供应产生了冗余, 制造商将不得已降低其售价。

这一结论也给商家提供了两种可制定的营销思路: “做稀有品”还是“做大众品”。“做稀有品”是牺牲需求保利润, 总收入可能更可观, 但是对市场的限制更强, 更难以实现, 因此较有风险; “做大众品”是牺牲利润保需求, 总收入有可能比前者略有逊色, 但是对市场没有过高的要求, 容易实现, 因此有稳定性。

参考文献

- [1] Kahneman, D., Knetsch, J.L. and Thaler, R.H. (1990) Experimental Tests of the Endowment Effect and the Coase Theorem. *Journal of Political Economy*, **98**, 1325-1348. <https://doi.org/10.1086/261737>
- [2] Kahneman, D., Knetsch, J.L. and Thaler, R.H. (1991) Anomalies: The Endowment Effect, Loss Aversion, and Status Quo Bias: Anomalies. *Journal of Economic Perspectives*, **5**, 193-206. <https://doi.org/10.1257/jep.5.1.193>
- [3] Ariely, D., Loewenstein, G. and Prelec, D. (2003) "Coherent Arbitrariness": Stable Demand Curves without Stable Preferences. *The Quarterly Journal of Economics*, **118**, 73-106. <https://doi.org/10.1162/00335530360535153>
- [4] Köszegi, B. and Rabin, M. (2006) A Model of Reference-Dependent Preferences. *Quarterly Journal of Economics*, **121**, 1133-1165. <https://doi.org/10.1162/qjec.121.4.1133>
- [5] Karle, H. and Peitz, M. (2014) Competition under Consumer Loss Aversion. *The RAND Journal of Economics*, **45**, 1-31. <https://doi.org/10.1111/1756-2171.12040>
- [6] Hu, Z. and Nasiry, J. (2018) Are Markets with Loss-Averse Consumers More Sensitive to Losses? *Management Science*, **64**, 1384-1395. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2016.2678>
- [7] Shi, H., Liu, Y. and Petruzzzi, N.C. (2013) Consumer Heterogeneity, Product Quality, and Distribution Channels. *Management Science*, **59**, 1162-1176. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1120.1604>
- [8] Heron, K. (2010) Try the Red: Napa Learns to Sell. *The New York Times*, D1-L.
- [9] Netessine, S. and Taylor, T.A. (2007) Product Line Design and Production Technology. *Marketing Science*, **26**, 101-117. <https://doi.org/10.1287/mksc.1060.0216>
- [10] Lancaster, K. (1979) Variety, Equity, and Efficiency: Product Variety in an Industrial Society. Columbia University Press.
- [11] Barwise, P. and Meehan, S. (2005) The Myth of Differentiation. *International Commerce Review: ECR Journal*, **5**, 16-24.
- [12] Gannon, K. (1994) OTC Line Extensions near Overload Stage at Retail. *Drug Topics*, **138**, 40.
- [13] Liu, Y. and Cui, T.H. (2010) The Length of Product Line in Distribution Channels. *Marketing Science*, **29**, 474-482. <https://doi.org/10.1287/mksc.1090.0533>

附 录

此部分主要给出定理 1、定理 2 和定理 3 的证明。

定理 1 的证明

根据 p 与 r 的大小关系分类可得:

1. 当 $p \leq r$ 时, 代入 $\mu(r-p) = \eta(r-p)$ 后可以得到

$$\pi_{cm1}(q, p) = \frac{q - (1+\eta)p + \eta r}{t} (p - q^2).$$

为取到 $\pi_{cm1}(q, p)$ 的最大值, 将其分别对两个决策变量 q 和 p 做偏导, 并令偏导数均为 0, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_{cm1}(q, p)}{\partial q} = \frac{p - q^2}{t} - \frac{2q[q - p + \mu(r-p)]}{t} = 0, \\ \frac{\partial \pi_{cm1}(q, p)}{\partial p} = \frac{(1+\eta)(p - q^2)}{-t} + \frac{q - p + \mu(r-p)}{t} = 0. \end{cases}$$

求解可得到:

$$q_{c1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}, p_{c1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}$$

由于取值范围为 $p \leq r$, 因此只有满足 $p_{c1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)} \leq r$ 时才能取到此值, 否则取边界值,

即 $p = r$ 。

经计算, 最终在 $p \leq r$ 的范围内可得: 记 $\tilde{r}_{c1} = \frac{3}{4(1+\eta)(2+\eta)}$, 若 $r \geq \tilde{r}_{c1}$, 取 $q = q_{c1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}$,

$p = p_{c1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}$; 若 $r < \tilde{r}_{c1}$, 取 $q = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$, $p = r$ 。

2. 当 $p > r$ 时, 代入 $\mu(r-p) = \lambda\eta(r-p)$ 后可以得到

$$\pi_{cm2}(q, p) = \frac{q - (1+\lambda\eta)p + \lambda\eta r}{t} (p - q^2).$$

经相同方法计算后, 在 $p > r$ 的范围内可得: 记 $\tilde{r}_{c2} = \frac{3}{4(1+\lambda\eta)(2+\lambda\eta)}$, 若 $r < \tilde{r}_{c2}$, 取

$q = q_{c2}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}$, $p = p_{c2}^* = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}$; 若 $r \geq \tilde{r}_{c2}$, 取 $q = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$, $p = r$ 。

比较 $\tilde{r}_{c1}$ 与 $\tilde{r}_{c2}$ 的大小可知, 由于 $\lambda > 1$, 故 $\tilde{r}_{c2} < \tilde{r}_{c1}$ 。

定理 2 的证明

首先考虑 $p \leq r$ 的情况。根据逆向归纳法, 先优化 $\pi_{dr1}(p)$, 令其导数为 0, 即

$$\frac{d\pi_{dr1}(p)}{dp} = -\frac{1+\eta}{t}(p-w) + D = 0$$

可以得到 w 关于 q 和 p 的函数:

$$w(q, p) = p - \frac{tD}{1+\eta} = 2p - \frac{q + \eta r}{1+\eta}$$

将其代入 $\pi_{dm1}(q, w, p)$ 可得:

$$\pi_{dm1}(q, p) = [w(q, p) - q^2]D = \left(2p - \frac{q + \eta r}{1 + \eta} - q^2\right)D.$$

我们只需优化 $\pi_{dm1}(q, p)$ 即可, 优化方法与集中式渠道下的优化方法一致。为取到其最大值, 将其分别对两个决策变量 q 和 p 做偏导, 并令偏导数均为 0, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_{dm1}(q, p)}{\partial q} = \frac{1}{t} \left(2p - \frac{q + \eta r}{1 + \eta} - q^2\right) + \left(-\frac{1}{1 + \eta} - 2q\right)D = 0, \\ \frac{\partial \pi_{dm1}(q, p)}{\partial p} = -\frac{1 + \eta}{t} \left(2p - \frac{q + \eta r}{1 + \eta} - q^2\right) + 2D = 0. \end{cases}$$

求解可得到:

$$q_{d1}^* = \frac{1}{2(1 + \eta)}, p_{d1}^* = \frac{7}{16(1 + \eta)^2} + \frac{3\eta r}{4(1 + \eta)}.$$

由于取值范围为 $p \leq r$, 因此只有满足 $p_{d1}^* \leq r$ 时才能取到此值, 即 $r \geq \tilde{r}_{d1} = \frac{7}{4(1 + \eta)(4 + \eta)}$ 。再将 q_{d1}^* 与 p_{d1}^* 代入 $w(q, p)$, 可得当前情况下的最优批发价 $w_{d1}^* = \frac{3}{8(1 + \eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1 + \eta)}$ 。

在不满足 $r \geq \tilde{r}_{d1} = \frac{7}{4(1 + \eta)(4 + \eta)}$ 时, 商家无法取到该策略, 因此选择取边界值, 即 $p = r$ 。为了保证零售商按 $p = r$ 定价, 制造商会设置 $w = r$ 。再将 $w = p = r$ 代入制造商的效用函数, 可得该策略下最优质量为 $q = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}$ 。

接下来再考虑 $p > r$ 的情况, 计算方法与 $p \leq r$ 时一致。汇总后可以得到定理 2, 即分散式渠道下的最优策略。

定理 3 的证明

1. 当 $p \leq r$ 时

在此情况下, 消费者的效用为 $U_c = q - (1 + \eta)p + \eta r - tx$, 市场需求为

$$D = 2P \left(x \leq \frac{q - (1 + \eta)p + \eta r}{t}, x \leq 1/2 \right).$$

根据 x 的大小进行分类计算。

1.1. 当 $\frac{q - (1 + \eta)p + \eta r}{t} < 1/2$ 时, 有:

$$D = \frac{2[q - (1 + \eta)p + \eta r]}{t}$$

和

$$\pi_{im1}(q, p) = D(p - q^2).$$

为取到 $\pi_{im1}(q, p)$ 的最大值, 将其分别对两个决策变量 q 和 p 做偏导, 并令偏导数均为 0, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_{m1}(q, p)}{\partial q} = \frac{2(p-q^2)}{t} - 2q \cdot \frac{2[q-(1+\eta)p+\eta r]}{t} = 0, \\ \frac{\partial \pi_{m1}(q, p)}{\partial p} = \frac{2(1+\eta)(p-q^2)}{-t} + \frac{2[q-(1+\eta)p+\eta r]}{t} = 0. \end{cases}$$

求解可得到:

$$q_{t1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}, p_{t1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}.$$

将这两个结果代入商家的利润函数, 可得到此情况下的商家最优利润为

$$\pi_{t1}^* = \pi_{m1}(q_{t1}^*, p_{t1}^*) = \frac{1}{t} \left[\frac{1}{4(1+\eta)} + \eta r \right] \left[\frac{1}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)} \right].$$

然后考虑限制条件。首先要满足 $\frac{q_{t1}^* - (1+\eta)p_{t1}^* + \eta r}{t} < \frac{1}{2}$, 可以得到符合条件的 t 的取值范围是:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2(1+\eta)} - \frac{3}{8(1+\eta)} - \frac{\eta r}{2} + \eta r &< \frac{t}{2}, \\ t &> \frac{1}{4(1+\eta)} + \eta r = \tilde{t}_1. \end{aligned}$$

另外要求 $p_{t1}^* \leq r$, 即

$$\begin{aligned} \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)} &\leq r, \\ r &\geq \frac{3}{4(1+\eta)(2+\eta)} = \tilde{r}_1. \end{aligned}$$

上述说明, 只有当 $t > \tilde{t}_1$ 且 $r \geq \tilde{r}_1$ 时, 制造商才能将 p 和 q 分别定为 $q = q_{t1}^*, p = p_{t1}^*$ 。

1.2. 当 $\frac{q-(1+\eta)p+\eta r}{t} \geq 1/2$ 时, $D=1$ 。

由于市场上所有消费者都会选择购买, 因此商家会最大程度压榨消费者的剩余, 即需要使

$$E[U_c] = q - (1+\eta)p + \eta r - \frac{t}{2} = 0,$$

故可得:

$$p^*(q) = \frac{q + \eta r - t/2}{1+\eta}.$$

将 $p^*(q)$ 代入 $\pi_{m1}(q, p)$ 后, 通过求导得出最大值, 结果为

$$q_{t2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}, p_{t2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)^2} + \frac{\eta r - t/2}{1+\eta}.$$

在此情况下, 商家的利润为

$$\pi_{t2}^* = \pi_{m1}(q_{t2}^*, p_{t2}^*) = \frac{1}{4(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{1+\eta} - \frac{t}{2(1+\eta)}.$$

然后考虑 $\frac{q-(1+\eta)p+\eta r}{t} \geq \frac{1}{2}$ 和 $p_{i1}^* \leq r$, 经计算可得限制条件为

$$r \geq \frac{1}{2(1+\eta)} - \frac{t}{2} = \tilde{r}_{i2}.$$

说明在这一情况下, 若商家想将策略设置为 $q = q_{i2}^*$, $p = p_{i2}^*$, t 可以为任意值, 但是, r 需要满足 $r \geq \tilde{r}_{i2}$ 。

1.3. 当 $r \leq \min\{\tilde{r}_{i1}, \tilde{r}_{i2}\}$ 时:

结合上述两种情况可以发现, 若 $r \leq \min\{\tilde{r}_{i1}, \tilde{r}_{i2}\}$, 将导致 π_{i1}^* 与 π_{i2}^* 都无法实现。此时, 商家通过会选择边界值 $p = r$ 来实现其效用最大化。消费者效用可表示为

$$U_c = q - (1+\eta)r + \eta r - tx = q - r - tx.$$

则市场需求为

$$D = 2P\left(x \leq \frac{q-r}{t}, x \leq \frac{1}{2}\right).$$

1.3.1. 当 $\frac{q-r}{t} \geq \frac{1}{2}$ 时, $D=1, q \geq \frac{t}{2} + r$ 。此时, 由于售价 $p=r$ 和市场需求 $D=1$ 已经为定值, q 的增大只会增加生产商的制造成本, 而不会带来任何收益, 因此其一定会选择 $q = \frac{t}{2} + r$ 。将上述策略代入生产商的效用可得:

$$\pi_{im1}\left(\frac{t}{2} + r, r\right) = r - \left(\frac{t}{2} + r\right)^2 < 0.$$

说明此策略始终亏本, 因此商家不会选择此策略。

1.3.2. 当 $\frac{q-r}{t} < \frac{1}{2}$ 时, $D = \frac{2(q-r)}{t}$ 。则生产商的效用为

$$\pi_{im1}(q, r) = \frac{2}{t}(q-r)(r-q^2).$$

通过 π_{im1} 对 q 求导, 解出令生产商效用最大的 q 为

$$q_{ir}^* = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}.$$

且经验证, 可以得出 $\pi_{im1}(q_{ir}^*, r) \geq 0$, 则此为 $p=r$ 情况下的最优策略。

至此, 我们计算出了商家在 $p \leq r$ 的不同情况下可供选择的几种策略, 下面将不同策略结果进行比较, 总结出最优策略。

首先比较 π_{i1}^* 与 π_{i2}^* 的大小关系, 有:

$$\begin{aligned} \pi_{i1}^* - \pi_{i2}^* &= \frac{1}{t} \left[\frac{1}{4(1+\eta)} + \eta r \right] \left[\frac{1}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)} \right] - \left[\frac{1}{4(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{1+\eta} - \frac{t}{2(1+\eta)} \right] \\ &= \frac{2(1+\eta)}{t} \alpha^2 - 2\alpha + \frac{t}{2(1+\eta)}. \end{aligned}$$

其中,

$$\alpha = \frac{1}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}.$$

为考虑 $\pi_{i1}^* - \pi_{i2}^*$ 的大小, 令 $f(x) = \frac{2(1+\eta)}{t}x^2 - 2x + \frac{t}{2(1+\eta)}$ 。对任意的 x , 显然有 $f(x) \geq 0$, 因此

$$\pi_{i1}^* - \pi_{i2}^* = f(\alpha) \geq 0.$$

$$\pi_{i1}^* \geq \pi_{i2}^*.$$

这说明, (q_{i1}^*, p_{i1}^*) 相当于 (q_{i2}^*, p_{i2}^*) 是严格优势策略。此外, 由于 (q_{ir}^*, r) 是在上述均不满足的情况下得出的, 显然不会优于前两种策略。

因此, 在双店铺 M-C 销售模式下, 当 $p \leq r$ 时, 有:

(1) 当且仅当 r 和 t 同时满足 $t > \tilde{t}_1$ 和 $r \geq \tilde{r}_1$ 时, 制造商取

$$q = q_{i1}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}, p = p_{i1}^* = \frac{3}{8(1+\eta)^2} + \frac{\eta r}{2(1+\eta)}, \text{ 此为商家可选择的最优策略;}$$

(2) 在不满足上述条件的情况下, 若有 $r \geq \tilde{r}_2$, 则取 $q = q_{i2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)}, p = p_{i2}^* = \frac{1}{2(1+\eta)^2} + \frac{\eta r - t/2}{1+\eta}$;

(3) 以上情况均不满足时, 取 $q = q_{ir}^* = \frac{r + \sqrt{r^2 + 3r}}{3}, p = r$,

$$\text{其中 } \tilde{r}_1 = \frac{3}{4(1+\eta)(2+\eta)}, \tilde{r}_2 = \frac{1}{2(1+\eta)} - \frac{t}{2}; \tilde{t}_1 = \frac{1}{4(1+\eta)} + \eta r.$$

2. $p > r$ 的情况

在此情况下, 消费者的效用为 $U_c = q - (1 + \lambda\eta)p + \lambda\eta r - tx$, 市场需求为

$$D = 2P\left(x \leq \frac{q - (1 + \lambda\eta)p + \lambda\eta r}{t}, x \leq 1/2\right).$$

2.1. 当 $\frac{q - (1 + \lambda\eta)p + \lambda\eta r}{t} < 1/2$ 时, 有:

$$D = \frac{2[q - (1 + \lambda\eta)p + \lambda\eta r]}{t}.$$

$$\pi_{im2}(q, p) = D(p - q^2).$$

求解可得到:

$$q_{i3}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}, p_{i3}^* = \frac{3}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)}$$

此时商家的最优利润为

$$\pi_{i3}^* = \pi_{im2}(q_{i3}^*, p_{i3}^*) = \frac{1}{t} \left[\frac{1}{4(1+\lambda\eta)} + \lambda\eta r \right] \left[\frac{1}{8(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{2(1+\lambda\eta)} \right]$$

接下来同样考虑 t 和 r 的限制条件, 可得到:

$$t > \frac{1}{4(1+\lambda\eta)} + \lambda\eta r = \tilde{t}_2.$$

$$r < \frac{3}{4(1+\lambda\eta)(2+\lambda\eta)} = \tilde{r}_{i3}.$$

2.2. 当 $\frac{q-(1+\lambda\eta)p+\lambda\eta r}{t} \geq 1/2$ 时, $D=1$, 优化方法与 $p \leq r$ 时相同。经计算可得的最优策略为

$$q_{i4}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)}, p_{i4}^* = \frac{1}{2(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r - t/2}{1+\lambda\eta}.$$

此时商家的利润为

$$\pi_{i4}^* = \pi_{im2}(q_{i4}^*, p_{i4}^*) = \frac{1}{4(1+\lambda\eta)^2} + \frac{\lambda\eta r}{1+\lambda\eta} - \frac{t}{2(1+\lambda\eta)}.$$

限制条件为

$$r < \frac{1}{2(1+\lambda\eta)} - \frac{t}{2} = \tilde{r}_{i4}.$$

接下来考虑这两种策略的优势性。经比较可知, $\pi_{i3}^* \geq \pi_{i4}^*$, 说明 (q_{i3}^*, p_{i3}^*) 相对于 (q_{i4}^*, p_{i4}^*) 是优势策略。同样的, 在 t 和 r 不满足上述限制条件时, 取 $p=r$ 的策略, 结果已在 1.3 中得出。

因此, 在双店铺 M-C 销售模式下, 当 $p > r$ 时, 其策略的优劣形式与 $p \leq r$ 的情况相同, 因此也可以总结出类似的结论: 优先选择 (q_{i3}^*, p_{i3}^*) , 其次选择 (q_{i4}^*, p_{i4}^*) , 最后选择 (q_{ir}^*, r) 。再将上述两种情况的结论整合, 即可得到定理 3。