Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2025, 15(2), 22-31
Published Online April 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2025.152061

多目标规划最优化数学模型在组合投资中的应用

马佳欢，车丽萍

上海理工大学管理学院，上海

收稿日期：2024年12月30日；录用日期：2025年3月21日；发布日期：2025年3月31日

摘　要

投资者将资金以特定比例分别投放于一篮子有价证券的行为就可以构建一个投资组合，证券投资的收益特性和风险特性使得证券投资组合管理构成了现代投资决策理论非常重要的一部分。本文以现代投资理论重要基石——马科维茨的均值–方差理论为基础，简化假设投资者都追求利益最大化和风险最小化，首先简要介绍了多目标规划初等数学模型，然后将其与证券领域里的有关指标有机结合建立了在证券组合投资里的多目标规划模型，引入风险偏好系数，将其优化为更便于计算的单目标规划模型，最后代入搜集到的有关数据运用Matlab进行求解，满足了不同风险偏好投资者的不同需求。

关键词

多目标规划，组合投资，风险，收益

Application of Multi-Objective Planning Optimization Mathematical Model in Portfolio Investment

Jiahuan Ma, Liping Che

Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 30th, 2024; accepted: Mar. 21st, 2025; published: Mar. 31st, 2025

Abstract

The behavior of investors investing funds in a certain proportion of a basket of securities can form a portfolio investment. The income characteristics and risk characteristics of securities investment make securities portfolio management an important part of financial management and investment decision-making. This article is based on Markowitz's Mean-variance Theory—an important

文章引用：马佳欢，车丽萍．多目标规划最优化数学模型在组合投资中的应用[J]．运筹与模糊学, 2025, 15(2): 22-31.
DOI: 10.12677/orf.2025.152061

cornerstone of modern investment theory and it simplifies the assumption that investors are pursuing the maximization of profits and the minimization of risks. First, it briefly introduces the elementary mathematical model of multi-objective programming, and then it organically combines the relevant indicators in the securities field so we can establish a multi-objective programming model in portfolio investment, introduce a risk preference coefficient, optimize this model into a single-objective programming model which is more convenient to calculate, and finally extract the collected data into it to solve the problem with Matlab. The model could meet the different needs of investors with different risk preferences.

Keywords

Multi-Objective Optimization, Portfolio Investment, Risks, Benefits

1. 引言

将俚语“不要把鸡蛋都放在同一个篮子里”用在证券投资中，也就是说，将资金投放于多种不同的证券中可以分散风险。其中，风险是指投资者在选择自己的“一篮子证券”的过程中，由于各种宏观或者微观因素的影响，选择的组合结果在一定时间内出现不利结果的可能性及该结果可能导致的各方面损失。这就是证券具有的风险特性，证券交易所会基于一些投资收益率指标来描述和估算投资某证券具有的风险大小。大多数证券市场都具有同一个普遍规律：无风险证券的确定收益率往往要低于风险证券的预期收益率，而且风险高出越多，该证券的预期收益率往往也会越高，即我们常说的“高风险高收益”，可以将高出来部分的收益视为对投资者承担该部分投资风险的价值补偿[1]。

目前来看，证券组合投资研究方面的理论基础主要有：马科维茨均值－方差模型、CAPM 模型、单因素模型、多因素模型、APT 模型等。从已有的基础模型来看，无论是马科维茨的均值－方差模型或是经典的 CAPM 模型都是在证券投资领域中追求单一目标函数最优，从而达到收益最大化，风险最小化的组合效果，最大化个人的投资效用，是建立在单一目标之上，是在投资者已经锁定风险或收益的条件下进行决策的一类模型。并没有考虑同时具有多个目标时最优的投资组合情况[2]。所以本文旨在马科维茨理论的基础上，根据投资者不同的投资偏好，建立证券组合中收益和风险都可以变动的初等多目标规划模型，并对模型的实际性、可行性进行了验证，帮助投资人更好地选择不同的投资组合[3]。

本文主要内容是建立一个证券组合投资的多目标规划最优化数学模型，然后对其代入股票数据检验其实用性，解决不同偏好投资者如何在一定总量资金情况下，达到收益最大化、风险最小化的双重目标。本文主要从多目标最优化角度出发，首先介绍马科维茨的均值－方差模型，在此基础上建立出证券组合投资的数学模型，对投资活动中的风险和收益两个因素进行定量综合分析，采用线性加权法，引入风险偏好系数，将多目标规划数学模型转化为单目标规划数学模型，得到优化的数学模型，在实例中利用 Matlab 数学软件帮助进行计算，使资金得到合理分配，验证模型合理性，最后总结。

2. 理论基础知识

2.1. 多目标规划初等数学模型

一个多目标规划的初等数学模型一般由三个要素组成：决策变量(Decision Variables)、目标函数

(Objective function)和约束条件(Constraints)。按要求的不同，对这些目标函数取最大化(Max)或最小化(Min) [4]。由此，可以构成以下一般多目标规划标准数学模型：

$$\min F(x)$$
$$s.t.\begin{cases} G(x) \le 0 \\ x \ge 0 \end{cases} \tag{2-1}$$

其中， $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是 n 维向量，也即决策变量；

$F(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_k(x))^T$ 是 k 维向量函数，也即目标函数；

$G(x)=(g_1(x),g_2(x),\cdots,g_m(x))^T$ 是 m 维向量函数，也即约束条件；

标准形式的 $g_i(x)\le 0, i=1,2,\cdots,m$。

对于不是标准形式的模型，非线性(不)等式转化为线性(不)等式，可以通过添加负号，约束条件两端同时取负统一不等号，引进松弛变量、剩余变量等数学方法将其转化为一般标准模型[5]。

2.2. 马科维茨的均值－方差模型

该理论依据以下几个假设：

(1) 理性的投资者在考虑每种投资组合中的证券时，其依据是某一段时间内该种证券收益率的概率分布；

(2) 理性投资者是根据证券的期望收益率指标和相关的数学公式来度量投资组合的风险大小的；

(3) 理性投资者决定自己投资组合的依据只由优证券期望收益率计算而来的风险和收益；

(4) 理性投资者满足“非满足性”和“风险规避”两个特征。

根据投资者要求建立包括卖空/非卖空在内的约束条件下，再结合相关指标得到目标函数，求解 x_i 证券收益率使组合风险 $\sigma^2(r_p)$ 最小。其经济学意义是，投资者可以先根据个人期望效用，确定一个期望收益，再利用马科维茨模型求解，解向量就代表着每个投资项目的资金占比，并且保证由此构成的投资组合能满足最小化总投资风险的目标。综上所述，如果投资者给出不同的期望收益，就会得到不同的最小方差组合[6]。

3. 组合投资的多目标规划最优化数学模型

3.1. 模型建立

3.1.1. 符号规定

本模型使用的相关符号及其意义见表 1。

Table 1. Symbols and meaning
表 1. 符号及表示意义

符号	意义
M	投资总额；
n	可供投资的项目个数；
i	资产序列号；
r_i	投资于第 i 种资产的平均收益率(其中 r_0 为无风险证券收益率)；
$E(R_i)$	投资于第 i 种资产的预期收益率；
w_i	投资于第 i 种资产的投资比例；

续表

w_0	投资于无风险资产的投资比例；
W	投资比例向量 $W=\left(w_1,w_2,\cdots,w_n\right)^T$；
σ_{ij}	第 i 种资产和第 j 种资产的收益率协方差；
σ_p^2	组合资产的投资收益率的方差；
$\sum$	协方差矩阵 $(\sigma_{ij})_{n\times n}$。

3.1.2. 模型分析与建立

根据马科维茨的均值－方差理论模型，理性的投资者应该具有“非满足性”和“风险规避型”两个特征，投资者基于这两个前提构造自己的投资组合。在构建多目标规划数学模型时，只需要对模型的解释稍加改变，这两种模型就基本一致，因此本文只考虑一种情况，两个目标：

$MaxF_1\left(x\right)$：利益最大化；$MinF_2\left(x\right)$：风险最小化。

显然这个多目标的优化问题可以用数学方法解决。而为了简化实际问题中多目标数学规划的计算，可以通过很多方法将其转化为单目标的数学规划问题来解决[7]。

根据前面的假设，建立下面在证券组合投资决策中能同时优化收益和风险的多目标决策模型[8]：

$$\begin{aligned}
&MaxE(R)=r_0w_0+\sum_{i=1}^{n}r_iw_i\\
&Min\sigma_p^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}w_iw_j\sigma_{ij}\\
&s.t.\begin{cases}w_0+\sum_{i=1}^{n}w_i=1\\ w_0\ge 0,w_i\ge 0\end{cases}
\end{aligned}\tag{3-1}$$

3.1.3. 模型的经济学意义和适用条件

马科维茨均值－方差模型的经济学意义在于，它通过量化投资组合的风险和收益，为投资者提供了一个在风险与收益之间进行权衡的框架。投资者可以根据自身的风险偏好，选择合适的投资组合，从而在承担一定风险的前提下，追求最大化收益，或者在满足一定收益目标的情况下，最小化风险。然而，该模型的适用条件较为严格，主要包括以下几点：

1) 市场有效性：模型假设市场是有效的，即证券价格能够充分反映所有可用信息。在现实中，市场并非完全有效，信息不对称、市场情绪等因素可能导致价格偏离其内在价值。因此，模型在实际应用中需要考虑市场环境的差异性。

2) 投资者理性程度：模型假设投资者是理性的，追求效用最大化且风险规避。然而，现实中投资者可能受到行为偏差(如过度自信、羊群效应等)的影响，导致决策偏离理性假设。因此，模型在应用时需要结合投资者的实际行为特征进行调整。

3) 参数稳定性：模型的优化结果依赖于输入参数(如收益率、协方差等)的准确性。如果这些参数在时间序列上不稳定，可能导致模型结果的偏差。因此，需要对参数进行稳健性检验，以确保模型的可靠性。

3.1.4. 创新点

本文对现有的证券组合投资模型进行了更全面的回顾，并与本文模型进行了比较分析：马科维茨模型是经典的单目标优化模型，主要关注风险最小化或收益最大化。而本文模型在马科维茨模型的基础上，引入了多目标规划，同时优化收益和风险，更适合投资者在复杂市场环境下的决策需求。CAPM 模型假设市

场是完全有效的，且投资者是理性的。本文模型在考虑市场有效性的同时，引入了投资者风险偏好系数，能够更好地适应投资者的实际行为特征。APT 模型考虑了多个因素对资产收益的影响，但未明确优化投资组合的风险与收益。本文模型通过多目标规划，同时优化收益和风险，为投资者提供了更全面的决策框架。

3.2. 模型优化

在实际生活中，投资者在做出自己的投资决定时，总是会因为一些心理因素、家庭因素、工作因素等，有一些私人的特定偏好并据此来分配各类证券的投资占比，以使自己的投资活动能在自己能够承受的损失范围内避免损失，获得最高的预期收益。因此为了减少这些繁琐的计算步骤，本文决定将多目标数学规划模型优化为单目标的数学规划模型[8]，在这里个人偏好系数 α，用 α 和 $1-\alpha$ 作为权数，采用偏好系数加权法，对两个目标函数加权相加，整理后我们可以将已经建立的模型优化为如下形式：

$$MinF = \alpha\sigma_p - (1-\alpha)E(R)$$

$$s.t.\begin{cases} w_0 + \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ w_0 \ge 0; w_i \ge 0 \end{cases} \tag{3-2}$$

其中偏好系数 α 和 $(1-\alpha)$ 分别表示投资者对投资风险和预期收益的偏好程度，σ_p 表示该组合资产的收益率的标准差，$E(R)$ 表示预期收益率，w_i 表示投资于第 i 种资产的投资占比(其中 w_0 为投资于无风险证券的投资占比)，α 的取值范围为 $0 \le \alpha \le 1$，$\alpha = 0$ 时说明该投资者喜欢投资组合的稳定低风险预期收益，$\alpha = 1$ 时说明该投资者更偏好投资风险证券，属于完全的风险偏好者，该投资者的“篮子”里包含更多的高风险证券。

(说明：在 Markowitz 均值－方差理论用方差度量风险，故在模型(3-2)中用 σ^2 来度量该风险的大小。但在优化过程中，需要先令两个目标函数的量纲一致以后才能使二者加权相加，故此处用 σ^2 取根号后的标准差 σ 度量风险。由于修正后的 $Min\sigma^2 = W^T\sum W$ 与 $Min\sigma = \left(W^T\sum W\right)^{\frac{1}{2}}$ 是一致的，因此是合理的[9]。)

至此，我们在本章成功构造了以马科维茨投资组合理论为基础的组合投资决策模型。

4. 实证分析

本文数据来源于 iFinD 同花顺数据库，通过该数据库可以获得股票任意需要的数据的历史记录，包括开盘价、收盘价、每日成交量、成交额等。本文需要根据最新数据，选取近期内收益率为正的股票进行组合投资，据此选取了 13 只沪深 A 股 2023 年 4 月 1 日至 2023 年 5 月 1 日一个月内所有交易日的收盘价作为数据样本，将其记录于 Excel 表格中(附录 1)，其中包括了证券代码，证券名称，所属行业和证券收盘价等样本信息，它们分别属于金融服务、建筑材料、黑色金属、机械设备、食品饮料等不同行业。根据马科维茨资产组合理念，要想最小化投资组合的风险，一方面要使投资项目的种类(如黄金、房地产、股票、债券等)尽可能多样化，另一方面这些投资项目的相关系数也要尽可能低，而这些分属于不同行业的证券很好得满足了这一要求[10]。

4.1. 数据预处理

将提取的数据列于 Excel 表格中，记第 i 只股票第 j 个交易所工作日的收盘价为 $\alpha_{i,j}$，将该 Excel 表格命名为“日收益率”并导入 Matlab 按照如下数学公式进行数据处理[11]：

13 只股票的日收益率为：

$$r_{i,j} = \frac{\alpha_{i,j} - \alpha_{i,j-1}}{\alpha_{i,j-1}} \tag{4-1}$$

其中，$r_{i,j}$ 表示股票 i 在第 j 个交易所工作日的日收益率，$\alpha_{i,j}$ 表示股票 i 在第 j 个交易所工作日的收盘价，$\alpha_{i,j-1}$ 表示股票 i 在第 $j-1$ 个交易所工作日的收盘价。

日收益率的数学期望计算公式为：

$$r_i = \sum_{j=1}^{20} r_{i,j} \Big/ 20, i = 1, 2, \cdots, 13 \tag{4-2}$$

其中，r_i 表示股票 i 在 2023 年 4 月所有交易所工作日日的平均每日收益率。

日收益率的方差 σ^2 计算公式为：

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{20} \left(r_{i,j} - r_i\right)^2 \Big/ 20, i = 1, 2, \cdots, 13 \tag{4-3}$$

其中，σ_i^2 表示股票 i 的日收益率方差，可用该数据估测某只股票的风险大小，$r_{i,j}$ 表示股票 i 在第 j 个交易所工作日的日收益率，r_i 表示股票 i 的平均日收益率。

第一，在 MATLAB 中可以通过调用 cov (RetSeries)函数来计算这些不同股票日收益率的协方差矩阵，收益率均值和方差见表 2，收益率协方差关系见表 3。

第二，在 MATLAB 中可以通过调用 NumPorts 函数得到我们想要在有效边界上输出点的个数，本例得到有效边界见图 1 [12]。

Table 2. Stock return means, variance, and standard deviation
表 2. 股票收益率均值、方差、标准差

股票代码	收益率均值	收益率方差	收益率标准差
600022	0.0055	0.0013	0.0361
600025	0.0024	0.0011	0.0012
600036	0.0019	0.0002	0.0141
600039	0.0035	0.0003	0.0173
600080	0.0052	0.0002	0.0141
600081	0.0044	0.0013	0.0361
600089	0.0047	0.0005	0.0224
600377	0.0028	0.0002	0.0141
000560	0.0037	0.0013	0.0361
000596	0.002	0.0013	0.0361
000796	0.0011	0.0008	0.0283
002290	0.0115	0.0013	0.0361
002351	0.0056	0.0008	0.0283

Table 3. Covariance
表 3. 协方差

股票代码	600022	600025	600036	600039	600080	600081	600089	600377	000560	000596	000796	002290	002351
600022	0.0013	0.0006	0.0000	0.0001	0.0000	−0.0001	0.0002	0.0002	0.0006	0.0000	0.0005	0.0000	0.0001
600025	0.0006	0.0011	0.0000	−0.0002	−0.0003	−0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0002	0.0003	−0.0002	0.0001
600036	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	−0.0002	0.0003	0.0000	−0.0001	0.0000
600039	0.0001	−0.0002	0.0000	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0001	−0.0001	0.0000
600080	0.0000	−0.0003	0.0000	0.0001	0.0002	0.0000	−0.0001	0.0000	−0.0001	−0.0001	0.0000	0.0000	−0.0001

续表

600081	−0.0001	−0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0013	0.0002	−0.0002	0.0000	0.0002	0.0001	0.0000	0.0003
600089	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	−0.0001	0.0002	0.0005	0.0000	−0.0001	0.0001	−0.0003	−0.0001	0.0001
600377	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	−0.0002	0.0000	0.0002	0.0001	−0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
000560	0.0006	0.0003	−0.0002	0.0003	−0.0001	0.0000	−0.0001	0.0001	0.0013	0.0000	0.0005	0.0000	0.0000
000596	0.0000	0.0002	0.0003	0.0000	−0.0001	0.0002	0.0001	−0.0001	0.0000	0.0013	−0.0001	0.0000	−0.0001
000796	0.0005	0.0003	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	−0.0003	0.0001	0.0005	−0.0001	0.0008	0.0002	0.0000
002290	0.0000	−0.0002	−0.0001	−0.0001	0.0000	0.0000	−0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0013	−0.0001
002351	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	−0.0001	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	−0.0001	0.0000	−0.0001	0.0008

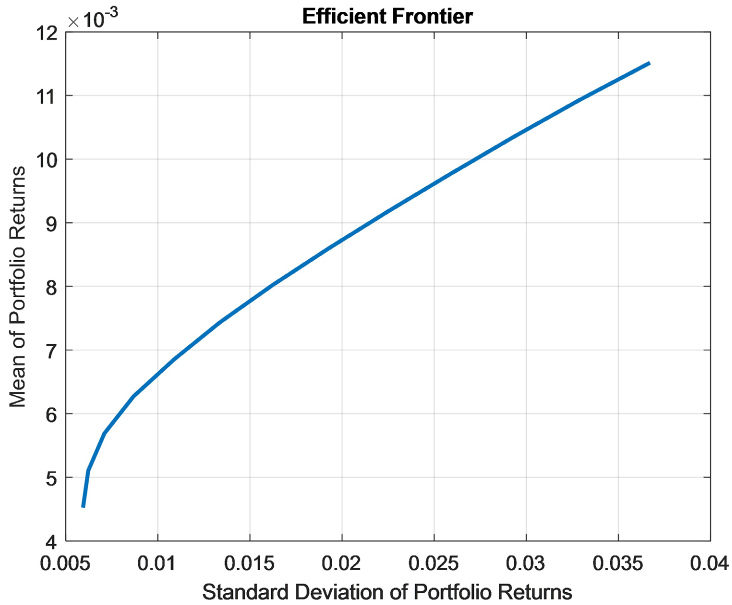

Figure 1. Effective boundary diagram
图 1. 有效边界图

当前我国的国债回购市场成交利率在年化 5.3% 左右，转化为日收益率计算结果约为 0.02%，因此我们可以取第三章模型(3-2)的无风险利率为 $r_0 = 0.02\%$，显然上述所取样本股票平均日收益率都高于此无风险利率，因此都可以视为风险投资对象。

4.2. 建立模型求解

4.2.1. Matlab 编程求解

将上述处理过的数据，包括收益率均值，收益率方差，收益率协方差等数据代入第三章创建的模型(3-2)中可以得到含具体数据的可求解的线性规划模型，α 称为风险偏好系数，其中 α 和 $(1-\alpha)$ 分别代表者投资者对投资风险和预期收益的偏好 α 程度，α 的取值范围为 $0 \le \alpha \le 1$，α 值越大，说明投资者更倾向于风险更大的投资组合，$\alpha = 0$ 时说明该投资者更重视稳定的低风险投资组合，倾向于选择收益稳定的投资组合，该投资者的“篮子”中可能包含更多无 $\alpha = 1$ 风险证券，时说明该投资者的“篮子”中包含更多投资风险证券，属于完全的风险偏好者[13]。但到底怎样取具体值，依据哪些因素取值，没有一个定则，不同的投资者受不同因素影响，有着有不同的偏好。因此我们从 $\alpha = 0$ 开始，以步长 $\Delta\alpha = 0.1$ 进行循环搜索求解，求出 α 取不同值时的投资组合最优比例。整理 MATLAB 输出结果为 Excel 表格，结

果见表 4。

Table 4. Equity investment ratio and expected returns
表 4. 股票投资比例与期望收益率

比例	$\alpha=1.0$	$\alpha=0.9$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.7$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.0$
w_1	0.0000	0.0002	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
w_2	0.0000	0.0001	0.0888	0.1299	0.1338	0.0048	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_3	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004	0.0006	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
w_4	0.0000	0.0001	0.0004	0.0006	0.0010	0.0007	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
w_5	0.0000	0.0002	0.4279	0.4749	0.4677	0.0159	0.0012	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002
w_6	0.0000	0.0001	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_7	0.0000	0.0002	0.1418	0.1536	0.1467	0.0049	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_8	0.0000	0.0001	0.0003	0.0011	0.0372	0.0026	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_9	0.0000	0.0001	0.0108	0.0253	0.0254	0.0007	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{10}	0.0000	0.0001	0.0003	0.0023	0.0145	0.0007	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{11}	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
w_{12}	1.0000	0.9985	0.2191	0.1273	0.0969	0.0030	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
w_{13}	0.0000	0.0003	0.1096	0.0839	0.0754	0.0024	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
w_0	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.9634	0.9967	0.9982	0.9988	0.9991	0.9992
ER	0.0115	0.0115	0.0063	0.0055	0.0042	0.0004	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

其中，α 的不同取值表示不同投资者的风险偏好，w_i 表示投资者决定投资第 i 只股票的资金占比，ER 表示以该组投资比例决定投资组合时的预期日收益率。

4.2.2. 结果分析

分析上述输出结果：

(1) 收益随风险增大而增大；

(2) 由数据可以看出，大多数股票满足高风险高收益的特征，所以追求高利润必然要承担高风险，集中投资于某种高利润股票更容易承担更高风险，如本例中代码为 002290 的股票，投资者若要降低风险(如本例中 α 取值从 1 变为 0.9 时)，则需分散投资(投资组合中的“一篮子”股票种类明显增加)；

(3) $1-\alpha$ 表示投资者对稳定低风险预期收益的偏好，α 表示投资者对高风险高收益股票的投资偏好，显然本例中，投资组合的预期收益 $E(R)$ 与 α 的大小呈正相关，很好体现了这一点；

(4) 本例中，从 $\alpha=0.4$ 开始到 $\alpha=0$，投资者投资于无风险证券的资金占比很大，对于风险证券的投资比例只有很细微的变化，几乎可以忽略不计，因此该投资组合的收益变化也很微小，取小数点后四位数字，日收益率几乎等于无风险证券日收益率 $r_0=0.02\%$。

4.2.3. 稳健性检验

为了验证模型的稳定性和可靠性，除了原有的 13 只股票一个月的数据外，本文还增加了样本数量至 25 只股票，并将时间跨度扩展至 2023 年全年，以涵盖更多市场波动情况[14]。经过数据处理，整理 MATLAB 输出结果为 Excel 表格，结果见表 5。

Table 5. Equity investment ratio and expected returns
表 5. 股票投资比例与期望收益率

比例	$\alpha=1.0$	$\alpha=0.9$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.7$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.0$
w_1	0.0000	0.0002	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
w_2	0.0000	0.0001	0.0668	0.0851	0.0838	0.0048	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_3	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
w_4	0.0000	0.0001	0.0004	0.0004	0.0010	0.0007	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
w_5	0.0000	0.0002	0.2366	0.2966	0.3141	0.0944	0.0112	0.0016	0.0014	0.0006	0.0002
w_6	0.0000	0.0001	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_7	0.0000	0.0002	0.1002	0.1147	0.1167	0.0059	0.0014	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_8	0.0000	0.0001	0.0002	0.0008	0.0172	0.0036	0.0003	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
w_9	0.0000	0.0001	0.0098	0.0100	0.0204	0.0004	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{10}	0.0000	0.0001	0.0001	0.0021	0.0145	0.0007	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{11}	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
w_{12}	0.7500	0.7085	0.2321	0.1221	0.0269	0.0030	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
w_{13}	0.0000	0.0003	0.0069	0.0672	0.0754	0.0024	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
w_{14}	0.0000	0.0001	0.0102	0.0178	0.0212	0.0017	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{15}	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002	0.0015	0.0000	0.0000
w_{16}	0.0000	0.0001	0.0825	0.1065	0.1138	0.0048	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_{17}	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
w_{18}	0.0000	0.0006	0.1150	0.0822	0.1177	0.1159	0.0012	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002
w_{19}	0.0000	0.0002	0.0091	0.0174	0.0427	0.0329	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_{20}	0.1889	0.1888	0.2191	0.0700	0.0311	0.0060	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
w_{21}	0.0410	0.0668	0.0099	0.0058	0.0009	0.0020	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000
w_{22}	0.0000	0.0001	0.0082	0.0003	0.0008	0.0048	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_{23}	0.0000	0.0001	0.0058	0.0019	0.0006	0.0048	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
w_{24}	0.0000	0.0001	0.0003	0.0975	0.0001	0.0020	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001
w_{25}	0.0201	0.0329	0.0047	0.0007	0.0004	0.0030	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
w_0	0.0000	0.0001	0.0003	0.0012	0.0033	0.8754	0.8867	0.9135	0.9188	0.9591	0.9999
ER	0.0105	0.0104	0.0079	0.0065	0.0052	0.0024	0.0012	0.0012	0.0009	0.0004	0.0002

4.3. 小结

马克维茨的均值－方差模型能够十分精准地利用简单的股票的每日数据计算证券组合的预期收益和方差，将其改进后的模型(4)更加实用满足投资者个人需求，但是其缺点在于在处理较多股票的投资组合时，计算量容易过大，运用 MATLAB 软件对改进后的投资组合模型(4)进行计算在很大程度上能有效克服这一缺陷。

在可供选择的证券组合中，可能出现模型中体现为协方差为负数，例如本例中代码为 60025 与代码为 60081 的股票协方差就为负数，即某个或者几个证券的日收益率并不是那么高但却被包含进了最后的投资组合中的情况，出现该结果的原因是该证券与组合中的其他证券关联性较小甚至是负相关。当证券的数量较多时，一个投资组合的风险大小在很大程度上由证券收益率之间有无关联性以及该种关联性的

大小决定，用数学语言表达，即投资组合的方差在更大程度上由计算出的协方差决定，某一个证券的收益率方差对风险的影响变得非常次要。由此看来，分散投资理论存在的合理性得到了解释，同时也对每个投资者选择属于自己的“一篮子投资证券”起到了非常重要的决定作用[15]。

5. 归纳与总结

我国的证券市场仍然处于调整阶段，规章制度还不很完善，价格波动较大。因此，任何投资者在选择进行投资组合决策时，既要保证理性思维能力，更要有科学有效的决策工具。本文建立证券组合投资多目标规划模型，将其优化后成为更便于计算的单目标规划模型，最后代入搜集到的有关数据运用 Matlab 进行求解，求解出的多组解向量代表不同的投资占比选择，满足了不同风险偏好投资者的不同需求，分析结果对投资者进行相关决策具有一定的实际价值。总而言之，使用此优化模型进行证券投资组合分析是一种很好的方法。这个方法通过选择性的投资，排除了已有范围内的部分投资项目，让本来一大堆数据经过不断处理融入模型变得简单明了。同时，以不同步长循环搜索进行计算的方法也给予了投资者多个不同的选择，可操作性和可行性较强。

就我国证券市场现况而言，本文就如何做出投资组合决策提出几点建议：

1) 抓好各式各样的投资工具，如股票、债券、房产、黄金、银行理财等。通过多种投资渠道、合理使用投资工具是有效运用这些理论满足自己投资需求的前提条件。

2) 人才素质培养也要抓。这是提供合理的投资组合建议的关键，不管是在提供信息服务的银行或者是证券投资基金公司，抓紧培养专业化的数据分析人才，提高他们的专业素养都是吸引投资者的关键一步。

3) 市场监管也要抓，促进相关法律法规的制定，进一步保证各大证券市场的规范运行。目前，由于法规的不完善和监管水平的限制等各类原因，我国证券市场存在着许多不规范交易行为，内幕交易和操纵股票价格等违规现象屡见不鲜，由此可见，加强市场监管是当务之急。

参考文献

[1] 叶博韬. 投资组合的最优化设计[J]. 大众投资指南, 2017(10): 189.

[2] 任立民, 邓芳. 投资组合中多目标规划最优化数学模型的应用[J]. 海峡科学, 2007(7): 72-73.

[3] 易静. 多目标最优化方法及应用的探讨[J]. 时代教育, 2015(14): 117.

[4] 陈科燕, 肖冬荣. 多目标证券组合投资决策[J]. 统计与决策, 2003(4): 23-24.

[5] 孙靖, 熊岩, 张恒, 刘志平. 多期证券投资组合问题的区间多目标规划求解方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(3): 645-650.

[6] 黄婧颖, 杨超进, 陈威, 梁景敏. 证券投资组合中的多目标规划应用[J]. 科技致富向导, 2014(8): 290.

[7] 袁从伦, 陈晨. 多目标投资组合优化[J]. 金融经济, 2015(22): 123-125.

[8] 杨桂元, 郑亚豪. 多目标决策问题及其求解方法研究[J]. 数学的实践与认识, 2012, 42(2): 108-115.

[9] 严应超, 张传新. 多目标投资组合研究[J]. 全国商情(经济理论研究), 2008(2): 80-81.

[10] 胡达沙, 吴炜. 目标规划法在证券组合投资中的应用[J]. 运筹与管理, 2004(3): 116-119.

[11] 刘敏. 数学规划在证券组合优化投资中的应用[J]. 湖南科技学院学报, 2005(11): 27-31.

[12] 杨伍梅, 刘权. 基于 MATLAB 的多目标规划最优投资组合方法的探讨[J]. 长沙大学学报, 2014, 28(5): 9-11.

[13] Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, **7**, 77-91. https://doi.org/10.2307/2975974

[14] Shang, Z. and Liu, H. (2010). The Research on Portfolio Optimization Model and Strategy for Multiple Objectives. 2010 *IEEE 2nd Symposium on Web Society*, Beijing, 16-17 August 2010, 291-295. https://doi.org/10.1109/sws.2010.5607437

[15] Anagnostopoulos, K.P. and Mamanis, G. (2010) A Portfolio Optimization Model with Three Objectives and Discrete Variables. *Computers & Operations Research*, **37**, 1285-1297. https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.09.009