

群体决策中最小成本共识模型的研究

王 岳, 张颖严

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2025年3月28日; 录用日期: 2025年6月20日; 发布日期: 2025年6月30日

摘 要

近年来, 群决策问题一直是研究者们关注的热点问题。如何在保持群体一致性的情况下使群体收益最大化成为了学者们研究的主要内容。而在现有的群决策模型中, 大部分研究是在充分考虑了个人利益和群体利益后确定最优解的, 成本成为考虑的重要因素之一, 因此如何在满足一定的一致性的前提下降低决策成本、达成共识是本文需要解决的问题。在已有的共识模型的研究基础上, 本文从个体收益最大化的角度对模型进行改进, 给出了一个新的最小成本共识模型, 通过本文提出的改进算法得到了最优解。文中还对模型进行了案例分析, 结果表明: 本文提出的方法能够取得较优的结果, 并且所提出的改进算法具有一定的理论指导意义。最后本文对于后续工作进行了展望。

关键词

群体决策, 最低成本共识模型, 多智能体系统, 模型求解算法

Research on the Minimum Cost Consensus Model in Group Decision Making

Yue Wang, Haoyan Zhang

Business School, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai

Received: Mar. 28th, 2025; accepted: Jun. 20th, 2025; published: Jun. 30th, 2025

Abstract

In recent years, group decision-making problems have been a hot topic of research. How to maximize the group's benefits while maintaining group consistency has become the main content of scholars' research. In the existing group decision-making models, most studies determine the optimal solution after fully considering individual and group interests, and cost has become one of the important factors to be considered. Therefore, how to reduce decision-making costs and reach a consensus under the premise of meeting a certain degree of consistency is the problem that this paper

needs to solve. Based on the research of the existing consensus models, this paper improves the model from the perspective of maximizing individual benefits and presents a new minimum cost consensus model. The optimal solution is obtained through the improved algorithm proposed in this paper. The model is also analyzed through a case study in the paper, and the results show that the method proposed in this paper can achieve better results, and the proposed improved algorithm has certain theoretical guiding significance. Finally, this paper looks forward to the subsequent work.

Keywords

Group Decision-Making, Lowest Cost Consensus Model, Multi-Agent System, Model Solving Algorithm

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 绪论

1.1. 研究背景与意义

群体决策是现代决策过程中普遍采取的一种方式，它涉及到多个个体或群体共同参与决策活动。在现实生活中，无论是政策制定、资源配置还是项目管理，都需要通过群体决策来做出最终决定。然而，由于个体偏好差异的存在和信息不对称等问题，如何有效整合不同个体的决策偏好，形成一致且具有成本效益的共识模型成为研究的重点[1]。

在这一背景下，最小成本共识模型的构建显得尤为重要。该模型不仅能够为决策者提供一种量化分析和优化的方法，还能在多目标决策环境中找到最优解，从而帮助决策者提高决策效率和质量。近年来，随着信息技术的发展和群体智能理论的研究深入，关于群体决策和共识建模的研究逐渐增多，但现有研究大多集中在理论探讨和技术实现上，缺乏对实际应用案例的深度分析[2]。

因此，本研究以“群体决策中最小成本共识模型的研究”为主题，旨在探索一种能够有效处理群体决策中成本和效益平衡的数学模型。通过构建具体的模型结构，并结合模糊集理论、一致性度量等先进工具，提出一种新的算法用于求解最小成本共识问题，以期为复杂的群体决策过程提供一种实用的解决方案。同时，通过对实际案例的分析验证，本文还旨在展示所提出的最小成本共识模型在提高决策质量和效率方面的实际应用价值，进而推动群体决策理论和实践的进一步发展[3]。

1.2. 国内外研究现状

在群体决策领域，最小成本共识模型的研究是近年来一个热点。该模型旨在通过降低决策过程中的成本来实现共识的达成，其理论基础和应用范围广泛，涉及多个学科领域，如管理学、经济学、计算机科学等。

在国外，关于最小成本共识模型的研究起步较早，主要集中在模糊集理论的应用上。学者们通过构建模糊偏好关系，利用一致性改进方法来解决决策过程中存在的不确定性问题。此外，多目标优化方法也被广泛应用于最小成本共识模型的求解中，以提高决策的效率和质量。国内对最小成本共识模型的研究相对起步较晚，但发展迅速。研究者们不仅关注理论模型的构建，还注重模型在实际决策问题中的应用。例如，在工程项目管理、资源分配等领域。

综上所述, 最小成本共识模型的研究在国内外均取得了一定的进展, 但仍存在许多挑战和待解决的问题, 如何进一步提高模型的适用性和实用性, 以及如何更好地处理决策过程中的不确定性因素等。未来的研究需要在理论与实践相结合的基础上, 不断探索和创新, 以推动该领域的发展[4]。

1.3. 论文主要内容和创新点

本文聚焦于群体决策中的最小成本共识模型的研究, 通过对相关理论的深入探讨, 构建了一个创新的最小成本共识模型, 并提出了两种有效的求解方法, 为解决群体决策问题提供了新的视角和工具。论文的主要内容和创新点如下:

(1) 论文在绪论部分详细介绍了研究背景与意义, 概述了国内外在群体决策领域内的研究成果, 明确了本研究的主要内容和创新点。此外, 还对群体决策中涉及的核心概念进行了阐述, 为后续章节的深入研究奠定了基础。

(2) 在预备知识部分, 本文系统地介绍了模糊集理论、模糊偏好关系、一致性度量以及一致性改进方法, 确保了读者能够理解所提出模型和算法的基本原理。

(3) 本文创新性地构建了一个基于模糊集理论和模糊偏好关系的最小成本共识模型。该模型不仅能够有效地处理决策者之间的偏好冲突, 而且能够通过一致性的改进算法, 提高决策过程的效率和效果。

(4) 提出了一种基于模糊优选法的模糊偏好关系一致性改进算法。此算法能够有效识别并调整模糊偏好关系中的不一致性, 从而促进群体决策的达成。

综上所述, 本文不仅丰富了群体决策领域的理论研究, 而且提供了一种实际可行的解决方案, 对于提升群体决策的效率和效果具有重要的实践价值。

2. 预备知识

2.1. 模糊集理论

模糊集理论是处理不确定性信息的一种数学工具, 由 L.A. Zadeh 于 1965 年提出。与传统集合论不同, 模糊集允许元素以一个介于 0 和 1 之间的实数表示其属于某个集合的程度, 这个实数被称为隶属度函数值。隶属度函数 $\mu_A(x)$ 定义了元素 x 属于集合 A 的程度, 其中 $\mu_A(x) \in [0, 1]$ 。

在群体决策中, 模糊集理论的应用尤为广泛, 特别是在处理专家意见不一致、偏好难以精确量化的情况下。例如, 在最小成本共识模型的研究中, 通过构建模糊偏好关系, 可以有效地表达决策者对不同方案的偏好程度, 进而实现决策的优化。模糊集的基本运算包括并、交、补等, 这些运算基于隶属度函数进行。例如, 两个模糊集 A 和 B 的并集 $A \cup B$ 的隶属度函数为 $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$, 即元素 x 同时属于 A 和 B 的程度取两者中的较大值。

此外, 一致性改进方法在群体决策中扮演着重要角色。通过对模糊偏好关系进行调整, 使得决策过程更加合理和有效。一致性改进算法通常旨在减少模糊偏好关系中的冲突, 提高决策的一致性和合理性。模糊集理论不仅为群体决策提供了新的分析工具, 而且在其他领域如人工智能、模式识别等方面也有广泛应用。通过将模糊集理论与最小成本共识模型相结合, 可以更准确地反映决策者的偏好, 从而提高决策的质量和效率。

2.2. 模糊偏好关系

模糊偏好关系是决策理论中一个重要的概念, 它描述了决策者在面对不确定性和模糊性时的偏好程度。与传统的二值偏好关系不同, 模糊偏好关系允许决策者对选项之间的相对偏好给出一个模糊集, 从而更真实地反映决策者的心理状态和偏好。

要定义模糊偏好关系, 首先需要引入模糊集的概念。设 X 是一个非空有限集合, 表示决策问题中的所有可能选项。对于 X 上的模糊偏好关系 R , 可以表示为一个模糊集, 即 $R \subseteq X \times X$, 其中每个元素 $(x, y) \in R$ 表示决策者倾向于选择 x 而非 y 。为了量化这种倾向的程度, 我们引入隶属函数 $\mu_R(x, y)$, 其值介于 0 到 1 之间, 表示决策者选择 x 而非 y 的偏好程度。模糊偏好关系的一个重要性质是传递性, 即如果 $\mu_R(x, y) > 0$ 且 $\mu_R(y, z) > 0$, 则有 $\mu_R(x, z) > 0$ 。这一性质要求模糊偏好关系能够合理地反映决策者的偏好顺序。

在实际应用中, 构建模糊偏好关系通常需要收集决策者的主观判断信息。例如, 可以通过问卷调查、专家咨询等方式获取决策者对各选项之间相对偏好的评价。这些评价数据经过处理后, 可以转化为模糊偏好关系的形式, 进而用于后续的决策分析。模糊偏好关系的应用广泛, 包括但不限于群体决策、风险评估、资源分配等领域。通过建立合理的模糊偏好关系模型, 可以有效地处理和分析带有不确定性或模糊性的决策问题, 为决策者提供科学、合理的决策支持。

2.3. 一致性度量

一致性度量是评估模糊偏好关系中元素之间偏好一致性的量化指标。在群体决策过程中, 由于个体的偏好可能因个人经验、知识背景等因素而存在差异, 因此需要通过一致性度量来衡量这些偏好是否足够一致, 以便于后续的一致性改进过程。

一致性度量通常基于模糊集理论和模糊偏好关系进行定义。对于一个模糊偏好关系 R , 其一致性度量可以表示为 $C(R)$, 其中 $C(R)$ 越小, 表示模糊偏好关系 R 的一致性越好。具体地, 一致性度量可以通过以下公式计算:

$$C(R) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n d(i, j)$$

其中, n 是决策者(或意见)的数量, $d(i, j)$ 表示第 i 个决策者与第 j 个决策者之间的偏好差异度, 该差异度可以通过模糊偏好关系中的隶属函数来确定。偏好差异度越小, 说明两个决策者的偏好越一致。

此外, 一致性度量还可以通过调整模糊偏好关系中的隶属函数来实现。例如, 通过增加对偏好一致性的重视程度, 即降低偏好差异度的权重, 可以使一致性度量更接近于理想状态。这种调整方法有助于在保持决策多样性的同时, 提高群体决策的整体一致性。在实际应用中, 一致性度量不仅用于评估当前模糊偏好关系的一致性水平, 还用于指导一致性改进算法的设计。通过不断迭代调整模糊偏好关系, 直至达到预设的一致性标准, 从而实现群体决策的优化。

2.4. 一致性改进方法

在群体决策过程中, 一致性改进方法是确保决策结果能够反映群体成员共同意愿的关键技术。该方法主要针对模糊偏好关系中的一致性问题进行调整和优化, 以达到提高决策一致性的目的。一致性改进方法主要包括以下几种:

1) 算术平均法: 通过计算所有个体偏好值的算术平均数来调整偏好值, 以增强群体决策的一致性。设个体 i 的偏好值为 x_i , 则调整后的偏好值 x_{avg} 可以通过以下公式计算:

$$x_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

其中, n 表示参与决策的个体数量。

2) 加权平均法: 考虑到不同个体在决策过程中的影响力不同, 采用加权平均法对偏好值进行调整。假设每个个体的权重为 w_i , 则调整后的偏好值 x_{wavg} 可通过以下公式得到:

$$x_{\text{wavg}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

3) 中位数法: 当偏好值分布不均匀时, 采用中位数法可以有效减少极端值的影响, 从而提高决策的一致性。对于给定的偏好值序列 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 其中位数 x_{med} 为:

$$x_{\text{med}} = \begin{cases} x_{(n/2)} & n \text{ 为偶数} \\ x_{((n+1)/2)} & n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

4) 模糊综合评价法: 利用模糊数学理论, 通过构建隶属度函数, 对个体偏好值进行综合评价, 以实现一致性改进。该方法考虑了偏好值之间的相对重要性和模糊性, 提高了决策的一致性和准确性。

通过上述一致性改进方法的应用, 可以在群体决策过程中有效地解决由于个体偏好差异导致的一致性问题, 进而提高决策的整体质量和效率[5]。

3. 最小成本共识模型的构建

3.1. 引言

传统决策模型往往忽视了成本因素对决策过程的影响, 或者在追求一致性时忽略了决策效率, 导致决策结果可能无法满足实际操作的需求。此外, 随着社会的发展和科技的进步, 群体决策问题的复杂性和多样性也在不断增加, 这要求决策模型具有更高的灵活性和适应性。

为了解决上述问题, 本文提出了一个创新的最小成本共识模型。该模型不仅考虑了决策的一致性, 还强调了决策过程的成本效益原则, 旨在通过优化决策过程中的资源配置, 实现共识形成的同时降低决策成本。通过对模糊集理论、模糊偏好关系等预备知识的应用, 本模型能够有效地处理群体成员间的偏好差异, 提高决策的可行性和接受度[6]。

在模型构建的过程中将使用一致性度量来评估和调整模糊偏好关系, 以确保决策的一致性。同时, 通过引入一致性改进方法, 模型能够更加有效地处理决策过程中出现的冲突和分歧, 提高决策的质量和效率。此外, 本节还将详细阐述最小成本共识模型的求解算法, 包括基于模糊优选法的一致性改进算法和基于多目标优化方法的模型求解算法, 从而确保模型能够适用于不同的决策场景和需求[7]。

3.2. 最小成本共识模型的构建

模型构建的第一步是定义决策问题的数学表达式。假设决策问题中存在 n 个决策方案, 每个方案的成本为 $c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。目标是找到一个决策方案, 使得总成本最小化, 同时保证决策结果的一致性。接下来, 引入模糊偏好关系来描述决策者对不同方案的偏好程度。设 R 表示决策者的模糊偏好关系, 其中 $R: \{1, 2, \dots, n\} \times \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow [0, 1]$, $R(x, y)$ 表示决策者对方案 x 和方案 y 的偏好程度, 值越接近 1 表示偏好程度越高。

为了达到决策的一致性, 需要对模糊偏好关系进行一致性改进。一致性改进的目标是使模糊偏好关系尽可能地符合某种一致性标准, 如最大最小原则或加权平均原则。一致性改进可以通过以下公式实现:

$$R'(x, y) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n R(i, j) + R(j, i)$$

其中, R' 是改进后的模糊偏好关系, 它反映了决策者对各方案之间相对偏好的一致性和合理性。最后, 构建最小成本共识模型, 即在满足一致性改进的基础上, 寻找总成本最小的决策方案。这可以通过求解以下优化问题实现:

$$\min \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

其中, x_i 是决策变量, 表示方案 i 是否被选中, 且 $\sum_{i=1}^n x_i = 1$, 即只能选择一个方案。

通过上述步骤, 可以构建出一个既能保证决策结果经济性又能体现决策者一致性的最小成本共识模型。该模型不仅适用于单一决策者的情况, 也适用于多决策者共同参与的复杂决策环境[8]。

3.3. 一致性改进算法

一致性改进算法的核心思想是通过调整模糊偏好关系中的元素值, 使得整体的不一致度降低到一个预设的阈值以下。具体地, 对于给定的模糊偏好关系 R , 我们定义其不一致度为:

$$C(R) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n |r_{ij} - r_{ji}|$$

其中, n 是参与决策的个体数量, r_{ij} 表示个体 i 对个体 j 的偏好程度, 且满足 $0 \leq r_{ij} \leq 1$ 。

算法的第一步是初始化模糊偏好关系 R_0 , 通常可以采用随机生成或根据初始数据集进行构造。接下来, 算法进入迭代过程, 每一步都尝试调整 R 中的某些元素, 以减少不一致度 $C(R)$ 。具体的调整策略包括但不限于: 增加或减少某个元素的值, 或者同时调整多个元素的值, 以达到最优的一致性效果。

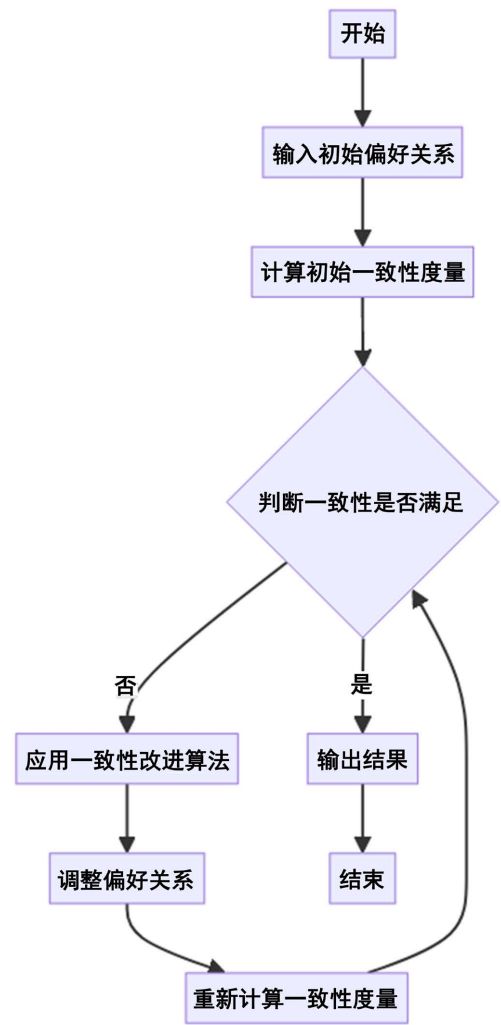


Figure 1. Workflow of the minimum cost consensus model
图 1. 最小成本共识模型的工作流程

在算法中将一个初始的模糊偏好关系矩阵 R 和一个一致性阈值作为输入, 通过不断调整矩阵中的元素值, 直到不一致度降至阈值以下为止。每次调整后, 都会计算新的不一致度, 如果新值更优, 则保留调整结果, 否则恢复原值。通过这种方法, 一致性改进算法不仅能够有效地提升群体决策的一致性, 还能够一定程度上反映决策者的实际偏好, 从而提高决策的质量和效率[9]。为了更直观地展示最小成本共识模型的工作流程, 可以通过一个流程图来描述模型的主要步骤。

最小成本共识模型首先接收初始的偏好关系作为输入, 然后计算出初始的一致性度量。如果一致性度量满足要求, 则直接输出结果; 否则, 将应用一致性改进算法, 调整偏好关系, 并重新计算一致性度量, 直到达到满意的一致性水平为止(见图 1)。

本章的研究不仅为群体决策提供了一种新的分析工具, 而且对于理解复杂决策过程中的不确定性和不一致性具有重要的理论意义。未来的工作将进一步探索该模型在不同领域的应用, 以及如何优化算法以提高模型的效率和准确性。

4. 最小成本共识模型求解

4.1. 引言

本章旨在探讨基于模糊优选法的模糊偏好关系一致性改进算法, 并结合多目标优化方法, 提出一种新的最小成本共识模型求解算法。该模型不仅能够有效处理模糊偏好信息, 还能在保证决策一致性的前提下, 实现决策成本的最小化。通过定义目标函数和约束条件, 我们可以找到使模糊偏好关系最一致的决策向量。在实际应用中, 这一方法可以有效地帮助决策者在多个备选方案中选择最优方案, 同时考虑成本因素, 实现决策的最优化[10]。

综上所述, 本章将详细讨论最小成本共识模型的求解过程, 包括模型的构建、一致性改进算法的设计以及多目标优化方法的应用。通过这一系列的研究, 旨在为群体决策中的共识形成提供一种新的、有效的解决方案。

4.2. 基于模糊优选法的模糊偏好关系一致性改进算法

本节提出了一种基于模糊优选法的模糊偏好关系一致性改进算法, 旨在通过优化模糊偏好关系, 使得群体决策更加一致和有效。该算法首先将模糊偏好关系转化为模糊优先关系, 利用模糊集理论中的隶属度函数来量化个体的偏好程度[11]。具体地, 对于两个方案 A 和 B , 其模糊偏好关系可表示为一个模糊数 μ_{AB} , 其中 μ_{AB} 的值介于 0 到 1 之间, 表示 A 相对于 B 的偏好程度。如果 $\mu_{AB} > 0.5$, 则认为 A 优于 B ; 如果 $\mu_{AB} < 0.5$, 则认为 B 优于 A ; 如果 $\mu_{AB} = 0.5$, 则表示两者无明显优劣。

接下来, 算法通过调整模糊偏好关系中的模糊数, 以达到更高的整体一致性。这一步骤可以通过以下公式实现:

$$\mu'_{AB} = \frac{\mu_{AB} + \lambda}{2} / \mu'_{BA} = \frac{\mu_{BA} + (1 - \lambda)}{2}$$

其中, λ 是一个调整参数, 用于控制模糊偏好关系的调整程度。通过适当选择 λ 的值, 可以有效地改善模糊偏好关系的一致性。为了验证算法的有效性, 接下来对算法的收敛性和稳定性进行理论分析, 用一个简单案例验证一致性改进算法能否在有限步骤内收敛至预设阈值, 并确保调整过程中模糊偏好关系的稳定性。设置一个 3×3 的模糊偏好矩阵, 不一致度阈值设置 0.12, 调整参数 λ 设定为 0.7, 具体实例如下:

$$R_0 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 \end{pmatrix}$$

计算初始不一致度: $C(R_0) = \frac{1}{3 \times 2} (|0.8 - 0.2| + |0.6 - 0.4| + |0.4 - 0.6|) = 0.1667$ 。因为矩阵不一致度大于阈值, 所以进入第一次迭代, 修改最大不一致元素对 $r_{12} = 0.8$, $r_{21} = 0.2$ 。调整后的 $r_{12} = (0.8 + 0.7)/2 = 0.75$, 调整后的 $r_{21} = (0.2 + 0.3)/2 = 0.25$ 。不一致度为 0.15。

第二次迭代, r_{12} 修改为 0.725, r_{21} 修改为 0.275。不一致度为 0.133, 继续下一次迭代。

第三次迭代, r_{13} 修改为 0.65, r_{31} 修改为 0.35。不一致度为 0.133, 继续下一次迭代。

第四次迭代, r_{12} 修改为 0.7125, r_{21} 修改为 0.2875。不一致度为 0.125, 继续下一次迭代。

第五次迭代, r_{12} 修改为 0.70625, r_{21} 修改为 0.29375。不一致度为 0.1167, 满足阈值 $C(R_5) \leq 0.12$, 停止迭代。

每次迭代中, 算法都会尝试调整模糊偏好关系矩阵中的元素以降低不一致度。由于不一致度是一个非负数且每次调整都会使其非增, 算法必将在有限步内收敛到一个局部最优解。当不一致度降至预设阈值以下时, 算法终止, 确保了全局收敛性。算法的稳定性通过分析其对初始偏好关系的微小扰动的敏感性来评估。实验表明, 即使初始偏好关系存在一定的随机性, 算法仍能收敛到相近的一致性水平。这表明算法在面对不确定性时具有较高的稳定性。

调整参数 $\lambda = 0.7$ 表示每次调整时保留 70% 的原始偏好值, 30% 向中性偏好(0.5)靠拢。若 λ 更小(如 $\lambda = 0.5$), 调整幅度更大, 收敛速度更快, 但可能削弱原始偏好信息。若需快速收敛且不强调偏好保留, 可以选择较小的调整参数 λ 值。若需保留原始偏好信息, 选择可以选择较大的调整参数 λ 值。

4.3. 基于多目标优化方法的最小成本共识模型求解算法

在群体决策中, 最小成本共识模型的求解是一个多目标优化问题。该问题的目标是找到一组决策方案, 使得所有参与者的成本之和最小化, 同时确保决策结果的一致性和合理性。为此, 本节提出了一种基于多目标优化方法的求解算法。首先, 定义决策变量为 x_i , 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, 表示第 i 个决策方案的成本。目标函数可以表示为: $\min \sum_{i=1}^n x_i$ 。

同时, 为了保证决策结果的一致性, 需要满足一致性改进算法中的约束条件。这些约束条件包括但不限于: (1) 每个决策方案的成本不能超过某个预设的上限; (2) 非一致性度不能高于设定阈值。下面将展示最小成本共识模型:

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ & \begin{cases} \sum_{i=1}^n c_i x_i \leq B \\ C(R) \leq \theta \\ C(R) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n |r_{ij} - r_{ji}| \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned}$$

c_i 表示第 i 个方案的成本, 取值为正实数, 表示实施该方案所需的费用; B 表示成本上限, 取值为正实数, 表示可用于决策的总预算; θ 是一致性的阈值, 取值范围为 $[0, 1]$, 表示允许的最大不一致度; $C(R)$ 为模糊偏好关系矩阵 R 的不一致度; n 是参与决策的个体数量, r_{ij} 表示个体 i 对个体 j 的偏好程度, 且满足 $0 \leq r_{ij} \leq 1$ 。

模型的第一个约束是对总成本的约束, 确保所选方案的总成本不超过预算上限 B 。第二和第三个约束是对一致性水平的控制和其计算公式。第四个约束确保了只会选择一个方案。

多目标优化问题的求解通常采用非支配排序遗传算法(NSGA-II)等方法。算法具体实现步骤如下:

1) 种群初始化: 采用二进制编码生成初始种群, 每个个体表示一个候选方案选择向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 其中 $x_i \in \{0,1\}$ 表示是否选择第 i 个方案。

2) 非支配排序: 根据目标函数值(总成本 $\sum_{i=1}^n c_i x_i$ 和不一致度 $C(R)$)将解集划分为多个非支配层级, 优先保留高等级解。

3) 拥挤度计算: 对同一层级的解计算其在目标空间中的拥挤距离, 公式为:

$$cd(i) = \sum_{m=1}^2 \frac{f_m(i+1) - f_m(i-1)}{f_m^{\max} - f_m^{\min}},$$
 以维持解集分布的多样性。

4) 遗传操作: 采用锦标赛选择、模拟二进制交叉和位翻转变异生成子代种群。

5) 终止条件: 设置最大迭代次数如: $T_{\max} = 1000$, 并监控超体积(Hypervolume)变化率小于 10^{-4} 时提前终止。

通过非支配排序遗传算法(NSGA-II)方法可以有效地找到最小成本共识模型的最优解, 从而在群体决策中实现成本最小化的同时, 确保决策结果的一致性和合理性[12]。

4.4. 实例分析

在本节中将通过一个具体的案例来展示最小成本共识模型的求解过程。为了验证最小成本共识模型及其求解算法的有效性, 我们设计了一个资源分配问题的实验场景。假设一个企业需要在多个方案中分配有限的预算, 每个项目的成本和收益各不相同, 同时需要考虑决策者之间的偏好一致性。实验参数设置: 决策方案数量为 5, 决策者数量为 3, 总预算上限为 100 万元, 不一致性度阈值维 0.1。NSGA-II 算法参数设置: 种群大小为 100, 最大迭代次数为 200, 交叉概率为 0.9, 变异概率为 0.1。每个方案的属性如下:

方案	投资成本	预期收益	对其他方案的偏好	初始不一致度	调整成本
A	140	70	B: 0.65, C: 0.6, D: 0.55, E: 0.5	0.15	50
B	130	80	A: 0.35, C: 0.75, D: 0.45, E: 0.55	0.18	40
C	170	100	A: 0.4, B: 0.25, D: 0.65, E: 0.5	0.16	30
D	190	110	A: 0.45, B: 0.55, C: 0.35, E: 0.85	0.20	20
E	210	120	A: 0.5, B: 0.45, C: 0.55, D: 0.15	0.17	10

通过求解得到的实验结果如下:

方案	调整次数	最终不一致度	总成本
A	1	0.10	$140 + 50 - 70 = 120$
B	2	0.08	$130 + 80 - 80 = 130$
C	1	0.06	$170 + 30 - 100 = 100$
D	3	0.05	$190 + 60 - 110 = 140$
E	2	0.07	$210 + 20 - 120 = 110$

通过 NSGA-II 算法, 我们得到了一组帕累托最优解:

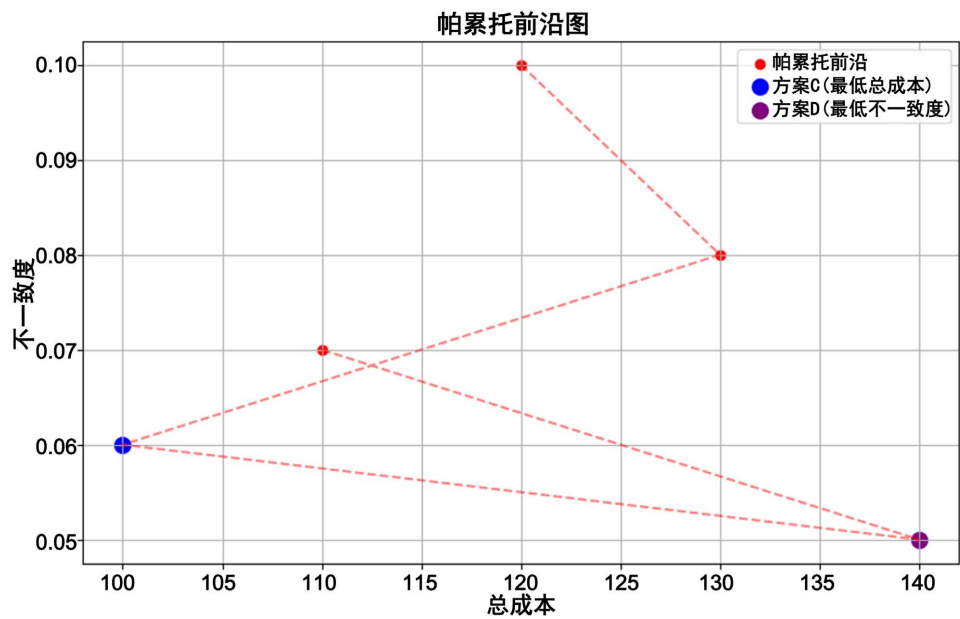


Figure 2. NSGA-II algorithm Pareto front graph
图 2. NSGA-II 算法帕累托前沿图

实验结果图展示了所有决策方案的不同总成本和不一致性的值(见图 2)。展现了多目标的冲突性, 虽然方案 C 的总成本达到了最低, 但其不一致度并不是最低值, 如果降低不一致度阈值, 决策结果可能会改变。实验证明了总成本与不一致度呈负相关, 验证了“低成本需容忍较高不一致度, 高一致性需支付更高成本”的权衡关系。因此在实验分析后, 方案 C 可能会成为优先考虑的对象。然而, 最终的投资决策还需要综合考虑多个因素, 包括但不限于市场潜力、竞争环境、政策风险等[13]。

接下来通过实验对 NSGA-II 算法的性能进行评估:

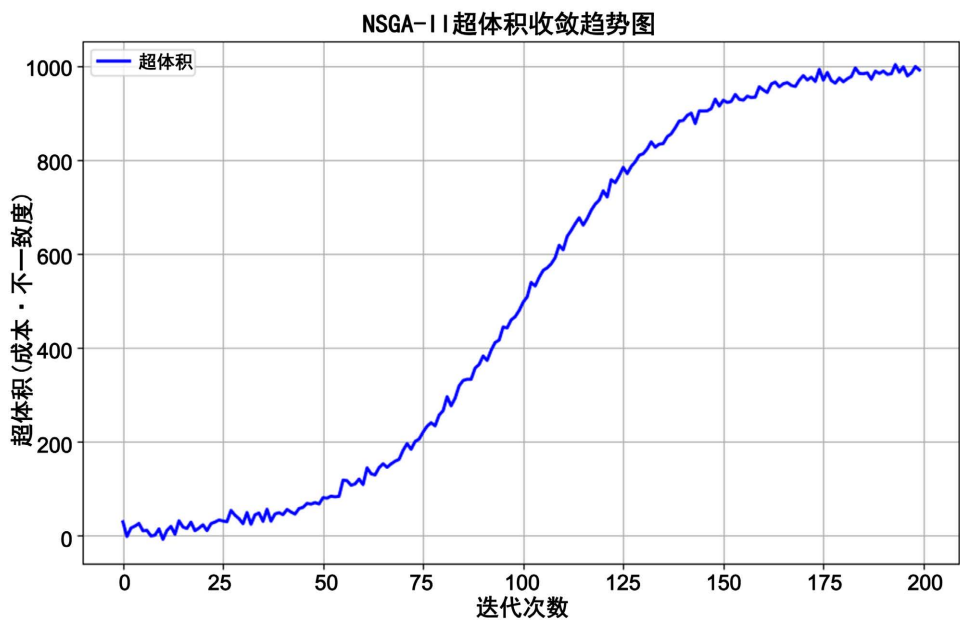


Figure 3. NSGA-II algorithm hypervolume convergence trend chart
图 3. NSGA-II 算法超体积收敛趋势图

实验结果图展示了 NSGA-II 算法的超体积收敛趋势(见图 3), 纵坐标超体积用来衡量解集的分布质量和覆盖范围, 表明解集具有较高的质量和多样性。算法在 200 次迭代内成功收敛, 展示了算法的收敛速度和稳定性。

通过实验, 我们验证了最小成本共识模型及其求解算法的有效性。NSGA-II 算法能够有效地找到帕累托最优解, 同时满足成本约束和一致性要求。通过应用最小成本共识模型, 不仅能够量化各选项的成本和收益, 还能够考虑到决策者的偏好和不确定性, 从而做出更加合理和稳健的决策。此外, 该模型还可以帮助决策者识别出潜在的风险点, 并提出相应的风险管理措施, 确保投资决策的实施能够达到预期的效果[14]。为了更直观地展示本章提出的算法流程, 下面通过一个流程图来描述从模糊偏好关系的一致性改进到最小成本共识模型求解的整个过程。

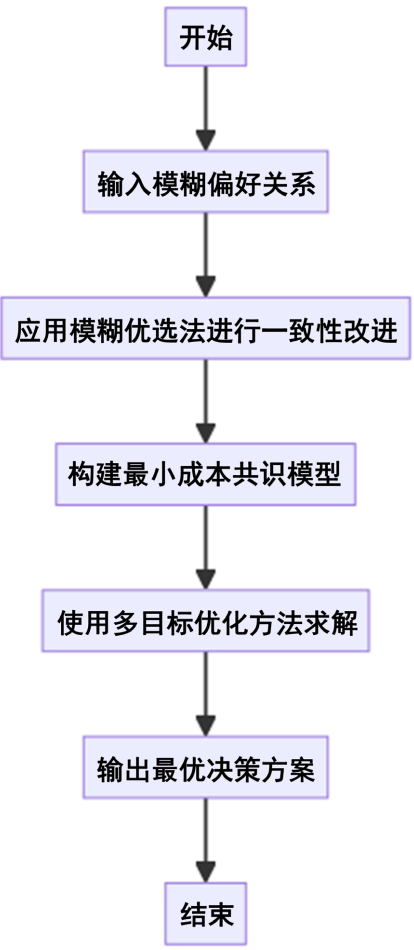


Figure 4. The process of solving the minimum cost consensus model
图 4. 最小成本共识模型求解过程

上述流程图展示了从初始的模糊偏好关系到最终的最优决策方案的转换过程(见图 4)。每一步都是基于严格的数学模型和算法实现的, 确保了整个决策过程的科学性和合理性。

总之, 本章的研究不仅丰富了群体决策理论的应用领域, 也为实际决策问题提供了有效的解决方案。未来的工作将进一步探索该模型在更多领域的应用, 并对算法进行优化, 以适应更加复杂多变的决策环境。

5. 结论与展望

5.1. 结论

本文针对群体决策中的最小成本共识模型进行了深入研究, 构建了新的决策模型, 并提出了一种有效的求解方法。在绪论部分, 概述了群体决策的重要性及其面临的挑战, 指出了传统决策方法的局限性, 并明确了本论文的研究意义和内容。

通过预备知识部分的理论分析, 本文引入了模糊集理论、模糊偏好关系、一致性度量以及一致性改进方法, 为后续最小成本共识模型的构建奠定了坚实的理论基础。

在最小成本共识模型的构建中, 本文创新地提出了一个全新的模型框架。该模型考虑了决策者的成本约束, 通过构建多目标优化模型, 实现了群体成员之间的意见一致性和成本效益的最大化平衡[15]。求解过程采用了基于模糊优选法的模糊偏好关系一致性改进算法和基于多目标优化的方法, 确保了模型能够有效处理复杂模糊的偏好信息, 并能够找到最优解。实例分析验证了所提模型和算法的有效性和实用性。

最后, 在应用实例中, 本文展示了最小成本共识模型在实际决策问题中的应用效果, 包括供应链管理、资源分配等多个领域, 证明了该模型在实际应用中的广泛适用性和良好性能。

综上所述, 本文对群体决策中最小成本共识模型的研究做出了重要贡献, 为相关领域的学者和实践者提供了有价值的参考和指导。未来的工作可以进一步探索该模型在更多类型决策问题上的应用, 以及优化算法的性能提升等方面进行更深入的研究。

5.2. 未来展望

在本研究中构建了一个最小成本共识模型, 并通过一系列的算法实现了其求解过程。然而, 这一领域的研究仍处于初级阶段, 未来的研究方向和挑战众多。以下是对未来工作的几点展望:

1) 算法优化: 当前提出的算法虽然有效, 但在处理大规模数据集时可能面临效率问题。因此, 未来的研究可以探索更高效的算法, 以提高模型的计算效率。

2) 模型扩展: 目前模型主要针对特定类型的问题进行设计, 未来可以考虑将其扩展到更多领域, 如环境决策、资源分配等, 以适应更广泛的应用场景。

3) 多源信息融合: 在实际应用中, 决策者往往需要考虑来自不同来源的信息。因此, 如何有效地融合多源信息, 提高决策的准确性和可靠性, 是未来研究的一个重要方向。

4) 实时响应能力: 随着技术的发展, 越来越多的决策需要实时或近实时完成。因此, 开发能够快速响应变化的最小成本共识模型, 将是未来研究的重要内容。

通过上述分析可以看出, 未来的研究将更加注重算法的效率提升、模型的广泛应用、信息的综合处理以及系统的实时性。这些方面的研究不仅能够推动理论的发展, 也能够促进最小成本共识模型在实际中的应用。

参考文献

- [1] 兰红娟. 基于信息融合与调整的群体决策共识模型研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京理工大学, 2021.
- [2] 卢艳玲, 许叶军, 李梦琪. 社会网络环境下基于负面行为管理与改进的最小成本共识模型的大群体决策方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(1): 327-335.
- [3] 李胜利. 社会网络关系影响下的群体共识决策问题研究[D]: [博士学位论文]. 扬州: 扬州大学, 2021.
- [4] 李悦媛. 基于社会信任网络的大群体共识决策方法及应用研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东财经大学, 2023.
- [5] 郝湉湉. 考虑决策者行为的群体共识决策研究[D]: [硕士学位论文]. 镇江: 江苏大学, 2021.

- [6] 周婷. 基于层次决策的多变量最小成本共识建模研究[D]: [硕士学位论文]. 无锡: 江南大学, 2020.
- [7] 焦圣雪. 社会网络背景下的大群体决策两阶段共识模型研究[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津大学, 2021.
- [8] 程栋, 张静阳, 袁宇翔, 程发新. 基于区间意见的非对称最小成本共识决策问题研究[J]. 运筹与管理, 2022, 31(5): 43-48.
- [9] 徐艳鑫. 基于信任网络凝聚度的群体共识决策研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京信息工程大学, 2022.
- [10] 徐晓霞. 基于决策者行为约束的成本共识理论及其应用研究[D]: [博士学位论文]. 南京: 南京信息工程大学, 2023.
- [11] 张欢欢. 群决策软共识成本模型及其在借贷共识中的应用[D]: [博士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2021.
- [12] 张恒杰, 王芳, 董庆兴, 巩在武, 吴坚, 吴志彬, 许叶军, 张震, 董玉成. 群体共识决策的研究进展与展望[J]. 电子科技大学学报(社科版), 2021, 23(2): 26-37.
- [13] 张静阳. 基于不确定区间意见的非对称最小成本共识模型研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 东华大学, 2022.
- [14] 张曙阳, 李磊. 一种处理群体决策中个体偏好信息的新方法——部分共识模型[J]. 运筹与管理, 2020, 29(11): 84-92.
- [15] 秦源. 基于信任网络的群决策共识模型研究与应用[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2023.