Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2025, 15(4), 135-149
Published Online August 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2025.154201

基于集成算子的单值中智集CoCoSo多属性群决策方法

——单值中智集CoCoSo多属性群决策方法

万国柔[1]，**荣　源**[2*]

[1]四川建筑职业技术学院基础教学部，四川 德阳
[2]宁夏医科大学创新创业学院，宁夏 银川

收稿日期：2025年5月28日；录用日期：2025年7月24日；发布日期：2025年8月4日

摘　要

针对准则权重信息完全未知的单值中智集(Single-Valued Neutrosophic Set)多属性群决策问题，提出一种基于新型集成算子的改进CoCoSo (Combined Compromise Solution)多属性群决策模型。主要创新点如下：首先，通过引入对数函数建立了单值中智集基本运算法则，在此基础上构建了一系列新型集成算子并系统研究了其数学性质。其次，针对属性权重完全未知的决策环境，提出了基于单值中智集得分函数的Rényi熵权重模型。基于上述理论，通过融合CoCoSo方法，提出改进的CoCoSo群决策框架。为验证模型的有效性，以公共卫生应急管理能力评价案例进行实证分析，通过敏感性分析和对比研究验证所提方法的鲁棒性和有效性。

关键词

多属性群决策，单值中智集，集成算子，CoCoSo

A Novel Aggregation Operator-Based CoCoSo Approach for Single-Valued Neutrosophic Multi-Attribute Group Decision-Making

—Single-Valued Neutrosophic Set CoCoSo Multi-Attribute Group Decision-Making

Guorou Wan[1], **Yuan Rong**[2*]

[1]Department of Basic Teaching, Sichuan College of Architectural Technology, Deyang Sichuan

[*]通讯作者。

文章引用: 万国柔, 荣源. 基于集成算子的单值中智集 CoCoSo 多属性群决策方法[J]. 运筹与模糊学, 2025, 15(4): 135-149. DOI: 10.12677/orf.2025.154201

[2]School of Innovation and Entrepreneurship, Ningxia Medical University, Yinchuan Ningxia

Received: May 28th, 2025; accepted: Jul. 24th, 2025; published: Aug. 4th, 2025

Abstract

This study addresses multi-attribute group decision-making problems with completely unknown criterion weights in a single-valued neutrosophic set environment and proposes an improved CoCoSo multi-attribute group decision-making model based on novel aggregation operators. The main contributions are as follows: First, fundamental operational rules for single-valued neutrosophic sets are established using logarithmic functions, upon which a series of new aggregation operators are constructed, and their mathematical properties are systematically investigated. Second, for decision-making scenarios where attribute weights are entirely unknown, a Rényi entropy-based weighting model is proposed using SVN set score functions. Building on these theoretical innovations, an enhanced CoCoSo group decision-making framework is developed by integrating a multi-attribute compromise solution strategy. To validate the model's effectiveness, a case study on green supplier selection is conducted, with sensitivity and comparative analyses confirming the robustness and validity of the proposed method.

Keywords

Multi-Attribute Group Decision-Making, Single-Valued Neutrosophic Set, Aggregation Operator, CoCoSo

1. 引言

多属性群决策是现代决策科学理论的重要分支，其核心是一组决策专家在不同属性下基于其认知能力所提供的评价信息对备选方案进行择优排序的过程，其优势在于集结了多个专家的群体智慧进而提升决策的科学性和合理性。鉴于其广泛的应用性，多属性群决策已经被应用于不同领域，如数字化转型、风险评估、物流服务质量评估等实际决策问题[1]-[5]。多属性群决策的分析过程主要包括信息获取、权重确定和决策排序三个阶段，其中核心阶段是如何获取合理的评价信息。

由于决策环境的高度复杂性和决策者认知能力的模糊性，决策者提供的评价信息往往具有一定的模糊性和不确定性。为有效刻画信息的不确定性，Zadeh [6]于 1965 年提出模糊集理论，通过引入隶属度函数将经典集合的二元隶属关系扩展为连续区间[0, 1]内的隶属度，为处理不确定性与不精确信息提供了新的范式。此后，Atanassov [7]引入非隶属度函数和犹豫度的概念进而提出直觉模糊集理论，弥补了模糊集难以通过单一隶属函数刻画现实决策中普遍存在的非隶属信息与犹豫性信息的缺陷，显著提升了不确定信息的表达能力。此后，Smarandache [8]突破传统模糊集的二元对立约束，从哲学思想的角度出发提出中智集理论，相比于模糊集和直觉模糊集，更贴合人类认知中真隶属度、假隶属度、不确定度共存的哲学逻辑。为克服中智集在应用中的计算复杂性，Wang 等[9]提出单值中智集的简化模型，通过将每个维度映射为[0, 1]区间内的单值参数，通过隶属度、非隶属度与不确定度来刻画信息的不确定性和不精确性。当前，单值中智集已广泛应用于多属性决策、医疗企业评估等领域[10]-[14]。

决策方法是多属性群决策问题分析的重要过程，目前关于决策方法的研究备受学者关注且得到了众多处理不同实际决策问题的决策方法。CoCoSo 方法是一种基于效用理论的多准则决策分析方法，其核心在于基于加权和和加权积测度并结合多种聚合策略为处理复杂决策问题提供稳健的排序结果，该方法将三种策略的结果通过几何平均或加权平均整合，进而减少了单一方法确定备选方案排序的偏差，提升了决策结果的稳健性。鉴于 CoCoSo 方法的优势，该方法已经被拓展到众多模糊环境决策不同领域的决策问题[15]-[18]。Wang 等[19]提出了一种基于 Frank 运算法则和 softmax 函数的 CoCoSo 方法用于处理广义球模糊集的多属性群决策问题。Zhang 和 Wei [20]提出了球形模糊环境下基于累积前景理论和 CoCoSo 方法的群决策框架解决电动汽车充电站选址问题。Rong 和 Yu [21]提出了基于图模糊 CoCoSo 群决策方法的海上风电场选址优先级决策支持系统。

基于单值中智集刻画不确定性和 CoCoSo 方法处理决策问题的优势，本文的目标是建立基于单值中智集 CoCoSo 模型的多属性群决策方法。本文的主要贡献如下：通过引入对数函数建立了单值中智集基本运算法则，在此基础上构建了一系列新型集成算子并系统研究了其数学性质。其次，针对属性权重完全未知的决策环境，提出了基于单值中智集得分函数的 Rényi 熵权重模型。基于上述集成算子和权重模型，提出改进的 CoCoSo 群决策框架并应用于某地区的公共卫生应急管理能力评价问题。

2. 预备知识

定义 1 [8] 设 Y 为给定论域，y 是论域 Y 上的一个元素，则论域 Y 上的中智集 Φ 可由真隶属度函数 $T_\Phi(y)$，不确定隶属度函数 $I_\Phi(y)$ 和假隶属度函数 $F_\Phi(y)$ 构成，其中 $T_\Phi(y)$，$I_\Phi(y)$ 和 $F_\Phi(y)$ 分别是 $[0,1]$ 上的标准或非标准实数子集，即。$T_\Phi(y)\in[0,1]$，$I_\Phi(y)\in[0,1]$，$F_\Phi(y)\in[0,1]$，$0\le T_\Phi(y)+I_\Phi(y)+F_\Phi(y)\le 3$。

定义 2 [9] 设 Y 为给定论域，y 是论域 Y 上的一个元素，则论域 Y 上的单值中智集 M 表示为：

$$M=\left\{\left\langle y,T_M(y),I_M(y),F_M(y)\right\rangle \middle| y\in Y\right\}, \tag{1}$$

其中，$T_M(y),I_M(y),F_M(y)$ 分别表示元素 y 属于集合 M 的真隶属度函数，不确定隶属度函数，假隶属度函数且满足 $T_M(y),I_M(y),F_M(y)\in[0,1]$ 和 $0\le T_M(y)+I_M(y)+F_M(y)\le 3$。为方便起见，称 $M=(T,I,F)$ 为一个单值中智数。

定义 3 [23] 令 $M=(T,I,F)$ 为一个单值中智数。则单值中智数的得分函数 $SF(M)$ 和精确函数 $AF(M)$ 定义如下：$SF(M)=(2+T-I-F)/3$，$AF(M)=T+I+F$。设 $M_1=(T_1,I_1,F_1)$ 和 $M_2=(T_2,I_2,F_2)$ 为两个单值中智数，若 $SF(M_1)>SF(M_2)$，则 $M_1\succ M_2$；若 $SF(M_1)=SF(M_2)$ 且 $AF(M_1)<AF(M_2)$，则 $M_1\prec M_2$；若 $SF(M_1)=SF(M_2)$ 且 $AF(M_1)=AF(M_2)$，则 $M_1\sim M_2$。

3. 两种改进的单值中智集聚合算子

本节定义基于对数函数的单值中智集运算法则并基于该法则提出新的单值中智集加权平均算子和几何算子，同时讨论了所提算子的基本性质。

3.1. 单值中智集运算法则

定义 4 设 $M_1=(T_1,I_1,F_1)$ 和 $M_2=(T_2,I_2,F_2)$ 为两个单值中智数，则改进的单值中智数运算定义如下：

$$M_1\oplus M_2=\left(h(T_1,T_2),g(I_1,I_2),g(F_1,F_2)\right),\quad M_1\otimes M_2=\left(g(T_1,T_2),h(I_1,I_2),h(F_1,F_2)\right),$$

其中，$g(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别表示 S-模和 T-模且满足 $g(x,y)=1-h(1-x,1-y)$，

$$g(x_1,x_2)=1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\mathfrak{I}^{\frac{x_1}{1-x_1}}+\mathfrak{I}^{\frac{x_2}{1-x_2}}-1\right)\right)^{-1},h(x_1,x_2)=\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\mathfrak{I}^{\frac{1-x_1}{x_1}}+\mathfrak{I}^{\frac{1-x_2}{x_2}}-1\right)\right)^{-1},\mathfrak{I}>1$$

定义 5 设 $M_1=(T_1,I_1,F_1)$ 和 $M_2=(T_2,I_2,F_2)$ 为两个单值中智数且 $\lambda>0.$，则

(1)

$$M_1\oplus M_2=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{T_1}{1-T_1}}+\Im^{\frac{T_2}{1-T_2}}-1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{1-I_1}{I_1}}+\Im^{\frac{1-I_2}{I_2}}-1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{1-F_1}{F_1}}+\Im^{\frac{1-F_2}{F_2}}-1\right)\right)^{-1}\right);$$

(2)

$$M_1\otimes M_2=\left(\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{1-T_1}{T_1}}+\Im^{\frac{1-T_2}{T_2}}-1\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{I_1}{1-I_1}}+\Im^{\frac{I_2}{1-I_2}}-1\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\Im^{\frac{F_1}{1-F_1}}+\Im^{\frac{F_2}{1-F_2}}-1\right)\right)^{-1}\right);$$

(3)

$$\lambda M_1=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{T_1}{1-T_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{1-I_1}{I_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{1-F_1}{F_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1}\right);$$

(4)

$$(M_1)^{\lambda}=\left(\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{1-T_1}{T_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{I_1}{1-I_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\lambda\left(\Im^{\frac{F_1}{1-F_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1}\right)。$$

定理 1 对于任意两个单值中智数 $M_j=(T_j,I_j,F_j)(j=1,2)$，$\lambda,\lambda_1,\lambda_2$ 是三个实数。则

(1) $M_1\oplus M_2=M_2\oplus M_1$；(2) $M_1\otimes M_2=M_2\otimes M_1$；

(3) $\lambda(M_1\oplus M_2)=\lambda M_1\oplus\lambda M_2$；(4) $(M_1\otimes M_2)^{\lambda}=(M_1)^{\lambda}\otimes(M_2)^{\lambda}$；

(5) $(\lambda_1+\lambda_2)M_1=\lambda_1M_1\oplus\lambda_2M_1$；(6) $(M_1)^{(\lambda_1+\lambda_2)}=(M_1)^{\lambda_1}\otimes(M_1)^{\lambda_2}$。

3.2. 单值中智集运算法则新的单值中智集加权平均算子

定义 6 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。ϑ_j 是 $M_j(j=1(1)n)$ 的权重且满足 $\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=1,\ \vartheta_j\in[0,1]$。改进的单值中智集加权平均(ISVNSWA)算子定义如下：

$$\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)=\vartheta_1M_1\oplus\vartheta_2M_2\oplus\cdots\oplus\vartheta_nM_n \tag{2}$$

定理 3 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。利用 ISVNSWA 算子集成后的结果仍是单值中智数，且

$$\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right). \tag{3}$$

证明：定理 3 可由数学归纳法证明，过程如下。

首先，当 $n=2$ 时，$\vartheta_1M_1\oplus\vartheta_2M_2$ 也为单值中智数，基于定义 5 可得，

$\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2)=\vartheta_1M_1\oplus\vartheta_2M_2$

$$\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_1\left(\Im^{\frac{T_1}{1-T_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_1\left(\Im^{\frac{1-I_1}{I_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_1\left(\Im^{\frac{1-F_1}{F_1}}-1\right)+1\right)\right)^{-1}\right)$$

$$\oplus\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_2\left(\Im^{\frac{T_2}{1-T_2}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_2\left(\Im^{\frac{1-I_2}{I_2}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_2\left(\Im^{\frac{1-F_2}{F_2}}-1\right)+1\right)\right)^{-1}\right)$$

$$=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{2}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{2}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{2}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right).$$

因此，当 $n=2$ 时，公式(3)成立。假设当 $n=\tilde{n}$ 时，公式(3)成立，则

$$ISVNSWA\left(M_1,M_2,\cdots,M_{\tilde{n}}\right)=\vartheta_1 M_1\oplus\vartheta_2 M_2\oplus\cdots\oplus\vartheta_{\tilde{n}} M_{\tilde{n}}$$

$$\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right).$$

当 $n=\tilde{n}+1$，则

$$ISVNSWA\left(M_1,M_2,\cdots,M_{\tilde{n}+1}\right)=\vartheta_1 M_1\oplus\vartheta_2 M_2\oplus\cdots\oplus\vartheta_{\tilde{n}} M_{\tilde{n}}\oplus\vartheta_{\tilde{n}+1} M_{\tilde{n}+1}$$

$$\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right)$$

$$\oplus\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_{\tilde{n}+1}\left(\Im^{\frac{T_{\tilde{n}+1}}{1-T_{\tilde{n}+1}}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_{\tilde{n}+1}\left(\Im^{\frac{1-I_{\tilde{n}+1}}{I_{\tilde{n}+1}}}-1\right)+1\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\vartheta_{\tilde{n}+1}\left(\Im^{\frac{1-F_{\tilde{n}+1}}{F_{\tilde{n}+1}}}-1\right)+1\right)\right)^{-1}\right)$$

$$=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}+1}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}+1}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{\tilde{n}+1}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right).$$

因此，当 $n=\tilde{n}+1$ 时，公式(3)成立且聚合值仍为单值中智数。因此，公式(3)成立。

接下来，我们将探讨 ISVNSWA 算子的性质。

性质 1 (幂等性) 设 $M_j=\left(T_j,I_j,F_j\right)$ 是一组单值中智数。若 $M_j=M_0=\left(T_0,I_0,F_0\right)$，则

$$ISVNSWA\left(M_1,M_2,\cdots,M_n\right)=M_0。$$

证明：

$$ISVNSWA\left(M_1,M_2,\cdots,M_n\right)$$

$$=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_j}{I_j}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_j}{F_j}}\right)\right)^{-1}\right)$$

$$=\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{T_0}{1-T_0}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-I_0}{I_0}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-F_0}{F_0}}\right)\right)^{-1}\right)$$

$$=\left(1-\left(1+\frac{T_0}{1-T_0}\right)^{-1},\left(1+\frac{1-I_0}{I_0}\right)^{-1},\left(1+\frac{1-F_0}{F_0}\right)^{-1}\right)=\left(T_0,I_0,F_0\right)$$

性质 2 (单调性) 设 $M_j=\left(T_j,I_j,F_j\right)$ 和 $\tilde{M}_j=\left(\tilde{T}_j,\tilde{I}_j,\tilde{F}_j\right)$ 是两组单值中智数。若 $T_j\le\tilde{T}_j$， $I_j\ge\tilde{I}_j$， $F_j\ge\tilde{F}_j$。则 $\mathrm{ISVNSWA}\left(M_1,M_2,\cdots,M_n\right)\le\mathrm{ISVNSWA}\left(\tilde{M}_1,\tilde{M}_2,\cdots,\tilde{M}_n\right)$。

证明： 因为 $T_j\le\tilde{T}_j$， $I_j\ge\tilde{I}_j$， $F_j\ge\tilde{F}_j$，则

$$\frac{T_j}{1-T_j}\le\frac{\tilde{T}_j}{1-\tilde{T}_j}\Rightarrow\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\le\Im^{\frac{\tilde{T}_j}{1-\tilde{T}_j}}\Rightarrow 1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\le 1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{\tilde{T}_j}{1-\tilde{T}_j}}\right)$$

$$\Rightarrow 1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{T_j}{1-T_j}}\right)\right)^{-1}\le 1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{\tilde{T}_j}{1-\tilde{T}_j}}\right)$$

同理，

$$1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{I_j}{1-I_j}}\right)\right)^{-1}\geq 1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{\tilde{I}_j}{1-\tilde{I}_j}}\right),$$

$$1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{F_j}{1-F_j}}\right)\right)^{-1}\geq 1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{\tilde{F}_j}{1-\tilde{F}_j}}\right)$$

因此，基于定义 3 可得 $\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\leq\mathrm{ISVNSWA}(\tilde{M}_1,\tilde{M}_2,\cdots,\tilde{M}_n)$。

性质 3 (有界性)设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数且 $M^+=\left(\max_{1\leq j\leq n}\{T_j\},\min_{1\leq j\leq n}\{I_j\},\min_{1\leq j\leq n}\{F\}_j\right)$，$M^-=\left(\min_{1\leq j\leq n}\{T_j\},\max_{1\leq j\leq n}\{I_j\},\max_{1\leq j\leq n}\{F\}_j\right)$。则 $M^+\leq\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\leq M^-$。

证明：根据 ISVNSWA 算子单调性和幂等性，有

$$\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\geq\mathrm{ISVNSWA}(M^-,M^-,\cdots,M^-)=M^-,$$
$$\mathrm{ISVNSWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\leq\mathrm{ISVNSWA}(M^+,M^+,\cdots,M^+)=M^+.$$

故 $M^+\leq ISVNSWA(M_1,M_2,\cdots,M_n)\leq M^-$。

定义 7 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。ϑ_j 是 $M_j\left(j=1(1)n\right)$ 的权重且满足 $\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=1,\ \vartheta_j\in[0,1]$。改进的单值中智集有序加权平均(ISVNSOWA)算子定义如下：

$$\mathrm{ISVNSOWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)=\vartheta_1M_{\iota(1)}\oplus\vartheta_2M_{\iota(2)}\oplus\cdots\oplus\vartheta_nM_{\iota(n)},\tag{4}$$

其中 $(\iota(1),\iota(2),\cdots,\iota(n))$ 是 $(1,2,\cdots,n)$ 的置换使得 $M_{\iota(n-1)}\geq M_{\iota(n)}$，$\forall j=2,3,\cdots,n$。

定理 4 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。利用 ISVNSOWA 算子集成后的结果仍是单值中智数且

$$\begin{aligned}&\mathrm{ISVNSOWA}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\\&=\left(1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{T_{\iota(j)}}{1-T_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{1-I_{\iota(j)}}{I_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{1-F_{\iota(j)}}{F_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1}\right).\end{aligned}\tag{5}$$

3.3. 新的单值中智集加权几何算子

定义 8 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。ϑ_j 是 $M_j\left(j=1(1)n\right)$ 的权重且满足 $\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=1,\ \vartheta_j\in[0,1]$。改进的单值中智集加权几何(ISVNSWG)算子定义如下：

$$\mathrm{ISVNSWG}(M_1,M_2,\cdots,M_n)=(M_1)^{\vartheta_1}\otimes(M_2)^{\vartheta_2}\otimes\cdots\otimes(M_n)^{\vartheta_n}。\tag{6}$$

定理 5 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。利用 ISVNSWG 算子集成后的结果仍是单值中智数，且

$$\begin{aligned}&\mathrm{ISVNSWG}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\\&=\left(\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{1-T_j}{T_j}}\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{I_j}{1-I_j}}\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{F_j}{1-F_j}}\right)\right)^{-1}\right).\end{aligned}\tag{7}$$

ISVNSWG 算子与 ISVNSWA 算子同样具有幂等性单调性和有界性，限于篇幅，此处不再赘述。

定义 11 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。ϑ_j 是 $M_j\left(j=1(1)n\right)$ 的权重且满足 $\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=1,\ \vartheta_j\in[0,1]$。改进的单值中智集有序加权几何(ISVNSOWG)算子定义如下：

$$\mathrm{ISVNSOWG}(M_1,M_2,\cdots,M_n)=\left(M_{\iota(1)}\right)^{\vartheta_1}\otimes\left(M_{\iota(2)}\right)^{\vartheta_2}\otimes\cdots\otimes\left(M_{\iota(n)}\right)^{\vartheta_n}, \tag{8}$$

其中，$(\iota(1),\iota(2),\cdots,\iota(n))$ 是 $(1,2,\cdots,n)$ 的置换使得 $M_{\iota(n-1)}\geq M_{\iota(n)}$，$\forall j=2,3,\cdots,n$。

定理 6 设 $M_j=(T_j,I_j,F_j)$ 是一组单值中智数。利用 ISVNSOWG 算子集成后的结果仍是单值中智数且

$$\begin{aligned}&\mathrm{ISVNSOWG}(M_1,M_2,\cdots,M_n)\\&=\left(\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{1-T_{\iota(j)}}{T_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{I_{\iota(j)}}{1-I_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1},1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j\Im^{\frac{F_{\iota(j)}}{1-F_{\iota(j)}}}\right)\right)^{-1}\right).\end{aligned} \tag{9}$$

4. 基于集成算子的单值中智集 CoCoSo 多属性群决策方法

本章基于单值中智集得分函数和所提基于对数函数的集成算子，提出一个专家和准则权重信息完全未知的 CoCoSo 多属性群决策方法。在所提方法中，专家权重基于专家的主观认知和单值中智集得分函数确定，所提改进的单值中智集加权平均算子用来集成专家的评估信息。为确定准则的权重信息，提出基于中智集得分函数的 Renyni 熵权法确定准则的重要性。最后提出基于所提集成算子的 CoCoSo 方法确定备选方案的排序。

单值中智集多属性群决策问题可以描述如下：设 $B=\{B_i|i=1(1)m\}$ 为一组备选方案，$C=\{C_j|j=1(1)n\}$ 为属性集合，其权重向量为 $\vartheta=\{\vartheta_j|j=1(1)n\}$ 且满足 $\vartheta_j\in[0,1],\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=1$。$E=\{E_l|l=1(1)L\}$ 为专家集合，其权重向量为 $r=\{r_l|l=1(1)L\}$ 且满足 $r_j\in[0,1],\sum_{j=1}^{n}r_j=1$。专家 E_l $(l=1,2,\cdots,L)$ 对备选方案 B_i $(i=1,2,\cdots,m)$ 在准则 C_j $(j=1,2,\cdots,n)$ 下的评价值用单值中智数表示，专家个体决策矩阵表示为 $H=\left(h_{ij}^{l}\right)_{m\times n}$，$h_{ij}^{l}=\left(T_{ij}^{l},I_{ij}^{l},F_{ij}^{l}\right)$ $(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$。因此，所提基于单值中智集 CoCoSo 多属性群决策方法步骤描述如下。

步骤 1：确定专家评估矩阵。

专家 E_l $(l=1,2,\cdots,L)$ 根据其认知能力和表 1 中的语言变量给出备选方案 B_i $(i=1,2,\cdots,m)$ 在准则 C_j $(j=1,2,\cdots,n)$ 下的语言评价值并转为为单值中智数。

Table 1. Language variables for evaluating alternative B_i [14]
表 1. 评价备选方案 B_i 的语言变量[14]

语言变量	单值中智数
极好(AG)	(1.00, 0.00, 0.00)
非常非常好(VVG)	(0.90, 0.10, 0.10)
非常好(VG)	(0.80, 0.15, 0.20)
好(G)	(0.70, 0.25, 0.30)
一般好(MG)	(0.60, 0.35, 0.40)
好(G)	(0.50, 0.50, 0.50)
一般差(ML)	(0.40, 0.65, 0.60)

续表

差(L)	(0.30, 0.75, 0.70)
非常差(VL)	(0.20, 0.85, 0.80)
非常非常差(VVL)	(0.10, 0.90, 0.90)
极差(AL)	(0.00, 1.00, 1.00)

步骤 2：确定专家权重。

专家根据自身的背景知识和经验，通过表 2 中的语言变量评估其自身的权重。设 $M_l=(T_l,I_l,F_l)$ 是一个单值中智数，则专家 $E_l\ (l=1,2,\cdots,L)$ 的权重为：

$$r_l=\frac{T_l+I_l\left(\frac{T_l}{T_l+F_l}\right)}{\sum_{l=1}^{L}\left(T_l+I_l\left(\frac{T_l}{T_l+F_l}\right)\right)},l=1(1)L \tag{10}$$

Table 2. Language variables for evaluating expert weights [14]
表 2. 评价专家权重的语言变量[14]

语言变量	单值中智数
极其合格(EE)	(0.90, 0.10, 0.10)
非常非常合格(VVE)	(0.80.0.25.0.20)
非常合格(VE)	(0.70, 0.35.0.30)
符合条件(E)	(0.60, 0.45.0.40)
不太符合条件(LE)	(0.50, 0.65, 0.60)
非常不合格(VLQ)	(0.40.0.75.0.70)

步骤 3：确定群评估矩阵。

通过 ISVNSWA 算子融合专家的评估信息进而得到群体评估矩阵 $H=(h_{ij})_{m\times n}$。

$$\begin{aligned}h_{ij}&=\mathrm{ISVNSWA}\left(h_{ij}^{l},h_{ij}^{l},\cdots,h_{ij}^{l}\right)\\&=\left(1-\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{l=1}^{L}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{T_{ij}^l}{1-T_{ij}^l}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{l=1}^{L}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{1-I_{ij}^l}{I_{ij}^l}}\right)\right)^{-1},\left(1+\log_{\mathfrak{I}}\left(\sum_{l=1}^{L}\vartheta_j\mathfrak{I}^{\frac{1-F_{ij}^l}{F_{ij}^l}}\right)\right)^{-1}\right).\end{aligned} \tag{11}$$

步骤 4：确定属性权重。

步骤 4.1：通过得分函数确定群体评估矩阵 $H=(h_{ij})_{m\times n}$ 的得分矩阵 $F=(f_{ij})_{m\times n}$

$$f_{ij}=\frac{2+T_{ij}-I_{ij}-F_{ij}}{3} \tag{12}$$

步骤 4.2：通过公式(13)计算得分矩阵 $F=(f_{ij})_{m\times n}$ 的 Renyi 熵：

$$E_j=\frac{1}{1-\beta}\ln\left(\sum_{i=1}^{m}f_{ij}^{\beta}\right). \tag{13}$$

步骤 4.3：通过公式(14)计算准则的权重：

$$\vartheta_j = \frac{1-E_j}{\sum_{j=1}^{n}\left(1-E_j\right)} \tag{14}$$

步骤 5：确定归一化的群评估矩阵 $\overline{H} = \left(\overline{h}_{ij}\right)_{m\times n}$。

$$\overline{h}_{ij} = \begin{cases} h_{ij} = \left(T_{ij}, I_{ij}, F_{ij}\right), & j \in C_b \\ \left(h_{ij}\right)^c = \left(F_{ij}, 1-I_{ij}, T_{ij}\right), & j \in C_c \end{cases} \tag{15}$$

其中 C_b 和 C_c 分别表示效益型准则和成本型准则。

步骤 6:计算加权和测度 Q_i 和加权积测度 G_i，公式如下

$$Q_i = ISVNSWA\left(\overline{h}_{i1}, \overline{h}_{i2}, \cdots, \overline{h}_{in}\right) =$$

$$\left(1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{T_{ij}}{1-T_{ij}}}\right)\right)^{-1}, \left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{1-I_{ij}}{I_{ij}}}\right)\right)^{-1}, \left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{1-F_{ij}}{F_{ij}}}\right)\right)^{-1}\right). \tag{16}$$

$$G_i = ISVNSWG\left(\overline{h}_{i1}, \overline{h}_{i2}, \cdots, \overline{h}_{in}\right) =$$

$$\left(\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{1-T_{ij}}{T_{ij}}}\right)\right)^{-1} 1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{I_{ij}}{1-I_{ij}}}\right)\right)^{-1}, 1-\left(1+\log_{\Im}\left(\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j \Im^{\frac{F_{ij}}{1-F_{ij}}}\right)\right)^{-1}\right). \tag{17}$$

步骤7：通过以下三种评价策略确定备选方案 $B_i \left(i=1,2,\cdots,m\right)$ 的相对重要性:

$$\aleph_i^1 = \frac{SF\left(Q_i\right)+SF\left(G_i\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(SF\left(Q_i\right)+SF\left(G_i\right)\right)}, \tag{18}$$

$$\aleph_i^2 = \frac{SF\left(Q_i\right)}{\min\limits_{1\le i\le n}\left\{SF\left(Q_i\right)\right\}} + \frac{SF\left(G_i\right)}{\min\limits_{1\le i\le n}\left\{SF\left(G_i\right)\right\}}, \tag{19}$$

$$\aleph_i^3 = \frac{\varsigma SF\left(Q_i\right)_i + \left(1-\varsigma\right)SF\left(G_i\right)}{\varsigma \max\limits_{1\le i\le n}\left\{SF\left(Q_i\right)\right\}_i + \left(1-\varsigma\right)\max\limits_{1\le i\le n}\left\{SF\left(G_i\right)\right\}_i}, \varsigma \in [0,1], \tag{20}$$

步骤 8：确定备选方案 $B_i \left(i=1,2,\cdots,m\right)$ 的综合评估值并确定其优先级。利用公式(21)确定方案的最终综合评估值并降序排列获得备选方案的排序。

$$\aleph_i = \left(\aleph_i^1\aleph_i^2\aleph_i^3\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}\left(\aleph_i^1+\aleph_i^2+\aleph_i^3\right) \tag{21}$$

5. 实例分析

为验证本文所提方法的有效性和可行性，本文将其应用于评价不同地区的公共卫生应急管理能力评价问题。公共卫生应急管理能力是衡量城市应对各类公共卫生事件的标准，某地区应急管理部门为综合评估各地区公共卫生应急管理能力，进而为提升全区的应急管理能力提供改进建议和措施。经过三位来

自应急管理领域专家的商议，确定恢复与改进能力(C_1)、监测与预警能力(C_2)、预防与准备能力(C_3)、处置与救援能力(C_4)作为评价指标开展评估，将对该地区的五个县区的公共卫生应急管理能力进行评价，其中专家权重和指标权重均是未知的，下面将通过所提方法解决上述公共卫生应急管理能力评估问题。

5.1. 决策实施过程

步骤 1：专家 $E_l\ (l=1,2,\cdots,L)$ 根据其认知能力和表 1 给出其对备选方案的语言评价值于表 3。

Table 3. Expert assessment matrix
表 3. 专家评估矩阵

	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	VVG, MG, MG	ML, VVG, VVG	VG, VG, MG	VVG, VG, VVG
B_2	VG, G, G	VG, MG, G	G, G, MG	MG, VG, MG
B_3	VG, G, VG	GG, MG, MG	MG, VG, VG	G, G, MG
B_4	G, VG, G	VG, G, MG	G, G, G	G, VG, VG
B_5	VG, MG, VG	G, MG, MG	G, VG, MG	M, MG, G,

步骤 2：根据公式(10)确定专家 $E_l\ (l=1,2,\cdots,L)$ 的权重结果见表 4。

Table 4. Expert weight outcome
表 4. 专家权重结果

专家	E_1	E_2	E_3
语言变量	EE	VE	VVE
权重	0.3373	0.3407	0.3407

步骤 3：通过公式(11)中的 ISVNSWA 算子($\Im=2$)集结所有专家的评估信息进而确定群体评估矩阵见表 5。

Table 5. Group assessment matrix
表 5. 群体评估矩阵

	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	(0.8816, 0.1183, 0.1184)	(0.8937, 0.1063, 0.1063)	(0.7790, 0.1635, 0.2210)	(0.8943, 0.1052, 0.1057)
B_2	(0.7577, 0.1822, 0.2423)	(0.7503, 0.1854, 0.2497)	(0.6774, 0.2701, 0.3226)	(0.7383, 0.1911, 0.2617)
B_3	(0.7845, 0.1610, 0.2155)	(0.6774, 0.2701, 0.3226)	(0.7793, 0.1633, 0.2207)	(0.6774, 0.2701, 0.3226)
B_4	(0.7560, 0.1837, 0.2440)	(0.7498, 0.1856, 0.2502)	(0.7000, 0.2500, 0.3000)	(0.7836, 0.1617, 0.2164)
B_5	(0.7805, 0.1625, 0.2195)	(0.6476, 0.2985, 0.3524)	(0.7479, 0.1872, 0.2521)	(0.6480, 0.2981, 0.3520)

步骤 4：通过公式(12)~(14)计算准则的权重，其中参数 $\beta=2$，计算结果见表 6。

Table 6. Criteria weight computation outcome
表 6. 准则权重计算结果

	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	0.8816	0.8937	0.7982	0.8945
B_2	0.7777	0.7717	0.6949	0.7619
B_3	0.8027	0.6949	0.7984	0.6949
B_4	0.7761	0.7713	0.7167	0.8018
B_5	0.7995	0.6656	0.7695	0.6659
Renyi 熵	2.1842	2.0699	2.0520	2.0817
权重	0.2699	0.2438	0.2397	0.2465

步骤 5： 因为所有属性均为效益型，则归一化过程省略。

步骤 6： 通过公式(16)和(17)计算加权和测度 Q_i 和加权积测度 G_i，结果如下：

$Q_1=(0.8861,0.1132,0.1139)$，$Q_2=(0.7385,0.1953,0.2615)$，$Q_3=(0.7526,0.1842,0.2474)$，$Q_4=(0.7554,0.1835,0.2446)$，$Q_5=(0.7345,0.1966,0.2655)$，$G_1=(0.8591,0.1239,0.1409)$，$G_2=(0.7297,0.2088,0.2703)$，$G_3=(0.7252,0.2204,0.2748)$，$G_4=(0.7461,0.1966,0.2539)$，$G_5=(0.7001,0.2425,0.2999)$。

步骤7： 通过公式(18)~(21) ($\varsigma=0.5$)确定备选方案 B_i 的相对重要性和排序，计算结果如表7所示。

Table 7. CoCoSo approach computation outcomes
表 7. CoCoSo 方法计算结果

	$\aleph_i^1$	排序	$\aleph_i^2$	排序	$\aleph_i^3$	排序	$\aleph_i$	排序
B_1	0.2246	1	2.3724	1	1.1055	1	2.0724	1
B_2	0.2085	4	2.0472	4	0.9538	4	1.8109	4
B_3	0.2102	3	2.0549	3	0.9577	3	1.8193	3
B_4	0.2104	2	2.0880	2	0.9728	2	1.8437	2
B_5	0.2081	5	2.0000	5	0.9322	5	1.7761	5

步骤 8： 根据备选方案 $B_i\ (i=1,2,\cdots,m)$ 的综合评估值可确定其排序为 $B_1\succ B_4\succ B_3\succ B_2\succ B_5$，即 B_1 地区的公共卫生应急管理能力最优。

5.2. 灵敏度分析

本节将对所提群决策方法中涉及的参数进行讨论进而分析所提方法的鲁棒性和稳定性。

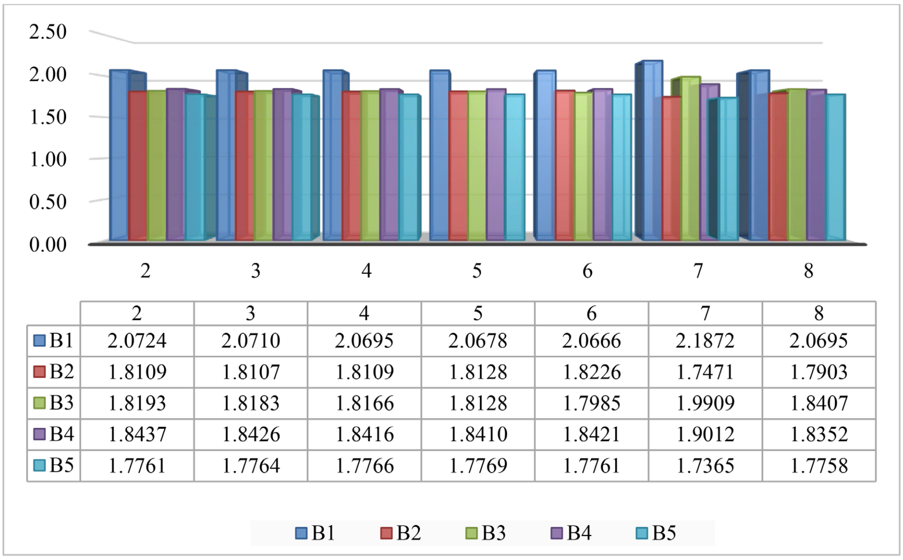
(1) 所提 ISVNSWA 算子和 ISVNSWG 算子中的参数 $\Im$ 分析。从表 8 可以发现当参数 $\Im=2$ 时备选方案的排序为 $B_1\succ B_4\succ B_3\succ B_2\succ B_5$，当参数 $\Im>2$ 时备选方案的排序为 $B_1\succ B_4\succ B_2\succ B_3\succ B_5$ 并趋于稳定，说明该参数对备选方案的排序灵敏度较低，所提方法具有极强的稳定性。

Table 8. Decision results based on diverse values of parameter $\Im$

表 8. 基于不同参数 $\Im$ 的计算结果

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	排序
2	2.0724	1.8109	1.8193	1.8437	1.7761	$B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$
3	2.0622	1.8170	1.8159	1.8412	1.7811	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
4	2.0556	1.8203	1.8142	1.8403	1.7837	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
5	2.0512	1.8223	1.8131	1.8398	1.7853	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
6	2.0482	1.8236	1.8124	1.8396	1.7865	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
7	2.0459	1.8246	1.8119	1.8393	1.7873	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
8	2.0441	1.8252	1.8114	1.8391	1.7879	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$

(2) Renyi 熵权模型中的参数 β 分析。从图 1 可以发现当参数 β 变化时，备选方案的排序有三种情况，$B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$，$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$ 和 $B_1 \succ B_3 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_5$。因此，参数 β 对所提方法获得排序较为灵敏，说明了权重在决策过程中的重要性，决策者在进行决策时要考虑多个参数进而获得较为稳定的备选方案排序作为最终的决策结果。



	2	3	4	5	6	7	8
B1	2.0724	2.0710	2.0695	2.0678	2.0666	2.1872	2.0695
B2	1.8109	1.8107	1.8109	1.8128	1.8226	1.7471	1.7903
B3	1.8193	1.8183	1.8166	1.8128	1.7985	1.9909	1.8407
B4	1.8437	1.8426	1.8416	1.8410	1.8421	1.9012	1.8352
B5	1.7761	1.7764	1.7766	1.7769	1.7761	1.7365	1.7758

Figure 1. Decision results based on diverse parameter β

图 1. 基于不同参数 β 的决策结果

(3) CoCoSo 决策模型中的参数 ς 分析。从图 2 可以发现当参数 ς 变化时，备选方案的排序均为 $B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$，说明该参数说明该参数对备选方案的排序灵敏度较低，所提方法具有极强的稳定性。

5.3. 比较分析

为验证本文所提方法的合理性和优越性，将所提方法与文献[24]和[22]的方法进行对比分析。基于本文的决策矩阵和准则权重，备选地区的公共卫生应急管理能力排序如表 9 所示。

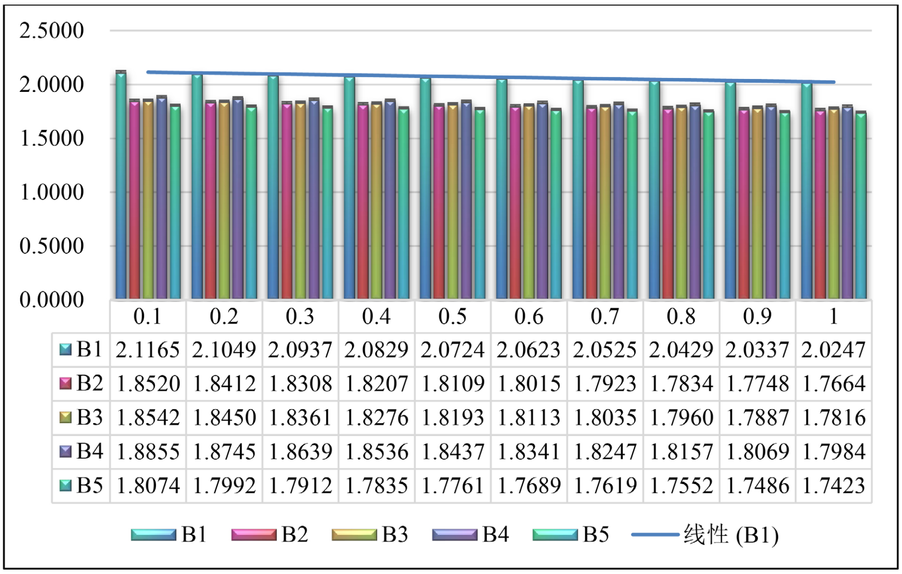


Figure 2. Decision results based on diverse parameter ς
图 2. 基于不同参数 ς 的决策结果

Table 9. CoCoSo approach calculation results
表 9. CoCoSo 方法计算结果

方法	排序结果
本文所提方法	$B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$
文献[24]的 WASPAS 方法	$B_1 \succ B_4 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5$
文献[22]的 SVNWA 算子	$B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$
文献[22]的 SVNWG 算子	$B_1 \succ B_4 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5$

从表可看出本文所提基于单值中智集 CoCoSo 群决策方法与文献[22]中加权平均算子和几何算子得到的最优选择和与文献[24]基于 WASPAS 方法得到的最优选择为 B_1 。尽管不同方法得到的备选项排序不完全一致，但其最优选项均是一致的，这说明所提方法的合理性及有效性。

6. 结论

本研究针对准则权重信息完全未知的多属性群决策问题，提出基于单值中智集集成算子的 CoCoSo 群决策模型。首先，通过构建基于对数函数的单值中智数运算法则，提出四种新型集成算子并系统论证其数学性质；其次，针对属性权重完全未知的决策环境，构建基于得分函数的单值中智集 Renyi 熵权重模型；进而建立基于所提算子的 CoCoSo 群决策框架。通过公共卫生应急管理能力评价案例进行实证研究，结合灵敏度分析与对比研究验证了模型的有效性、稳定性和优越性。本文创新点体现在：(1) 提出了基于对数函数的单值中智集集成算子；(2) 提出融合 Renyi 熵理论的权重确定模型；(3) 构建改进的单值中智集 CoCoSo 决策方法，为单值中智集的信息聚合理论和决策方法论体系提供了新的研究范式。未来的研究可考虑基于单值中智集的大群体决策方法构建，同时考虑决策专家的共识达成过程以提升决策的精确性和合理性。

基金项目

数值仿真四川省高等学校重点实验室开放研究项目(Grant. 2024SZFZ002)。

参考文献

[1] Rani, P., Pamucar, D., Mishra, A.R., Hezam, I.M., Ali, J. and Ahammad, S.K.H. (2023) An Integrated Interval-Valued Pythagorean Fuzzy WISP Approach for Industry 4.0 Technology Assessment and Digital Transformation. *Annals of Operations Research*, **342**, 1235-1274. https://doi.org/10.1007/s10479-023-05355-w

[2] Chai, J., Su, Y. and Lu, S. (2023) Linguistic Z-Number Preference Relation for Group Decision Making and Its Application in Digital Transformation Assessment of SMEs. *Expert Systems with Applications*, **213**, Article ID: 118749. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118749

[3] Rong, Y., Yu, L., Liu, Y., Simic, V. and Garg, H. (2023) The FMEA Model Based on LOPCOW-ARAS Methods with Interval-Valued Fermatean Fuzzy Information for Risk Assessment of R&D Projects in Industrial Robot Offline Programming Systems. *Computational and Applied Mathematics*, **43**, Article No. 25. https://doi.org/10.1007/s40314-023-02532-2

[4] Liu, Y., Qin, Y., Liu, H., Abdullah, S. and Rong, Y. (2024) Prospect Theory-Based Q-Rung Orthopair Fuzzy TODIM Method for Risk Assessment of Renewable Energy Projects. *International Journal of Fuzzy Systems*, **26**, 1046-1068. https://doi.org/10.1007/s40815-023-01652-5

[5] Rong, Y., Yu, L., Liu, Y., Simic, V. and Pamucar, D. (2024) A Pharmaceutical Cold-Chain Logistics Service Quality Model Using a Q-Rung Orthopair Fuzzy Framework with Distance Measure. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **136**, Article ID: 109019. https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.109019

[6] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353. https://doi.org/10.1016/s0019-9958(65)90241-x

[7] Atanassov, K.T. (1986) Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96. https://doi.org/10.1016/s0165-0114(86)80034-3

[8] Smarandache, F. (1999) A Unifying Field in Logics. Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic. American Research Press.

[9] Wang, H.H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q. and Sunderraman, R. (2010) Single Valued Neutrosophic Sets. *Multispace Multistructure*, **4**, 410-413.

[10] Rong, Y., Liu, Y. and Pei, Z. (2020) Generalized Single-Valued Neutrosophic Power Aggregation Operators Based on Archimedean Copula and Co-Copula and Their Application to Multi-Attribute Decision-Making. *IEEE Access*, **8**, 35496-35519. https://doi.org/10.1109/access.2020.2974767

[11] Rong, Y., Niu, W., Garg, H., Liu, Y. and Yu, L. (2022) A Hybrid Group Decision Approach Based on MARCOS and Regret Theory for Pharmaceutical Enterprises Assessment under a Single-Valued Neutrosophic Scenario. *Systems*, **10**, Article 106. https://doi.org/10.3390/systems10040106

[12] Adalı, E.A., Öztaş, T., Özçil, A., Öztaş, G.Z. and Tuş, A. (2022) A New Multi-Criteria Decision-Making Method under Neutrosophic Environment: ARAS Method with Single-Valued Neutrosophic Numbers. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, **22**, 57-87. https://doi.org/10.1142/s0219622022500456

[13] Hezam, I.M., Mishra, A.R., Rani, P., Saha, A., Smarandache, F. and Pamucar, D. (2023) An Integrated Decision Support Framework Using Single-Valued Neutrosophic-Maswip-Copras for Sustainability Assessment of Bioenergy Production Technologies. *Expert Systems with Applications*, **211**, Article ID: 118674. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118674

[14] Mishra, A.R., Rani, P. and Saha, A. (2021) Single-Valued Neutrosophic Similarity Measure-Based Additive Ratio Assessment Framework for Optimal Site Selection of Electric Vehicle Charging Station. *International Journal of Intelligent Systems*, **36**, 5573-5604. https://doi.org/10.1002/int.22523

[15] Deveci, M., Pamucar, D. and Gokasar, I. (2021) Fuzzy Power Heronian Function Based CoCoSo Method for the Advantage Prioritization of Autonomous Vehicles in Real-Time Traffic Management. *Sustainable Cities and Society*, **69**, Article ID: 102846. https://doi.org/10.1016/j.scs.2021.102846

[16] Cui, Y., Liu, W., Rani, P. and Alrasheedi, M. (2021) Internet of Things (IoT) Adoption Barriers for the Circular Economy Using Pythagorean Fuzzy Swara-CoCoSo Decision-Making Approach in the Manufacturing Sector. *Technological Forecasting and Social Change*, **171**, Article ID: 120951. https://doi.org/10.1016/j.techfore.2021.120951

[17] Tripathi, D.K., Nigam, S.K., Rani, P. and Shah, A.R. (2023) New Intuitionistic Fuzzy Parametric Divergence Measures and Score Function-Based CoCoSo Method for Decision-Making Problems. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, **6**, 535-563. https://doi.org/10.31181/dmame0318102022t

[18] Zheng, Y., Qin, H. and Ma, X. (2024) A Novel Group Decision Making Method Based on CoCoSo and Interval-Valued

Q-Rung Orthopair Fuzzy Sets. *Scientific Reports*, **14**, Article No. 6562. https://doi.org/10.1038/s41598-024-56922-5

[19] Wang, H., Mahmood, T. and Ullah, K. (2023) Improved CoCoSo Method Based on Frank Softmax Aggregation Operators for T-Spherical Fuzzy Multiple Attribute Group Decision-Making. *International Journal of Fuzzy Systems*, **25**, 1275-1310. https://doi.org/10.1007/s40815-022-01442-5

[20] Zhang, H. and Wei, G. (2023) Location Selection of Electric Vehicles Charging Stations by Using the Spherical Fuzzy CPT-CoCoSo and D-CRITIC Method. *Computational and Applied Mathematics*, **42**, Article No. 60. https://doi.org/10.1007/s40314-022-02183-9

[21] Rong, Y. and Yu, L. (2023) Decision Support System for Prioritization of Offshore Wind Farm Site by Utilizing Picture Fuzzy Combined Compromise Solution Group Decision Method. *Entropy*, **25**, Article 1081. https://doi.org/10.3390/e25071081

[22] Ye, J. (2014) A Multicriteria Decision-Making Method Using Aggregation Operators for Simplified Neutrosophic Sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **26**, 2459-2466. https://doi.org/10.3233/ifs-130916

[23] Smarandache, F. (2020) The Score, Accuracy, and Certainty Functions Determine a Total Order on the Set of Neutrosophic Triplets (T, I, F). *Neutrosophic Sets and Systems*, **38**, 1-14. https://doi.org/10.5281/zenodo.4300354

[24] Kazimieras Zavadskas, E., Baušys, R. and Lazauskas, M. (2015) Sustainable Assessment of Alternative Sites for the Construction of a Waste Incineration Plant by Applying WASPAS Method with Single-Valued Neutrosophic Set. *Sustainability*, **7**, 15923-15936. https://doi.org/10.3390/su71215792