

大规模群体决策中最小成本最大满意度模型研究

李 烁

江苏大学管理学院, 江苏 镇江

收稿日期: 2026年3月17日; 录用日期: 2026年4月22日; 发布日期: 2026年4月30日

摘 要

近年来, 基于社交网络分析的大规模群体决策问题受到了广泛关注, 但随着数字经济的发展, 大群体决策的场景不断拓展, 决策问题本身也呈现出高度的复杂性与不确定性。在此背景下, 决策群体的构成发生了显著变化, 专家的异质性日益凸显, 这会导致专家在面对不同的决策时会有不同的共识目标。但在现有研究中很少有文章从专家的异质性出发研究多层次的优化目标。因此本文重点研究基于局部搜索算法的双层目标共识优化方法, 首先我们利用一种新的社区检测方法——局部搜索算法挖掘专家的局部信息识别出社区结构, 并构建多层网络模型来清晰表征专家间的动态交互关系。其次构造了最小成本最大满意度的双层优化模型填补了该领域的空白。文中还对模型进行了案例应用和敏感度分析, 结果表明: 本文提出的方法能够取得较优的结果, 并且所提出的模型具有一定的理论指导意义。最后本文对于后续工作进行了展望。

关键词

大规模群体决策, 局部搜索算法, 最小成本最大满意度共识模型

Optimization of the Minimum-Cost Maximum-Satisfaction Model in Large-Scale Group Decision-Making

Shuo Li

School of Management, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu

Received: March 17, 2026; accepted: April 22, 2026; published: April 30, 2026

Abstract

In recent years, large-scale group decision-making problems based on social network analysis have

received widespread attention. However, with the development of the digital economy, the scenarios of large-scale group decision-making continue to expand, and the decision-making problems themselves exhibit a high degree of complexity and uncertainty. In this context, the composition of decision-making groups has undergone significant changes, and the heterogeneity of decision-makers has become increasingly prominent. This leads decision-makers to have different consensus goals when facing different decision-making scenarios. Nevertheless, existing research rarely explores multi-level optimization objectives from the perspective of decision-maker heterogeneity. Therefore, this paper focuses on a bi-level objective consensus optimization method based on a local search algorithm. First, we use a novel community detection method—the local search algorithm—to mine the local information of decision-makers and identify community structures. A multi-layer network model is then constructed to clearly characterize the dynamic interactions among decision-makers. Second, to address the gap in this area, a bi-level objective optimization model is developed to achieve minimum cost and maximum satisfaction. A case application and sensitivity analysis of the model are also conducted. The results demonstrate that the proposed method yields superior outcomes and provides certain theoretical guidance. Finally, future research directions are discussed.

Keywords

Large-Scale Group Decision-Making, Local Search Algorithm, Minimum-Cost Maximum-Satisfaction Consensus Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 绪论

1.1. 研究背景与意义

群体决策是现代人商讨重要事件普遍采取的一种方法。个人由于经验,能力,专业知识的限制,看待问题不一定很全面,很难做到面面俱到,在这一点,群体决策弥补了个体决策的不足,群体成员往往具有不同的知识、经验背景,能从不同的视角看待问题,提供了丰富的信息,充分权衡各个方面的利弊,做出更合理的决策,具有很大的优势[1]。随着社交媒体的快速发展和现实世界决策问题的日益复杂,群体决策的新方法应运而生。其中,大规模群体决策是最具代表性的例子[2]。大规模群体决策主要解决涉及大群体的决策问题,如政府、利益相关者和公民[3]。在大规模群体决策中遇到的普遍问题是共识达成过程固有的复杂性[4]。尽管聚类分析方法经常被用来减轻这种复杂性,但在聚类分析之后确定专家的身份是一个挑战,这阻碍了当前大规模群体决策模型的实际应用[5]。总之,研究如何对大规模网络进行聚类分析以及聚类分析之后的共识达成,是当前中国管理学及社会学研究中的一项亟待解决的科学问题。

在实践中,大规模群体决策问题往往伴随着过多的成本,因此,具有最小成本的共识达成已成为群体决策中的另一个重要问题[6]。但现有的最小成本模型研究主要集中在达成群体共识的最小成本上,很少有研究考虑到这一过程中的个体满意度。然而,群体决策问题要求每个专家都同意最终结果,因此需要反映个体对共识结果的满意度。

因此,本文使用局部搜索算法来解决大规模群体决策问题中的聚类算法问题,该算法不仅能够降低聚类分析的复杂度,还能够识别网络中的领导者和追随者。随后根据聚类分析后的网络特性,为了解决达成共识的成本与专家满意度的多方面问题,提出了最小成本最大满意度的优化模型。

1.2. 国内外研究现状评述

从现有大规模群体决策在达成共识以及基于信任网络的大规模群体决策应用的研究综述可以看出, 学界已取得了不少成果, 各类研究方法在特定领域中展现了重要价值, 并成为大规模群体决策研究的重要工具。然而, 随着社会网络的快速发展, 以及人们的需求日益严格, 现有方法仍存在以下问题和局限性: (1) 现有文献在处理大规模专家时, 为了简化模型和便于计算, 普遍采用了同质性假设。然而这种处理方式虽然在理论推导上带来了便利, 但也确实导致了理论与现实之间的显著脱节。(2) 当前关于最小成本的研究主要聚焦于达成群体共识的经济性或调整代价, 以最小化意见修改的总距离为目标。然而, 这种成本导向的优化往往隐含了一个强假设: 专家是纯粹理性的, 且完全服从于群体的整体利益。这一视角在很大程度上忽视了个体的心理感知与情感诉求。在实际的大规模群体决策中, 共识的达成不仅需要数字上的一致, 更需要每个专家对最终结果的内在认同。如果一味追求成本最低而强行压缩个体的意见调整空间, 可能会导致表面共识下的隐性不满, 这种脆弱的共识在后续执行中极易崩塌。因此, 将个体满意度(即专家对最终方案的心理接受程度)纳入最小成本的建模框架, 探索成本与满意度的协同优化机制, 对于提升决策结果的稳定性与执行力具有重要的理论价值与现实意义。

1.3. 论文的主要内容和创新点

本文的主要研究内容和创新点可以概括为以下几点:

(1) 论文在绪论部分详细介绍了研究背景与意义, 概述了国内外在大规模群体决策领域内的研究成果, 明确了本研究的主要内容和创新点。此外, 还对大规模群体决策中涉及的核心概念进行了阐述, 为后续章节的深入研究奠定了基础。

(2) 在预备知识部分, 本文系统地介绍了模糊集理论、模糊偏好关系、一致性度量以及一致性改进方法, 确保了读者能够理解所提出模型和算法的基本原理。

(3) 针对很少有文章研究在大规模群体决策中考虑专家的异质性的问题, 本文引入局部搜索算法, 利用该算法的特点突出了专家的异质性。

(4) 引入满意度指标根据专家的异质性我们构造了一个双层共识模型, 其中领导者层为以最小成本为目标, 下层追随者层以最大满意度为目标。

2. 预备知识

在本节中, 我们简要介绍了社交网络中大规模群体共识模型所涉及的相关概念和理论基础。为了便于理解本文, 表 1 总结了一些相关符号。

Table 1. Related symbols

表 1. 相关符号

符号	含义	符号	含义
i	子群指数	$G(E, V)$	无向图
$SC = \{sc^1, sc^2, \dots, sc^z\}$	社区检测后的社区	w^k	专家 e_k 的权重
w_k^{group}	专家 e_k 所在社区的权重	$o_i^{k'}$	专家 e_i 的初始意见
o_i^k	专家 e_i 的最终意见	o_i^{sk}	专家 e_i 在社区 k 中受到的社会影响
c_i	社区 i 调整意见所需的成本	o_i	社区 i 的初始意见
o_i'	社区 i 的最终调整意见	\overline{oc}	网络的最终意见

续表

ϵ	共识阈值	l	社区初始意见的下界
u	社区初始意见的上界	lb	社区调整意见单位成本的下界
ub	社区调整意见单位成本的上界	S_i	社区 i 的满意度函数
α	满意度效用参数		

2.1. 局部搜索算法

局部搜索算法是一种新的社区检测方法，用于识别社交网络的社区，该方法明确使用了局部优势的概念并根据局部信息识别社区中心[7]。由于该算法相较于解决大规模群体决策问题最热门的 Louvain 分区算法来说有着显著优势，所以本文使用该算法来对大规模群体决策问题的网络进行聚类分析。在局部搜索算法中，每个节点最多只能有一个父节点，并定义了一棵跨越网络的扎根树，产生了局部的社区中心领导者，其度要高于所在社区范围内的节点，与排名靠前的其他局部领导者的距离相对较远。算法 1 中示出了该算法的流程。

算法 1 (社交网络中 LS 算法的主要步骤)

输入：由 n 个节点组成的社交网络 $G(E, V)$ 。

输出：社区检测后的社区设置 $SC = \{sc^1, sc^2, \dots, sc^z\}$ 。

步骤 1：计算每个节点的度 k_u 。

步骤 2：将每个节点 u 指向其最大度邻居 v ，前提是该邻居的度不小于节点 u 自身的度，如果周围有多个度相同的邻居则随机保留一个。在此过程中，若某个节点仅有入边而无出边，则将其标记为局部领导者。注意，为了避免自循环，被指向的节点不能指向其追随者。

步骤 3：对于每个局部领导者 u ，采用局部广度优先搜索算法，寻找一个满足 $k_v \geq k_u$ 的最近局部领导者 v ，并记录从节点 u 到节点 v 的最短路径长度 l_u ，追随者的最短路径长度均记为 1。其中局部广度优先搜索是一种用于在图中寻找最优解或近似最优解的算法，其核心思想是通过优先探索当前节点的邻域，逐步逼近全局最优解。当搜索过程找到满足条件的局部领导者 v 时，搜索即终止。对于具有最大度的局部领导者，无需执行局部广度优先搜索，直接为其分配其他局部领导者的最大路径长度。

步骤 4：在完成对除最大度领导者外的所有局部领导者的局部广度优先搜索后，通过将归一化的 \tilde{k} 归一化的 \tilde{l} 相乘，可以更显著地区分候选点之间的差异，根据这些差异从而定量识别社区中心。

步骤 5：在识别出社区中心后，沿着局部优势关系一步步将其社区标签分配给其追随者。

步骤 6：结束。

2.2. 最小成本模型

设 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ 为参与大规模群体决策的专家的集合， o_i 为第 i 个专家的意见，另外， o 是群体一致意见， $f_i(o) = |o - o_i|$ 表示个人意见与群体意见的偏差， $f_i(o)$ 的值越小，表明个人意见越接近群体意见，越多的专家能够接受群体意见。在实际问题中，专家改变自己的意见需要付出一定的成本， $c_i f_i(o) = c_i |o - o_i|$ 是总成本。

最小成本模型如下：

$$\begin{aligned} \min \varphi(o) &= \sum_{i=1}^n c_i |o - o_i| \\ \text{s.t. } o_i &\in O \end{aligned} \quad (1)$$

2.3. 满意度指数

当专家独立于他人时，由于对意见变化较为敏感，他们通常以自己的意见为参照来评价群体意见。相反，在相互信任的群体中，群体中的所有意见都可以作为参考，专家可以分析群体意见。在传统的大规模群体决策中专家只需要提供自己的意见，然后获得群体意见，而在现实生活中还应该比较个人意见以获得群体意见。相应地，我们首先给出相应的个体满意度函数，则群体意见的满意度函数定义如下[8]：

$$s_{io} = 1 - \frac{|o - o_i|}{o_i} \quad (2)$$

则 $s_{io} \leq 1$ 。若 $o = o_i$ ，则个人意见与群体意见完全一致，个人满意度最高，当 $s_{io} < 0$ ，专家的意见与群体意见之间的差异如此之大，以至于无法说服专家接受后者。考虑到上述指标未纳入群体因素，本文进一步提出群体满意度的概念：

$$t_{io} = 1 - \frac{|o - o_i|}{\max\{o_i\} - \min\{o_i\}} \quad (3)$$

则 $t_{io} \in [0, 1]$ ，设 $\max\{o_i\} - \min\{o_i\}$ 为群体中个体意见的最大值和最小值之差，我们用这个来表示群体中的最大差异，当 $o = o_i$ 时， $t_{io} = 1$ ，专家意见与群体意见完全相同，即群体满意度是最高的。如果 $|o - o_i| = \max\{o_i\} - \min\{o_i\}$ ， $t_{io} = 0$ ，则达成一致后第 i 个专家的意见与群体意见之间的差异等于群体中的最大差异。显然，更大的 t_{io} 值意味着专家对群体意见的满意度更高，并且改变他/她的个人意见的成本更低。

3. 大规模群体决策中最小成本最大满意度模型构建

在本章中，我们构建了一种大规模群体决策中最小成本最大满意度的模型。传统的大规模群体决策中共识达成方法通常将专家身份视为同质化处理，忽略了现实环境中个体角色的差异性(例如企业中员工、经理与董事长的层级区分)。为解决这一问题，本文通过局部搜索算法识别社区结构，计算专家和社区的权重，并从双层视角建立了领导者以最小成本为目标，追随者以最大满意度为目标的双层模型。这种双层共识模型，能够充分利用专家的专业知识，提升决策过程的科学性与可靠性，最终加速高质量共识的达成。具体步骤如下：

(1) 网络划分：利用局部搜索算法，依据专家信息的差异，将网络划分为不同的社区，确保每个专家被准确分配到与其社会关系相匹配的社区中。在此基础上，构建多层网络以清晰地描述专家间的交互关系，并在多层网络上进行共识达成过程。

(2) 专家和社区的权重分配：通过度中心性、接近中心性和专家的数量定义了专家的权重和社区的权重。

(3) 双层共识模型的构建：将上层领导者的成本最小化目标和下层追随者的满意度最大化目标结合起来，在该双层模型中，上层领导者的目标优先，上层领导者以总成本最小化为目标，下层追随者以满意度最大化为目标，上下层之间可以进行信息交换，上层努力适应下层满意度最大化，同时，较低共识的社区以最大限度地提高自己的满意度为目标，并且愿意在不同程度上调整自己的意见以达成共识。

(4) 基于双层嵌套算法的求解方法：本文中使用了基于遗传算法的双层嵌套算法来求解最小成本最大满意度共识模型。

3.1. 专家的权重分配

在利用局部搜索算法对网络进行分区之后，需分别计算专家和社区的权重。本文选择以下两个指标

进行专家权重计算：

(1) 度中心性：衡量节点与其他节点的直接连接数量，反映其在网络中的影响力。

(2) 专家数量：社区内专家数量增加通常意味着更丰富的专业知识储备。

在我们的方法中，首先对每个指标进行了归一化处理，以确保它们处于可比较的数值范围内。接着，将这些归一化后的指标得分相加，获得一个综合得分，用以表征每个专家的权重。然而，值得注意的是，在不同背景下调整权重分配可能会产生不同的结果。在实际应用中，该方法具有较高的灵活性，能够根据具体需求和背景动态调整权重，从而实现更精准的分析与决策。计算专家的权重的主要步骤如下：

社区中专家的入度中心性归一化计算公式为：

$$d_{indegree}^{e_k, L} = \frac{d^{e_k, L}}{\sum_{k=1}^q d^{e_k, L}} \quad (4)$$

社区 L 中专家的数量归一化计算公式为：

$$N^L = \frac{1}{num(L)} \quad (5)$$

则专家 e_k 在社区 L 中的权重为：

$$w^k = \chi * d_{indegree}^{e_k, L} + (1 - \chi) * N^L \quad (6)$$

其中， χ 为权重系数。

性质 1： $0 \leq w^k \leq 1 (k = 1, 2, \dots, q)$ 。

性质 2： $\sum_{k=1}^{Q_k} w^k = 1$ 。其中 Q_k 表示社区 K 中的专家的数量。

通过聚合专家的权重来计算社区的权重，计算公式为：

$$w_k^{group} = \frac{\sum_{i=1}^{Q_k} w_i^k}{Q_k} \quad (7)$$

为了使社区权重总和为 1，根据相对值来计算社区权重：

$$w_j^k = \frac{w_j^{group}}{\sum_{k=1}^q w_k^{group}} \quad (8)$$

这种计算方法直接反映了社区的整体实力，其中 q 表示分区过后的社区的数量。

3.2. 基于满意度指标的最小成本双目标模型研究

在前文的内容中我们已经将网络进行分区并且计算了专家和社区的权重，在此基础上，针对某一社区，用 e_i^k 表示社区 k 中第 i 个成员， $o_i^{k'}$ 是基于自身认知水平和实践经验所形成的初始意见。随后，社区内各成员的初始意见在组内进行公开显示。在初始意见公布后，成员们经历一段反思期，之后再次受邀表达其最终意见 o_i^k 。受社会互动的影 响，不同成员在意见形成过程中受到的影响程度各异。总体而言，成员的最终意见是由其初始意见与所受到的社会影响共同塑造的，方程为：

$$o_i^k = w_i^k \times o_i^{k'} + (1 - w_i^k) \times o_i^{gk} \quad (9)$$

o_i^{gk} 为专家 e_i 在社区 k 中受到的社会影响，其计算方式为：

$$o_i^{gk} = w_1^k \times o_1^{k'} + w_2^k \times o_2^{k'} + \dots + w_n^k \times o_n^{k'} (n \neq i) \quad (10)$$

随后根据专家的意见和权重能够计算出社区的意见，计算公式如下：

$$\overline{oc}^k = \sum_i^n w_i^k \times o_i^k \quad (11)$$

3.2.1. 领导者层的最小成本模型构建

由于聚类分析，专家仅在社区内部存在联系，而在社区之间根本就没有联系，所以每个社区的领导者都希望在最终决策过程中最大化自己的利益，也就是调整自己所领导的社区所需要的成本达到最小。

领导者层的成本的最小化可以表示为：

$$\begin{aligned} \min_{c_i} F &= \sum_{i=1}^n w_i^{group} c_i |o_i - o'_i| \\ \text{s.t.} &\begin{cases} 1 - \frac{1}{u} \frac{\sum_{i=1}^n |o_i - \overline{oc}|}{n} \geq \epsilon \\ w_k^{group} = \frac{\sum_{i=1}^{Q_k} w_k^i}{Q_k}, i \in I \\ o_i \in [l, u], i \in I \\ c_i \in [lb, ub], i \in I \\ \overline{oc} = \sum_{i=1}^n w_i^{group} o'_i, i \in I \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 c_i 为社区 i 调整意见所需的成本， o_i 为社区 i 的初始意见， o'_i 为社区 i 的最终调整意见， \overline{oc} 为网络的最终意见， ϵ 为共识阈值， l 和 u 分别为社区初始意见的下界和上界， lb 和 ub 为社区调整意见单位成本的上下界。

3.2.2. 追随者层的最大满意度模型构建

Martel 等为了解决传统目标规划中专家难以预先精确设定目标值以及不同目标量难以公度的问题，首先将满意度的概念引入到线性规划中[9]，在共识优化过程中，满意度反映了专家对决策结果的满意程度，即，他们的初始意见和最终一致意见之间的接近程度。传统的满意度函数的方程为：

$$S_i = \begin{cases} 1 - \frac{|o - o_i|}{\theta}, & \text{if } 0 \leq |o - o_i| \leq \theta \\ 0, & \text{if } |o - o_i| > \theta \end{cases} \quad (13)$$

其中， θ 是专家愿意修改其观点以达成共识的妥协限度。当偏差超过该临界范围时，专家将不愿意修改观点。 θ 由专家的个体感知决定，通常，不同专家具有不同的值，但在本文中我们使用 $\max\{o_i\} - \min\{o_i\}$ 来表示群体中的最大愿意修改其观点的妥协程度，即 $\theta = \max\{o_i\} - \min\{o_i\}$ 。

为了与上层函数的表达形式保持一致，本文将满意度函数转化为效用函数来表示效益，通过引入满意度效用参数 α ，将满意度转化为效用收益，定义为： $\alpha_i(\theta_i - |o - o_i|)$ ，由于社区内部进行意见调整时还会出现成本所以社区达成共识而调整的意见所需要的成本表示为： $c_i |o_i - o'_i|$ 。则对于社区来说初始满意效用可以表示为： $R'_i = \sum_{i=1}^{Q_k} (\alpha_i(\theta_i - |o - o_i|)) + c_i |o_i - o'_i|$ 。然而，在社区内形成共识的过程中，最终意见有效地由 \overline{oc} 最终表示而不是 o_i 来表示。因此，在共识达成过程中，最终社区的满意度效用应表示为：

$$R'_i = \sum_{i=1}^{Q_k} (\alpha_i(\theta_i - |o - \overline{oc}|)) + c_i |o_i - o'_i|。$$

基于上面的讨论，追随者层的最大满意度模型构建如下：

$$\begin{aligned} \max_{o_i} R &= \sum_{i=1}^n w_i R_i \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} R_i = \alpha_i S_i + w_i c_i |o_i - o'_i|, i \in I \\ S_i = \begin{cases} \theta_i - |o - \overline{oc}|, & \text{if } \theta_i - |o - \overline{oc}| \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, i \in I \\ \overline{oc} = \sum_{i=1}^n w_i^{group} o'_i, i \in I \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

3.2.3. 最小成本最大满意度双层共识模型构建

从务实和理性的角度来看，调解人在审查问题时采用了全局视角，因此更加强调共识达成中的总体成本最小化。相反，由专家组成的分组倾向于优先考虑其个人和地方利益，旨在最大限度地提高其个人满意度。将上层领导者的成本最小化目标和下层追随者的满意度最大化目标结合起来，在该双层模型中，上层领导者的目标优先，上层领导者以总成本最小化为目标，下层追随者以满意度最大化为目标，上下层之间可以进行信息交换，上层努力适应下层满意度最大化，同时，较低共识的社区以最大限度地提高自己的满意度为目标，并且愿意在不同程度上调整自己的意见以达成共识。最小成本最大满意度双层共识模型构建如下：

$$\begin{aligned} \min_{c_i} F &= \sum_{i=1}^n w_i^{group} c_i |o_i - o'_i| \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 1 - \frac{1}{u} \frac{\sum_{i=1}^n |o_i - \overline{oc}|}{n} \geq \epsilon \\ w_k^{group} = \frac{\sum_{i=1}^{Q_k} w_k^i}{Q_k}, i \in I \\ o_i \in [l, u], i \in I \\ c_i \in [lb, ub], i \in I \\ \max_{o_i} R = \sum_{i=1}^n w_i R_i \\ \begin{cases} R_i = \alpha_i S_i + w_i c_i |o_i - o'_i|, i \in I \\ S_i = \begin{cases} \theta_i - |o - \overline{oc}|, & \text{if } \theta_i - |o - \overline{oc}| \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, i \in I \end{cases} \\ \overline{oc} = \sum_{i=1}^n w_i^{group} o'_i, i \in I \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

4. 基于双层嵌套算法的求解方法

本章模型是一个典型的双层规划问题，许多学者提出了不同的求解双层模型的方法[10][11]。在本文中使用了基于遗传算法的双层嵌套算法来求解模型。

该算法的核心思想基于双层优化框架，将原问题解构为两个相互关联的子问题。其中，上层优化利用遗传算法对上层种群进行迭代进化，旨在探寻局部最优解；下层优化则针对每一个上层个体，再次运用遗传算法进行深度寻优，以搜索全局最优解。通过上下层之间的不断交互与迭代，最终获得最优的上层与下层个体组合，从而实现对整个双层优化问题的有效求解。算法的具体流程可归纳如下：

(1) 参数初始化

该算法开始于初始化模型中的优化过程所需的参数，其中包括上层网络中专家 ($pop_{x_u} = (x_u^1, x_u^2, \dots, x_u^{N_u})$) 的成本 c_i ，和下层网络中专家 ($pop_{x_l} = (x_l^1, x_l^2, \dots, x_l^{N_l})$) 的初始意见，上层目标 F ，

下层目标 R ，最大迭代次数 gen_u^{\max} ，以及算法参数 ϑ, ϑ_m 。

(2) 底层优化

采用遗传算法的方法，对上层网络进行初始化。针对网络中的每一个上层专家，执行下层优化过程，以确定能够产生最优目标函数值的下层专家(也就是在上层网络中找到执行下层优化过程中产生最优目标函数值的下层专家)。

(3) 适应度评估

根据上层或下层的函数值，对上层网络中的专家与下层网络中的专家配对形成的这组解进行适应度评估，选择适应度值较好的专家。

(4) 模拟二进制交叉

从 pop_{x_u} 中选择上层专家，并使用模拟二进制交叉(SBX)运算符生成后代。SBX 运算符用作模拟的单元二元交叉运算符。给定两个父个体 $x_u^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_M^p)$ 和 $x_u^q = (x_1^q, x_2^q, \dots, x_M^q)$ ，使用 SBX 运算符生成两个子代个体 $x_{offspring}^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_M^1)$ 和 $x_{offspring}^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_M^2)$ ，可以使用以下公式计算：

$$\begin{cases} x_{offspring}^1 = 0.5 \times [(1 + \beta) * x_i^p + (1 - \beta) * x_i^q] \\ x_{offspring}^2 = 0.5 \times [(1 - \beta) * x_i^p + (1 + \beta) * x_i^q] \end{cases} \quad (16)$$

其中 β 由分布指数 τ 动态随机确定，计算方程为：

$$\beta = \begin{cases} (2 \times rand)^{1/(1+\tau)}, & \text{if } rand \leq 0.5 \\ (1/(2 - 2 \times rand))^{1/(1+\tau)}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

其中，是 $rand$ 均匀分布在 0 和 1 之间的随机数。

(5) 突变

多项式变异用于在种群中引入多样性。该算子随机修改个体的基因以探索搜索空间的新区域。变异算子采用以下形式：

$$\delta = \begin{cases} [2 \times rand + (1 - 2 \times rand)(1 - \delta_1)^{\tau_m + 1}]^{1/(\tau_m + 1)}, & \text{if } rand \leq 0.5 \\ 1 - [2 \times (1 - rand) + (2 \times (rand - 0.5)(1 - \delta_2)^{\tau_m + 1})]^{1/(\tau_m + 1)}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

其中 $\delta_1 = (x^i - x^{\min}) / (x^{\max} - x^{\min})$ ， $\delta_2 = (x^{\max} - x^i) / (x^{\max} - x^{\min})$ ， $rand$ 是均匀分布在 0 和 1 之间的随机数， τ_m 表示所选择的分布指数。

(6) 选择

选择算子用于根据个体的适应度值为下一代选择个体。这确保了具有更好适应度的个体有更高的机会被选为下一代的父母。

5. 算例应用

大气污染物排放标准是指从固定污染源向大气中排放污染物的最大允许浓度或排放速率。除国家综合排放标准外，地方主管部门可根据区域大气环境容量、污染源分布特征以及环境空气质量改善需求，结合经济技术可行性，制定更为严格的地方排放标准。根据国家《锅炉大气污染物排放标准》(GB 13271-2014)¹，新建燃煤锅炉颗粒物排放限值为 300 毫克/立方米。大气污染物排放标准对区域空气质量改善、公众健康保护及可持续发展具有重要意义。为协调环境保护与经济建设的关系，制定排放限值还需兼顾区域技术经济条件

¹https://www.mee.gov.cn/ywgz/fgbz/bz/bzwb/dqjhjbh/dqgdwrywrwpfbz/201405/t20140530_276318.shtml

与污染治理能力。以某区域颗粒物排放指标制定为例，基于国家一级标准限值 30 毫克/立方米，邀请来自政府管理部门、企业代表、环保科研学者、基层技术人员及社区居民等 50 位各界人士参与研讨，综合考虑区域大气环境容量、现有治污技术水平和经济发展阶段，最终确定该区域燃煤锅炉颗粒物排放限值为 10 毫克/立方米，以实现环境效益与经济协同推进。显然，这是一个大规模群体决策问题。已知这 50 家企业之间存在对应的社会网络关系 $\{d_1, d_2, \dots, d_{50}\}$ 如图 1 所示，各自的初始意见 $\{o_1, o_2, \dots, o_{50}\}$ ，明确了初始意见上界 10 mg/l 和初始意见下界 0 mg/l，即 $u = 10$ ， $l = 0$ 。社区满意度效用参数 α 设置为 [5, 4, 7, 4]，达到共识阈值为 $\delta = 0.96$ 。调整专家的意见需要的单位成本为 c_i ，设置 $lb = 4$ ， $ub = 10$ 。

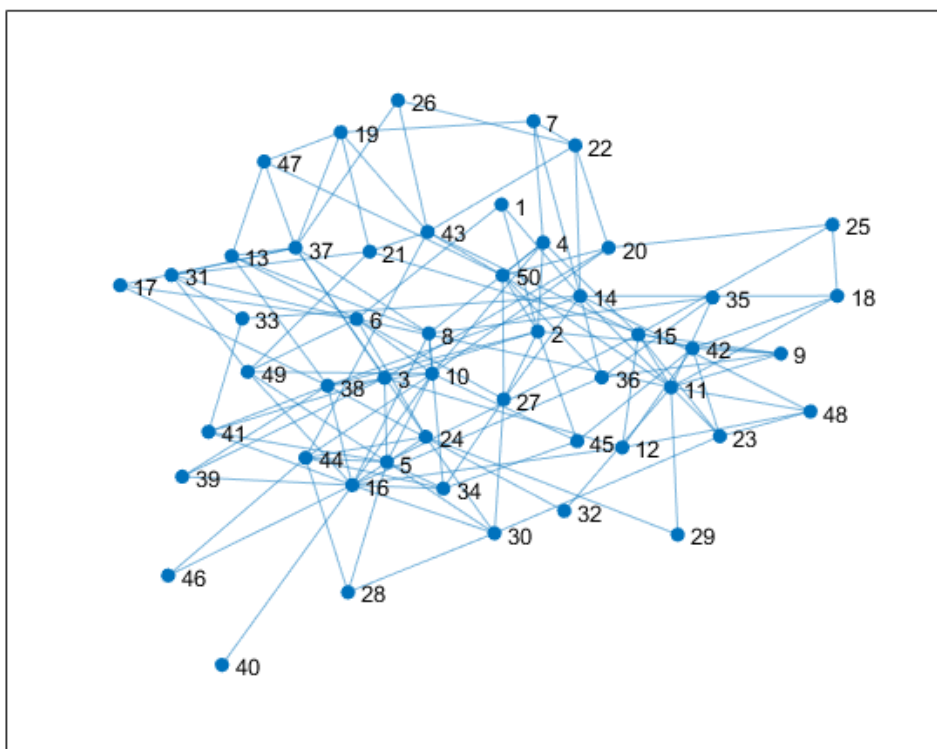


Figure 1. Social network graph
图 1. 社会网络关系图

首先，使用局部搜索算法，将连通且无向的社交网络被划分成 4 个社区，记为 sc^1 ， sc^2 ， sc^3 和 sc^4 。再根据专家的局部权重的计算方法求出各个专家的局部权重，由每个社区中的每个专家的权重计算出社区的权重，具体数值由表 2 所示。

在社会影响阶段，假设每位成员的初始意见和调整后意见以及社区的最终意见均通过表 3 呈现，以此模拟现实中意见在社会影响作用下的变化过程。

根据公式我们能够计算出四个社区的意见分别为： $\overline{oc}^1 = 5.3$ ， $\overline{oc}^2 = 7.6$ ， $\overline{oc}^3 = 9.1$ ， $\overline{oc}^4 = 5.4$ 。双层模型所需的所有必要数据均已准备完毕。

通过运用双层嵌套算法对最小成本最大满意度模型进行求解，优化后的结果如表 4 所示。在充分考虑共识成本及下层社区的满意度的基础上，最终确定的 A 类城镇污水排放目标共识意见值为 5.23 mg/L。至此，在来自全市不同领域的 50 位专家参与大规模群体决策中，实施本文设计的共识方法后，该市城镇污水 A 类排放标准得以科学确立——这一结果既综合考量了城市政策导向、经济发展水平、城镇化进程及居民生活需求等多维因素，更是全体参与者集体智慧的结晶。

Table 2. Weights for experts and the community
表 2. 专家和社区的权重

社区	专家	w_1^k	社区	专家	w_2^k	社区	专家	w_3^k	社区	专家	w_4^k
sc_1	d_{23}	0.06	sc_2	d_7	0.04	sc_3	d_6	0.03	sc_4	d_{14}	0.04
w_1	d_8	0.07	w_2	d_{13}	0.04	w_3	d_{30}	0.04	w_4	d_{21}	0.42
0.26	d_{15}	0.04	0.24	d_{22}	0.03	0.25	d_{45}	0.03	0.25	d_{38}	0.03
	d_{34}	0.05		d_{40}	0.04		d_3	0.04		d_9	0.02
	d_{18}	0.05		d_2	0.03		d_{42}	0.03		d_{44}	0.03
	d_{29}	0.04		d_{46}	0.06		d_{50}	0.46		d_{27}	0.04
	d_5	0.04		d_{16}	0.50		d_{28}	0.04		d_{47}	0.01
	d_{26}	0.48		d_{49}	0.03		d_{36}	0.04		d_{11}	0.03
	d_{12}	0.06		d_4	0.04		d_{39}	0.02		d_{32}	0.04
	d_{20}	0.05		d_{37}	0.03		d_{25}	0.04		d_{24}	0.03
	d_1	0.04		d_{10}	0.04		d_{33}	0.03		d_{17}	0.03
	d_{31}	0.05		d_{19}	0.03		d_{48}	0.03		d_{35}	0.02
				d_{43}	0.01					d_{41}	0.04

Table 3. Initial and final opinions
表 3. 初始意见和最终意见

社区	专家	$o_1^{k'}$	o_1^k	社区	专家	$o_1^{k'}$	o_1^k	社区	专家	$o_1^{k'}$	o_1^k
sc_1	d_{23}	5.0	5.1	sc_2	d_7	7.5	7.3	sc_3	d_6	9.1	9.0
o_1	d_8	4.7	4.9	o_2	d_{13}	7	7.1	o_2	d_{30}	9.0	8.8
5.5	d_{15}	6.9	6.7	7.4	d_{22}	7.4	7.4	9.0	d_{45}	8.5	8.6
	d_{34}	5.4	5.5		d_{40}	6.9	6.8		d_3	9.0	9.2
	d_{18}	4.5	4.4		d_2	7.4	7.6		d_{42}	8.9	9.0
	d_{29}	6.9	6.9		d_{46}	7.2	7.2		d_{50}	9.1	9.5
	d_5	5.1	5.2		d_{16}	6.4	6.8		d_{28}	8.8	8.9
	d_{26}	4.8	5.4		d_{49}	7.2	7.4		d_{36}	8.9	9.1
	d_{12}	5.6	5.4		d_4	7.0	6.9		d_{39}	9.3	9.2
	d_{20}	4.3	4.3		d_{37}	6.9	6.8		d_{25}	8.9	8.9
	d_1	6.4	6.6		d_{10}	7.5	7.6		d_{33}	8.6	8.7
	d_{31}	4.2	4.2		d_{19}	7.6	7.5		d_{48}	9.1	9.2
					d_{43}	7.4	7.4				
社区	专家	o_1^k	o_1^k								
G_4	d_{14}	5.0	5.1								
o_4	d_{21}	5.7	6.2								
5.4	d_{38}	4.8	5.7								
	d_9	5.1	5.1								
	d_{44}	5.0	5.4								
	d_{27}	5.4	5.3								
	d_{47}	5.1	5.2								
	d_{11}	5.8	5.6								

续表

d_{32}	5.6	5.4
d_{24}	5.3	5.4
d_{17}	5.4	5.6
d_{35}	5.2	5.3
d_{41}	5.8	5.6

Table 4. Costs and final recommendations for community adjustments**表 4.** 社区调整的成本和最终意见

	G_1	G_2	G_3	G_4	总值
c_i	3.93	4.12	4.04	4.15	12.25
o'_i	5.21	5.30	5.15	5.26	5.23

本章的实例应用不仅验证了本文模型的可行性，同时为解决实际大规模群体决策问题提供了新颖的解决方案。

6. 对比分析与敏感度分析

6.1. 对比分析

(1) 与 Louvain 算法的比较

1) 首先我们讨论局部搜索算法与 Louvain 算法的复杂度比较,其中 Louvain 算法的复杂度为 $O(n \log n)$,而局部搜索算法的复杂度在上文中我们可知为 $O(n)$,所以局部搜索算法在处理大规模网络时具有显著的优势。同时在 8 个真实网络上证明局部搜索算法的强度,可以得出局部搜索算法在 8 个真实网络测试中有 7 个比 Louvain 算法快,随着网络规模的增大,速度优势变得更加明显例如,对于具有 317,080 个节点和 1,049,866 条边的 DBLP (数字书目和图书馆项目)网络,局部搜索算法需要 45 s,而 Louvain 算法需要 256 s。并且通过 F1-score 测量,7 个真实社区网络中有 5 个局部搜索算法要高于 Louvain 算法。

2) 其次在最经典的 Zachary 空手道俱乐部网络中, Louvain 检测到四个社区,而局部搜索算法检测到两个社区,这与现实相符。并且局部搜索算法能有效识别交互密集社区及有意义的社区中心(如城市核心互动区域),这个特点 Louvain 并不具有。

(2) 与其它模型比较

为了突出本文模型的有效性、先进性以及与其他模型的区别,将本文模型与替代模型进行了对比分析,替代模型采用了最小成本共识模型,模型建立如公式(19),其只考虑上层观点,忽略下层子群体的满意度。

$$\begin{aligned}
 \min_{c_i} F &= \sum_{i=1}^n w_i^{group} c_i |o_i - o'_i| \\
 \text{s.t.} &\begin{cases} 1 - \frac{1}{u} \frac{\sum_{i=1}^n |o_i - \overline{oc}|}{n} \geq \epsilon \\ w_k^{group} = \frac{\sum_{i=1}^{Q_k} W_k^i}{Q_k}, i \in I \\ o_i \in [l, u], i \in I \\ c_i \in [lb, ub], i \in I \\ \overline{oc} = \sum_{i=1}^n w_i^{group} o'_i, i \in I \end{cases} \quad (19)
 \end{aligned}$$

Table 5. Comparison of the consistency of our model with that of alternative models
表 5. 我们的模型与替代模型的一致性比较结果

		G_1	G_2	G_3	G_4	总值
我们的模型	c_i	3.93	4.12	4.04	4.15	12.25
	a'_i	5.21	5.30	5.15	5.26	5.23
替代模型	c_i	3.90	4.15	4.04	4.20	13.05
	a'_i	5.30	5.41	5.24	5.35	5.14

表 5 给出了我们提出的模型和替代模型在共识达成上的比较结果。从表 5 可以看出，替代模型中的模型得出的达成共识的子群体意见(即 a'_i)在 5.2 左右波动，而在我们提出的模型中，该值则在 5.1 左右。此外，两种模型的单位成本(即 c_i)保持一致，均选择了可获得的最低单位成本。观察发现，我们的模型不仅产生了更低的总成本，并且基于公式(17)计算的相应满意度水平也较低。这意味着，在纳入了最大化下层子群体满意度这一目标后，我们提出的模型在低层级上展现出了满意度的提升，这证实了所提模型的优越性。

6.2. 敏感度分析

(1) 不同共识阈值对模型的影响

在共识达成过程中，我们首先针对共识阈值开展敏感性分析，以探究其对最终共识结果的影响。在保持其他参数不变的前提下，将 ϵ 的取值范围设定为 87% 至 99%，并以 3% 为梯度逐步递增。得到的共识结果汇总于表 6。数据显示，总体而言，随着共识阈值的提高，上层模型为实现共识所需支付的总成本(即 F)持续上升，且较高的总成本对应着更高的满意度。然而，下层模型的满意度效用值(即 R)的增长幅度明显低于总成本的增速，特别是当共识阈值达到 87% 以后，总成本的增长率显著加快，而满意度函数的增长率则逐渐放缓，这一趋势在图 2 中得到了直观体现。

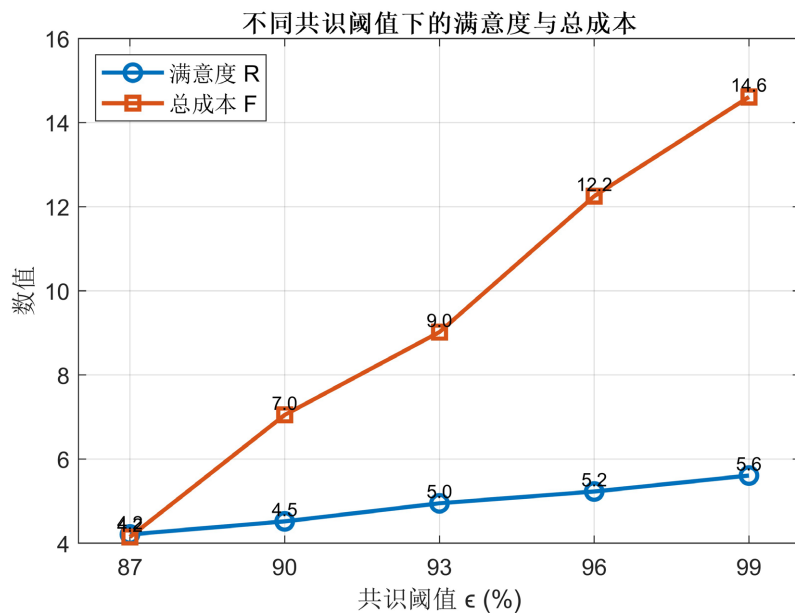


Figure 2. Satisfaction and total cost at different consensus thresholds

图 2. 不同共识阈值下的满意度与总成本

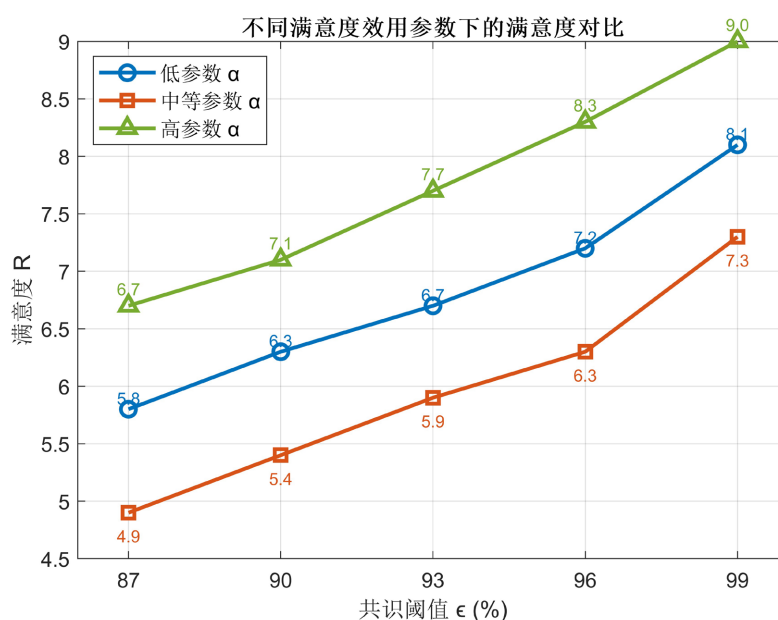
Table 6. Effect of different consensus thresholds on the model**表 6.** 不同共识阈值对模型的影响

ϵ		sc_1	sc_2	sc_3	sc_4	总值
87%	c_i	3.95	4.10	4.05	4.15	4.15
	o_i	5.21	5.30	5.15	5.26	4.21
90%	c_i	3.95	4.10	4.05	4.08	7.05
	o_i	5.21	5.30	5.15	5.26	4.52
93%	c_i	3.95	4.10	4.05	4.15	9.02
	o_i	5.21	5.30	5.15	5.26	4.95
96%	c_i	3.93	4.12	4.04	4.15	12.25
	o_i	5.21	5.30	5.15	5.26	5.23
99%	c_i	3.95	4.10	4.05	4.15	14.61
	o_i	5.21	5.30	5.15	5.26	5.61

从微观层面分析, 在不同共识阈值条件下, 各子群体的单位成本始终保持在其最小值水平。但通过表 6 可以发现, 随着共识阈值的不断提高, 各子群体的意见调整量呈现出显著差异。

(2) 不同满意度效用参数对模型的影响

不同的满意度效用参数(即 α)会对下层专家的满意度产生影响。在本项实验中, 设置了低、中、高三不同的 α 参数水平。其中, 原始取值为中等水平, 低水平和高水平的参数则分别通过在中等水平的基础上以步长 I 进行调低与调高获得, 本文设置 $I=1$, 则低、中、高的 α 参数水平设置为 $[4, 3, 6, 3]$, $[5, 4, 7, 4]$, $[6, 5, 8, 5]$ 。实验结果表明, 在相同的共识水平下, 尽管满意度效用参数取值不同, 上层总成本基本保持稳定; 而满意度效用参数越高, 下层专家的满意度也相应越大, 这一规律可从图 3 中清晰看出。与此同时, 在相同的共识阈值条件下, 各子群体在不同满意度效用参数下的单位成本及意见调整量整体上保持一致, 仅在个别案例中存在微小差异。

**Figure 3.** Comparison of satisfaction levels under different satisfaction utility parameters**图 3.** 不同满意度效用参数下的满意度对比

7. 结论与展望

7.1. 结论

本文针对大规模群体决策问题中缺乏解决由于专家异质性导致的难题展开研究，为解决共识达成过程的成本优化问题提供了新的思路，具有重要的理论意义与实践价值。

首先，我们通过局部搜索对网络进行聚类分析，然后依据度中心性及社区内专家数量确定专家和社区权重，引入社会影响下的意见演化机制，其中成员最终意见由其初始意见和社区内社会影响加权合成。模型分为上下两层：上层为领导者层，以最小化调整社区意见的总成本为目标，成本与专家修改意见的距离相关；下层为追随者层，以最大化成员满意度为目标，满意度定义为成员初始意见与最终共识意见接近程度的函数。上下层通过社区最终意见相互耦合，形成双层规划问题。然后采用基于遗传算法的双层嵌套算法求解：上层遗传算法优化成本，下层针对每个上层个体再运行遗传算法优化满意度，通过模拟二进制交叉和多项式变异产生后代，迭代寻优。最后通过案例分析和敏感度分析验证了模型有效性。该模型为大规模群体决策提供了兼顾经济性与个体偏好的系统化方法。

7.2. 研究展望

在本文中我们构建了一个最小成本最大满意度共识模型，并且通过基于遗传算法的双层嵌套算法来求解模型，然而虽然本文已经解决了部分难题但是未来研究仍面临以下挑战：

(1) 本文在对大规模群体决策模型进行聚类分析时使用的是局部搜索算法，其是在无向网络上进行的算法，而在现实生活中存在信任的问题，即存在有向网络，所以在未来可以使用解决有向网络的聚类分析算法或者对局部搜索算法进行改进从而解决有向网络上的大规模群体决策问题。

(2) 本文在解决大规模群体决策问题的最小成本问题时考虑的是追随者的满意度问题，而在现实生活中的复杂性远远超过此，因此需要开发更为复杂的算法模型更准确地解决现实问题。

参考文献

- [1] 陈明榴. 群体决策综述[J]. 科教导刊-电子版(上旬), 2015(1): 187-187.
- [2] 董鑫. 考虑决策者行为的犹豫模糊语言大群体决策方法及应用研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东财经大学, 2023.
- [3] Chen, Z., Zhu, Z., Wang, X., Chiclana, F., Herrera-Viedma, E. and Skibniewski, M.J. (2023) Multiobjective Optimization-Based Collective Opinion Generation with Fairness Concern. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **53**, 5729-5741. <https://doi.org/10.1109/tsmc.2023.3273715>
- [4] Sun, Q., Chiclana, F., Wu, J., Liu, Y., Liang, C. and Herrera-Viedma, E. (2023) Weight Penalty Mechanism for Noncooperative Behavior in Large-Scale Group Decision Making with Unbalanced Linguistic Term Sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **31**, 3507-3521. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2023.3260820>
- [5] Pan, X., Wang, Y., He, S. and Chin, K. (2022) A Dynamic Programming Algorithm Based Clustering Model and Its Application to Interval Type-2 Fuzzy Large-Scale Group Decision-Making Problem. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **30**, 108-120. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2020.3032794>
- [6] 刘亚婷, 徐维军, 陈霞, 等. 群体决策中基于最小成本的个体偏好策略操纵模型研究[J]. 控制与决策, 2026, 41(2): 445-454.
- [7] Shi, D., Shang, F., Chen, B., Expert, P., Lü, L., Stanley, H.E., et al. (2024) Local Dominance Unveils Clusters in Networks. *Communications Physics*, **7**, Article No. 170. <https://doi.org/10.1038/s42005-024-01635-4>
- [8] Wu, T., Liu, X., Gong, Z., Zhang, H. and Herrera, F. (2019) The Minimum Cost Consensus Model Considering the Implicit Trust of Opinions Similarities in Social Network Group Decision-Making. *International Journal of Intelligent Systems*, **35**, 470-493. <https://doi.org/10.1002/int.22214>
- [9] Martel, J. and Aouni, B. (1990) Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal-Programming Model. *Journal of the Operational Research Society*, **41**, 1121-1132. <https://doi.org/10.1057/jors.1990.179>

-
- [10] Oduguwa, V. and Roy, R. (2002) Bi-Level Optimisation Using Genetic Algorithm. *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Artificial Intelligence Systems*, Divnomorskoe, 5-10 September 2002, 322-327.
- [11] 白鹤松. 基于多目标线性规划的决策模型研究[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2008, 13(6): 57-59.